

**ERRORES, OBSTÁCULOS Y DIFICULTADES QUE EMERGEN EN LA
DIDÁCTICA DE LA DINÁMICA POBLACIONAL, AL HACER USO DE
SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN MATEMÁTICOS.**

FORERO HOLGUIN MARYLEEN VIVIAN

**ERRORES, OBSTÁCULOS Y DIFICULTADES QUE EMERGEN EN LA
DIDÁCTICA DE LA DINÁMICA POBLACIONAL, AL HACER USO DE
SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN MATEMÁTICOS.**

Maryleen Vivian Forero Holguín

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE BIOLOGIA
BOGOTA, COLOMBIA
2017

**ERRORES, OBSTÁCULOS Y DIFICULTADES QUE EMERGEN EN LA
DIDÁCTICA DE LA DINÁMICA POBLACIONAL, AL HACER USO DE
SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN MATEMÁTICOS.**

Maryleen Vivian Forero Holguín

Trabajo de Grado como requisito para optar el título de LICENCIADA EN
BIOLOGIA

GRUPO DE INVESTIGACIÓN: CASCADA

LÍNEA DE INVESTIGACION: Enseñanza de la Ecología (L.E.E.)

DIRECTOR:
Francisco Medellín Cadena

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE BIOLOGÍA
BOGOTA, COLOMBIA
2017

Nota de aceptación

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

Bogotá. Agosto, 2017

Porque el Señor da la sabiduría;

Conocimiento y ciencia brotan de sus labios.

Prov. 2:6

DEDICATORIA

A Isa: el motor, la alegría y la esperanza de mis días.

A mis padres y padrinos quienes con su esfuerzo me enseñaron a valorar cada momento de nuestra vida.


A mis primas y primos a quienes les digo que se puede soñar alto.

A John quien me enseñó que la disciplina, vence a la inteligencia.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por darme la sabiduría, la salud y cada bendición, a mis padres y familia quienes me han brindado su amor, apoyo en cada decisión tomada, a mi compañero de marcha quien me impulso para iniciar este reto y me acompaño para que se convirtiera en realidad, a mi director Francisco que con su colaboración y paciencia me orientó para culminar este proceso, a mis locos amigos Pau, Lyndi y Mauricio, que siempre dieron lo mejor de sí levantando el ánimo y aumentando fuerzas, a mis estudiantes por enseñarme diariamente, a cada una de las personas que cruzaron por mi camino, porque de cada una de ellas pude aprender.

Maryleen

	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE	
Código: FOR020GIB		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 29-08-2012		Página 1 de 7
1. Información General		
Tipo de documento	Trabajo de Grado	
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central.	
Título del documento	Errores, Obstáculos y Dificultades Que Emergen En La Didáctica de la Dinámica Poblacional, Al Hacer Uso de Sistemas de Representación Matemáticos.	
Autor (es)	Forero Holguín, Maryleen Vivian	
Director	Medellín Cadena, Francisco	
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional. 2017. 112 p.	
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional.	
Palabras Claves	DIFICULTADES, OBSTÁCULOS, SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN, DINÁMICA POBLACIONAL, SITUACIONES DIDÁCTICAS, POBLACIÓN.	

2. Descripción
<p>El trabajo de grado presenta una serie de situaciones didácticas, aplicadas a estudiantes del taller número 2, correspondiente al grado séptimo del Colegio Montessoriano High Level English; estas situaciones han sido orientadas para la caracterización de los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes durante el proceso didáctico relacionado con el tema de dinámica poblacional haciendo uso de sistemas de representación procedentes del pensamiento variacional.</p> <p>Las situaciones son empleadas para fomentar y enriquecer la construcción del conocimiento del estudiante, al tener en cuenta, los momentos de acción, formulación y validación durante el proceso didáctico, e involucrando diferentes sistemas de representación tales como el grafo, el dibujo y el numérico. Por lo anteriormente escrito se pretende fomentar en los estudiantes el pensamiento matemático y variacional.</p>

A partir de la implementación de las situaciones problemas, se permitió evidenciar los errores de los estudiantes, los cuales facilitaron caracterizar los obstáculos y dificultades emergentes durante el proceso didáctico.

3. Fuentes

- Acosta, E. (2004). Variable y variación. En *Matemática educativa: fundamentos de la matemática universitaria II*. Bogotá, Colombia: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 111 – 125.
- Amaya, T; Chaucañés, A; Escorcía, J; Medrano, A; López, A; Therán, E (2009). Estrategias para potenciar el pensamiento variacional. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 739-746). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C
- Barrantes, H. (2006). Los obstáculos epistemológicos. *Cuadernos De Investigación Y Formación En Educación Matemática*, 1 (2).
- Batschelet, E. (1978). *Matemáticas básicas para biocientíficos (biólogos, médicos, veterinarios, bioquímicos, etc.)*. Madrid, España: Dossat.
- Bejarano, C. (2005) Modelos de simulación para el estudio del crecimiento poblacional exponencial. *Épsilon*. (4), 69 – 81.
- Benito, M. (2009), Debates en torno a la enseñanza de las ciencias. *Perfiles Educativos*. XXXI. (123), 28 – 39.
- Benjumea, P, Gallego, D, Miranda, N, Montoya, N y Ocampo, A. (2007) *El desarrollo del pensamiento variacional y la formulación de problemas en los grados 2°, 3°, 4° y 9° de la educación básica* (trabajo de grado). Universidad de Antioquia. Medellín. Colombia.
- Berzal de Pedrazzini. M y Barbera. O. (1993). Ideas Sobre El Concepto Biológico de Población. *Investigación y experiencias didácticas*. 11. (2), 152 - 56.
- Brousseau, G. (2001). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en Matemáticas. *Educación Matemática*. Recuperado de <http://fractus.uson.mx/Papers/Brousseau/obstaculos.pdf>.
- Brousseau. G (1999) *Educación y Didáctica de las Matemáticas*. Educación matemática. México.

- Caicedo, J y Díaz, L. (2012). Pensamiento Variacional y Sentencias E igualdades Numéricas Aditivas. *Unimar*, (58), 98 – 104.
- Cantoral, R. (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. México, Distrito Federal: Subsecretaria de Educación Media Superior.
- Cañada, A (1999). De las matemáticas para biólogos a la biología matemática: un punto de vista particular a través del análisis matemático y la dinámica de poblaciones. En J. Navas (profesor), conferencia impartida en la universidad de Jaén, Granada, España.
- Csirke, J. (1989) *Introducción A La Dinámica De Poblaciones De Peces*. Callao. Perú: Organización De Las Naciones Unidas Para La Agricultura Y La Alimentación FAO.
- De la Ossa. S. y De la Ossa- Lacayo. A. (2010) Relación entre la enseñanza de las matemáticas y las ciencias Biológicas, *Rev. Colombiana de Ciencia Animal*, 2 (1), 163-172.
- Dolores, C. Guerrero, L. Martínez, M. y Medina, M. (2002). Un estudio acerca de las concepciones de los estudiantes sobre el comportamiento variacional de funciones elementales. En C. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15 (1), 73–84. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Godino, J. Batanero, C y Font, V. (2004). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. En J. Godino. (Ed), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada. España: Universidad de Granada.
- Gómez, J y Torres, D. (2011) *Introducción a la noción de variación en estudiantes de grado Sexto*. (Trabajo de grado). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. Colombia.
- Gómez, O. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno*. (Maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.
- Hecklein, M. Engler, A. Vrancken. S y Müller, D. (s.f) Variables, funciones y cambios. Exploración de las nociones que manejan alumnos de una escuela secundaria. *Sociedad Argentina de Educación Matemática SOAREM*. Recuperado de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/49%20Heicklein.pdf>.

- Hernández, W. Márquez, Z y Quiñonez, G. (2008). *La función cuadrática como marco referencial para el desarrollo del pensamiento variacional una experiencia con estudiantes de 9° de la institución educativa indígena técnica agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués*. (Tesis de pregrado). Universidad de Sucre. Sincelejo, Sucre.
- Jiménez, M. (2009) *Los conceptos de población y de especie en la enseñanza de la Biología: concepciones, dificultades y perspectivas*. (Tesis Doctoral). Universidad de Granada. Granada. España.
- Marzábal, A. Merino, C y Rocha, A. (2013) El obstáculo epistemológico como objeto de reflexión para la activación del cambio didáctico en docentes de ciencias en ejercicio. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*. 9 (1), 70–83.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares, áreas obligatorias y fundamentales.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006) *“La formación en ciencias: ¡el desafío!”*. *Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Sociales y Ciencias Naturales*.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas.
- Mora, A (2002). Obstáculos Epistemológicos Que Afectan El Proceso De Construcción De Conceptos Del Área De Ciencias En Niños De Edad Escolar. *Revista de las Sedes Regionales III* (5), 75 -89.
- Morlans, M. (2004) Introducción a la Ecología de Poblaciones. *Área Ecológica*. Universidad Nacional de Catamarca, Editorial Científica Universitaria. Recuperado de <https://www.uv.mx/personal/tcarmona/files/2010/08/Morlans-2004>.
- Palarea, M. y Socas. M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *Revista suma* (16), 91 -98.
- Panizza. M (s.f) Conceptos Básicos De La Teoría De Situaciones Didácticas. Recuperado de http://crecerysonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf
- Perren, M. Bottani, E. y Odetti, H. (2004), Problemas Cuantitativos y comprensión de conceptos, *Enseñanza de las ciencias* 22 (1), 105 – 114.

- Ramírez, A. (2005). *Ecología Aplicada Diseño y Análisis Estadístico*. Bogotá. Colombia: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano.
- Rodríguez. M (2011). La Matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico. *Números revista didáctica de las matemáticas*. 77, 35 – 49.
- Saleme. N. Berrondo. L. Navarro. S. Juarez. G. (2016) Enseñanza de Modelos Discretos en Dinámica Poblacional. *Revista de Educación Matemática* 31(3), 21 -31.
- Stewart, I. (2011). *Las matemáticas de la vida*. Barcelona, España: Crítica.
- Totorikaguena. L (2013). *Los errores conceptuales y las ideas previas del alumnado de ciencias en el ámbito de la enseñanza de la biología celular. Propuestas alternativas para el cambio conceptual*. (Trabajo de grado). Universidad del País Vasco.
- Vargas. R. y Rodríguez. S. (2008). Dinámica de Poblaciones. *Manejo de Plagas en Palitos y Cítricos*. Recuperado de http://www.avocadosource.com/books/Ripa2008/Ripa_Chapter_07.pdf
- Vasco. C (2006). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Colombia. Universidad del Valle (Cali) Universidad de Manizales (Manizales). Recuperado de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf
- Vrancken, S. Engler, A. Giampieri, M. y Müller, D. (2015) Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación de una secuencia de actividades. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*. 15 (1), 1- 19.

4. Contenidos

Durante este apartado se presenta la estructura del trabajo de grado, el cual consta de cuatro capítulos; en el primer capítulo se evidencia la contextualización problemática, en el cual se puede conocer los objetivos que orientan la investigación y el planteamiento del problema, donde se muestra la necesidad de establecer la relación que existe entre la enseñanza de la ecología haciendo uso de representaciones matemáticas y su importancia como licenciado en Biología.

El segundo capítulo, desarrolla el marco referencial, el cual retoma los principales autores como Brousseau, Vasco, Berzal de Pedrazzini y Barbera, entre otros, como

también los trabajos e investigaciones que permiten enriquecer la consulta de referencia para el cimiento de esta investigación.

En el tercer capítulo, se describe la metodología haciendo hincapié en el desarrollo de las situaciones didácticas planteadas en cada fase: observación, intervención, sistematización y análisis de resultados; por último, en el cuarto capítulo encontramos el análisis y discusión de los resultados, permitiendo evidenciar los obstáculos y dificultades que emergen durante el proceso didáctico de la dinámica poblacional haciendo uso de sistemas de representación.

Para finalizar el documento se exponen las conclusiones, recomendaciones y bibliografía.

5. Metodología

La metodología se enmarca desde el paradigma explicativo, teniendo en cuenta aspectos de la investigación correlacional determinando la variación de las categorías de análisis e interpretación, durante el desarrollo de las sesiones de clase se emplean técnicas diferentes sobresaliendo la técnica de la Observación, la interacción entre estudiante – maestro, registro y uso de cuaderno, esto con el fin de conocer la realidad desde una observación tanto directa como indirecta.

El desarrollo de la investigación se realiza durante tres fases: la primera consta del diseño de un sociograma y un ejercicio de diagnóstico apropiando algunos niveles de valoración propuestos por Berzal de Pedrazzini y Barbera (1993); la segunda fase es la aplicación de situaciones didácticas tales como acción, formulación y validación, teniendo en cuenta, la teoría de situaciones didácticas propuesta por Brousseau (1999); y por último, se realiza el momento de sistematización y análisis de los resultados obtenidos durante la fase de intervención, con ayuda de los registros en cuadernos y los aportes que se realizaron de manera verbal en los momentos de socialización y relación maestro – estudiante.

6. Conclusiones

- El proceso de observación permitió en un primer momento evidenciar que existen diferentes tipos de obstáculos, tales como son el obstáculo verbal y los que están basados en la experiencia básica o conocimientos previos.
- El segundo objetivo de la investigación se desarrolla durante la fase de intervención en la que se demostró que los obstáculos emergentes eran de origen didáctico y epistemológico, a partir de la aplicación de las situaciones de acción.

- Las dificultades más relevantes hacen referencia a las relacionadas con los contenidos matemáticos y a la falta de conocimiento o dominio de los contenidos disciplinares.
- Los errores son aquellos resultados que surgen como respuesta ante las situaciones didácticas planteadas en el proceso didáctico, es decir, gracias a los errores se pueden evidenciar las dificultades y obstáculos durante la investigación, un error frecuente fue la gráfica y uso de variables inapropiadas.

Elaborado por:	Forero Holguín, Maryleen Vivian
Revisado por:	Medellín Cadena Francisco

Fecha de elaboración del resumen	25	08	2017
----------------------------------	----	----	------

Contenido

TABLA DE IMÁGENES	16
INTRODUCCIÓN.....	18
JUSTIFICACIÓN.....	20
CAPITULO 1: CONTEXTUALIZACIÓN PROBLEMÁTICA.....	23
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	23
1.1.1 Pregunta Problema	25
1.2 OBJETIVOS.....	26
1.2.1 Objetivo General.....	26
1.2.2 Objetivos Específicos.....	26
CAPÍTULO 2: MARCO REFERENCIAL	27
2.1 ANTECEDENTES.....	27
2.1.1 Errores, obstáculos y dificultades en la enseñanza de conceptos disciplinares.....	27
2.1.2 Estudios de pensamiento variacional: sistemas de representación o variación en la escuela.....	33
2.1.3 Aplicación de modelos matemáticos en el estudio de dinámica poblacional.....	40
2.2 MARCO TEORICO	43
2.2.1 Enfoque Disciplinar	43
2.2.2 Enfoque Didáctico	52
CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA.....	55
3.1 FASE DE OBSERVACIÓN.....	57
3.1.1 Sociograma	57
3.1.2 Actividad de Diagnóstico	58
3.2 FASE DE INTERVENCIÓN.....	60
3.2.1 Situación didáctica número 1.....	60

3.2.2 Situación didáctica número 2.....	61
3.2.3 Situación didáctica número 3.....	63
3.3 FASE DE SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	65
CAPÍTULO 4: DISCUSIÓN DE RESULTADOS	65
4.1 FASE DE SISTEMATIZACIÓN DE RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	66
4.1.1 Fase de observación.....	66
4.1.2 Fase de Intervención.....	80
CONCLUSIONES.....	103
RECOMENDACIONES.....	106
REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS	108

TABLA DE IMÁGENES

Figura 1: Caracterización de estudiantes	58
Figura 2: Fotografía sobre tipos de interacciones. Construcciones de estudiantes. (Forero, 2017)	62
Figura 3: Sociograma	67
Figura 4: Fotografía donde se evidencia digrafía disléxica. Construcción de estudiante. (Forero, 2017)	68
Figura 5: Porcentaje de estudiantes relacionados a los niveles de observación.	70
Figura 6: Concepto de población. Construcción de estudiante. (Forero, 2017)	71
Figura 7: Concepto de población. Construcción de estudiantes. categoría de sociograma Circulo Azul. (Forero, 2017).....	71
Figura 8: Concepto de población. Construcción de estudiante. Categoría en el socio grama círculo azul. (Forero, 2017)	72
Figura 9: Distribución de estudiantes relacionados a los niveles de diferencias entre conceptos..	73
Figura 10: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante categoría Estrella roja. (Forero, 2017)	74
Figura 11: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante categoría Estrella roja (Forero, 2017)	75
Figura 12: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante categoría. Triangulo amarillo. (Forero, 2017)	75
Figura 13: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante, categoría Nube verde. (Forero, 2017)	76
Figura 14: Concepto de población. Construcción de estudiante. Categoría en el socio grama Triangulo amarillo. (Forero, 2017)	77
Figura 15: Concepto de población. Construcción de estudiante. Categoría en el socio grama Nube verde. (Forero, 2017)	77
Figura 16: Cuadro comparativo y representación gráfica de los conceptos: Individuo, población y especie. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017)	79
Figura 17: Cuadro comparativo y representación gráfica de los conceptos: Individuo, población y especie. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017)	79
Figura 18: Representación de resultados de opción 1 de respuesta. (Forero, 2017)	81

Figura 19: Representación de resultados de opción 2 de respuesta. (Forero, 2017)	81
Figura 20: Contribución respecto a las respuestas de los estudiantes relacionados con el uso de representaciones matemáticas.....	82
Figura 21: respuestas de los estudiantes relacionados con el uso de representaciones matemáticas. (Forero, 2017).....	84
Figura 22: Resultados de opción 4 de respuesta. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017) .	85
Figura 23: Resultados de opción 3.1 de respuesta. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017)	86
Figura 24: Respuestas de los estudiantes relacionados al establecer variables.	87
Figura 25: Representación respecto a las respuestas de los estudiantes relacionados con el uso de representaciones matemáticas para curva de crecimiento.....	91
Figura 26: modelación de curva de crecimiento poblacional. Categoría (A). Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017).....	92
Figura 27: modelación de curva de crecimiento poblacional. Categoría (A). Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017).....	93
Figura 28: Modelación de curva de crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)	93
Figura 29: Modelación de curva de crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)	94
Figura 30: Modelación de curva de crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)	94
Figura 31: Sistema de representación numérico. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017).....	95
Figura 32: Importancia de los factores con respecto al crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017).....	97
Figura 33: relación de los factores con respecto al crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017).....	98
Figura 34: Presentación de la situación didáctica tipo acción. (Forero, 2017)	99
Figura 35: Análisis de gráfica. Construcción de estudiante. (Forero, 2017).....	100
Figura 36: Análisis de gráfica, teniendo en cuenta las ideas previas. Construcción de estudiante. (Forero, 2017).....	101

INTRODUCCIÓN

Partiendo de la idea que el mundo es cambiante, complejo y dinámico, existen en la biología estudios importantes y particulares, que a través del desarrollo didáctico de estos se acude a varios sistemas de representación tales como enunciados, gráficos, diagramas, ilustraciones, gráficas cartesianas, ecuaciones, modelación matemática, entre otros, como es el caso de la dinámica poblacional.

En este sentido, se reconoce la importancia de comprender las fluctuaciones y el cambio de las comunidades biológicas así como los mecanismos y factores que las regulan, basando su estudio en los tres pilares fundamentales que expone Vargas y Rodríguez (2008), los cuales son “principios teóricos generales que subyacen al cambio poblacional, la formalización e interpretación de estos principios a través de modelos matemáticos, la interpretación de estos principios y modelos en términos de mecanismos biológicos”(p. 99)

El estudio de la dinámica poblacional se realizó haciendo uso de sistemas de representación matemáticos aplicados desde situaciones didácticas, en las cuales los estudiantes se aproximaron a la comprensión de los atributos como crecimiento poblacional, distribución espacial y relaciones interespecíficas, teniendo en cuenta la realidad entre las dinámicas poblaciones y cómo estas se pueden explicar desde el uso de representaciones matemáticas, puesto que al comprender los comportamientos de cambio y variación presentes en las poblaciones, se liga de manera directa al pensamiento matemático variacional.

Como se mencionó con anterioridad, se diseñaron situaciones didácticas en las que se evidenciaron algunos sistemas de representación relacionados con el pensamiento variacional, permitiendo caracterizar los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes al hacer uso de estos sistemas, durante el proceso didáctico de la dinámica poblacional; para tal fin, se ha tenido en cuenta

los aportes realizados por Vasco (2006), afianza los principales elementos que surgen desde este tipo de pensamiento, para poder enriquecer los procesos analíticos en la comprensión de los conocimientos ecológicos. Todo esto con el fin de facilitar, incentivar y motivar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional de manera implícita desde el estudio de conceptos biológicos.

Por otro lado, en el referente didáctico se tuvo en cuenta la implementación de la teoría de las situaciones didácticas propuestas por Brousseau (1999), y los niveles propuestos por Berzal de Pedrazzini y Barbera (1993), para el desarrollo de las actividades.

Finalmente, la investigación se desarrolló en tres momentos:

Observación: se implementa el cuestionario de Berzal de Pedrazzini y Barbera (1993), dividido en dos bloques, con el cual se ha obtenido un diagnóstico conceptual de población – especie, por parte de los estudiantes.

Intervención: se aplican las actividades diseñadas desde la propuesta de Brousseau. (1999), quien postula tres tipos de situaciones didácticas.

Sistematización de las producciones de los estudiantes: Se caracterizan los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes durante el proceso didáctico; de esta manera se resalta las conclusiones y recomendaciones de dicha investigación.

Durante la sistematización y análisis de los resultados se evidenciaron los principales obstáculos que emergen al hacer uso de situaciones didácticas junto con la implementación de sistemas de representación, desde este análisis se logra caracterizar los obstáculos que se presentan de manera constante, siendo estos de origen didáctico y epistemológico; como también, resaltar las dificultades emergentes relacionadas con los contenidos matemáticos y con la falta de dominio de los contenidos.

JUSTIFICACIÓN

La ecología de poblaciones es trabajada haciendo uso de modelos y sistemas de representación matemáticos, principalmente en curvas de crecimiento o supervivencia, esto con el fin de analizar e interpretar de manera cuantitativa las variaciones o cambios existentes entre poblaciones u individuos de la misma especie, históricamente se ha intentado explicar el crecimiento poblacional y otros conceptos o comportamientos ecológicos haciendo uso de ecuaciones y modelación matemática, como son el caso de las expresiones algebraicas de Malthus (1798), Lotka (1925) y Volterra (1926).

A partir de lo anterior, surgen las razones por las que esta investigación pretende enriquecer los procesos analíticos realizados por los estudiantes en el área de biología, haciendo uso de las representaciones cuantitativas para la explicación de conceptos relacionados con algunas características de la dinámica poblacional, puesto que, en el ejercicio del quehacer docente se han evidenciado las dificultades, los obstáculos y los errores durante los procesos didácticos; para discutir sobre estos, en la investigación se han argumentado con base a diversos autores y el análisis de las evidencias que surgen desde el quehacer docente como titular en el área de ciencias en el Colegio Montessoriano High Level English, de la ciudad de Bogotá.

Durante el desarrollo de las diferentes sesiones de clase como docente titular, se evidencia que algunos estudiantes presentan diferentes reacciones en el momento de hacer uso de las matemáticas para explicaciones de fenómenos biológicos, y en general las matemáticas evidencian conflictos en el proceso didáctico, Benjumea, Gallego, Miranda, Montoya y Ocampo (2007) afirma:

La matemática siempre ha sido la asignatura con mayores dificultades tanto para los alumnos como para los profesores, los primeros porque las ven muy difíciles y los segundos porque tienen que pensar en nuevas estrategias o

alternativas que les permitan llegar a los alumnos y posibilitar en éstos la formación y adquisición de nuevos conceptos en sus estructuras cognitivas. (p.5)

Lo anterior fundamenta esta investigación para la construcción y comprensión; por otra parte, facilita los procesos de asimilación de conceptos, desde lo cual se contribuye a las estrategias pedagógicas implementadas en el aula.

Además, se encuentra necesario preparar a los estudiantes para las pruebas por las que son evaluados, en las que principalmente hacen uso de situaciones lógico – matemáticas, de esto se debe entender que las pruebas estandarizadas son un resultado en el que prima la importancia de enriquecer los procesos analíticos desarrollando el pensamiento lógico matemático e interpretativo en los estudiantes para posibilitar la comprensión de los conceptos de manera integral y aplicativa.

Esto hace que los estudiantes optimicen la toma decisiones y la integración entre las diferentes disciplinas, enriqueciendo los procesos didácticos situando las matemáticas en función de la realidad.

La educación debe proporcionar los mecanismos de actualización continua de los conocimientos adquiridos y visualizar de forma práctica la integración activa entre las diferentes disciplinas como único mecanismo de comprensión de los fenómenos naturales (...) para obtener y mantener un pensamiento autónomo y crítico que le señale su quehacer en cada una de las situaciones de vida en las que se encuentre. (De la Ossa y De la Ossa – Lacayo, 2010, p.164).

La última razón pero no menos importante, es que durante la consulta de antecedentes sobre el tema de investigación, se halló como resultado que dentro de la Facultad de Ciencia y Tecnología, tanto en los departamentos de Biología como de Matemáticas, de la Universidad Pedagógica Nacional, no hay mayores investigaciones ante la relación biología – pensamiento matemático, por lo que el

desarrollo de esta investigación permitirá enriquecer los referentes teóricos para futuras investigaciones.

Es importante mencionar que durante la historia se han visto continuas relaciones entre estas dos ciencias, para explicar estructuras y comportamientos de diferentes organismos o comprender de manera cuantitativa los fenómenos naturales, sin embargo, en el campo educativo el trabajo en conjunto entre estas disciplinas pasa a un segundo plano a pesar de los avances en el campo de la didáctica, se sigue presentando la segmentación o fragmentación en el estudio de las ciencias, ya sean estas exactas o sociales, lamentablemente tanto los licenciados en biología como “los biólogos están poco interesados en profundizar en las matemáticas” (Batschelet, 1971)

Respecto al quehacer docente y el ejercicio pedagógico desde el cual se ha realizado la investigación ha sido importante apropiarse una postura y toma de decisiones a partir de los conocimientos y conceptos ecológicos con un enfoque aplicativo a la vida cotidiana argumentada desde los sistemas y fundamentos del pensamiento variacional.

A partir de lo expuesto anteriormente, se tienen en cuenta los diferentes hallazgos que han surgido desde esta investigación, reconociendo que las investigaciones entre las disciplinas matemáticas y biológicas no han sido trabajadas con mayor auge en la Universidad Pedagógica Nacional, especialmente a nivel de pregrado, el trabajo de grado pretende contribuir a los propósitos y objetivos de la Universidad en conjunto con la Facultad de Ciencia y Tecnología, que tienen frente a “generar conocimiento en pedagogía y didáctica de las ciencias experimentales, matemáticas y tecnología, en relación con nuevas concepciones, esquemas, teorías, entre otros” Universidad Pedagógica Nacional (UPN).

CAPITULO 1: CONTEXTUALIZACIÓN PROBLEMÁTICA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El intento del hombre para comprender las variaciones que han sufrido las poblaciones durante el largo de la historia ha permitido establecer ciertas ecuaciones diferenciales o modelaciones matemáticas aplicadas por Malthus (1798), Lotka (1925) y Volterra (1926), abordadas desde el estudio de la dinámica poblacional, sin embargo, otra razón para seleccionar esta rama de la biología como tema de investigación, se debe por su importancia en cuanto el enriquecimiento que generado para el desarrollo de conceptos evolutivos y ha permitido comprender el funcionamiento de los diferentes sistemas ecológicos.

En el estudio de cualquier campo de acción de la biología es importante establecer las relaciones pertinentes respecto a los conceptos matemáticos aplicados para fortalecer la comprensión de fenómenos biológicos, en la mayoría de estudios se implementan estrategias desde la lógica – matemática y el análisis cuantitativo para la argumentación y explicación de conceptos biológicos, especialmente cuando hablamos de Ecología.

Muchos problemas planteados en biología crean la necesidad de descubrir nuevas teorías matemáticas, o de potenciar y desarrollar las ya existentes. Recíprocamente, el tremendo desarrollo de la investigación básica en matemáticas hace posible el estudio de problemas cada vez más complejos de la Biología. (Cañada, 1999, p.3)

En el contexto educativo se ha evidenciado que los estudiantes generan diversas reacciones al momento de relacionar temas biológicos con la aplicación de sistemas de representación matemáticos, para algunos son limitantes para otros son evidentemente herramientas que facilitan su proceso de aprendizaje. Sin embargo,

como licenciados no se ha abordado estas posibles reacciones que se presentan en la escuela, cuando se hace uso de otros tipos de pensamientos para la explicación del conocimiento biológico, o incluso se presenta la falta de interés por parte de los educadores e instituciones el relacionar y aplicar los sistemas de representación matemáticos en la explicación de las ciencias, lo anterior puede sustentarse por las experiencias obtenidas desde el ejercicio docente realizado durante los dos últimos años en instituciones educativas como titular y también por De la Ossa y De la Ossa - Lacayo (2010), cuando afirman que “A pesar de los avances que se tienen en la actualidad, todavía persiste en muchos claustros y programas de formación académica superior la poca aplicación real de los contenidos matemáticos en las áreas de las ciencias” (p.166)

Entendiendo que aunque el uso de las matemáticas en la biología no es una aplicación nueva, el estudio relacionado con la construcción de conceptos ecológicos desde la apropiación de sistemas de representación del pensamiento variacional, es la innovación que se quiere dar a esta investigación, para esto se retoman los lineamientos y estándares curriculares tanto del área de matemáticas como de ciencias naturales.

En este sentido, podemos detenernos en el estudio de la ecología y especialmente en la aplicación, análisis y argumentación de dinámicas poblacionales a partir de la interpretación de sistemas de representación matemáticos para la explicación de conceptos ecológicos.

Es por esto, que surge la preocupación en identificar los errores, obstáculos y dificultades que se presentan durante el proceso de aprendizaje de algunos atributos de la dinámica poblacional cuando se hace uso de sistemas de representación pertenecientes al pensamiento variacional, abordado por los estudiantes del taller número 2 en el colegio Montessoriano High Level English.

1.1.1 Pregunta Problema

¿Cuáles son los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes del taller número 2 del colegio Montessoriano HLE durante el proceso de implementación didáctica de la temática de dinámica poblacional al hacer uso de los sistemas de representación matemáticos?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Caracterizar los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes del taller número 2 en el colegio Montessoriano HLE, durante el proceso didáctico de dinámica poblacional, cuando se hace uso de sistemas de representación procedentes del pensamiento variacional.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Construir situaciones didácticas problemas en torno al intercambio de energía y materia, al crecimiento poblacional e interacciones interespecíficas e intraespecíficas, para la comprensión de la dinámica poblacional.
- Posibilitar espacios de participación de manera asertiva, en el que primen los procesos de análisis, interpretación y argumentación de los sistemas de representación.
- Reflexionar sobre los resultados obtenidos, sistematizando los hallazgos respecto a los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes del taller número 2 en el colegio Montessoriano HLE.
- Relacionar los errores, dificultades y obstáculos con los procesos de análisis, interpretación y argumentación de los estudiantes del taller número 2 del colegio Montessoriano HLE.

CAPÍTULO 2: MARCO REFERENCIAL

2.1 ANTECEDENTES

Durante la historia se encuentra que diferentes autores han explicado el estudio de la dinámica poblacional al implementar modelos matemáticos; los cuales han inspirado a otros para realizar diversas investigaciones y aplicaciones, para la comprensión y el análisis de los conceptos relacionados entre estos temas.

Para esta investigación es menester comprender que la dinámica poblacional se presenta como un concepto biológico abordado desde la ecología en el ámbito escolar, para lo cual se hizo necesario consultar las indagaciones que otros autores han realizado frente a la comprensión de este concepto biológico en la escuela como también los aportes desde los documentos curriculares.

Para validar este trabajo investigativo, se han tenido en cuenta tres áreas en las que se ha caracterizado la consulta de documentos; las cuales son:

- Errores, obstáculos y dificultades en la enseñanza de conceptos disciplinares
- Estudios de pensamiento variacional: sistemas de representación o variación en la escuela.
- Aplicación de modelos matemáticos en el estudio de dinámica poblacional

2.1.1 Errores, obstáculos y dificultades en la enseñanza de conceptos disciplinares.

Principalmente se ha enfocado el trabajo investigativo en los **errores, obstáculos y dificultades** que emergen durante procesos didácticos del conocimiento científico, por tal motivo, los documentos analizados y utilizados durante esta consulta son orientados para comprender cuales pueden ser estos posibles factores.

Se inicia con Perren, Bottani, y Odetti, (2004), quienes presentan su trabajo titulado ***Problemas Cuantitativos y comprensión de conceptos***, como objetivo de esta investigación los autores pretenden validar la eficacia en la comprensión de conceptos mediante la implementación de problemas cuantitativos, de esta manera, se centra en un diagnóstico de las dificultades de los alumnos.

Se lleva a cabo a partir de pruebas diagnósticas de pares de problemas, los cuales puede ser de tres tipos: experimentales, cuantitativos y cualitativos, en dicha investigación trabajan aplicando problemas cuantitativos y cualitativos para abordar conceptos químicos, de esta manera, los estudiantes pueden realizar una propia construcción de conocimientos, fundamentándose desde los principios del aprendizaje significativo.

Se evidencia como resultado que existe un distanciamiento entre los problemas cuantitativos y cualitativos, lo que genera que tanto los docentes como los alumnos se centren en la resolución de problemas cuantitativos. Así mismo, se demuestran “grandes dificultades conceptuales y fueron muchos los alumnos que resolvieron correctamente los problemas tradicionales sin entender los conceptos químicos”, por otro lado, los autores retoman que las ideas previas, las concepciones que poseen los estudiantes antes de una adquisición de conocimiento científico “no son fáciles de cambiar porque resultan adecuadas para interpretar algunas parcelas de la realidad” (Perren, Bottani y Odetti, 2004, p.113)

Este trabajo contribuye a la presente investigación algunas posibles dificultades y obstáculos que se pueden presentar durante los procesos didácticos, cuando se involucran problemas cuantitativos:

Obstáculo: los docentes perciben que el conocimiento de los alumnos es fragmentado y disociado.

Dificultad: Apropiación de ideas previas difíciles de sustituir, redireccionamiento en la comprensión de los conceptos disciplinares por la solución de los procesos matemáticos.

El siguiente trabajo se titula ***Los conceptos de población y de especie en la enseñanza de la Biología: concepciones, dificultades y perspectivas***, realizado por Jiménez (2009).

En este estudio la autora pretende conocer las dificultades de los alumnos frente a los conceptos de población y especie, puesto que, durante la historia se han evidenciado los errores conceptuales de los alumnos desde el estudio del evolucionismo, sin embargo, no ha sucedido de la misma manera con respecto al estudio de los conceptos de población y especie, a pesar que estos fueron importantes para la comprensión y aceptación de la evolución por selección natural desterrando el pensamiento tipológico a favor del pensamiento poblacional (p. 30)

Para el desarrollo de esta investigación se llevó a cabo la aplicación de un cuestionario, revisión bibliográfica (libros de texto, manuales de ecología y genética, materiales educativos, entre otros), entrevistas tanto a profesores como a alumnos, de igual manera realiza un análisis del contenido en libros de texto escolares de áreas como matemáticas y sociales.

Como resultados se muestran que los errores se evidencian en alumnos pertenecientes a cualquier nivel educativo, por lo cual, se invita al docente a la reflexión sobre la forma de enfrentar la docencia.

Por otro lado, se indica que los libros de texto o manuales especializados, son recursos que utilizan tanto los docentes como el alumnado, por lo que es importante que estos ofrezcan una visión completa de la disciplina, sean actualizados enriqueciendo y beneficiando la enseñanza y aprendizaje de conceptos biológicos.

Entre otras conclusiones, se resaltan las que se muestran a continuación, puesto que son los aportes principales para la presente investigación:

“el concepto de población puede ser empleado como eje conector de disciplinas. El uso de estadística de ejemplos y actividades en los que la población y la muestra sean con mayor frecuencia diversos seres vivos” (Jiménez, 2009, p.185)

Por último, se reconoce que este antecedente será base fundamental para el desarrollo de esta investigación, puesto que, es un trabajo completo desde aspectos disciplinarios como didácticos en la biología, por otra parte, es una experiencia que permite validar la aplicación del cuestionario de Berzal Pedrazzini (1993) como actividad de diagnóstico.

Durante esta indagación de trabajos realizados por otros autores, surge la importancia de examinar algunos errores, obstáculos o dificultades que se pueden presentar en los alumnos desde la implementación de la legislación educativa o modelos de enseñanza, para ello se aborda el artículo presentado por Benito (2009), ***Debates en torno a la enseñanza de las ciencias***. El cual tiene como objetivo analizar los avances de la didáctica de las ciencias presentando algunas consideraciones frente a las posturas de los modelos de enseñanza.

Este documento se realizó bajo la revisión de diferentes referentes bibliográficos, abarcando cada una de las posiciones de los diversos autores como Pozo y Gómez (1998), Porlán y García (1900), García (1994), Wertsch (1993), Arnay (1997), Chi (1994), Morin (1997), entre otros.

Desde el cual se concluye que la enseñanza de las ciencias abarca aspectos académicos, cotidianos, desde las experiencias por parte del alumno como del profesorado; frente a la didáctica de las ciencias han existido diferentes posiciones que se representan en dos posturas: Una como la analogía entre conocimiento cotidiano y científico fundamentada en la premisa “el alumno como científico”, y otra que da lugar a tres modelos didácticos: 1) el modelo del movimiento de las

concepciones alternativas 2) el modelo de cambio conceptual y 3) el modelo de enseñanza por investigación.

De todos los hallazgos que este artículo ofrece, la afirmación respecto a que la educación científica se debe entender como un enriquecimiento del conocimiento del alumno para actuar y comprender mejor el medio, entonces un modelo para la enseñanza de las ciencias debe buscar concordancia con el modo en que construye el alumno su propio conocimiento. De lo cual surgen conclusiones que se resumen en que se debe trabajar la problemática del error, no sólo desde los resultados del estudiante, sino desde las propuestas didácticas por parte del docente, de igual forma, abordar las teorías partiendo desde la experiencia próxima del estudiante, en el que se incluye su contexto inmediato que incluyen aspectos físicos y humanos, de esta forma establecer las relaciones entre el conocimiento cotidiano y científico.

Para esta investigación, el artículo contribuye a sustentar que se debe trabajar desde la implementación de actividades que acerque el concepto biológico desde el conocimiento cotidiano, que el estudiante puede entender desde aspectos prácticos el conocimiento científico. De igual manera, desde el artículo se menciona la postura de Pozo y Gómez (1998) que dice “el problema es precisamente que el currículo de ciencias apenas ha cambiado, mientras que la sociedad a la que va dirigida la enseñanza de la ciencia y las demandas formativas de los estudiantes si han cambiado” por lo cual, se deben implementar estrategias, evitando obstáculos y errores durante los procesos didácticos, puesto que se infiere que el currículo y las propuestas didácticas pueden llegar a ser obstáculos.

El siguiente trabajo consultado es realizado por Totorikaguena (2013), ***Los errores conceptuales y las ideas previas del alumnado de ciencias en el ámbito de la enseñanza de la biología celular. Propuestas alternativas para el cambio conceptual.***

El cual se centra en el estudio de los errores conceptuales en las ciencias biológicas, buscando diferentes estrategias para minimizar estos desde el enriquecimiento de

las ideas previas o preconcepciones de los estudiantes, puesto que, considera preocupante que la mayoría de los errores conceptuales de los alumnos surgen desde sus propias ideas previas, por otro lado, establece una serie de factores comunes como “lo que los alumnos *saben* (ideas previas), *saben hacer* (estrategias de razonamiento), *creen* (concepciones epistemológicas) y *creen que saben* (meta cognición)” abordado desde Campanario y Otero (2000)

Para el desarrollo de este trabajo, se realiza revisión de referentes teóricos, junto con la aplicación de actividades trabajadas desde el tema de célula y tejido animal. De lo cual, surge “la necesidad de crear nuevas estrategias de aprendizaje para poder desplazar las concepciones alternativas y las ideas previas por los conocimientos científicos”, se crean unas pautas y cambio metodológico con el fin de transformar las concepciones erróneas de los alumnos, estas pautas son:

- Identificar las ideas previas
- Cuestionar las ideas de los estudiantes con la ayuda de “contraejemplos”
- Introducir conceptos nuevos
- Uso de material didáctico
- Elaboración de una secuencia de actividades.

La revisión de este trabajo aporta las precauciones que se pueden tener en cuenta al momento del diagnóstico y análisis de productos resultantes durante la etapa de observación, especialmente en el momento de identificar las ideas previas o preconcepciones de los estudiantes frente a los temas biológicos, en este caso, dinámica poblacional.

Para complementar las concepciones frente a lo que puede entenderse por obstáculos, se retoma el artículo publicado por la revista electrónica de investigación en educación en ciencias, realizado por Marzábal, Merino y Rocha (2013) titulado ***El obstáculo epistemológico como objeto de reflexión para la activación del cambio didáctico en docentes de ciencias en ejercicio.***

Teniendo en cuenta que los obstáculos se generan desde el profesor y los contenidos o procesos curriculares, este artículo permite entender y acercarse un poco más a las reflexiones que como docentes se deben generar para cambiar los procesos didácticos y enriquecer a los mismos.

Este trabajo se realizó a partir de la implementación de talleres, actividades y apropiación de espacios de reflexión, presenta una metodología de trabajo docente y análisis de estas implicaciones.

Como conclusión de este trabajo, los autores evidencian que los docentes activan un cambio en su proceso didáctico a partir de las etapas de superación de un obstáculo, las cuales son: localización, fisuración y superación del obstáculo, durante el análisis de los resultados se evidencia que la mayoría de los docentes logra avanzar hasta la etapa de fisuración, si bien, no hubo una superación total del obstáculo, si intentan hacer cambios en sus procesos didácticos en los aspectos explicativos.

Desde este artículo, se aporta a la investigación, que es importante reflexionar en su quehacer docente, en las estrategias y recursos que se han de utilizar durante los procesos didácticos.

2.1.2 Estudios de pensamiento variacional: sistemas de representación o variación en la escuela.

Para avanzar se deben tener en cuenta los aportes realizados desde el pensamiento variacional en la escuela, para ello se han resaltado experiencias en las que se encuentra información tanto de los adelantos realizados desde el pensamiento variacional como también las nociones pertenecientes a éste, incluyendo experiencias al aplicar y analizar sistemas de representación.

Variables, funciones y cambios. Exploración de las nociones que manejan alumnos de una escuela secundaria realizada por Hecklein, Engler, Vrancken y Müller, (s.f).

Este trabajo se realiza a partir del diseño e implementación de una guía de actividades en la cual se indagan las nociones provenientes de los alumnos con respecto a variables y funciones. Surge debido a que

“la matemática resulta una herramienta básica para la comprensión y el manejo de la realidad. A través de la disciplina, las distintas ciencias interpretan los fenómenos físicos y sociales, utilizando métodos cuantitativos y cualitativos (...) los conocimientos matemáticos aparecen constantemente en situaciones que surgen de la vida diaria y también en las relacionadas con las ciencias” (Hecklein, Engler, Vrancken y Müller, s.f)

Es importante que el estudiante sea capaz de reconocer las infinitas posibilidades de una “variable en un intervalo real para investigar como varía la función en dicho intervalo”. De esta manera el alumno podrá emplear el tipo de pensamiento variacional. Esto quiere decir que el estudiante no solo debe reconocer la variación o la interpretación netamente gráfica; al contrario es necesario, que reconozca “un objeto, como el producto final de un proceso” (p.25).

A manera de reflexión o conclusión presenta que aunque los contenidos se desarrollan desde los primeros años de educación formal, las nociones de intervalo, constante, variable, magnitud y variación no son comprendidas y presentan dificultades.

De igual manera se evidencia que para la apropiación en el estudio matemático es necesario analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas cotidianos, de actividad diaria tanto del hombre como las abarcadas desde las ciencias, las cuales tengan relación con fenómenos de cambio y variaciones de la vida práctica.

Uno de los aportes que realizan los autores es evidenciar el uso de tablas y formulas, las cuales generan algunas dificultades por parte de los estudiantes para el respectivo análisis e interpretaciones, de esta manera señalan que los

estudiantes no son reflexivos en los aspectos variacionales al estudiar o aplicar este tipo de representaciones.

Estrategias para potenciar el pensamiento variacional realizado por Amaya, Chaucañés, Escorcía, Medrano, López y Therán, (2009), en cual lo autores pretenden validar estrategias didácticas para el aprendizaje de las matemáticas, relacionadas con el pensamiento variacional.

Este trabajo se realizó con un grupo de octavo grado durante tres etapas: una prueba diagnóstica, intervención en el aula haciendo uso de situaciones problemas, y finalmente la aplicación de una prueba de contraste o prueba final, en la se verifica los avances de los estudiantes.

Como hallazgos y aportes de este trabajo para esta investigación, se resalta que los estudiantes tienden a formalizar y generalizar matemáticamente la situación, haciendo uso de tablas, identificando las cantidades que intervienen en la situación, por otro lado, se evidencian algunas dificultades en cuanto a la determinación de las cantidades (variables y constantes), relaciones de dependencia entre las variables, explicación de procedimiento, y esto se debe a que el tiempo empleado no fue el suficiente para disminuir estas dificultades, por otra parte, sobresale que la implementación de situaciones problemas favorecen los procesos y minimiza las falencias en los procesos, favoreciendo la creatividad producción, interacción, disposición, situándose en el centro del proceso construyendo conocimiento propio del hacer matemático y siendo el sujeto de aprendizaje.

El desarrollo del pensamiento variacional y la formulación de problemas en los grados 2°, 3°, 4° y 9° de la educación básica, por Benjumea, Gallego, Miranda, Montoya y Ocampo, (2007), donde se realiza una revisión de teorías propuestas por Piaget, Vigotsky y Ausubel, de igual manera retoma la propuesta por Gerard Vemnaud con relación al aprendizaje de las matemáticas asociadas a la investigación acción con el fin de indagar sobre los conocimientos previos de los estudiantes, la resolución de problemas y la formulación de los mismos.

Esta propuesta se realiza en cuatro momentos: Observación, diagnóstico, intervención y final, identificando los avances y dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional.

Como resultados y conclusiones se encuentra que la formulación de problemas por parte de los estudiantes es limitada e insuficiente puesto que no reconocen elementos para la construcción de estos problemas, no tiene claridad sobre como diseñarlos y relacionar los datos, lo que permite inferir y a la vez argumentar que al implementar situaciones problemas o problemas, el profesor es quien debe llevar este material ya propuesto para enriquecer el proceso.

Otra conclusión que contribuye a la presente investigación, es reconocer que los estudiantes se encuentran en la capacidad para contextualizar un problema, establecer relaciones entre los datos y su contexto, no hay que olvidar que existen casos particulares que se les dificulte este proceso.

Frente al trabajo que se realiza con respecto al pensamiento variacional, se evidencia que los estudiantes aprendieron a buscar los patrones que hacen posibles las variaciones o cambios, establecieron diferentes estrategias para resolver ecuaciones sencillas haciendo uso de las cuatro operaciones básicas, hay que destacar que los estudiantes favorecen su razonamiento verbal al incorporar lenguaje simbólico matemático.

Esta última conclusión, proporciona una visualización a la presente investigación, teniendo en cuenta las posibles expresiones por parte de los estudiantes al hacer uso de sistemas de representación matemáticas, para la explicación de un concepto, en este caso, un concepto ecológico.

Otro aporte que surge desde esta revisión, son los posibles obstáculos que pueden emerger si los procesos, las indicaciones, el diseño y la formulación de las situaciones problemas no se delinearán de manera clara, puesto que, puede surgir la

confusión entre los estudiantes, generando la falta de motivación en ellos, por la poca comprensión en la aplicación de los problemas.

Por otra parte, se extrae que los estudiantes pueden presentar dificultades al leer, analizar e interpretar gráficos y su capacidad de abstracción es reducida, puesto que se les dificulta la extracción de información a partir de gráficas o contextos no numéricos.

Cabe resaltar que aunque se evidenciaron dificultades y obstáculos, de la misma manera surgen avances tales como:

Al hacer uso apropiado de material concreto en diferentes contextos, esto permite que los estudiantes adquieran conceptos matemáticos trabajados desde estos; como también al finalizar el proceso investigativo e implementar las diferentes actividades se facilita el reconocimiento de los patrones que hacen posibles las variaciones o cambios, implementando operaciones básicas y uso de tipo gráfico, finalmente, enriqueciendo los procesos en el pensamiento variacional.

Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación de una secuencia de actividades. Vrancken, Engler, Giampieri, Müller (2015) pretenden favorecer el desarrollo y pensamiento variacional en estudiantes implementando una secuencia de actividades para analizar aspectos variacionales del concepto de función, permitiendo la construcción de aproximaciones para la comprensión y uso de las funciones como modelos de situaciones de cambio.

A partir de la implementación de la secuencia de actividades se busca resolver las preguntas ¿qué cambia? ¿Cómo cambia? ¿Cuánto cambia?, estas actividades son situaciones diseñadas haciendo uso de representaciones tales como verbales, tabulares, algebraicas y gráficas.

Como conclusión, se relacionan con las dificultades emergentes ante las diferentes actividades propuestas, al momento de identificar variables para la interpretación de

los comportamientos de las gráficas, representaciones y/o modelación matemática. Esto puede deberse a las ideas previas, puesto que los alumnos se les dificulte la identificación de magnitudes variables, correspondencia de conjuntos o la aplicación de fórmulas.

Aunque se presentaron algunos aspectos que limitaron esta secuencia de actividades, al final de la implementación se logra alcanzar una introducción al razonamiento a partir de argumentos variacionales, el análisis del comportamiento en las situaciones aproximándose a los aspectos cualitativos (interpretación de gráficas) y cuantitativos (aplicación de tablas), los cuales direccionan nociones fundamentales para el desarrollo variacional.

Los aportes desde la revisión de este trabajo, se evidencian en los posibles obstáculos y dificultades que se presentan frente a la implementación de situaciones haciendo uso de representaciones, de igual manera, permite consolidar las estrategias y actividades para favorecer el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, desde la comprensión y el abordaje de problemas desde áreas de interés del estudiantado, también trabajar las situaciones desde el ámbito cotidiano.

Introducción a la noción de variación en estudiantes de grado Sexto, realizado por Gómez y Torres (2011), este trabajo tiene la intención de ampliar la noción de variación en estudiantes de educación básica y analizar las estrategias implementadas por estos para dar solución a situaciones problemas de tipo variacional.

Hacen uso de una metodología de tipo cualitativo con el fin de describir, explorar, observar y analizar las actividades y estrategias realizadas por los estudiantes para dar solución a las diferentes situaciones que se presentan por medio de la actividad “el juego del estimador”, y cómo estas responden al enriquecimiento de los procesos variacionales.

Como conclusiones se exalta que la implementación de tipos de representación que logran crear espacios significativos, en los que se puede distinguir la covariación entre las cantidades y sus expresiones. Para ello, muestra una innovación al validar las representaciones gráficas con el uso del software Geogebra.

Además, se confirma que desde el quehacer docente son pocas las actividades diseñadas con el fin que los estudiantes puedan fortalecer el análisis y la interpretación de los fenómenos de variación y desarrollar las nociones de tipo variacional. Por tanto, invita a la reflexión respecto a la implementación de diferentes actividades donde el estudiante aprenda a partir del juego.

Principalmente se quiere enfatizar que este antecedente insiste en promover el estudio del pensamiento variacional desde muy temprana edad, reconociendo las dificultades a partir de la implementación de los métodos y también por parte de los estudiantes al relacionar las representaciones gráficas con respecto a la argumentación o interpretación de la información.

Con el siguiente enunciado se retoma los aportes de este trabajo, donde se evidencia “que el pensamiento variacional no se da de manera independiente, sino en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico y aleatorio) e incluso con otras disciplinas” (p.13).

La función cuadrática como marco referencial para el desarrollo del pensamiento variacional una experiencia con estudiantes de 9° de la institución educativa indígena técnica agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués. Por Hernández, Márquez y Quiñonez (2008) el cual se trabaja en pro del desarrollo del pensamiento variacional destacando las dificultades, inquietudes y avances en los estudiantes frente a las temáticas de variación, modelación, interpretación y análisis de gráficas de la función cuadrática, implementando situaciones problemas. Por otra parte, la metodología es a través de técnicas e instrumentos del tipo descriptivo – interpretativo.

A partir de la propuesta se concluyó que al implementar situaciones problemas para la mediación de conceptos matemáticos, se incrementa la motivación y el interés por parte de los estudiantes, promoviendo el aprendizaje significativo.

Para realizar un proceso adecuado y enriquecedor, las propuestas deben ser diseñadas por el docente promoviendo espacios de confrontación, discusión y análisis, estas deben mostrar al estudiante la importancia y utilidad de los conceptos matemáticos en el contexto cotidiano.

El aporte se condensa desde esta final conclusión

“el inicio y afianzamiento del desarrollo del pensamiento variacional en la escuela, permite a los estudiantes entender aquellas situaciones cambiantes, realizar acciones como predecir, comprobar deducir, formular y generalizar, comprender representaciones gráficas entre cantidades variables; desarrollando así, su manera de pensar y afrontar diversas situaciones que se presenten en su diario vivir, conduciéndola a ser una persona crítica, analítica y reflexiva” (Hernández, Márquez y Quiñonez, 2008, p.82).

2.1.3 Aplicación de modelos matemáticos en el estudio de dinámica poblacional

A partir de la consulta de diferentes documentos se puede evidenciar que las matemáticas han jugado un papel importante en el estudio del conocimiento biológico, a continuación se mostrarán diferentes trabajos realizados desde la aplicación de las matemáticas en relación a la enseñanza de diferentes conceptos disciplinares de la biología.

Los avances propuestos por De la Ossa y De la Ossa- Lacayo, (2010), abordan las relaciones existentes entre las matemáticas y las ciencias biológicas, con su trabajo titulado ***Relación entre la enseñanza de las matemáticas y las ciencias Biológicas***, surge la necesidad de implementar cambios en los modelos de

enseñanza, de esta forma ratificar el valor sobre la modelación como estrategia para explicar los fenómenos naturales.

A partir de esta consulta y como lo mencionan en el documento, se puede evidenciar que la aplicación de las matemáticas en la ecología, inicia a partir de intentar entender el crecimiento poblacional, expresado desde el modelo matemático propuesto por MALTHUS (1798), adicional a esta se retoman otras ecuaciones diferenciales como las postuladas por LOTKA (1925) y VOLTERRA (1926), desde lo cual sustentan que “debe usarse un análisis de sistemas para su comprensión, esto permite que los fenómenos complejos sean divididos en partes elementares o comunes posibilitando la aplicación de métodos cuantitativos” (como se citó en De la Ossa y De la Ossa- Lacayo, 2010, p.168).

Es importante la relación que enuncian entre las matemáticas y las ciencias naturales, en la que se cometen varios errores didácticos, desde la implementación de prácticas monótonas y repetitivas, como el rechazo por parte del estudiante que no encuentra interesante ni aplicable las matemáticas con su realidad y no tiene una correspondencia como vía de explicación científica para conceptos abordados desde las ciencias naturales.

A partir de la revisión bibliográfica en este artículo, se evidencia como aportes, que las matemáticas no pueden perder su valor fundamental, puesto que favorece los procesos demostrativos, racionales y lógicos en la explicación de otros conceptos en el estudio de las ciencias biológicas.

Esta revisión bibliográfica enriquece la justificación, en cuanto, impulsa la enseñanza de las matemáticas para la solución de problemas en las ciencias biológicas, permitiendo evitar la fragmentación de los conocimientos.

Saleme, Berrondo, Navarro, Juarez, (2016), con su trabajo titulado ***Enseñanza de Modelos Discretos en Dinámica Poblacional***. Pretenden mostrar la

argumentación y explicación de la dinámica poblacional a partir de la modelación matemática, haciendo uso de sistemas de ecuaciones.

A partir de diferentes situaciones problemas el documento muestra la modelación del crecimiento poblacional distinguiendo los factores que la afectan, desde esta aplicación se aproxima a la implementación de sistemas de ecuaciones, para simular, organizar y analizar las variables, permitiendo al estudiante acceder a la construcción del conocimiento desde los problemas de la cotidianidad.

Es importante mencionar que la experiencia se enriquece por el uso de software, con el cual se registran y grafican los resultados de los distintos problemas propuestos.

De esta experiencia se concluye que la enseñanza de los sistemas de ecuaciones durante la aplicación de situaciones problema abordando la dinámica de poblaciones, favorece la interpretación y el análisis de los resultados, puesto que, se hace desde la comprensión de situaciones cotidianas o aproximadas a la realidad.

Se encuentra significativo desde este artículo, el aporte que para la explicación de conceptos Biológicos como matemáticos, pueden implementarse relaciones entre estos, enriqueciendo los procesos analíticos, argumentativos y de interpretación.

La siguiente propuesta es trabajada por Bejarano, (2005), **Modelos de simulación para el estudio del crecimiento poblacional exponencial**, la cual quiere establecer la estrategias didácticas en la enseñanza de sistemas ecológicos, desde la cual se aplican modelos de crecimiento poblacional. En este sentido, el trabajo se realiza a partir de la implementación de actividades abordado desde la aplicación del juego del *frijolero*, para el análisis de variables (tiempo / número de individuos) y uso de tablas de datos.

Como conclusión se infiere que la didáctica de la ecología y los sistemas ecológicos deben ser afrontados desde estrategias, representadas desde modelos

conceptuales, matemáticos y estadísticos, generando el análisis de características y tendencias de la dinámica poblacional.

Con este artículo se puede enriquecer la presente investigación teniendo en cuenta que los procesos estudiados en la dinámica poblacional pueden ser explicados desde el uso y aplicación de los modelos matemáticos para ampliar la conceptualización de crecimiento poblacional y entender sus tendencias, características y comportamientos.

2.2 MARCO TEORICO

2.2.1 Enfoque Disciplinar

En este apartado se expondrán los conceptos claves a tener en cuenta durante el desarrollo de esta investigación, con objeto de dar fundamento para la evidencia de errores, dificultades y obstáculos emergentes durante el proceso didáctico en la enseñanza de la dinámica poblacional con relación al pensamiento variacional en un grupo de estudiantes.

Para esta investigación se han tenido en cuenta conceptos claves, los cuales se expondrán a continuación en diferentes categorías.

La relación entre las matemáticas y el desarrollo de la biología, han permitido validar y matematizar fenómenos naturales – biológicos. A continuación se expondrán diferentes autores que permiten confirmar esta relación disciplinar.

Como lo Afirma Batschelet, (1971)

Hace pocas décadas las matemáticas desempeñaban un modesto papel entre las ciencias de la vida. Sin embargo, hoy son aplicados en biología y medicina una gran variedad de métodos matemáticos. Prácticamente cualquier procedimiento matemático es utilizable en física, química e ingeniería y la economía ha encontrado también una importante aplicación en las ciencias de la Vida. (p.3)

Las matemáticas sin lugar a dudas han ganado un puesto importante durante el recorrido histórico, desde la validación, demostración, construcción de verdades estoicas, por lo tanto, el estudio de cualquier área desde la aplicación de los sistemas matemáticos permitirán ampliar la capacidad de reflexión y análisis lógico, en este sentido, puede establecerse que la relación entre estas ciencias juega un papel importante para la construcción del conocimiento científico, como lo menciona Rodríguez, (2011) que:

La matemática y la biología son denominadas muchas veces la pareja ideal. La biología ocupa un lugar esencial en el desarrollo científico mundial. Los comienzos del siglo XXI están siendo años de muchos éxitos de la biología; esto se debe a que se desarrollan los mayores estudios en métodos cuantitativos que describen, explican y analizan los procesos biológicos; interviene aquí la estadística en muchos fenotipos que necesitan de probabilidades, análisis de varianza y pruebas de hipótesis (...)

La Matemática tiene gran aplicación en estudios de los procesos dinámicos biológicos y abarcan todas las áreas de la biología. Desde esta perspectiva, líneas de investigación prometedoras se realizan en campos tan diversos como la respuesta inmune, las interacciones genéticas en el desarrollo temprano, la regulación metabólica, la quimio taxis, las pautas epidémicas, las dinámicas de la población y ecosistemas, las redes catalíticas, los ritmos fisiológicos, la actividad cerebral, las correlaciones existentes en las bases nucleótidos del ADN; entre muchos otros retos de la matemática. (...) los modelos matemáticos son una de las herramientas que se utilizan para el estudio de problemas relacionados con la medicina como la: biología, fisiología, bioquímica, farmacocinética; sus objetivos primordiales son de demostración, enumeración, representación, explicación y predicción de fenómenos en dichas áreas. (p.42).

Estos tipos de pensamientos han ampliado las perspectivas y cambiado formas de ver lo vivo, la vida y todo aquello que puede abordar las ciencias biológicas, Stewart (2011), muestra la importancia de esta relación “el modo de pensar matemático se está convirtiendo en una pieza estándar del conjunto de herramientas que usa la biología: no sólo un modo de analizar los datos sobre los seres vivos, sino un método para entenderlos”; desde este aspecto se retoma la importancia por la cual surge esta investigación, continuamente se han propuesto nuevas teorías o representaciones matemáticas para potenciar los estudios biológicos.

En principio a esta investigación y para centrar las perspectivas que se pretenden fundamentar desde estos autores, se está en total acuerdo con lo que Cañada (1999), afirma

Muchos problemas planteados en biología crean la necesidad de descubrir nuevas teorías matemáticas, o de potenciar y desarrollar las ya existentes. Recíprocamente, el tremendo desarrollo de la investigación básica en matemáticas hace posible el estudio de problemas cada vez más complejos

de la biología (...) a través de una descripción general de algunos modelos originados en dinámica de las poblaciones, y del uso de métodos del análisis matemático en el estudio de los mismos. (p. 3)

Por lo tanto, se retoma de los diferentes autores consultados que es indispensable el trabajo de las ciencias de manera interdisciplinar, permitiendo enriquecer los procesos en el estudio de las ciencias biológicas desde la aplicación de las teorías y modelizaciones matemáticas, para mayor comprensión se infiere que las representaciones matemáticas facilitan los procesos analíticos, lógicos y de esta forma comprende las dinámicas y los cambios en los sistemas vivos.

Después de alcanzar la importancia de las relaciones entre las aplicaciones de las matemáticas en el estudio de la biología, es necesario aclarar cuál será el pensamiento matemático que se va abarcar durante esta investigación. Por tal razón, se expondrán a continuación las diferentes concepciones por distintos autores y los planteamientos por parte de las entidades encargadas en educación del país que se tiene frente al desarrollo del pensamiento variacional.

Teniendo en cuenta la legislación educativa para el desarrollo de esta investigación, se consultan los aportes realizados desde los lineamientos curriculares, en un primer momento se revisa el área de matemáticas para complementar con lo expuesto en los lineamientos del área de Ciencias naturales, se evidencia que:

El pensamiento variacional se propone para analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentra como sustrato de ellas. En esta forma se amplía la visión de variación por cuanto su estudio se inicia en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes. (MEN, 1998, p. 49).

Entre los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la instruccional (programación), la mecánica (molinos), las fórmulas y las expresiones analíticas. (MEN, 1998, p. 50).

En los lineamientos curriculares establecidos para el área de ciencias naturales, el pensamiento variacional no se resalta como dicho pensamiento, sin embargo, es indispensable una aplicación del conocimiento matemático.

La matemática y la lógica son “instrumentos” que se ponen al servicio del conocimiento del mundo. Para el matemático y el lógico son en cambio construcciones científicas que constituyen el objeto mismo de su actividad científica. En este sentido pues, las ciencias pueden ser divididas en dos grandes grupos: las ciencias factuales y las ciencias formales (...) el conocimiento matemático surge de la necesidad de entender el mundo que nos rodea y todo desarrollo matemático debe guardar relación con su origen para no perder su sentido (MEN, 1998, p. 68 - 72)

Frente a los Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales, se evidencia que:

No es posible pensar en aprendizajes auténticos en ciencias que no signifiquen relaciones profundas y armónicas con otras áreas cómo las matemáticas y el lenguaje. Así, por ejemplo, el desarrollo científico implica el uso de las matemáticas como sistema simbólico que permite cuantificar y construir modelos sencillos de los fenómenos y eventos que se observan, además de utilizar ciertas habilidades numéricas que hacen parte del método científico como son la recolección y organización de datos cuantificables, el análisis de dichos datos con base en la estadística y la probabilidad, etc... (MEN, 2006, p.15).

Lo que permite mostrar que la enseñanza científica está ligada y se enriquece cuando se abarcan procesos para la construcción de un pensamiento matemático, especialmente enfocado en el tipo variacional, el cual está caracterizado por dos elementos interrelacionados como lo son el cambio y la variación.

Es preciso mencionar los planteamientos a trabajar dependiendo del grupo de estudiantes en el que se realizara la aplicación de la investigación y para ello se resalta lo que se encuentra en los estándares

- *Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).*
- *Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.*

Se puede distinguir la necesidad que surge para la comprensión de los conceptos biológicos desde la implementación del pensamiento matemático en la escuela, y cuya área de conocimiento enriquece los procesos educativos desde el análisis, e interpretación de sistemas de representación.

A partir de este momento se hará una exhibición de los aportes de autores que abordan el concepto de pensamiento variacional en relación con autores que definen el concepto de dinámica poblacional, reconociendo los aportes de estos y evidenciando los aspectos que complementan las diferentes definiciones o concepciones.

Morlans (2004) afirma que la dinámica de poblaciones “analiza las consecuencias de los elementos demográficos. Puesto que la población es una entidad que está sujeta a cambios, interesa conocer no sólo su volumen y composición en un momento dado, sino también el modo en que está cambiando” (p. 3)

Por otro lado, Dolores, Guerrero, Martínez y Medina (2002) retoman que

De acuerdo con el Dr. Cantoral, el pensamiento variacional es parte del pensamiento matemático avanzado y comprende las relaciones entre la matemática de la variación y el cambio por un lado y los procesos del pensamiento por el otro. Implica la integración de los dominios numéricos, desde los naturales hasta los complejos, conceptos de variable, función, derivada e integral, así mismo sus representaciones simbólicas, sus propiedades y el dominio de la modelación elemental de los fenómenos del cambio. (p. 73)

En ambas definiciones se puede apreciar que está ligado a las situaciones de cambio, desde el aspecto biológico es el conocer: qué está cambiando, cómo está cambiando, lo cual se interpreta desde la aplicación de sistemas de representación o representaciones simbólicas, extraídos de un aspecto matemático.

Para afianzar las concepciones de pensamiento variacional se destacan los autores Posada y Obando (2006)

El pensamiento variacional, como su nombre lo indica, pone su acento en el estudio sistemático de la noción de variación y cambio en diferentes contextos: en las ciencias naturales y experimentales, en la vida cotidiana y en las matemáticas mismas. (...) El estudio de los conceptos, procedimientos y métodos que involucran la variación, están integrados a diferentes sistemas de representación - gráficos, tabulares, expresiones verbales, diagramas, expresiones simbólicas, ejemplos particulares y generales – para permitir, a través de ellos, la comprensión de los conceptos matemáticos. De esta manera, se hacen significativas las situaciones que dependen del estudio sistemático de la variación, pues se obliga no sólo a manifestar actitudes de observación y registro, sino también, a procesos de tratamiento, coordinación y conversión. (Como se citó en Gómez, 2015, p.6).

Hasta este punto se exaltan los aportes de Rodríguez (2011), Posada y Obando (2006), citados por Gómez, (2015), cuando coinciden que existe una constante relación entre el pensamiento variacional y el estudio de procesos dinámicos biológicos, ambos autores enfocados para la construcción de conocimiento científico, es valioso rescatar que los autores han llegado a conclusiones similares trabajando desde diferentes áreas, desarrollado de manera interdisciplinar.

Cabe resaltar que el estudio de esta investigación se centra en la enseñanza de la dinámica poblacional, por lo tanto, al seleccionar el pensamiento matemático variacional como enfoque matemático, no es coincidencia, puesto que como lo expresa Vasco (2006):

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionan sus variables internas, de tal manera que varíen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados en la realidad (p. 6)

Otra contribución para entender que es pensamiento variacional, y cuál es su importancia en esta investigación es lo postulado por Gómez, (2015)

El pensamiento variacional apunta a la obtención mental de relaciones y patrones que presentan las variables que covarían entre sí. Entonces es relevante que un individuo reconozca en diferentes situaciones: lo que cambia, lo que permanece constante y los patrones que se presentan en esos procesos (...) es importante que los procesos de cambio y variación de un fenómeno se expresen por medio de gráficas, tablas, representaciones icónicas, verbales, gestuales entre otras. (p.11)

Recordemos que “la dinámica de poblaciones es el estudio de la vida del ente o unidad viviente que denominamos población (...) trata de describir y cuantificar los cambios que continuamente ocurren en la población” (Csirke, 1989, p. 2)

En este sentido, el pensamiento variacional al ser utilizado para la comprensión de los cambios en los sistemas biológicos permitirá una mayor comprensión, interpretación y análisis de estos, evidenciados desde los diferentes sistemas de representación matemáticos de esta manera obtener como resultados cambios en los procesos cognitivos de nuestros estudiantes.

Al involucrar los sistemas de representación del pensamiento variacional y el estudio de la dinámica poblacional se quiere resaltar que ambos pueden permitir la construcción de un pensamiento integral entre estas, evaluar la similitud y el complemento que surge entre ambos, para esbozar esta idea se destaca lo que afirma Ramírez (2005), para comprender el concepto de dinámica poblacional

Son las variaciones experimentadas por las poblaciones a través del tiempo, además de evaluar su estructura social, clases de edad, y distribución de sexos (...) confiere conceptos de gran importancia en la ecología, a la vez que aporta las bases de la existencia y la permanencia de los organismos vivos y de sus relaciones intra e interespecificas; además, resulta de inmensa utilidad para estimar el crecimiento poblacional de una única especie. (p. 1)

Desde lo anterior, el complemento existente se resalta según Acosta (2004), “el pensamiento variacional es la capacidad para dar sentido a las funciones numéricas y manejarlas en forma flexible y creativa, para entender, explicar y modelar situaciones de cambio, con el propósito de analizarlas y transformarlas” (p. 112)

Por tanto, el pensamiento variacional está entendiendo, transformando y aplicando desde situaciones biológicas, en las que emerge una constante complementariedad entre estos dos aspectos matemáticos y biológicos.

Para dar una definición en la que se pueda complementar las diferentes concepciones por los distintos autores sobre pensamiento variacional (PV), se resalta la definición utilizada por Caicedo y Díaz (2012)

El PV, como un tipo de pensamiento matemático, es un pensamiento relacional que está dirigido al análisis de la covariación de un sistema, de una situación o de un fenómeno en general. Es un pensamiento orientado a reconocer qué, cómo y cuánto varían tal sistema, situación o fenómeno, con el fin de lograr su comprensión, descripción, representación y/o modelación en distintos sistemas o registros simbólicos, sean verbales, icónicos, tabulares, gráficos y/o algebraicos. Se pone en evidencia al reconocer y conceptualizar formas, al comunicar argumentos y utilizar estrategias que involucren el uso de recursos, maniobras, ideas, técnicas y/o explicaciones que de alguna manera reflejen y expresen el reconocimiento cuantitativo y cualitativo de la variación y el cambio en el sistema u objeto que se esté estudiando.

2.2.2 Enfoque Didáctico

En un contexto científico se ha considerado la construcción del conocimiento desde la superación de obstáculos epistemológicos, por lo tanto, se pretende establecer el carácter funcional de los obstáculos dentro de los procesos didácticos, aunque en la educación tradicional el obstáculo se ha confundido con los errores, los cuales han sido asumidos como actos que se debe evitar, al contrario de la educación constructivista establece diferencias entre los errores y los obstáculos.

Según Bachelard (1976: 20), citado por Mora (2002), existen cinco diferentes tipos de obstáculos a identificar

- La experiencia básica o conocimientos previos

- El obstáculo verbal
- El peligro de la explicación por la utilidad
- El conocimiento general
- El obstáculo animalista

Estos han sido propuestos por Bachelard (1976) para la comprensión de las ilimitaciones o impedimentos que presentan los estudiantes al construir el conocimiento real o empírico, lo que genera que los conocimientos no se adquieran de una adecuada, reduciendo su proceso de aprendizaje. (Como se citó en Mora, 2002, p.2).

Aunque la preocupación de la existencia de los obstáculos epistemológicos no es únicamente retomada por Bachelard, es importante mencionar una vez más a Brousseau (2001) quien conceptualiza el obstáculo epistemológico realizando un distanciamiento aún más claro con respecto al error. En este sentido, Brousseau (2001) indica que los obstáculos epistemológicos se dan a causa de entender que “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o inadecuado”, de lo que se puede inferir que el autor no describe solamente al resultado de conocimientos erróneos, puesto que toma en cuenta todo tipo de factor que afecta la construcción de conocimiento.

Brousseau revisa las condiciones para ser considerado un conocimiento como obstáculo, las cuales, permitieron a su vez diferenciarlo del concepto de dificultad, estas son:

- Un obstáculo es un conocimiento
- Un obstáculo tiene un dominio de “Validez”
- Un obstáculo resiste y reaparece
- Un obstáculo es constitutivo del saber.

Brousseau (2001) propone una *arqueología de los obstáculos*, estableciendo diversos orígenes a partir del desarrollo y la incursión cultural del sujeto, tales como:

- Ontogénico: relacionado con las limitaciones del sujeto en algún momento de su desarrollo.
- Didáctico: aquellos que surgen durante el proceso de enseñanza, selección del tema, o de carácter sociocultural.
- Epistemológicos: son propios del concepto.

Por otro lado, Godino, Batanero y Font (2004) establecen las diferencias existentes entre Error, Dificultad y Obstáculos, para quienes el error es “cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar”, por otro lado, el “término dificultad indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio”, para la comprensión de este término se establecen los índices de dificultad, en los que establecen que si dicho porcentaje es elevado posee un grado de dificultad alta, mientras que, si el porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

Godino, Batanero y Font (2004) establecen diferentes causas de errores y dificultades, tales como:

- relacionadas con los contenidos matemáticos
- que se originan en la organización del centro
- causadas por la secuencia de actividades propuestas
- relacionadas con la motivación del alumnado
- relacionadas con el desarrollo psicológico de los alumnos
- relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores

Vistos estos términos para el desarrollo de la presente investigación, es de carácter apremiante aclarar que los autores Godino, Batanero y Font, (2004), junto con Brousseau tienen enfoques matemáticos, mientras que Bachelard se refiere a un enfoque Biológico.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

El desarrollo del trabajo de grado se realiza desde el paradigma explicativo, teniendo en cuenta aspectos de la investigación correlacional determinando la variación de las categorías de análisis e interpretación. Es considerable la aplicación de diferentes técnicas de recolección de información, sin necesidad de fijar una sola; durante el desarrollo de las sesiones de clase se emplean técnicas diferentes sobresaliendo la técnica de la observación, la interacción entre estudiante – maestro, registro y uso de cuaderno, esto con el fin de conocer la realidad desde una observación tanto directa como indirecta, reconocer las dimensiones que intervienen ya sea desde un ente individual o en relaciones de fenómenos y comportamientos, buscando establecer descripciones, relaciones, explicaciones

reduciendo la subjetividad, por tanto, este se basa principalmente en las investigaciones con resultados cuantitativos obtenidos a partir de las situaciones didácticas.

Se establecen las técnicas para el desarrollo, la recolección y sistematización de los resultados de la investigación:

- Medios audiovisuales (Fotografías)
- Diseño de preguntas para el acercamiento de las diferentes experiencias
- Situaciones didácticas
- Observación participante

El trabajo se desarrolla en tres fases, la primera consta del ejercicio de observación, donde se establece un sociograma reconociendo los posibles focos de distracción y haciendo una descripción del grupo de estudiantes, como también una actividad de diagnóstico apropiando algunos niveles valorativos desde el trabajo realizado por Pedrazzini y Barbera (1993) acerca del conocimiento que los estudiantes poseen acerca del concepto de población; la segunda fase es la Intervención, en la cual, se aplica tres actividades principales con base en la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1999), estas actividades hacen referencia a las situaciones de acción, de formulación y de validación; no obstante, existieron otras sesiones dentro de esta fase, en que se realizan intervenciones de la docente explicando los conceptos ecológicos con relación a las características de la dinámica poblacional, haciendo uso del libro de texto sugerido por la institución y el registro correspondiente en el cuaderno; por último, se realiza el momento de sistematización junto con el análisis respectivo de los resultados.

Es importante informar que la aplicación de las actividades está diseñada en el idioma Inglés, esto se debe que el colegio es bilingüe en el área de Ciencias, así

también, los estudiantes en la mayoría de resultados harán uso del idioma inglés y español para sus respuestas, es decir, que en una sola respuesta utilizan palabras de ambos idiomas.

Para determinar aquellos errores, obstáculos y dificultades presentes en los estudiantes del taller número 2, correspondiente al grado séptimo de Bachillerato, fue necesario conocer la población de estudiantes, la cual consta de 27 estudiantes, entre edades de 12 y 13 años, quienes presentan diferentes actitudes, aptitudes y reacciones ante las situaciones académicas, disciplinares y sociales, dentro de los espacios de clase; por otra parte, la población seleccionada para llevar a cabo esta investigación, se escogió teniendo en cuenta los contenidos ecológicos junto con las competencias matemáticas que se establecen desde los lineamientos y estándares.

3.1 FASE DE OBSERVACIÓN

3.1.1 Sociograma

En el primer momento de esta fase de observación, se realiza la caracterización de los posibles focos de distracción, caracterizando y reconociendo a los estudiantes vulnerables en cuanto a los aspectos de desempeño académico como disciplinar, para ello se diseña de un sociograma, estableciendo convenciones las cuales ubican geográficamente a los alumnos en el ambiente de clase.

En este sentido, se da a conocer las convenciones y sus significados, puesto que, estas características son tenidas en cuenta, para el análisis de los resultados; con las que se permite establecer correspondencias entre las características aptitudinales y actitudinales de los estudiantes con relación a sus resultados.



Su trabajo es mínimo, es foco de distracción, no participa de manera apropiada, no realiza las actividades propuestas.

Realiza las actividades, sin embargo, se distrae con facilidad, poca participación verbal .



Participa de manera apropiada, coherente y oportuna, sin embargo, el trabajo escrito y la presentación de las actividades se le dificulta.



Realiza las actividades de manera autónoma, es responsable, posee actitudes y aptitudes apropiadas.

Figura 1: Caracterización de estudiantes

3.1.2 Actividad de Diagnóstico

Para lograr responder los objetivos propuestos, es importante determinar cuáles pueden ser los posibles errores, dificultades y obstáculos presentes en los estudiantes del taller número 2, para ello, antes de realizar una institucionalización del conocimiento, se debe conocer a partir de un ejercicio diagnóstico que los estudiantes poseen cierto conocimiento frente al tema de población, especie, niveles de organización; teniendo en cuenta lo anterior, y abordando al objetivo específico *Relacionar los errores, dificultades y obstáculos con los procesos de análisis, interpretación y argumentación de los estudiantes del taller número 2 del colegio Montessoriano HLE*, se aplica la técnica de diagnóstico, apropiando algunos niveles que se encuentran en el trabajo realizado por Berzal de Pedrazzini y Barbera (1993), quienes postulan diferentes niveles para la detección de las concepciones que poseen un grupo de estudiantes acerca del concepto de población y su campo conceptual, estableciendo las siguientes categorías:

Han sido ordenadas en forma decreciente desde el nivel A que refleja el planteamiento conceptual más próximo a la ciencia escolar hasta el nivel C, en un continuo en relación con el conocimiento científico del concepto; el nivel D son planteamientos predominantemente antropocéntricos, el nivel E no contesta y F son respuestas incomprensibles o contradictorias. (p.152).

Teniendo en cuenta lo anterior, se aplica el taller de diagnóstico para establecer el nivel de comprensión acerca del concepto de Población, en el cual se formuló las siguientes preguntas abiertas:

- 1) ¿Qué es población?

- 2) Complete el siguiente cuadro

Nivel	Descripción	Ejemplo
	Un solo organismo	
Población		
	Todas las poblaciones de especies que viven en el mismo hábitat e interactúan entre sí	

Diagnostic Activity number 1

- 1) *What is population means?*

- 2) *Which are difference between individual and population?*

- 3) *Complete*

<i>Level</i>	<i>Description</i>	<i>Example</i>
	<i>A single organism</i>	
<i>Population</i>		
	<i>All of the populations of species that live in the same hábitat and interact with one another</i>	

3.2 FASE DE INTERVENCIÓN

En esta fase se responde a los dos primeros objetivos específicos, puesto que, cada situación problema o el conjunto de ellas, están orientadas para realización de estos, es decir, durante la aplicación de las siguientes cuatro situaciones estarán descritos los objetivos a cumplir.

El desarrollo de las situaciones de acción número 1, 2 y 3, se cumple el primer objetivo específico: “*Construir situaciones didácticas en torno al intercambio de energía y materia, al crecimiento poblacional e interacciones interespecíficas e intraespecíficas, para la comprensión de dinámica poblacional*”; cuyas actividades se realizan con base en las situaciones didácticas propuestas por Brousseau (1999), teniendo en cuenta, la tipología de situaciones didácticas, es decir, que son propuestas por el investigador, estas son de tipo de acción, debido a que el estudiante “debe actuar sobre un medio, la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos” (Panizza. s.f.)

3.2.1 Situación didáctica número 1

Las plantas en cada metro cuadrado de un ecosistema obtuvieron 20.810 calorías de energía solar por año. Los herbívoros de ese ecosistema comieron todas las plantas pero obtuvieron sólo 3.370 calorías de energía. ¿Cuánta energía fue aprovechada por las plantas?

Didactic situation number 1

The plants in each square meter of an ecosystem obtained 20,810 Calories of energy from sunlight per year. The herbivores in that ecosystem ate all the plants but obtained only 3,370 Calories of energy. How much energy did the plants use? Show your work below.

Para las siguientes dos situaciones implementa la ejecución de situaciones de acción y formulación, en que el estudiante o grupos de estudiantes formularon “explícitamente un mensaje destinado a otro receptor que debe comprender el

mensaje recibido y actuar en base al conocimiento contenido en el mensaje”; esto con la intención de propiciar una situación de validación, en la que se presenta el ejercicio de aprobar, refutar, y/o “ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas”. Panizza.(s.f.) de igual manera, se hace uso de los sistemas de representación de modo más puntual, evidenciando la realización del segundo objetivo específico de acuerdo a esta investigación, que responde a *Posibilitar espacios de participación de manera asertiva, en el que prime los procesos de análisis, interpretación y argumentación de los sistemas de representación.*

3.2.2 Situación didáctica número 2

Linneo, un gran naturalista del siglo XVIII, calculó que si una planta anual produce tan sólo dos semillas y la plantitas salidas de ellas producen al año siguiente dos, y así sucesivamente, a los treinta años habría millones de plantas descendientes de la planta original (Citado por C. Darwin en El Origen de las Especies) (como se citó en Berzal de Pedrazzini y Barbera, 1993)

Contesta las siguientes preguntas:

¿Qué tuvo en cuenta Linneo para efectuar el cálculo?

¿Cómo crees que debería ser la curva que represente mejor los cálculos de Linneo?

¿Qué factores bióticos y abióticos actuarían en condiciones naturales, impidiendo el aumento indefinido del número de descendientes?

Didactic situation number 2

Linnaeus, a great naturalist of the eighteenth century, calculated that if an annual plant produces only two seeds and the seedlings from them produce the next two years, and so on, at the age of thirty there would be millions of plants disintegrating from the original plant. .. (Quoted by C. Darwin in The Origin of Species)

Answer the following questions:

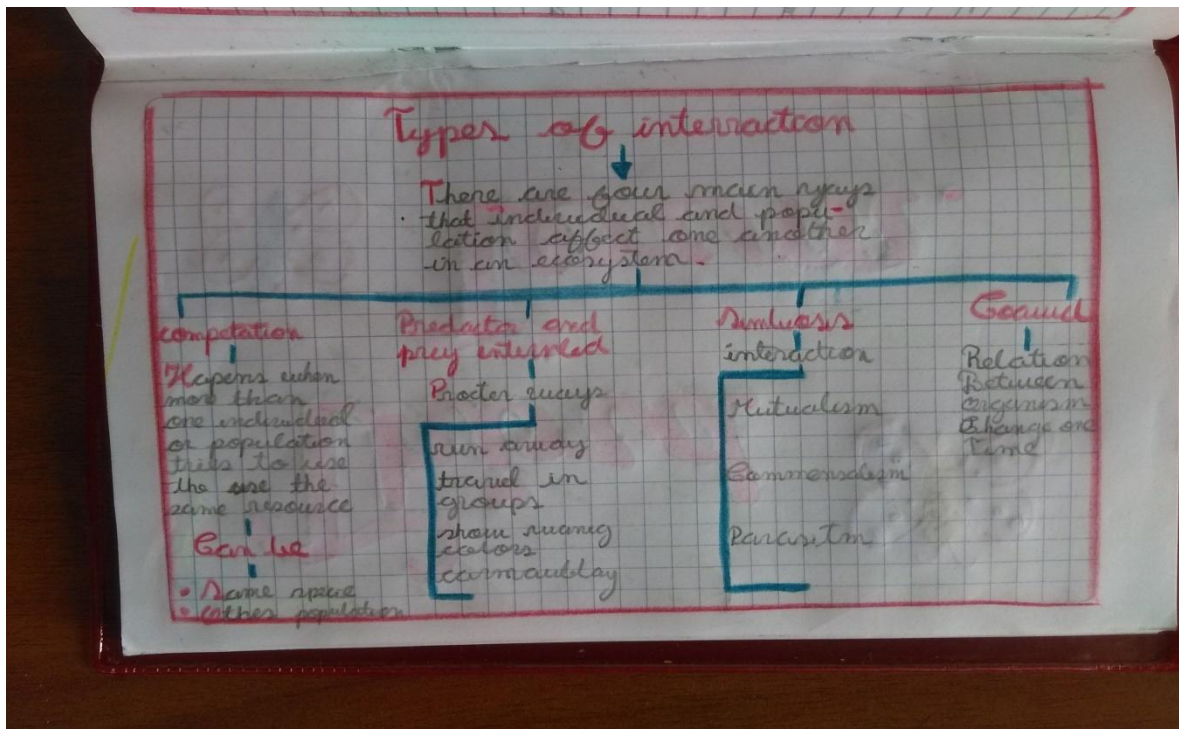
- 1. What did Linnaeus consider to make the calculation?*

2. *How do you think it should be the curve that best represents Linnaeus' calculations?*

3. *What biotic and abiotic factors acted in natural conditions, preventing the indefinite increase in the number of offspring?*

Para la ejecución de la actividad número 3, fue importante dedicar tres sesiones de clase para la conceptualización respecto al tema de comportamientos, relaciones sociales, lo cual se direccionó al concepto de la relación presa-depredador, explicando los comportamientos sociales, la dinámica del crecimiento de una población en relación a la interacción de su depredador (Ausencia - Presencia).

Figura 2: Fotografía sobre tipos de interacciones. Construcciones de estudiantes. (Forero, 2017)



En la actividad de conceptualización, como se observa en la figura # 1, los estudiantes diseñan un mapa conceptual esquematizando los conceptos teóricos vistos durante las sesiones de clase, abordando la definición de interacciones, y los tipos de interacciones como lo son la competencia, relación presa – depredador, interacciones simbióticas y la co-evolución; de esta manera, al proponer la situación didáctica número 3, puedan desarrollar teniendo en cuenta algunas bases conceptuales vistas en las anteriores sesiones de clase.

Durante esta actividad se realiza los tres tipos de situaciones, tales como, acción, formulación y validación.

3.2.3 Situación didáctica número 3

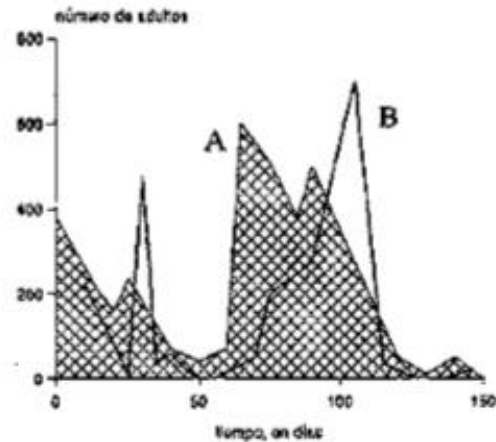
Se realiza los tres tipos de situaciones didácticas, la primera corresponde a la acción, se presenta la situación didáctica a los estudiantes, quienes realizan la lectura estableciendo diferentes argumentos para comprender y explicar; en la segunda situación (formulación), los estudiantes elaboran dedican un tiempo para la elaboración de un argumento estructurado de tipo verbal para explicar la gráfica relacionada al comportamiento de presa-depredador; y por último, realizan la

situación de validación, que consiste en realizar la socialización de sus argumentos y hallazgos.

Observa atentamente la figura que se presenta a continuación. Cada curva muestra las variaciones en el número de adultos de una población, en un cierto tiempo. (Como se citó en Berzal de Pedrazzini y Barbera, 1993)

Organismo A

Organismo B



Responde:

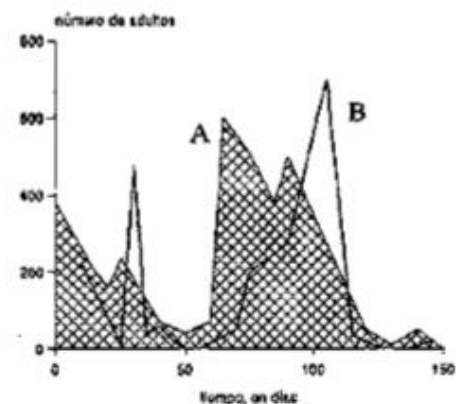
Explica qué organismo (A o B) es la presa y cuál es el depredador. ¿En qué te basas para decirlo?

Didactic situation number 3

Look closely at the figure below. Each curve shows the variations in the number of adults of a population, in a certain time

Organism A

Organism B



Answer

Explain which organism (A or B) is the prey and which is the predator. What do you rely on to say it?

3.3 FASE DE SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Esta fase se realizó con el fin de responder los objetivos específicos tres y cuatro, que corresponden a *Reflexionar sobre los resultados obtenidos durante el proceso didáctico, evaluando y sistematizando los hallazgos respecto a los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes del taller número 2 en el colegio Montessoriano HLE*; también con la intención de *Relacionar los errores, dificultades y obstáculos con los procesos de análisis, interpretación y argumentación de los estudiantes del taller número 2 del colegio Montessoriano HLE*.

Para la ejecución de esta fase, se tuvo en cuenta, los datos recolectados a partir de las fotografías de los diferentes registros en los cuadernos de los estudiantes, como también, la experiencia con los estudiantes durante la observación participativa en cada sesión de clase, y una constante revisión a la caracterización de los alumnos según el sociograma.

Se necesita precisar que para lograr una relación entre los errores, las dificultades y los obstáculos emergentes durante el desarrollo de cada situación didáctica, se realiza una constante revisión a los aportes de Brousseau (2001), Godino, Batanero y Font (2004), Mora (2002). Estos resultados son profundizados en el apartado de discusión de resultados.

CAPÍTULO 4: DISCUSIÓN DE RESULTADOS





4.1 FASE DE SISTEMATIZACIÓN DE RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Durante las diferentes sesiones de clase con la aplicación de las diversas situaciones didácticas fue importante diagnosticar los posibles factores que hacen que los estudiantes evidencien errores, obstáculos y dificultades en la comprensión de estos conceptos, esto con el fin, de responder al cuarto objetivo propuesto en este trabajo de grado que es *Relacionar los errores, dificultades y obstáculos con los procesos de análisis, interpretación y argumentación de los estudiantes del taller número 2 del colegio Montessoriano HLE*

4.1.1 Fase de observación

La actividad de Observación permitió establecer los primeros posibles errores, obstáculos y dificultades, cuyas bases posibilitaron establecer comparaciones entre el momento inicial y el momento final del proceso didáctico de la Dinámica Poblacional.

Para lograr determinar esta caracterización fue fundamental diseñar un sociograma. Teniendo en cuenta las siguientes convenciones:

	Su trabajo es mínimo, es foco de distracción, no participa de manera apropiada, no realiza las actividades propuestas.
	Realiza las actividades, sin embargo, se distrae con facilidad, poca participación verbal
	Participa de manera apropiada, coherente y oportuna, sin embargo, el trabajo escrito y la presentación de las actividades se le dificulta
	Realiza las actividades de manera autónoma, es responsable, posee actitudes y aptitudes apropiadas

Realizando un proceso de observación participativa y la interacción con los estudiantes durante las diferentes sesiones se diseñó el sociograma, para este, se

tuvo en cuenta la participación de los estudiantes, junto con la presentación de actividades de socialización y escritura.

Sociograma taller número 2

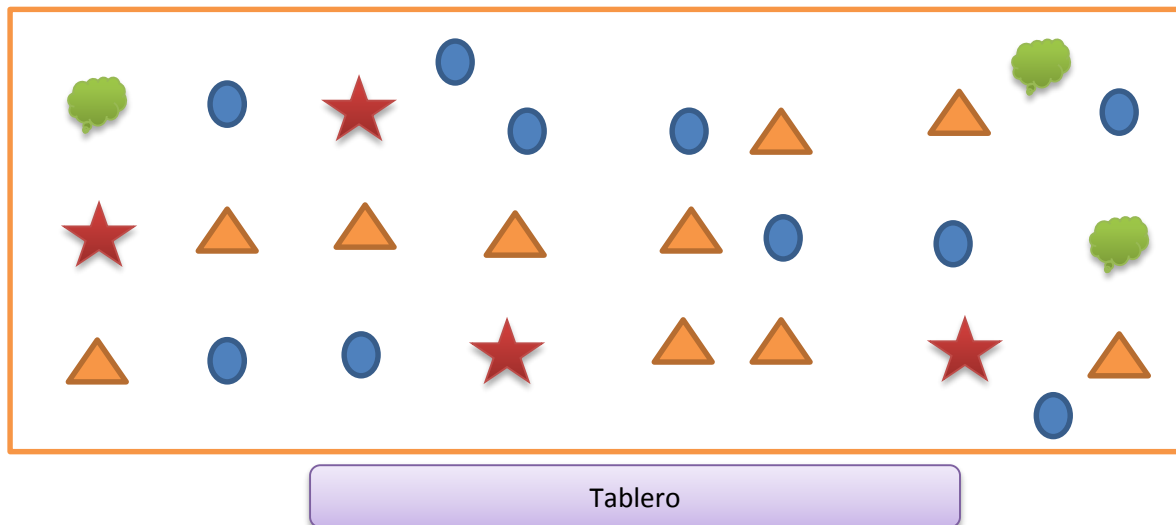


Figura 3: Sociograma

Los estudiantes evidencian habilidades, actitudes y aptitudes para desarrollar las dinámicas de clases, la socialización que realizan los estudiantes es un buen mecanismo de participación para facilitar los momentos de formalización de las diferentes situaciones didácticas planteadas. En esta primera fase, se evidenció la participación de tres estudiantes, dos de ellos pertenecen al grupo representado con el triángulo amarillo, mientras que el tercer estudiante, pertenece al grupo representado por la estrella roja. Durante las primeras sesiones de clase en el mes de febrero estos tres estudiantes, coinciden con la participación frecuente, realizando aportes apropiados a los temas propuestos. Como ejemplo, un estudiante explica las diferencias entre factores bióticos y abióticos, relacionando estos conceptos con el concepto de ecosistema, dice *“the biotic factors are living things and abiotic factors are nonliving, y ayudan a los ecosistemas y animales a vivir”* Estudiante 1; mientras tanto otro estudiante, aclara “los ecosistemas son acuáticos, marinos, terrestres, y aéreos, estos necesitan de agua, y viento”; por otro lado, es importante mencionar que durante los momentos de participación se realizan aclaraciones por parte de la docente, como también en algunos casos, los

estudiantes realizan correcciones pertinentes aportando y enriqueciendo el proceso de socialización, como ejemplo de lo anterior se evidenció cuando se preguntó sobre el concepto de población (Explain the concept population?) Estudiante 2 dice: “población es un conjunto de seres vivos” a lo cual el Estudiante 1 realiza una intervención mencionando que “población es un conjunto de seres vivos pero de la misma especie, no se puede mezclar gatos con perros”, en este sentido, el estudiante 3 dice: “*miss*, los gatos son una población y los perros son otra”

Aunque la socialización fue una característica para diseñar el sociograma, de igual manera lo fue el orden, el proceso lecto escritor, la presentación puntual y oportuna de su material de registro (cuaderno), por tanto, es importante resaltar que existen estudiantes que muestran un trabajo independiente, autónomo e individual, estos mismos, son clave para reforzar las temáticas con aquellos compañeros que tienen dificultades. Esto se evidenció con el caso de dos estudiantes que pertenecen al grupo representado por la estrella roja, quienes durante las sesiones realizadas han colaborado a otros dos estudiantes pertenecientes al grupo representado por el circulo azul y otro al grupo representado con la nube verde.

Por otro lado, existen tres estudiantes pertenecientes al grupo representado por la nube verde que evidencian actitudes y aptitudes que perjudican su disciplina y el entorno del ambiente, aunque estos manifiestan interés en las temáticas desarrolladas en las diferentes sesiones, sus resultados no presentan calidad, coherencia y orden en la presentación de sus actividades; o en repetidas ocasiones se les debe realizar llamados de atención, invitándoles a terminar las actividades propuestas en los tiempos acordados, de igual manera, durante el desarrollo de las actividades, estos estudiantes coinciden en entregar sin terminar las actividades, es importante mencionar que una de ellos, evidencia falencias en su escritura:

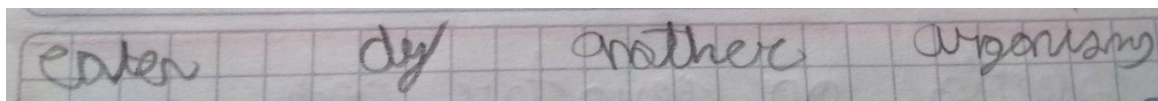


Figura 4: Fotografía donde se evidencia digrafía disléxica. Construcción de estudiante. (Forero, 2017)

En este caso, se estaba realizando la conceptualización del término presa (prey en inglés), esta estudiante hace parte del grupo simbolizado por la nube verde, quien además, posee un nivel de análisis inapropiado, puesto que, al interactuar con ella, sus argumentos son cortos y no presentan mayor claridad, y como se muestra en la figura 4, esta estudiante presenta una posible digrafía disléxica, puesto que, en repetidas ocasiones sus registros evidencian cambio de las letras en las palabras, en este ejemplo, “eaten dy another organisms” cambia una “b” por una “d”, lo que conlleva que su comprensión pueda ser obstaculizada y durante su proceso se evidencien errores y dificultades.

Es preocupante los estudiantes que no participan y sus resultados no generan una construcción de conocimiento analítico, se basan en la transcripción del concepto y realización de la actividad sin alcanzar los objetivos propuestos. Esto se muestra a partir de la revisión de los cuadernos y los momentos de socialización, o la diferente realización de las actividades, puesto que no realizan las actividades propuestas para la fase de intervención como también para la actividad de observación, que se expondrán en su momento.

Por último, podemos indicar que existen cuatro estudiantes pertenecientes al grupo de estrella roja, los cuales realizan las actividades de manera oportuna y apropiada, se debe aclarar que aunque dos de ellos no realizan una participación verbal frecuente, durante los momentos de evaluación verbal se desenvuelven y responden de manera adecuada.

Actividad de diagnóstico

A partir de la aplicación de la actividad de observación basada en lo propuesto por Pedrazzini (1993), se les pregunta a los estudiantes el concepto de población en la primera pregunta, desde lo anterior se modifica y postula los siguientes niveles valorativos:

A: Comprende, explica y ejemplifica de manera clara el concepto de población.

B: Explica sólo desde ejemplos.

C: Explica el concepto desde ejemplos antropocéntricos

D: No contesta

E: Responde de manera contradictoria y confusa

Como resultado de esta actividad se obtuvo los siguientes datos:

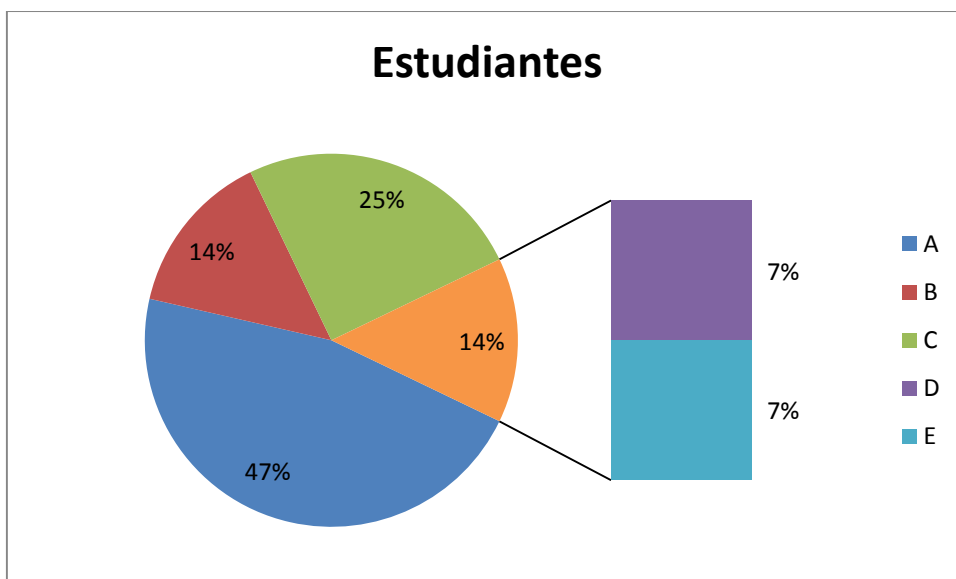


Figura 5: Porcentaje de estudiantes relacionados a los niveles de observación.

De lo anterior se puede mostrar que el 86% de la población comprende el concepto de población, correspondientes a los niveles A, B y C, teniendo en cuenta el término de especie, como también la aplicación de diferentes estrategias para la comprensión del concepto, se evidencian ejemplos antropocéntricos (figuras 6, 7) y relacionados también al reino animal, como se muestra en la figura 8.

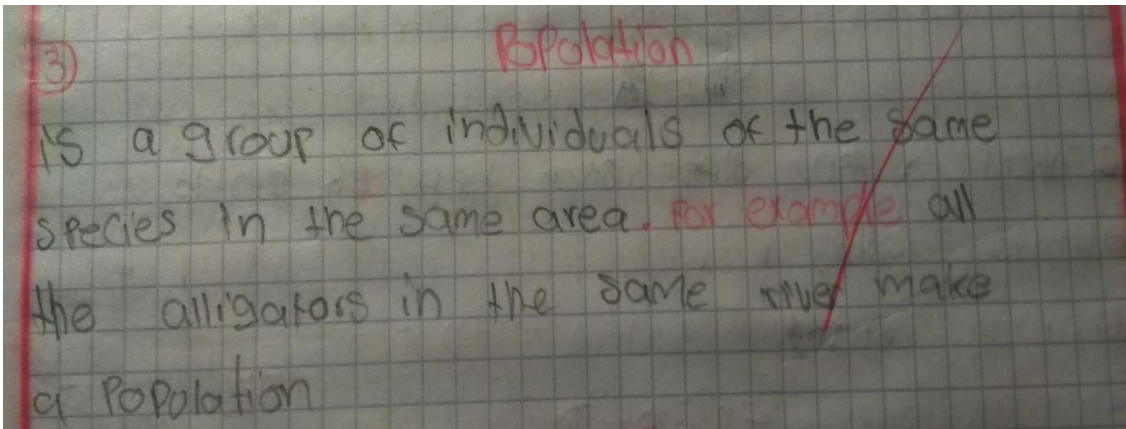


Figura 6: Concepto de población. Construcción de estudiante. (Forero, 2017)

Figura 6: "Población: es un grupo de individuos de la misma especie en la misma área, ejemplo: todos los caimanes en el mismo río hacen una población".

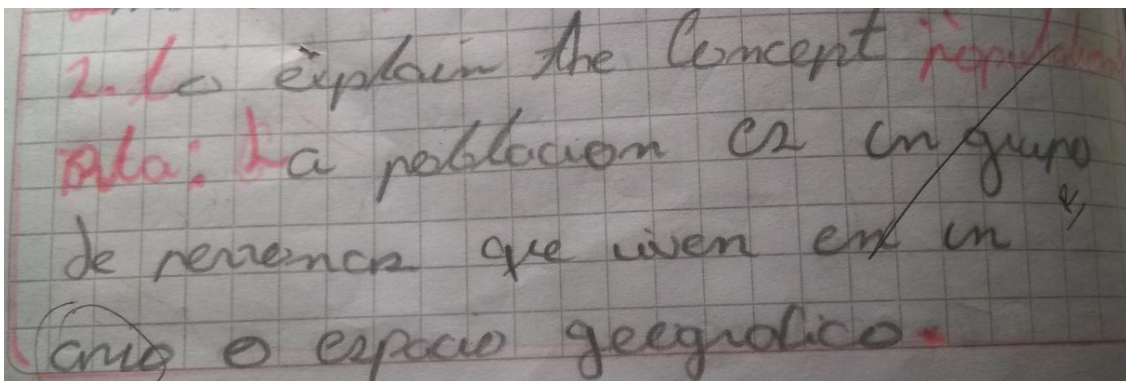


Figura 7: Concepto de población. Construcción de estudiantes. categoría de sociograma Circulo Azul. (Forero, 2017)

Figura 7: "la población es un grupo de personas que viven en un área o espacio geográfico"

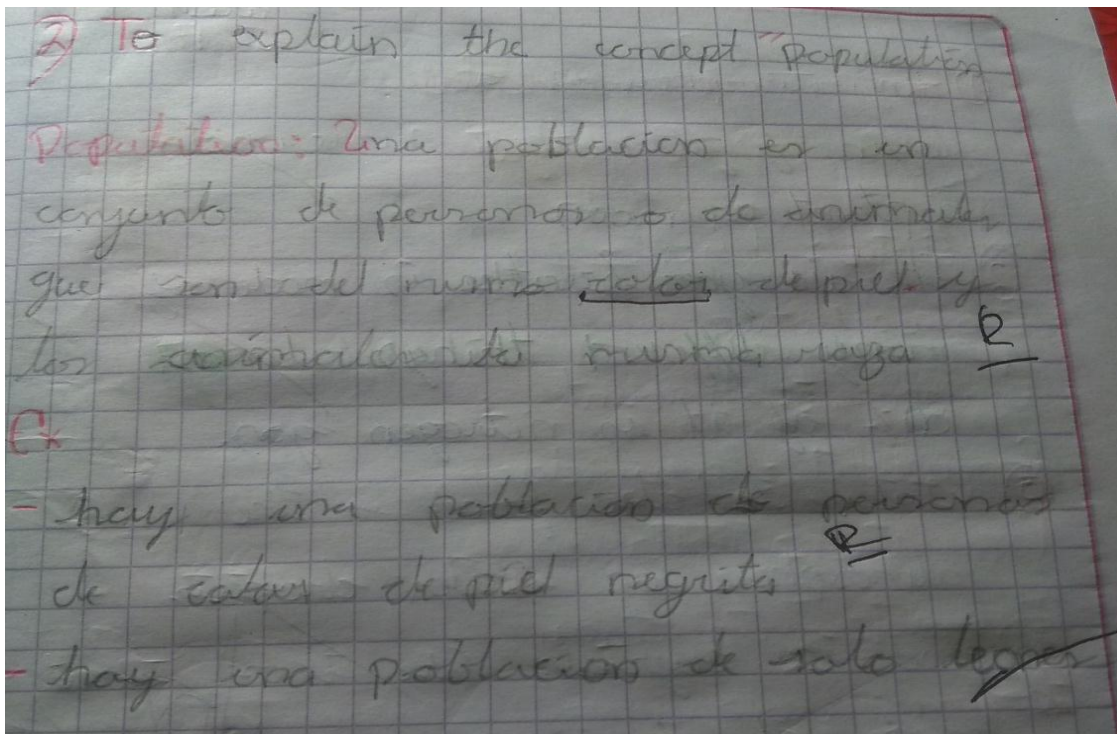


Figura 8: Concepto de población. Construcción de estudiante. Categoría en el socio grama círculo azul. (Forero, 2017)

Figura 8: “Population: Una población es un conjunto de personas o de animales que son del mismo color de piel y los animales la misma raza. Ex: Hay una población de personas de color de piel negra – hay una población de solo leones”.

Estos ejemplos permiten interpretar que los estudiantes presentan un obstáculo animista entendiendo que los estudiantes explican el concepto haciendo uso de su relación con la naturaleza animada, en este caso, su analogía con ejemplos antropocéntricos, como lo menciona Mora (2002), quien retoma el planteamiento realizado por Bachelard, quien afirma que un obstáculo animista emerge cuando “Muchos niños y niñas responden de acuerdo con lo que conocen en su medio más cercano y lo relacionan con características propias de los seres vivos” (p.8)

Por otro lado, se encuentran dos coincidencias significativas en relación a los porcentajes, la primera coincidencia se manifiesta en la cantidad de estudiantes que no contestan, como también aquellos que responden de manera confusa y contradictoria, puesto que tres de estos estudiantes se ubican en la categoría de

trabajo mínimo (categoría de socio grama nube verde), fomentando factores de distracción, no participan de manera apropiada y no realizan las actividades propuestas.

Continuando con el segundo punto de esta primera fase de observación, el diseño de un cuadro comparativo permite asemejar la capacidad que poseen los estudiantes para diferenciar el concepto y la representación gráfica entre los niveles de organización ecológicos Individuo, Población y Comunidad, de lo cual surgieron los siguientes niveles:

A: Diferencia, explica y ejemplifica de manera clara o a partir de ejemplos los conceptos de individuo, población y comunidad.

B: Conceptualiza y ejemplifica el concepto de Individuo (especie), pero confunde el concepto de población o comunidad.

C: No conceptualiza, explica solo desde ejemplos.

D: Responde de manera confusa relacionando los factores bióticos u otros o son respuestas contradictorias

E: Refiere exclusivamente a los seres humanos y población Humana

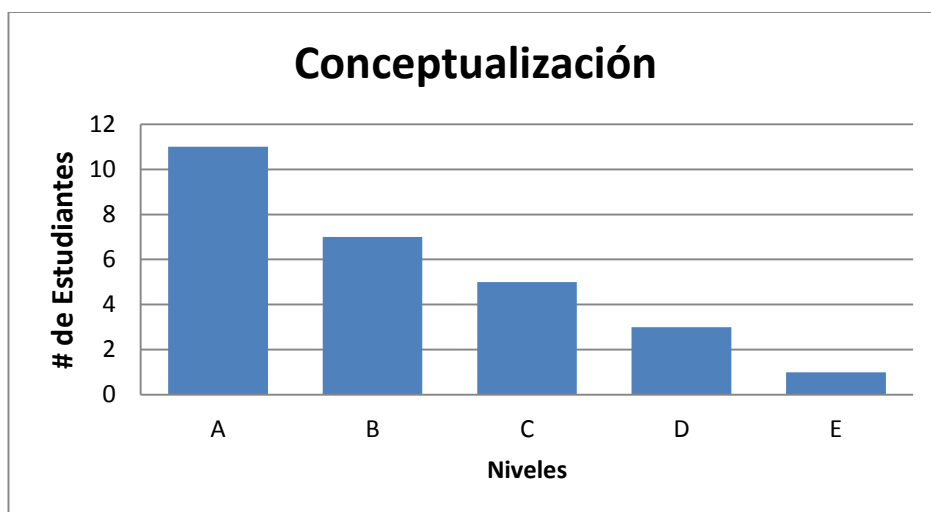


Figura 9: Distribución de estudiantes relacionados a los niveles de diferencias entre conceptos.

El análisis de estos resultados permite entender algunas comprensiones que manifiestan los estudiantes al explicar y ejemplificar el concepto de población, haciendo uso adecuado del término especie, se encuentran evidentes algunos obstáculos de tipo epistemológico, ontogénico, didáctico, o dificultades relacionadas con el contenido matemático, organización, motivación, desarrollo psicológico o falta de dominio de los contenidos, entre otros, que afectan el proceso, puesto que esta actividad, se lleva cabo, desde el diagnóstico de las ideas o conceptos previos, los cuales se expondrán con mayor claridad en los diferentes análisis expuestos a continuación.

En este sentido, se muestra que existe una población significativa que comprende el concepto población (11 estudiantes), sin embargo, la conceptualización la realizan desde diferentes estrategias, es decir, hacen uso de ejemplos, representaciones gráficas o la definición propia con sus palabras, se quiere decir con esto, no todos los estudiantes utilizan términos como *especie* para lograr comprender y explicar el concepto de población, solo seis estudiantes de estos explican y realizan de manera adecuada una diferencia y conceptualización de los conceptos haciendo uso del término especie (*specie*).

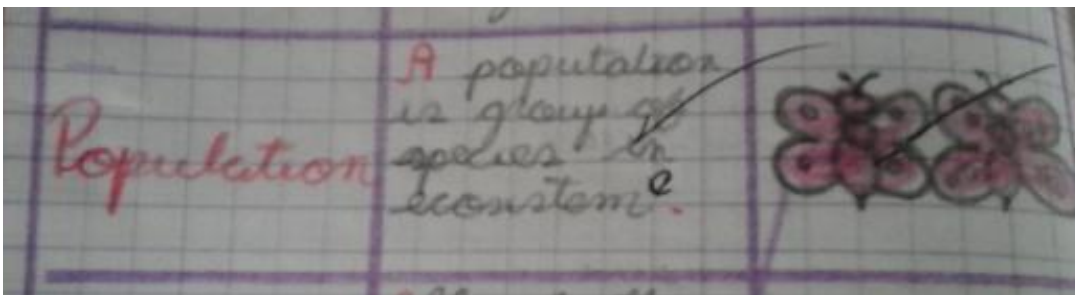


Figura 10: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante categoría Estrella roja. (Forero, 2017)

Figura 10: “Población: Una población es un grupo de especies en ecosistema”.

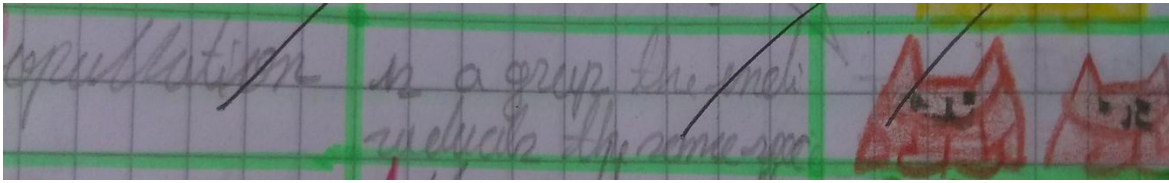


Figura 11: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante categoría Estrella roja (Forero, 2017)

Figura 11: “Población: es un grupo los individuos de la misma especie”

Como se mencionó anteriormente, fueron 6 estudiantes quienes involucraron el término especie para la definición de población, sin embargo, existieron otros cinco estudiantes que no hicieron uso de este término, sin embargo, hacen entender la comprensión del concepto población, aplicando otra herramienta como son los sistemas de representación, en este caso, el dibujo, como se ve en la figura 12:

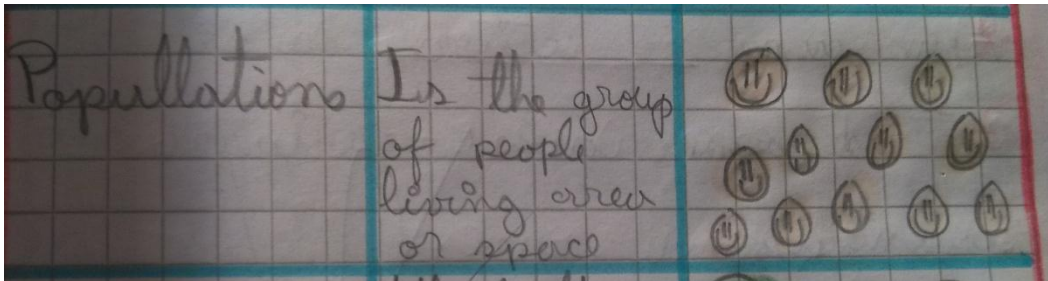


Figura 12: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante categoría. Triangulo amarillo. (Forero, 2017)

Figura 12: “Población: Es el grupo de personas viviendo en área o espacio”

El análisis de las evidencias en esta actividad, permite reflexionar frente al desconocimiento de la terminología implementada en los conceptos ecológicos, ya que son escasos, por ende, los estudiantes no hacen uso de ello como se puede apreciar en la figura 13, emergiendo un obstáculo de origen didáctico, esto se basa según Brousseau al hacer referencia de aquellos obstáculos que surgen durante el proceso de enseñanza, selección del tema, o de carácter sociocultural, en este sentido, los resultados de algunos estudiantes ya sea que estos expliquen de manera apropiada o confusa, son de origen didáctico, ya que los estudiantes reciben la misma información en el mismo tiempo y espacio, sin embargo, su proceso de

asimilación y apropiación del concepto difiere uno con otro; para identificar que obstáculo emerge según los resultados también se retoma a Bachelard (1976:20), como se cita en Mora (2002), quien plantea obstáculos epistemológicos, entre estos está el Obstáculo que hace referencia a El conocimiento general que emerge en los resultados de los estudiantes de la categoría B y C, puesto que los que dieron respuesta lo hicieron de manera generalizada, permitiendo que el concepto pierda un figura definida y clara, las construcciones que realizaron los diferentes estudiantes de estos grupos tienden a confundir los términos entre población y comunidad, o entre población y ecosistemas, puesto que la construcción del concepto no tiene en cuenta los detalles y aspectos esenciales de la definición a estudiar.

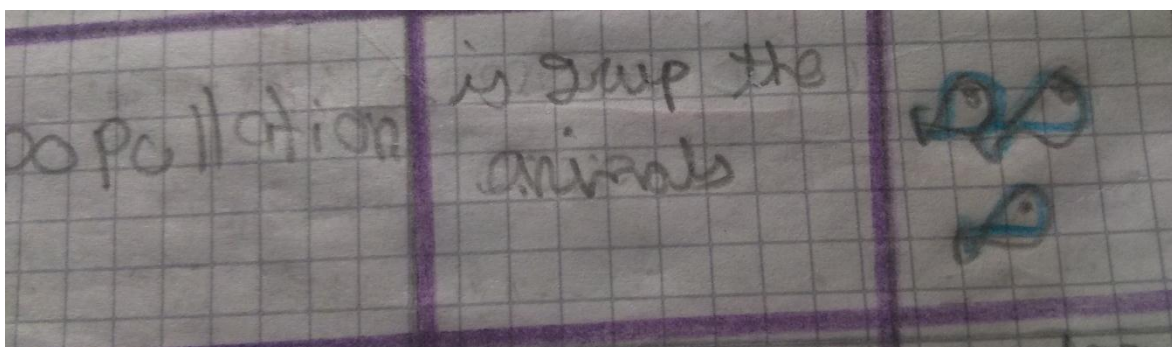


Figura 13: Definición y diagrama del concepto población, cuadro comparativo. Construcción de estudiante, categoría Nube verde. (Forero, 2017)

Figura 13: “Población: Es grupo los animales”

También se puede analizar la categoría C, donde se ubican los cinco estudiantes que no realizaron una conceptualización clara, o pretenden dar respuesta haciendo uso únicamente de una palabra, término y/o representación, emergiendo un obstáculo verbal, véase la figura 13, como lo menciona Mora (2002) “este obstáculo es la falsa explicación lograda mediante una palabra explicativa. Una sola palabra o una sola imagen constituye toda la explicación del concepto” (p.10)

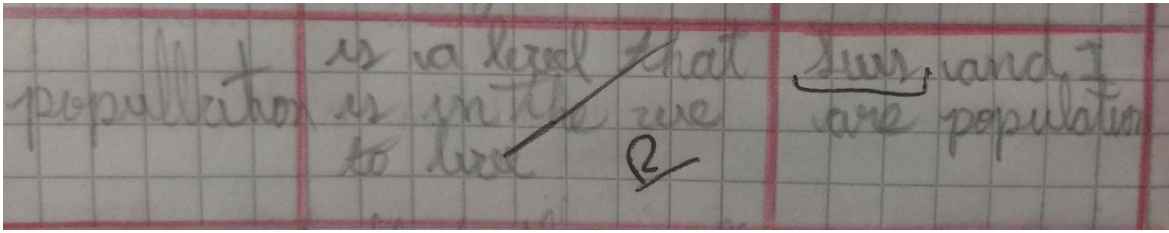


Figura 14: Concepto de población. Construcción de estudiante. Categoría en el socio grama Triangulo amarillo. (Forero, 2017)

Figura 14: “Población: es un nivel que es en el que nosotros vivimos”

Este último ejemplo, véase figura 14, se puede referir a un obstáculo de la experiencia básica o conocimientos previos, analizado desde la concepción análoga propuesta por Pozo (1989:34) (Como se citó en Mora, 2002) quien sugiere que estas definiciones se crean a partir de las comparaciones realizadas con los hechos de la vida cotidiana. En estos casos, los estudiantes no definen de manera clara y científica el concepto trabajo, sino que implementan comparaciones para lograr explicar sus comprensiones, sin embargo, se evidencian ciertas influencias externas en la construcción del concepto.

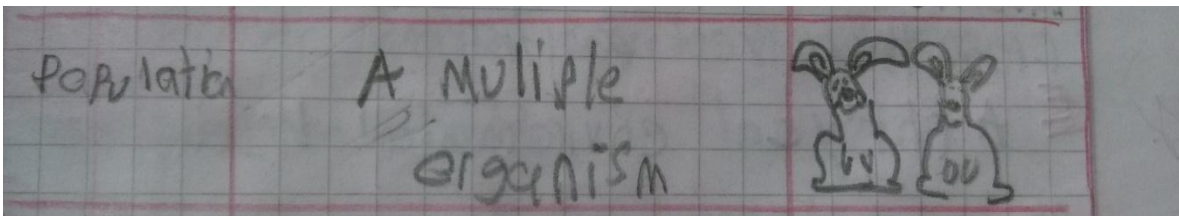


Figura 15: Concepto de población. Construcción de estudiante. Categoría en el socio grama Nube verde. (Forero, 2017)

Figura 15: “población: un multiple organismo”. Construcción de estudiante.

Según la figura 15, se muestran dos tipos de obstáculos, en primer lugar el estudiante no posee dominio en el tema, lo cual referencia el obstáculo del conocimiento general, esto se debe a la tendencia de generalizar los términos, como también se observa un obstáculo de tipo verbal, debido que el estudiante quiere explicar el concepto con solo una palabra o una imagen, como lo menciona Mora

(2002), esto conlleva que el estudiante construya una definición inconclusa o una “falsa explicación”.

A partir de los anteriores resultados, teniendo en cuenta todas las categorías (A - E) se logra caracterizar algunas dificultades, que junto con los obstáculos intervienen en el proceso didáctico en la comprensión del concepto de población, la primera dificultad se debe a la falta de dominio de los contenidos, como lo menciona Godino, Batanero y Font (2004)

“puede ocurrir que el alumno, a pesar de tener un nivel evolutivo adecuado, no tenga los conocimientos previos necesarios para poder aprender el nuevo contenido, y, por tanto, la distancia entre el nuevo contenido y lo que sabe el alumno no es la adecuada” (p.76).

Por otra parte, al comparar la actividad uno con relación a la actual, se aprecia que durante este ejercicio hay una diferencia entre los resultados, con relación a la cantidad de estudiantes que explican de manera antropocéntrica, es decir, en los resultados del primer ejercicio hubo siete estudiantes que respondieron haciendo referencia a ejemplos antropocéntricos, a diferencia del segundo punto que solo un estudiante hizo referencia a los humanos para dar explicación del concepto, de igual manera, se evidenció que en el primer punto y el segundo punto de conceptualización de la población, hubo una diferencia de dos estudiantes; comparando las categorías que muestra a aquellos estudiantes que explican con ejemplos, se evidencia un aumento en una persona en el nivel C del punto dos a comparación del nivel C del punto uno, lo cual se puede deducir, que un estudiante que en el primer punto explicó el concepto haciendo uso de cualquier estrategia, en el punto dos, este estudiante representó su concepto usando solo ejemplos.

Finalizando, aunque no es tema central de este diagnóstico, se evidencia que los conceptos comunidad y ecosistemas no son claros para los estudiantes, puesto que logran confundir las características que diferencian a estos, por ejemplo, relacionan los factores bióticos y abióticos al concepto de *comunidad*, por tanto, no tienen claro

la definición de los conceptos de comunidad y ecosistema, o por el contrario le atribuyen a la definición de comunidad el concepto de ecosistemas.

4.) Complete and explain

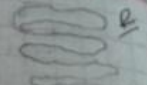

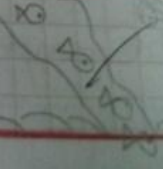
Level	Description	example
Individual	A single organism	
Population	A group of the ?	
Ecosystem	All of the population of species that live in the same habitat and interact with one another.	

Figura 16: Cuadro comparativo y representación gráfica de los conceptos: Individuo, población y especie. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017)

Complete and explain

Level of organism	Description	Example
Individual	A single organism	
Population	A population is group of species in ecosystem.	
Ecosystem	All of the populations of species that live in the same habitat and interact with one another.	

Figura 17: Cuadro comparativo y representación gráfica de los conceptos: Individuo, población y especie. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017)

En la figura 16, se evidencia que el estudiante no

tiene un manejo de la definición de población y tampoco realiza un ejemplo claro de

esta, sin embargo, la definición de comunidad coincide con la representación gráfica pero no lo relaciona con el término de comunidad, sino que lo confunde con el término de ecosistemas. A diferencia de la figura 17, en la que se puede observar un manejo adecuado en cuanto al concepto de población, sin embargo, respecto al concepto de comunidad, no reconocen la definición como comunidad, sino que le atribuyen el significado a ecosistema, no obstante, hay que mencionar que el término ecosistema coincide con la representación gráfica, realizada por el estudiante.

4.1.2 Fase de Intervención

Durante las siguientes sesiones de clase realizadas, se llevó a cabo la explicación de conceptos ecológicos, la aclaración de términos y ampliación de los temas relacionados a la dinámica poblacional, tales como, trabajo en el cuaderno y libro de texto, principalmente realizando situaciones didácticas (expuestas en la fase de intervención, apartado 3.2 de la metodología) complementando con las dinámicas establecidas por la institución.

Como cierre a las clases relacionadas con el aprovechamiento de energía en concordancia con la comprensión de las redes tróficas y flujos de energía, a la vez resaltando los conceptos de productores y consumidores de las cadenas tróficas y alcanzo avances en el primer objetivo específico, se implementa la situación didáctica numero 1

- **Análisis, reflexión y sistematización de la actividad número 1**

En esta actividad se esperaba obtener respuestas basadas en operaciones matemáticas (representación algebraica - numérica), con las que, los estudiantes dan explicación a la situación problema:

Opción 1: Suman las respectivas cantidades, enseguida escriben su análisis de resultados, obteniendo un valor de 24.180 calorías. Véase figura 18

Opción 2: Restan las respectivas cantidades, enseguida escriben su análisis de resultados, obteniendo un valor de 17,440 calorías. Véase figura 19.

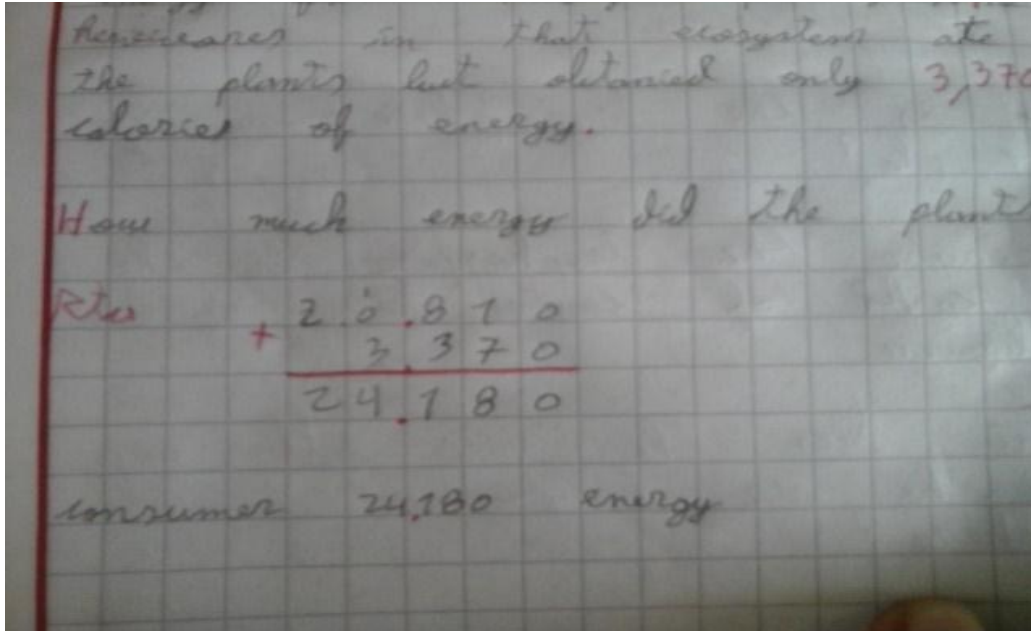


Figura 18: Representación de resultados de opción 1 de respuesta. (Forero, 2017)

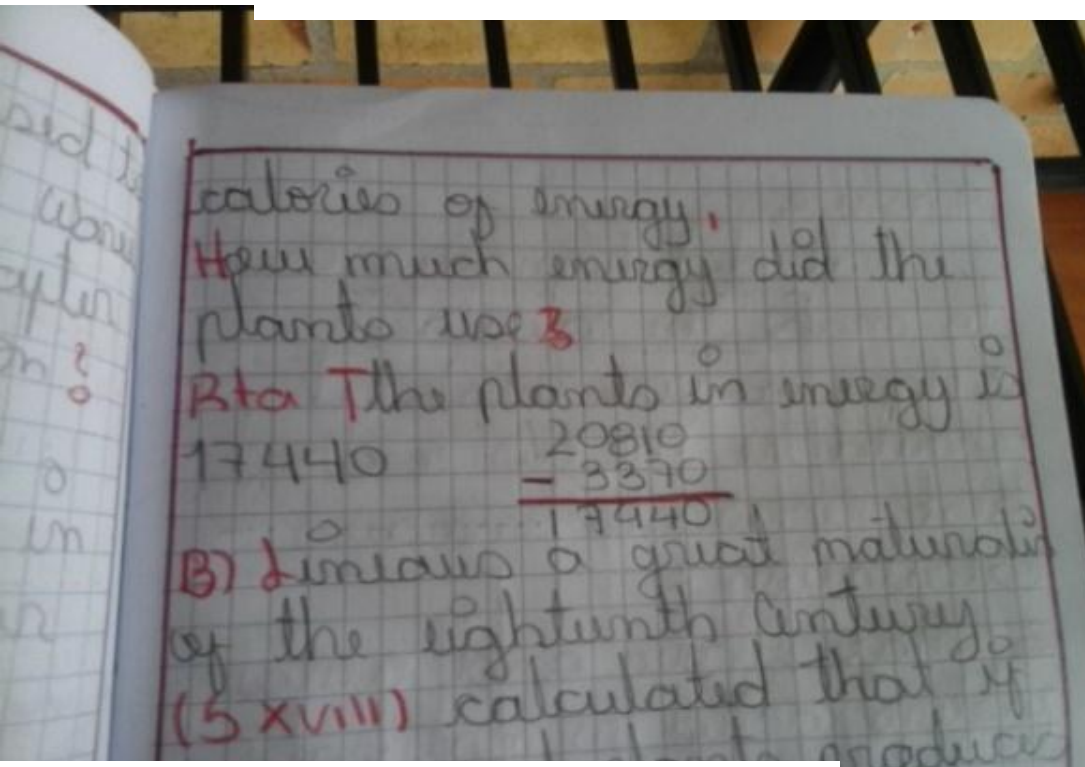


Figura 19: Representación de resultados de opción 2 de respuesta. (Forero, 2017)

Sin embargo, al sistematizar y analizar los resultados de los estudiantes emerge una tercera opción de respuesta.

Opción 3: Comprende que los organismos obtienen energía a partir del consumo de otro, sin embargo, no realizan las relaciones matemáticas. De esta forma a la vez indican dos opciones alternativas:

3.1 Las plantas usaron las 20.810 calorías

3.2 Las plantas usaron las 3.370 calorías

Cabe resaltar que hubo estudiantes que no respondieron a la actividad, la cual establecería la cuarta opción de respuesta. En este sentido, la anterior información se sistematizó de la siguiente manera:

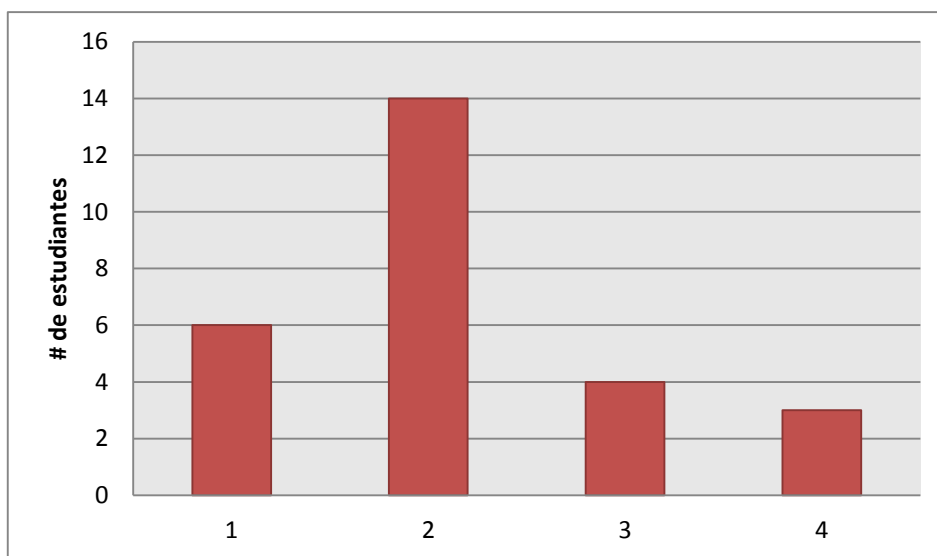


Figura 20: Contribución respecto a las respuestas de los estudiantes relacionados con el uso de representaciones matemáticas.

Para el análisis de esta actividad se ha enfatizado en el uso de las representaciones matemáticas de tipo numérico, es decir, el uso del número como signo, y la operación matemática como representación algebraica, por tanto, es necesario mencionar a Brousseau (2001), al tener en cuenta, que los obstáculos evidenciados en esta investigación se basan en dos objetos de estudio: el contenido matemático y el meta matemático, por tanto, durante esta actividad se tiene en cuenta estos dos

criterios, para ello, se identifica que en las dos primeras opciones de respuestas 1 y 2 se evidencia el criterio de: “El modelo matemático, opuesto al lenguaje” y en la opción 3 “el dominio de aplicación: (la teoría T), opuesto a la “estructura” matemática o lógica que opera sobre T”

En este sentido, se obtiene que catorce estudiantes responden al ejercicio propuesto en la situación didáctica, haciendo uso adecuado de las representaciones y operaciones matemáticas, en este caso, es la resta la representación y operación numérica adecuada, para resolver y comprender el concepto de uso de energía entre dos niveles tróficos, desde esta opción se puede determinar que los estudiantes presentan avances en cuanto a la solución de obstáculos y dificultades de origen didáctico y epistemológico; como lo menciona Mora (2002) para superar los obstáculos identificados se sugieren tres etapas, con las cuales durante la aplicación de las situaciones problema, se fomenta que los estudiantes puedan alcanzar estos resultados:

El primer paso fue permitir que el estudiante manifestara un conflicto entre el concepto y la aplicación de estos (identificar el obstáculo), fomentado que ellos realizaran intervenciones y preguntas de las diferentes posibles respuestas, en este momento se implementó la observación participativa, escuchando atentamente cada una de sus inquietudes, el segundo paso fue que representaran la posible solución a la situación didáctica, haciendo uso de una operación matemática (ver figura 18 y 19), y por último, se sugiere realizar una socialización y retroalimentación de las diferentes respuestas. A partir de este ejercicio, se evidenció que no todos los estudiantes realizaron la representación gráfica de la operación matemática, hubo otros estudiantes que solo respondieron con sus palabras sin mostrar procedimiento de la operación matemática (Figura 21)

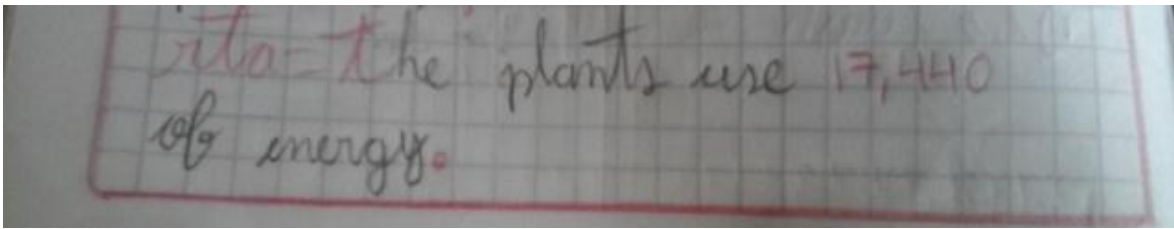


Figura 21: respuestas de los estudiantes relacionados con el uso de representaciones matemáticas. (Forero, 2017)

Figura 21: “Rta= las plantas usan 17,440 de energía”

Siguiendo con el análisis de los resultados en esta actividad, existe que tres estudiantes de la población, (véase figura 20) presentan el obstáculo de origen ontogénico propuesto por Brousseau que nos indica “que tiene que ver con todo lo relacionado con las limitaciones del sujeto en algún momento de su desarrollo” (Barrantes, 2006), lo cual conduce a dos dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos respecto a la falta de dominio que tienen al momento de articular dos tipos de pensamiento diferentes (matemático y biológico), como también, las dificultades relacionadas con el desarrollo psicológico de los estudiantes:

“una fuente de dificultades de aprendizaje hay que buscarla en el hecho de que algunos alumnos aún no han superado la etapa preoperatoria (teoría de Piaget) y realizan operaciones concretas, o bien que aquellos que aún están en la etapa de las operaciones concretas realicen operaciones formales” (Godino. Batanero y Font. 2004)

Lastimosamente, de esos tres estudiantes hubo un estudiantes que no respondió (ver figura 22), por tanto, se infiere que no lograron superar las dificultades, ni obstáculos durante el proceso didáctico, y que a la vez, como docente titular se debe buscar otras estrategias para facilitarle al estudiante las condiciones necesarias para lograr alcanzar las metas y objetivos propuestos mediante el aprendizaje.

Figura 22: el estudiante solo escribe el enunciado, no responde a la actividad propuesta en la situación didáctica.

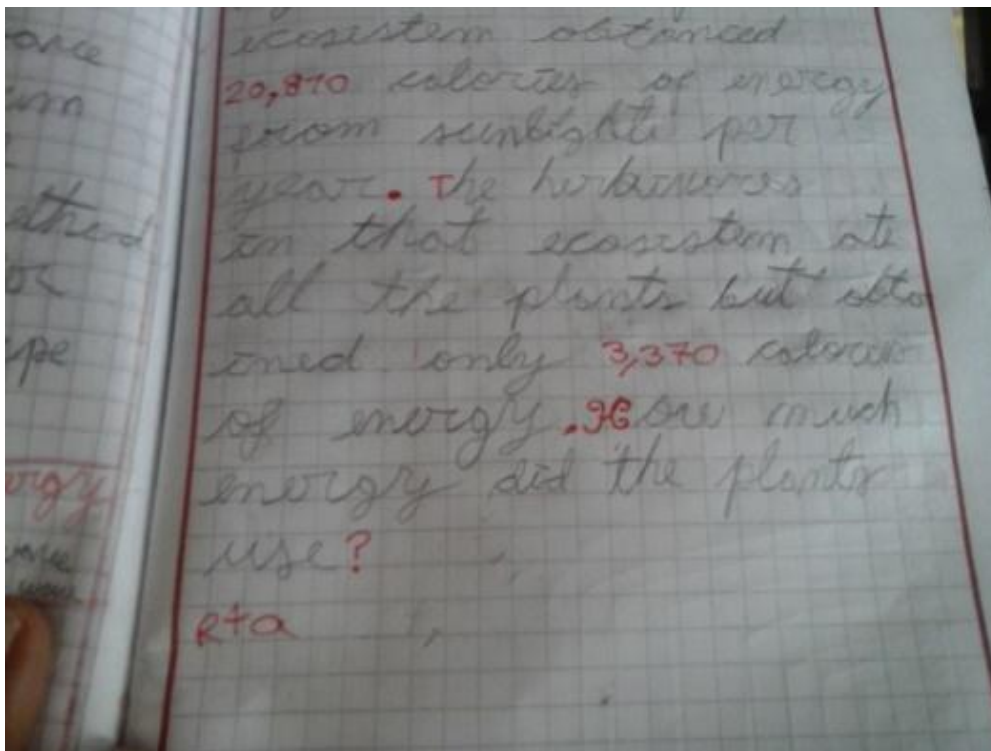


Figura 22: Resultados de opción 4 de respuesta. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017)

Por otro parte, la opción tres evidencia que existen resultados de análisis sin uso de representaciones matemáticas, como se observa en la figura 23, es decir, que los estudiantes solo aplicaron un tipo de análisis deductivo, recordemos el criterio referente al componente metamatemático, el cual hace referencia según Brousseau (2001) que “ciertas demostraciones pueden ser obtenidas, sin muchas reflexión, por la aplicación de una sucesión finita de especificaciones conocidas de antemano (...) descripciones racionales y formales de las matemáticas son utilizadas para tratar de construir variables intermedias”. (p. 2).

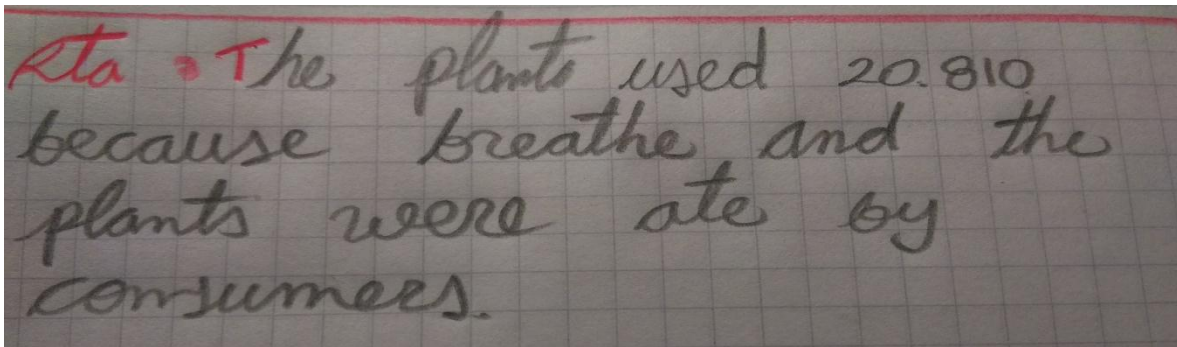


Figura 23: Resultados de opción 3.1 de respuesta. Elaboración de los estudiantes. (Forero, 2017)

Figura 23: “Rta. Las plantas usaron 20.810 porque respiran y la plantas fueron comidas por consumidores” Elaboración del estudiante.

Los estudiantes que concluyeron que *Las plantas usaron 20.810 calorías* fueron tres estudiantes (opción 3.1), y un estudiante que respondió que las plantas usaron 3.370 calorías, para un total de cuatro estudiantes, permitiendo observar el criterio de componentes metamatemáticos al no hacer uso de representaciones matemáticas, como lo indica Brousseau (2001) “puede hacerse la descripción, clásica y maravillosamente simple”. (p.2)

Lo anterior, permite analizar que no todos los estudiantes hicieron uso de sistemas de representación matemáticos, de igual manera, aunque el 22% aplicó operaciones matemáticas (suma), estos no responden de manera correcta, lo cual tanto los estudiantes que se ubican en las opciones 2, 3 y 4 presentan sus respuestas de manera errónea, recordemos que el error es el resultado a una situación problema, de esta manera, como lo indica Barrantes (2006) “Un obstáculo se manifiesta por los errores que no son debidos al azar”. (p.4)

- **Análisis, reflexión y sistematización de la actividad número 2**

Responde al objetivo específico *Construir situaciones didácticas en torno al crecimiento poblacional e interacciones interespecíficas, para la comprensión de dinámica poblacional*, durante la cual se procura indagar tres aspectos, el primero de ellos es la identificación de variables para organizar y comprender la información

presentada en la situación didáctica, el segundo es evidenciar la habilidad por parte de los estudiantes para instaurar posibles sistemas de representación en la explicación de la situación didáctica y el tercero es constatar las nociones que poseen los estudiantes con respecto a las relaciones entre los factores y la regulación del crecimiento poblacional.

Teniendo en cuenta los tres aspectos desarrollados, se establecen las categorías para ubicar las diferentes respuestas de los estudiantes en el primer aspecto:

A: Respuestas que tienen en cuenta el tiempo y la capacidad de multiplicación de las poblaciones.

B: Respuestas que involucran el término de reproducción.

C: Respuestas simplistas y ligadas al enunciado (p.e. “the plants and the seed y how grow”. Elaboración de los estudiantes)

D: No contestan

E: Respuestas confusas, incoherentes o incomprensibles. (p.e “He is experiment the plant, study the plant”. Elaboración de los estudiantes)

A partir de estas categorías se obtuvo la siguiente figura:

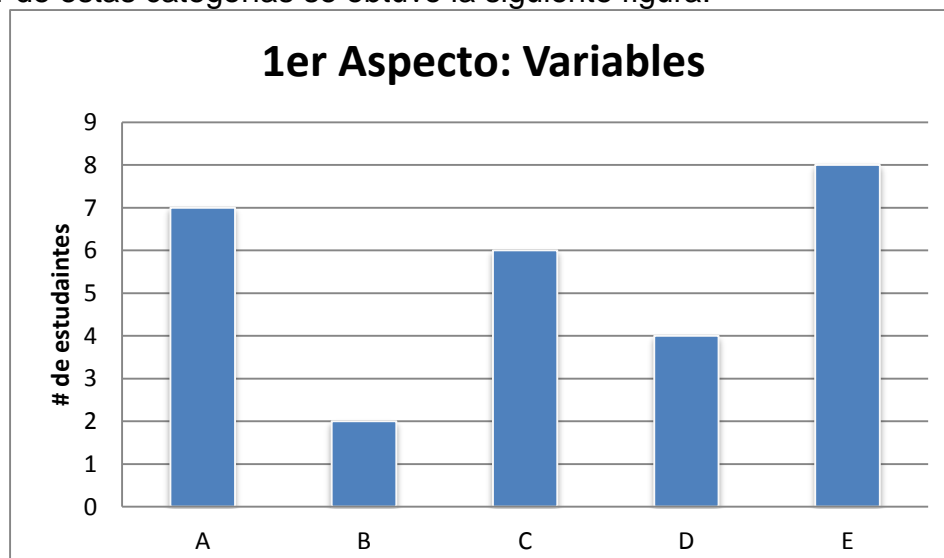


Figura 24: Respuestas de los estudiantes relacionados al establecer variables.

Partiendo de la lectura de la figura 24, se encuentra que 8 estudiantes contestan a la pregunta de manera confusa, incoherente o incomprensible (tipo de respuesta E), siendo este tipo de respuesta la más frecuente entre los estudiantes, lo que permite identificar que surge una dificultad relacionada con los contenidos matemáticos, como lo expone Godino, Batanero y Font (2004).

Parece razonable pensar que si un tipo de error se manifiesta en un cierto número de alumnos de manera persistente en una tarea, su origen se debe buscar en los conocimientos requeridos por la tarea, y no tanto en los propios alumnos. (p.74).

Lo anterior puede interpretarse de dos maneras, en la primera se ubica un obstáculo de origen didáctico, porque puede depender de la selección del tema y/o del ejercicio propuesto en la situación didáctica, ligada a las dificultades causadas por la secuencia de actividades propuestas, esto significa que las dificultades surgen “cuando la presentación del tema que hace el profesor no es clara, ni está bien organizada –no se le entiende- (...) cuando los materiales que ha escogido, no son claros – ejercicios y problemas confusos” (Godino, Batanero y Font, 2004, p.75); como también dificultades que se originan en la organización del centro, esta dificultad muestra la falta de tiempo dedicado a la realización de esta situación problema, debido a que para esta actividad solo se contó con 50 minutos de clase.

También se evidencia un obstáculo de origen epistemológico vinculado a las dificultades relacionadas con el desarrollo psicológico de los alumnos (recordemos que esta dificultad toma en cuenta las etapas de Piaget), puesto que al dialogar con el docente encargado del área de Matemáticas del colegio, comentaba que los estudiantes del taller numero 2 (grado séptimo) no habían visto en su plan de estudios los temas relacionados con gráficas y ecuaciones, y que hasta el momento se encontraban estudiando el plano cartesiano, “Profe con los niños de séptimo estamos empezando a estudiar hasta ahora el plano cartesiano” Docente de Matemáticas.

Esto último, aclara por qué los estudiantes no saben reconocer las variables para la representación en gráficas de la información, como se muestra en los diferentes resultados de cada estudiante y durante la proceso de construcción de los sistemas de representación.

Por otro lado, es interesante aquellos estudiantes que relacionan el término *reproducción* (B), debido a que intentan hacer uso de terminología para la validez de sus respuestas, de igual manera, es necesario indicar que los estudiantes que sus respuestas se ubican en la categoría (A) coinciden en su mayoría a los estudiantes pertenecientes a la cualidad de estrella roja y triangulo amarillo en el sociograma, la cual representa a los estudiantes autónomos, responsables, participativos, oportunos y coherentes; no obstante, es necesario resaltar que entre los estudiantes que hacen uso del término reproducción se destaca un estudiante que genera factores de distracción, posee actitudes que dificultan el desarrollo de la clase magistral, sin embargo, durante la aplicación de las actividades se ha destacado por sus procesos de análisis y uso apropiado de los sistemas de representación, los cuales se explicarán en su debido momento durante este apartado.

Para el análisis del segundo aspecto se tiene en cuenta la representación gráfica y el uso adecuado de los sistemas de representación, según Cantoral (2013)

“si pensamos en la graficación como una forma de tratamiento del universo de formas gráficas asociadas a las funciones, podremos ocuparnos de contestar algunas preguntas que permiten describir cómo es que los jóvenes y los adultos perciben dicho universo, o bien saber cuáles códigos usan para descifrar y procesar la información visual (...) Estos acercamientos planteaban la necesidad de construir nociones nuevas que dieran cuenta de la forma en que las personas se relacionan con su espacio y surgen así nociones como visualización y percepción espacial” (p.46).

Algunos estudiantes logran relacionar el uso del eje cartesiano ubicando el crecimiento poblacional con respecto a una función lineal (A), por otro lado, se evidencia que los estudiantes en su mayoría hacen uso de otros tipos de grafos para representar sus conclusiones y respuestas (B), de igual manera, cabe resaltar que un grupo de estudiantes realizan sus explicaciones mediante el dibujo relacionando las nociones matemáticas de cantidad a través de la visualización y percepción espacial desde un pensamiento matemático de tipo variacional, debido a que manifiestan que las variables deben estar en constante cambio, y generan relaciones entre sí.

Por otro lado, durante este ejercicio se muestra una población de estudiantes reducida que verbaliza la respuesta, sin representar algún gráfico, que coinciden con aquellos que responden de manera confusa e incoherente (C). De igual manera se presentan los casos que no responden a la actividad (D).

Es importante resaltar que el nivel de escolaridad no ha permitido profundizar en las formulas establecidas por los diferentes autores del estudio de la ecología, ejemplo de ello, las representaciones de Malthus (1798), Lotka (1925) y Volterra (1926), sin embargo, se espera que en una futura investigación estas representaciones pueda ser trabajado por estos mismos estudiantes, lo que conlleva a dedicar la investigación actual para la preparación de estos estudiantes a enfrentar nuevos obstáculos y superar otras dificultades.

Todo lo anterior se organiza de la siguiente manera:

A: Representación gráfica respondiendo a una función lineal

B: Representa el crecimiento de la población de manera no convencional

C: Verbalizan la respuesta, sin diseñar gráficos.

D: No contestan

E: Respuestas confusas o incoherentes.

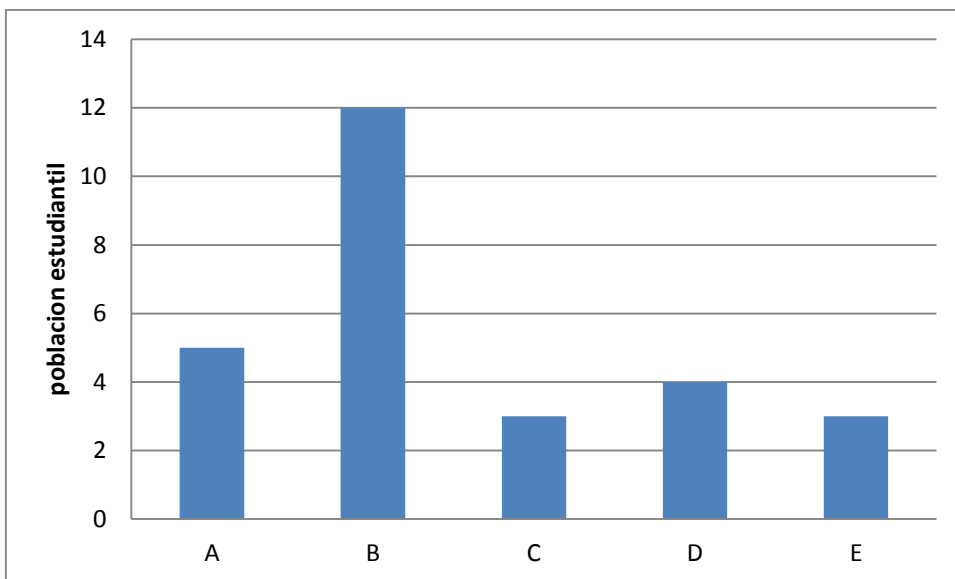


Figura 25: Representación respecto a las respuestas de los estudiantes relacionados con el uso de representaciones matemáticas para curva de crecimiento.

El segundo aspecto analizado según lo anterior, muestra nuevamente resultados con errores, en este caso, errores de carácter algebraico o numérico, debidos a las características propias del lenguaje algebraico, como lo menciona Palarea y Socas, (1994), “estos errores son de naturaleza estrictamente algebraica y no tienen referencia explícita en la aritmética” (p.6), estos errores generan que en los estudiantes emerjan dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos, falta de dominio de los contenidos disciplinares, por parte de la comprensión del comportamiento del crecimiento poblacional, la identificación de variables y, también la falta de conocimiento en la implementación del eje cartesiano, en este sentido, se puede deducir que existió un obstáculo de tipo didáctico puesto que en el área de matemáticas aún no se han profundizado temas con relación a los sistemas de representación y uso del sistema cartesiano, sin embargo, los estudiantes que optaron por representar a partir del eje cartesiano, presentaron diagramas coherentes a falta de conocimiento, se debe resaltar que el orden y manejo de las variables en los espacios, también perjudican los resultados y generan errores a través de la dificultad causada por la secuencia de actividades propuestas.

En este sentido, encontramos que en la categoría A solo cinco estudiantes hacen una representación gráfica respondiendo a una función lineal, como se observa en la figura 26 y 27, sin embargo, estas representaciones no responden de manera correcta al planteamiento de la situación didáctica, como se evidencia a continuación, los estudiantes grafican haciendo uso del plano cartesiano, sin embargo, su resultado no es el esperado.

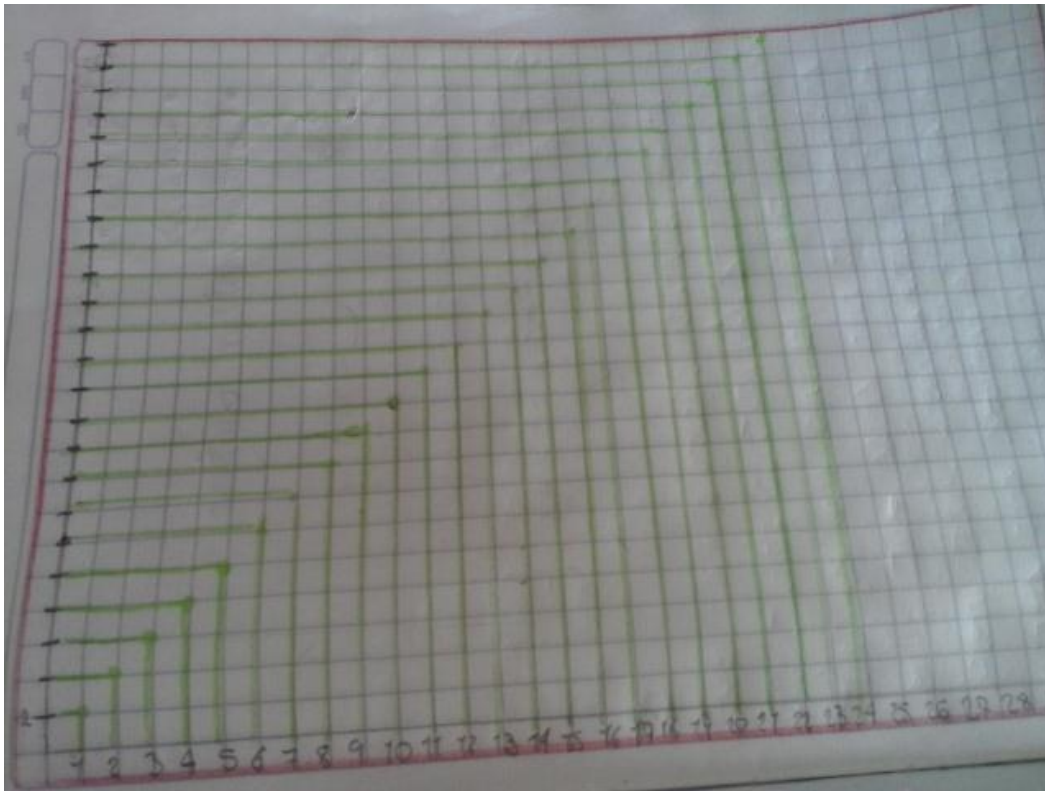


Figura 26: modelación de curva de crecimiento poblacional. Categoría (A). Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)

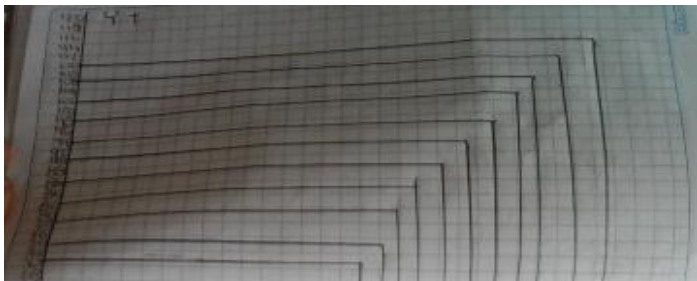


Figura 27: modelación de curva de crecimiento poblacional. Categoría (A). Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)

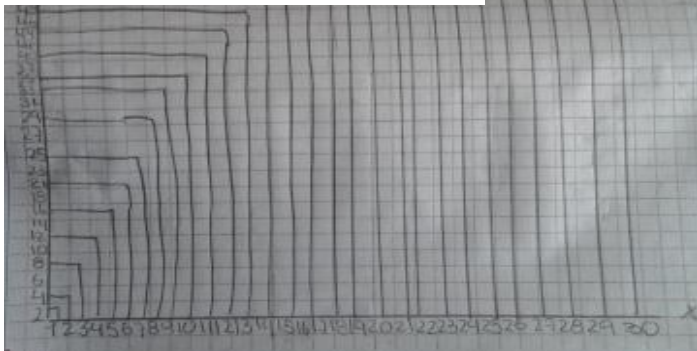


Figura 26 y 27 muestra la gráfica de planos cartesianos, elaborados por los estudiantes

de la categoría A, sin embargo, no contestan de manera correcta, aunque el sistema de representación es el correcto para mostrar los resultados de la situación didáctica, los estudiantes identifican las variables pero no realizan el proceso matemático adecuado, como lo menciona Hernández, Márquez y Quiñonez (2008) las dificultades que emergen en esta categoría son aquellas que se causan “Al momento de identificar patrones y expresiones algebraicas”. (p.77).

En la actividad no solo se realizaron gráficas en ejes cartesianos, hubo otros estudiantes que hicieron uso de diferentes estrategias de representación de tipo gráfico como se muestra a continuación:

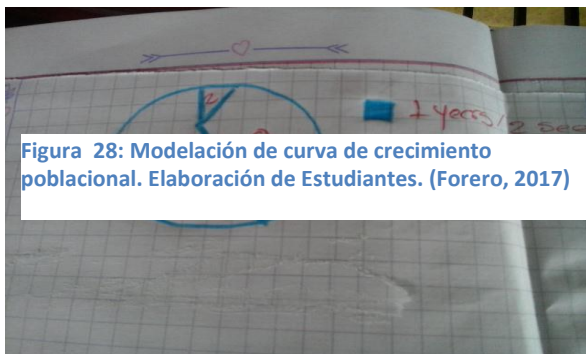
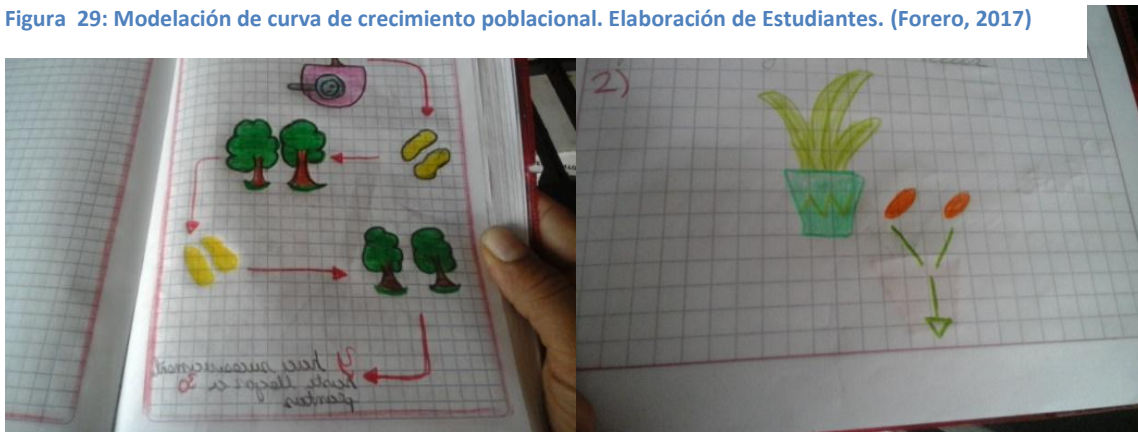


Figura 28: Modelación de curva de crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)

Como ya se ha mencionado, aunque no todas son gráficas cartesianas, los estudiantes hacen uso de estos para explicar el comportamiento del crecimiento poblacional figura 28 y 29; por tanto, es importante mencionar que aquellos estudiantes que hicieron uso de sistemas de representación gráfico avanzan a la tercera etapa: “el franqueamiento del obstáculo, se da el proceso de elaboración de una alternativa conceptual por parte del estudiante” (Mora, 2002, p. 11) y como lo menciona Brousseau (2001) “El proceso de franqueamiento de un obstáculo comporta necesariamente una sucesión de interacciones entre el alumno y el medio (...) esas interacciones meten en juego sistemas de representación y pueden a menudo ser interpretados como intercambios de mensajes” (p.9)

Figura 29: Modelación de curva de crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)



Desde la categoría B como se ha mencionado con anterioridad los estudiantes establecieron respuestas alternativas, algunas de ellas, responden de manera correcta, sin embargo, otras generan errores analíticos y conceptuales. Como se muestra a continuación, en la figura 30.

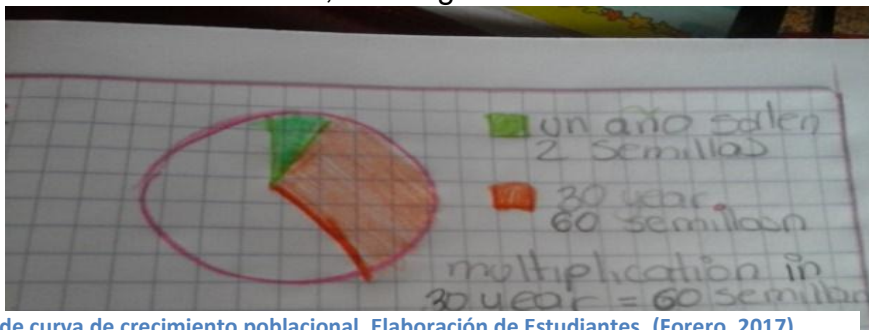


Figura 30: Modelación de curva de crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)

Comprendiendo que los estudiantes han diseñado diferentes alternativas para dar respuesta a esta situación didáctica en cuanto a la formulación, se exalta la categoría B, debido a que muestra que la mayoría de estudiantes hicieron uso de representaciones no convencionales, tales como el dibujo, expuesta en la figura 29.

Para la categoría C, hubo un par de estudiantes que dieron respuesta correcta haciendo uso del sistema de representación numérico, como se observa en la figura 31, se puede mencionar que este par de estudiantes pertenece a la cualidad circulo azul y triangulo amarillo, en el socio grama diseñado en la actividad de observación, quienes manifiestan una motivación e interés significativo y son quienes más se acercan a dar una respuesta correcta al ejercicio planteado en esta situación didáctica, la cual responde a la pregunta ¿Cómo crees que debería ser la curva que represente mejor los cálculos de Linneo?

n	n ²
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256
17	289
18	324
19	361
20	400
21	441
22	484
23	529
24	576
25	625
26	676
27	729
28	784
29	841
30	900
31	961
32	1024
33	1089
34	1156
35	1225
36	1296
37	1369
38	1444
39	1521
40	1600
41	1681
42	1764
43	1849
44	1936
45	2025
46	2116
47	2209
48	2304
49	2401
50	2500
51	2601
52	2704
53	2809
54	2916
55	3025
56	3136
57	3249
58	3364
59	3481
60	3600
61	3721
62	3844
63	3969
64	4096
65	4225
66	4356
67	4489
68	4624
69	4761
70	4900
71	5041
72	5184
73	5329
74	5476
75	5625
76	5776
77	5929
78	6084
79	6241
80	6400
81	6561
82	6724
83	6889
84	7056
85	7225
86	7396
87	7569
88	7744
89	7921
90	8100
91	8281
92	8464
93	8649
94	8836
95	9025
96	9216
97	9409
98	9604
99	9801
100	10000

Figura 31: Sistema de representación numérico. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)

Figura 31 representa

la respuesta construida por una pareja de estudiantes que no hicieron uso de

sistema de representación gráfico, sin embargo, hicieron uso de representaciones numéricas.

Tanto en la categoría A como en la B, los estudiantes alcanzan la tercera etapa para superar un obstáculo, se debe recordar que hasta este momento se han evidenciado obstáculos de origen didáctico y epistemológico, esta etapa es el franqueamiento lo que implica “una re-estructuración de los modelos de acción, del lenguaje y del sistema de pruebas”. (Brousseau, 2001, p. 10).

En esta situación didáctica, el segundo aspecto ha mostrado tres tipos de respuestas: 1) gráficas (planos cartesianos, sector circular), 2) Dibujos y 3) numérico.

Para terminar con el análisis de la situación problema número dos, se habla del tercer aspecto, el cual pretende constatar las nociones que poseen los estudiantes con respecto a las relaciones entre los factores y la regulación del crecimiento poblacional, se pudo obtener que los estudiantes identifican las relaciones entre los factores abióticos con respecto a las condiciones para el crecimiento poblacional de manera correcta, presentan claridad respecto a los factores abióticos y como estos intervienen para los procesos de los organismos o factores bióticos. Como se observa en la figura 32.

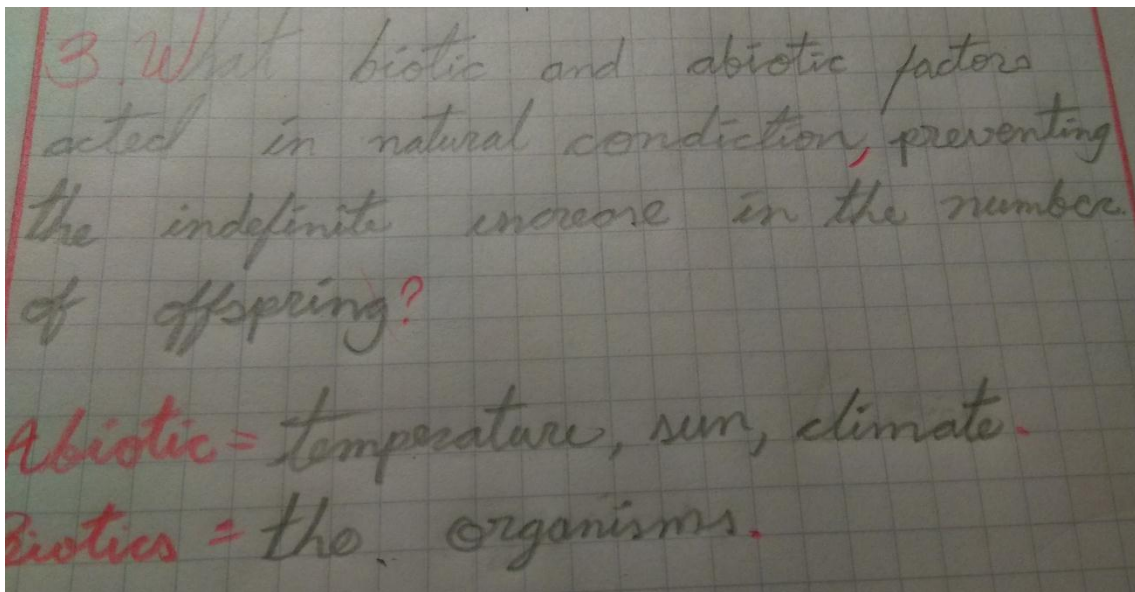


Figura 32: Importancia de los factores con respecto al crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)

Figura 32: “Abiótico: temperatura, sol, clima; Biótico: los organismos”.

En esta figura podemos confirmar que los estudiantes realizan una relación entre los factores bióticos y el crecimiento poblacional, no obstante, es necesario mencionar que durante el desarrollo de la situación didáctica, algunos estudiantes realizaban esta respuesta basándose en su experiencia, en este caso, resolvieron de manera correcta, sin embargo, se debe analizar el cómo lo hicieron y discutir puesto que muchos estudiantes construyeron su respuesta desde el análisis de sus propias necesidades, un estudiante dice “yo necesito alimento, agua, sol para crecer, como las plantas son seres vivos ellas también necesitan de lo mismo” y otros estudiantes manifestaron experiencias con plantas que tienen en su contexto (casa), ejemplo de esto fue lo que mencionó una estudiante “mi mamá siempre me hace echarle agua a las matas, que están en la terraza, entonces profe, las matas necesitan agua y sol” construcción de estudiante, mediante el momento de observación participativa, de lo cual emergen obstáculos a partir de la experiencia o conocimientos previos, como lo menciona Mora (2002)

Los individuos antes de iniciar cualquier estudio, tienen ya un conjunto de ideas muy propias acerca del cómo y el por qué de las cosas son como son. Estas ideas previas pueden ejercer una potente influencia que puede limitar el proceso de aprendizaje (...) elaboran construcciones personales con base en lo que han observado a su alrededor y en su interacción cotidiana con las personas que les rodean y con los medios de comunicación (...) Se forman así conocimientos que aunque no son correctas desde el punto de vista científico, le sirven al estudiante para comprender los conceptos estudiados. (p.12)

Existe una población mínima que aún se le dificulta la diferencia entre factores bióticos y abióticos como se evidencia en la figura 33.

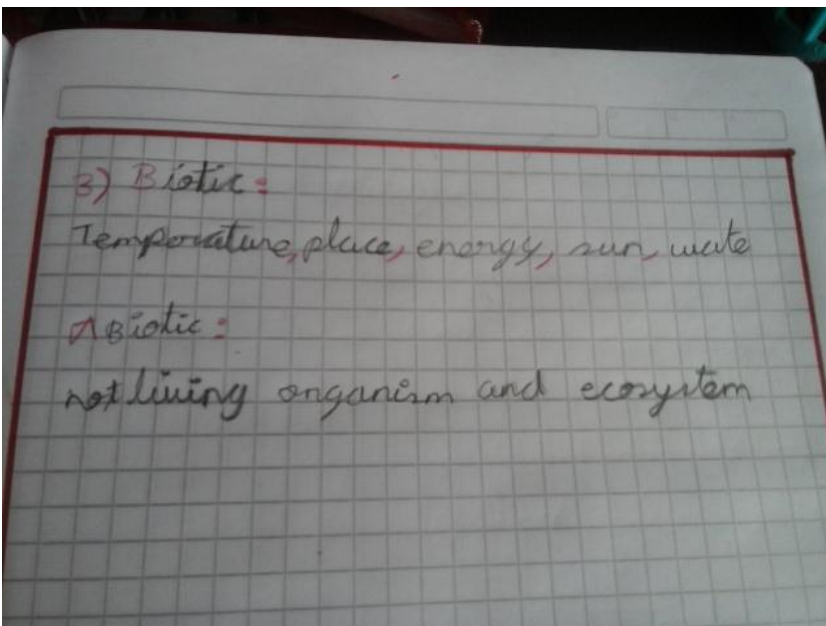


Figura 33: relación de los factores con respecto al crecimiento poblacional. Elaboración de Estudiantes. (Forero, 2017)

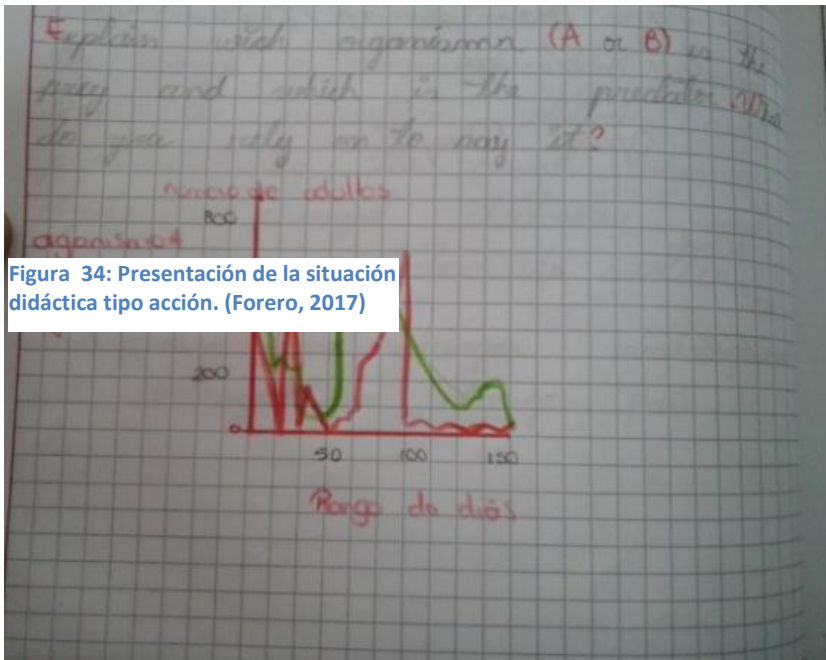
Para este último

aspecto, se evidencia un obstáculo de la experiencia y conocimientos previos, los cuales emergen a causa de concepciones espontáneas, debido que es evidente la influencia de las percepciones sensoriales, la relación constante con el medio, como lo menciona Pozo (1991) “los alumnos que suelen centrarse casi exclusivamente en lo observable, y esta característica de las poblaciones es reconocible de manera directa” (como se citó en Berzal de Pedrazzini y Barbera, 1993, p.152.).

- **Análisis y reflexión de la situación didáctica número 3**

Esta situación didáctica se realizó en tres momentos, el primer momento corresponde a la acción, se presenta la situación didáctica a los estudiantes, en que ellos realizan la lectura buscando diferentes argumentos para comprender y explicar; en el segundo momento (formulación), los estudiantes elaboran un argumento estructurado de tipo verbal para explicar la gráfica relacionada al comportamiento de presa-depredador; y por último, realizan la situación de validación, que consiste en realizar la socialización de sus argumentos y hallazgos.

En la situación de acción se presenta el sistema de representación correspondiente a una gráfica, como se observa en la figura 34

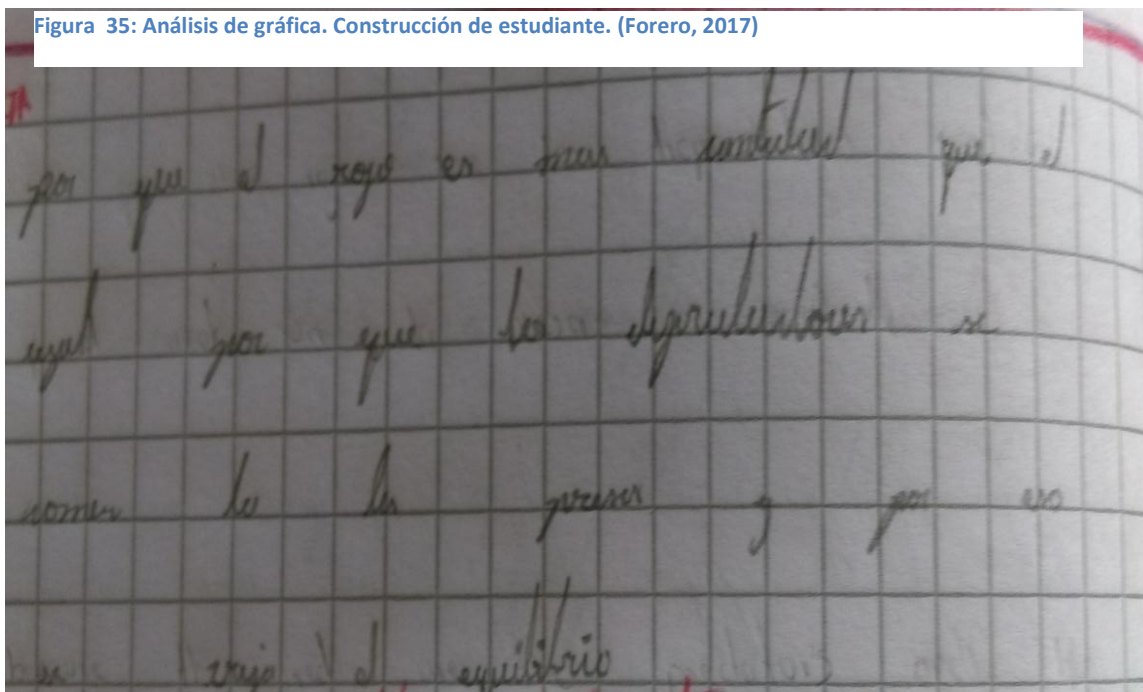


Los estudiantes en su mayoría coinciden que el organismo (A) es la presa y el organismo (B) es el depredador, aunque realizan una respuesta correcta no hacen uso adecuado de la gráfica, en los momentos de argumentar, tienden a omitir las variables de la gráfica y se basan en las ideas previas. Es decir, la mayoría de los estudiantes manifestaron que el depredador correspondía a la curva (B), argumentando que era porque "las presas mantenían en manada y los depredadores solitarios". Construcción de los estudiantes. Como

podremos ver en las respectivas imágenes 28 y 29, se manifiesta una vez más el obstáculo de experiencia básica, debido que sus argumentaciones se basan en la subjetividad en las observaciones lo que genera concepciones erróneas, permitiendo nociones según el cómo se quiere ver y no como realmente son.

A continuación se presentarán algunas figuras con respuestas elaboradas por los estudiantes al interpretar la gráfica, las cuales permiten conocer algunos obstáculos o validar los que se siguen presentando.

Figura 35: “por que el rojo es más cantidad que el azul por que los depredadores se comen la presas y por eso es rojo el equilibrio”



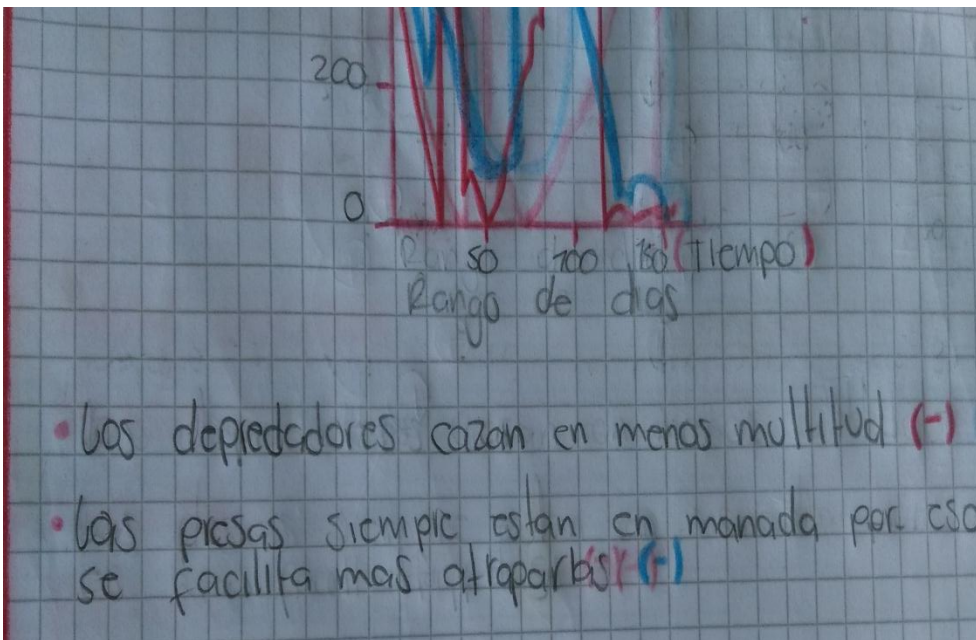


Figura 36: Análisis de gráfica, teniendo en cuenta las ideas previas. Construcción de estudiante. (Forero, 2017)

Figura 36: los depredadores cazan en menos multitud. (-) Las presas siempre están en manada por eso se facilita más atraparlos (-)

A partir de estas dos figuras, se puede interpretar que el estudiante correspondiente a la figura 36, intenta realizar un análisis haciendo uso de la gráfica, pero se le dificulta realizar una interpretación apropiada debido al obstáculo epistemológico correspondiente a la dificultad relacionada con el desarrollo psicológico de los alumnos, puesto que no se conoce con exactitud en qué etapa se encuentra, recordar que esta dificultad apropiada las etapas propuestas por Piaget, es decir, que los estudiantes no pueden hacer una construcción significativa con la información suministrada en el gráfico, puesto que no posee las herramientas necesarias para responder a estos, por otra parte, en la figura 35, otro estudiante optó por analizar según su experiencia y conocimiento previo, desde lo cual nuevamente se presenta un obstáculo de este tipo.

Para finalizar y realizar el cierre de la actividad se realiza la situación de validez, cada estudiante socializa con sus compañeros un contraargumento o consolida las

afirmaciones anteriores, generando entre estas nuevas alternativas para representar la misma situación didáctica.

En este momento se evidencian los obstáculos verbales, como lo comenta Bachelard (1976) “cuando mediante una sola palabra o una sola imagen se quiere explicar un concepto”, puesto que los estudiantes poseen un léxico limitado y pretenden explicar el comportamiento de la situación didáctica, desde sus propias palabras, por tanto, “se sustituye el concepto, por una palabra que designa una de las utilidades o el empleo de esos vocablos” (como se citó en Mora, 2002, p.8).

CONCLUSIONES

Durante todo el desarrollo del trabajo se evidenciaron los diferentes obstáculos a partir del origen y el tipo, como también las dificultades que se presentaron de manera constante en el proceso didáctico, a partir de la aplicación de tres situaciones didácticas en la fase de intervención, esto con el fin de resolver el objetivo de esta investigación que consistía en *Caracterizar los errores, dificultades y obstáculos que emergen en los estudiantes del taller número 2 en el colegio Montessoriano HLE, durante el proceso didáctico de dinámica poblacional cuando se hace uso de sistemas de representación procedente al pensamiento variacional.*

El proceso de observación permitió en un primer momento evidenciar que existen obstáculos de tipo basado en la experiencia básica o conocimientos previos, por otro lado, también se evidenció el obstáculo verbal, puesto que los estudiantes hacen referencia a términos para explicación de conceptos, aunque estos términos no estén totalmente comprendidos, los hallazgos de este primer momento, coincide con otros de la fase de intervención, lo que permite establecer una validez en los resultados.

El segundo objetivo de la investigación permitió establecer la fase de intervención en la que se demostró que los obstáculos emergentes eran de origen didáctico y epistemológico, que se relacionan con los de experiencia básica o conocimientos previos como también el obstáculo verbal, los cuales se presentaban de manera constante.

Las dificultades más relevantes hacen referencia a las relacionadas con los contenidos matemáticos, y la habilidad de establecer sistemas de representación, esto se debe a la falta de conocimiento o dominio de los contenidos disciplinares tanto del área de las matemáticas como los estudiados en las dinámicas poblacionales.

Los errores son aquellos resultados que surgen como respuesta ante las situaciones didácticas planteadas en el proceso didáctico, es decir, gracias a los errores se pueden evidenciar las dificultades y obstáculos durante la investigación, un error frecuente fue la gráfica y uso de variables inapropiadas.

Se puede inferir que los estudiantes superan los obstáculos cuando establecen diferentes alternativas para representar las variables de cambio de las situaciones didácticas presentadas, es decir, no solo usan representaciones gráficas, sino que, a la vez, diseñan representaciones de tipo numérico o simbólico, alcanzando una etapa de franqueamiento del obstáculo.

Es importante considerar que el nivel escolar seleccionado para llevar a cabo esta investigación, no fue escogido al azar, puesto que se tuvo en cuenta los estándares, sin embargo, los contenidos matemáticos que manejan los estudiantes no son exteriorizados para alcanzar los resultados y la comprensión de los comportamientos en la dinámica poblacional a partir de un uso gráfico, sin embargo, se permitió evidenciar que no solo se es necesario implementar sistemas de representación de tipo gráfico, sino que al contrario, ellos aprovecharon otros tipos de sistemas de representación como son el dibujo y numérico, de manera intuitiva debido a su desconocimiento teórico.

Ante el objetivo de *construir situaciones didácticas problemas en torno al intercambio de energía y materia, al crecimiento poblacional e interacciones interespecíficas e intraespecíficas, para la comprensión de dinámica poblacional*, se puede concluir que las situaciones didácticas son estrategias apropiadas para el enriquecimiento de los procesos cognitivos y la construcción de conocimiento a partir de los análisis de gráficas y procesos de socialización, de igual manera, son útiles para establecer y superar los obstáculos que se pueden presentar.

Por último, es importante mencionar que existen dificultades que se presentan de manera intermitente y lejana a la construcción del conocimiento por parte del estudiante, pero resulta clave en el momento de la reflexión como investigadora, la

cual consiste en las dificultades causadas por la secuencia de las actividades propuestas, que contribuye a la constante aparición del obstáculo didáctico y epistemológico.

RECOMENDACIONES

En la didáctica de la ecología, especialmente en el estudio de las características de la dinámica poblacional permite establecer diferentes obstáculos y dificultades los cuales generan errores conceptuales como también procedimentales, sin la implementación de sistemas de representación matemáticos, lo que con lleva que se aumente el grado de dificultad cuando se agregan situaciones didácticas en cuanto a la implementación de éstos pertenecientes al pensamiento variacional.

Teniendo en cuenta que el pensamiento variacional es aquel que enriquecer los procesos de estudio frente a los cambios en las variables establecidas, en un contexto de estudio ecológico esto permite que se evidencien diferentes obstáculos de tipo didáctico, ya sea por la implementación inadecuada de los sistemas o el desconocimiento de estos por parte de los estudiantes, es por esta razón, que es importante trabajar de la mano con el área de matemáticas para llevar a cabo un proceso didáctico que contribuya a la construcción del conocimiento integral por parte de los estudiantes.

Por otro lado, la principal recomendación es la necesidad de implementar situaciones didácticas, es decir, trabajar los temas desde contextos claros y cercanos, desde diferentes aspectos reconociendo dificultades y obstáculos propios del estudiante que emergen en la didáctica de la dinámica poblacional desde el uso de sistemas de representación, todo lo anterior con el fin de evitar los posibles errores que pueden surgir como resultado.

Esto debido a que, en algunas ocasiones se pasa por alto los grados de dificultad y se omiten los procesos cognitivos, procedimentales y actitudinales que evidencian los estudiantes.

Finalmente, se llega a la reflexión que en varias ocasiones las dificultades que presentan los estudiantes son principalmente causadas por la implementación

didáctica del docente y por la falta de dominio de los contenidos por parte del estudiantado, para lo que se recomienda enriquecer las estrategias implementadas en el aula de aprendizaje.

REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

- Acosta, E. (2004). Variable y variación. En *Matemática educativa: fundamentos de la matemática universitaria II*. Bogotá, Colombia: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 111 – 125.
- Amaya, T; Chaucañés, A; Escorcía, J; Medrano, A; López, A; Therán, E (2009). Estrategias para potenciar el pensamiento variacional. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 739-746). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C
- Barrantes, H. (2006). Los obstáculos epistemológicos. *Cuadernos De Investigación Y Formación En Educación Matemática*, 1 (2), 4.
- Batschelet, E. (1978). *Matemáticas básicas para biocientíficos (biólogos, médicos, veterinarios, bioquímicos, etc.)*. Madrid, España: Dossat.
- Bejarano, C. (2005) Modelos de simulación para el estudio del crecimiento poblacional exponencial. *Épsilon*. (4), 69 – 81.
- Benito, M. (2009), Debates en torno a la enseñanza de las ciencias. *Perfiles Educativos*. XXXI. (123), 28 – 39.
- Benjumea, P, Gallego, D, Miranda, N, Montoya, N y Ocampo, A. (2007) *El desarrollo del pensamiento variacional y la formulación de problemas en los grados 2°, 3°, 4° y 9° de la educación básica* (trabajo de grado). Universidad de Antioquia. Medellín. Colombia.
- Berzal de Pedrazzini. M y Barbera. O. (1993). Ideas Sobre El Concepto Biológico de Población. *Investigación y experiencias didácticas*. 11. (2), 152 - 56.
- Brousseau, G. (2001). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en Matemáticas. *Educación Matemática*. Recuperado de <http://fractus.uson.mx/Papers/Brousseau/obstaculos.pdf>.

- Brousseau. G (1999) *Educación y Didáctica de las Matemáticas*. Educación matemática. México.
- Caicedo, J y Díaz, L. (2012). Pensamiento Variacional y Sentencias E igualdades Numéricas Aditivas. *Unimar*, (58), 98 – 104.
- Cantoral, R. (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. México, Distrito Federal: Subsecretaria de Educación Media Superior.
- Cañada, A (1999). De las matemáticas para biólogos a la biología matemática: un punto de vista particular a través del análisis matemático y la dinámica de poblaciones. En J. Navas (profesor), conferencia impartida en la universidad de Jaén, Granada, España.
- Csirke, J. (1989) *Introducción A La Dinámica De Poblaciones De Peces*. Callao. Perú: Organización De Las Naciones Unidas Para La Agricultura Y La Alimentación FAO.
- De la Ossa. S. y De la Ossa- Lacayo. A. (2010) Relación entre la enseñanza de las matemáticas y las ciencias Biológicas, *Rev. Colombiana de Ciencia Animal*, 2 (1), 163-172.
- Dolores, C. Guerrero, L. Martínez, M. y Medina, M. (2002). Un estudio acerca de las concepciones de los estudiantes sobre el comportamiento variacional de funciones elementales. En C. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15 (1) 73–84. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Godino, J. Batanero, C y Font, V. (2004). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. En J. Godino. (Ed), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada. España: Universidad de Granada.

- Gómez, J y Torres, D. (2011) *Introducción a la noción de variación en estudiantes de grado Sexto*. (Trabajo de grado). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. Colombia.
- Gómez, O. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno*. (Maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.
- Hecklein, M. Engler, A. Vrancken. S y Müller, D. (s.f) Variables, funciones y cambios. Exploración de las nociones que manejan alumnos de una escuela secundaria. *Sociedad Argentina de Educación Matemática SOAREM*. Recuperado de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/49%20Heicklein.pdf>.
- Hernández, W. Márquez, Z y Quiñonez, G. (2008). *La función cuadrática como marco referencial para el desarrollo del pensamiento variacional una experiencia con estudiantes de 9° de la institución educativa indígena técnica agropecuaria de Escobar Arriba – Sampués*. (Tesis de pregrado). Universidad de Sucre. Sincelejo, Sucre.
- Jiménez, M. (2009) *Los conceptos de población y de especie en la enseñanza de la Biología: concepciones, dificultades y perspectivas*. (Tesis Doctoral). Universidad de Granada. Granada. España.
- Marzábal, A. Merino, C y Rocha, A. (2013) El obstáculo epistemológico como objeto de reflexión para la activación del cambio didáctico en docentes de ciencias en ejercicio. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*. 9 (1), 70–83.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares, áreas obligatorias y fundamentales.

- Ministerio de Educación Nacional. (2006) *“La formación en ciencias: ¡el desafío!”*.
Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas.
- Mora, A (2002). Obstáculos epistemológicos que afectan el proceso de construcción de conceptos del área de ciencias en niños de edad escolar. *Revista de las Sedes Regionales III* (5), 75 -89.
- Morlans, M. (2004) Introducción a la Ecología de Poblaciones. *Área Ecológica*. Universidad Nacional de Catamarca, Editorial Científica Universitaria. Recuperado de <https://www.uv.mx/personal/tcarmona/files/2010/08/Morlans-2004.pdf>.
- Palarea, M. y Socas. M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *Revista suma* (16), 91 -98.
- Panizza. M (s.f) Conceptos Básicos De La Teoría De Situaciones Didácticas. Recuperado de http://crecerysonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf
- Perren, M. Bottani, E. y Odetti, H. (2004), Problemas Cuantitativos y comprensión de conceptos, *Enseñanza de las ciencias* 22 (1), 105 – 114.
- Ramírez, A. (2005). *Ecología Aplicada Diseño y Análisis Estadístico*. Bogotá. Colombia: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano.
- Rodríguez. M (2011). La Matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico. *Números revista didáctica de las matemáticas*. 77, 35 – 49.
- Saleme. N. Berrondo. L. Navarro. S. Juarez. G. (2016) Enseñanza de Modelos Discretos en Dinámica Poblacional. *Revista de Educación Matemática* 31(3), 21 -31.

- Stewart, I. (2011). *Las matemáticas de la vida*. Barcelona, España: Crítica.
- Totorikaguena, L. (2013). *Los errores conceptuales y las ideas previas del alumnado de ciencias en el ámbito de la enseñanza de la biología celular. Propuestas alternativas para el cambio conceptual*. (Trabajo de grado). Universidad del País Vasco.
- Vargas, R. y Rodríguez, S. (2008). Dinámica de Poblaciones. *Manejo de Plagas en Palitos y Cítricos*. Recuperado de http://www.avocadosource.com/books/Ripa2008/Ripa_Chapter_07.pdf
- Vasco, C. (2006). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Colombia. Universidad del Valle (Cali). Recuperado de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASC_O.pdf
- Vrancken, S. Engler, A. Giampieri, M. y Müller, D. (2015) Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación de una secuencia de actividades. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*. 15 (1), 1- 19.