

Dificultad del empleo de la tecnología en el aula, por  
Parte de un grupo de docentes que laboran en  
Colegios del distrito, en el abordaje del tema:  
Triángulos y sus propiedades.

Andrea Margarita Santos Barbosa  
2002140037  
Alvaro Fernando Otero Torres  
2002140023

Universidad Pedagógica Nacional  
Facultad de Ciencia y Tecnología  
Departamento de Matemáticas  
Área Trabajo de Grado  
Bogotá  
2006

Dificultad del empleo de la tecnología en el aula, por  
Parte de un grupo de docentes que laboran en  
Colegios del distrito, en el abordaje del tema:  
Triángulos y sus propiedades.

Andrea Margarita Santos Barbosa  
2002140037  
Alvaro Fernando Otero Torres  
2002140023

Trabajo de grado presentado ante el Departamento de Matemáticas de la Universidad  
Pedagógica Nacional de Colombia para optar al título de Licenciado en Matemáticas.

Asesor  
Edwin Alfredo Carranza  
Profesor del Departamento de Matemáticas.

---

Universidad Pedagógica Nacional  
Facultad de Ciencia y Tecnología  
Departamento de Matemáticas  
Área Trabajo de Grado  
Bogotá  
2006

## TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
Introducción	
Resumen analítico	7
Objetivos generales	9
Objetivos específicos	10
1. Contextualizando la experiencia	11
1.1 Grupo Participante	13
1.2 Encuesta	13
1.3 Resultados de la encuesta	16
2. Marco teórico	18
2.1 Marco teórico desde la tecnología	21
2.1.1 Principio de la tecnología	21
2.2 Marco teórico desde la geometría	25
2.3 Relación entre el enfoque geométrico y el enfoque tecnológico	28
2.4 Categorización	30
3. Plan de acción	34
3.1 Conceptos previos	34
Actividad propuesta	35
a. Característica de la actividad	36
b. Sustentación de las actividad propuesta	37
i. Situación 1	37
ii. Situación 2	43
iii. Situación 3	47
iv. Situación 4	50
v. Situación 5	52
4. Resultados	61

a.	Asignación de las categorías	62
b.	Desarrollo de la actividad por parte de algunos docentes	66
i.	Desarrollo de la Situación 1	67
ii.	Desarrollo de la Situación 2	78
iii.	Desarrollo de la Situación 3	87
iv.	Desarrollo de la Situación 4	93
v.	Desarrollo de la Situación 5	94
5.	Conclusiones	97
	Bibliografía	99
	Anexos	

Copia magnética de las construcciones.

-De las situaciones problemáticas propuestas.

-De las situaciones problemáticas desarrollados por los docentes participantes.

## INTRODUCCIÓN

Como futuros licenciados nos parece que es muy importante el estar involucrados en el avance tecnológico que se vive en el mundo, y así poder innovar en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas ya que este es nuestro campo de acción. Actualmente en el mercado se encuentran diversos programas que en conjunto con las matemáticas pueden transformar un aula común y corriente en un laboratorio del cual se pueden obtener diversos beneficios. Para nosotros resulta fundamental que los docentes que están o van a ejercer esta profesión tengan un conocimiento básico, por lo menos, sobre esos software y así implementarlos con los que serán el futuro no tardío de nuestra nación.

A través de la experiencia que adquirimos al pertenecer al programa de formación permanente de docente PFPD en geometría dinámica titulado "Potencial didáctico del software de geometría dinámica en el aprendizaje de la geometría en la educación básica secundaria", programa creado para capacitar algunos docentes que se desempeñan en el área de matemáticas y a que ejercen actualmente en Instituciones Educativas Distritales; al ser participantes observamos las dificultades en el desempeño académico, en la conceptualización que tenían acerca de la geometría euclidiana y al uso de la herramienta tecnológica, computador o calculadora, empleado el programa Cabri Geometre. Por esta razón centramos nuestra atención en las dificultades más frecuentes que se les presentaba a los docentes participantes, para ello diseñamos una actividad de cinco situaciones problemáticas que tenían como núcleo temático el triángulo y sus propiedades.

El plan que seguimos para obtener dichos resultados marchaba conjuntamente con el desarrollo y progreso del PFPD y comenzó determinando un pequeño grupo de docentes del programa a quienes se les propuso dichas situaciones.

En cuanto a los resultados obtenidos no se pueden sustentar bajo un marco teórico puntual, fue necesario crear tres categorías que permitieran diferenciar el grado de formación del grupo de docentes, en geometría y el uso de la herramienta; lo que consideramos pertinente fue hacer mención de referentes teóricos como el nivel de desarrollo de geometría según Van Hiele y los principios para matemáticas escolares NCTM, que permiten sustentar un marco conceptual acertado para la geometría y otro dirigido hacia la tecnología.

El objetivo fundamental de las situaciones propuestas era que a partir de una información implícita o explícita se realizara una construcción en la cual se requería el uso de algunas propiedades del triángulo como son: la altura, el incentro, la mediatriz, etc.

En los resultados que plasmamos en el trabajo y que usted podrá comprobar junto con las construcciones que ellos realizaron, encontramos los siguientes: no había coordinación entre el monitor y el ratón, la interpretación que se daba a los enunciados de las situaciones problemáticas era incorrectos, resolvían las situaciones problemáticas con regla y compás pero al momento de emplear el medio tecnológico no era satisfactorio lo obtenido, debido a la falta de conocimiento del programa.

Este trabajo pretende ofrecer elementos de análisis y reflexión a la comunidad educativa resaltando la importancia y necesidad de integrar herramientas tecnológicas, ya que su inmenso potencial pedagógico y didáctico permite que el docente conjeture, verifique y hasta demuestre empleando la herramienta y así mismo pueda transmitirlo a sus estudiantes.

Las ideas allí expuestas se presentan en forma secuencial de tal forma que el lector lo pueda a bordar sin ningún contratiempo (contexto de la experiencia, marco teórico, plan de acción, resultados, conclusiones).

Aportamos a este trabajo nuestro esfuerzo personal y dedicación con el fin de haber logrado mayor orientación acerca de cómo concebir la educación matemática integrada con la tecnología de una forma diferente permitiéndonos abarcar y comprender profundamente conceptos y descubrir nuevas ideas matemáticas.

Agradecemos a nuestros familiares, profesor asesor y docentes participantes por su estímulo, paciencia y apoyo incondicional para que hiciéramos posible esta obra tan enriquecedora.

## RESUMEN ANALÍTICO

Programa Académico:	Licenciatura en Matemáticas.
Titulo:	Dificultad del empleo de la tecnología en el aula, por parte de un grupo de docentes que laboran en colegios del distrito, en el abordaje del tema: triángulos y sus propiedades.
Descripción:	El trabajo se encuentra dividido en cinco partes fundamentales que son contexto de la experiencia, marco teórico, plan de acción, resultados y conclusiones.
Palabras Claves:	Geometría dinámica, Cabri, construcción, triángulos, líneas y puntos notables, programa, dificultad, categoría, actividad, situación problema, tecnología, herramienta.
Fuentes:	Publicación de libros de la Universidad Pedagógica Nacional. Artículos de revista de educación. Paginas Web.
Procedimiento Metodológico:	Contextualizamos la experiencia que dio origen a este proyecto, en éste narramos en que consistía el PFPD, los objetivos, las etapas y las acciones que habíamos llevado a cabo. Consecuencia de ello tomamos un grupo participante de 26 docentes y desarrollamos con ellos una actividad que se componía de cinco situaciones problema las cuales están enunciadas y desarrolladas, cabe aclarar que esas construcciones

no son únicas y depende de la habilidad de los docentes para desarrollarlas.

Terminada la fase de implementación de dicha actividad se realizó un análisis cuidadoso de las situaciones problema significativas que ejecutaron los profesores participantes, de allí se obtienen unos resultados y por ende unas conclusiones.

Se incluyo en el trabajo dos enfoques teóricos uno desde la tecnología que permitió reconocer las ventajas y beneficios que involucra el implementar estas herramientas en el aula, otro desde la geometría en este se describe por medio de niveles el grado de formación que se tiene en cuando al desarrollo de situaciones problemáticas sobre está área. En el trabajo se narran las dificultades más frecuentes que se presentaban tanto en el uso de la herramienta como en el dominio conceptual de la geometría; como no hay un marco teórico específico que involucre las dificultades del empleo de la tecnología en geometría fue necesario crear tres categorías con sus respectivos indicadores y así poder asignar las diversas dificultades a una de ellas.



## OBJETIVOS GENERALES

- Realizar un diagnóstico de las dificultades más frecuentes presentadas por los docentes participantes del programa de permanente de docente PFPD en geometría dinámica titulado "Potencial didáctico del software de geometría dinámica en el aprendizaje de la geometría en la educación básica secundaria", al enfrentarse a construcciones de triángulos y sus propiedades<sup>1</sup> empleando el software Cabri.
- Permitir que los docentes exploren, reconozcan y realicen posibles construcciones de triángulos con las diferentes herramientas del software Cabri, de tal modo que puedan atribuir las ventajas de este para la enseñanza.

---

<sup>1</sup> Cuando nos referimos a propiedades nos referimos a: líneas notables, puntos notables, desigualdad triangular, suma de ángulos internos, clasificación de triángulos, entre otras.

## **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Categorizar las dificultades detectadas en las actividades trabajadas, basados en un marco de referencia.
- Encontrar posibles motivos por los cuales se les dificulta a los profesores el empleo del software.
- Generar propuestas de orden pedagógico, didáctico y metodológico para abordar este campo problemático y conceptual con mediación de la geometría dinámica.

## 1. CONTEXTUALIZANDO LA EXPERIENCIA.

Al iniciar el segundo semestre de 2005 se creó un programa de formación permanente de docente, en geometría dinámica titulado "Potencial didáctico del software de geometría dinámica en el aprendizaje de la geometría en la educación básica secundaria", con el apoyo de la Secretaría de Educación Distrital y la Universidad Pedagógica Nacional, cuya intención es ampliar la formación inicial de profesores de matemáticas que actualmente ejercen en el distrito, con el fin de contribuir a proporcionarles elementos fundamentales para resolver problemáticas del campo de la educación matemática como son:

- Profundizar en el conocimiento geométrico escolar así como en los aspectos relativos a su enseñanza, aprendizaje y evaluación.
- Aprovechar los recursos tecnológicos computacionales, existentes en las instituciones educativas, para desarrollar competencias básicas en geometría, identificando el potencial cognitivo y didáctico de dichos recursos.
- Rescatar el papel protagónico de la geometría en el currículo de la Educación Básica Secundaria como conocimiento fundamental básico para el desarrollo del razonamiento y para moldear situaciones problemáticas, eje fundamental de los lineamientos curriculares para el área de matemáticas.

La estructura curricular de este programa se dividió en tres etapas: *Actualización, innovación e investigación*. Nosotros hicimos parte del primer proceso, *Actualización*, donde la estrategia para abordarla consistía en la realización de seminarios de fundamentación teórico-prácticos. Se partió de los conceptos básicos en geometría, de los docentes participantes y a partir de ellos se realizaron talleres de profundización y revisión conceptual en donde, a su vez, los maestros participantes experimentaron por sí mismos la propuesta didáctica. Adicionalmente, se abordó la reflexión sobre el

desarrollo teórico que desde el campo de la educación matemática, se viene construyendo para el área de la geometría. Se dio lugar para profundizar acerca de los lineamientos curriculares para el área, la organización de la enseñanza y los aspectos que han de contemplar en el aprendizaje de la geometría.

En esta primera etapa se llevaron a cabo los siguientes objetivos:

- ❖ Propiciar, en los docentes participantes, y al interior de sus instituciones, la reflexión sobre las matemáticas escolares a partir del cuestionamiento de un saber específico, la didáctica e la geometría escolar.
- ❖ Estimular la progresiva profundización de los docentes de matemáticas en el campo de la educación matemática y la especificidad de un saber en lo que compete al diseño curricular en geometría.
- ❖ Actualizar a los docentes en los aspectos referentes al diseño curricular, base para la incorporación de ésta área en los Proyectos Educativos Institucionales y la identificación de su actuación profesional, como profesor de matemáticas.
- ❖ Propiciar a los docentes participantes la fundamentación teórica-práctica para hacer uso de software de geometría dinámica, Cabri Geometre, en el diseño de proyectos de aula en geometría.

El interés particular de este trabajo se basaba en descubrir las dificultades que los docentes comenten al hacer uso de la tecnología, siendo específicos en la temática triángulos y sus propiedades, entonces se centro la atención en el último objetivo, que fue el que permitió apreciar dichas dificultades.

## 1.1 Grupo participante

Las personas que colaboraron y sirvieron de base para el estudio, fueron 26 docentes del área de matemáticas, seleccionados al azar aprovechando la experiencia que se presentó en ese momento debido al desarrollo de la práctica en contextos, casualmente todos ejercen actualmente en instituciones educativas distritales, en la ciudad de Bogotá. Se planearon actividades que sirvieron de apoyo para identificar las dificultades más frecuentes que cometen los docentes al enfrentarse a la tecnología haciendo uso de un programa de matemáticas abordando una temática específica.

## 1.2 Encuesta

Como se menciona anteriormente hicimos parte de la primera fase del programa, las acciones que se llevaron a cabo en este fueron: efectuar una encuesta cuyo objetivo era obtener información acerca de las instituciones (nombre, ubicación, localidad, entre otros), sobre la(s) sala(s) de informática su estado y funcionamiento (número de salas, total de equipos que cuentan en cada sala, cuántos funcionan, etc) y con qué frecuencia los docentes emplean el computador u otras herramientas didácticas (tipo de programas que maneja, emplean calculadoras graficadoras, etc). Para verificar la información obtenida en las encuestas efectuamos un primer encuentro en cada una de las siguientes instituciones: *I.E.D Nueva constitución, I.E.D General Santander, I.E.D Patio Bonito, I.E.D Brasilia-Bosa, I.E.D Aquileo Parra, I.E.D Eduardo Santos y I.E.D Antonio Van Uden*, en las cuales realizamos un diagnóstico del estado real en que se encuentran las salas de informática y del empleo de ésta por el área de matemáticas.

La siguiente labor consistió en realizar los trámites necesarios para obtener el software Cabri en las instituciones y agenciar un espacio en la sala de informática para la

implementación del mismo. Después de obtener el programa y verificar su instalación, se dispuso un acompañamiento a las instituciones donde laboran los docentes participantes, de modo que se promoviera el manejo del software a los demás profesores del área, esto se llevo a cabo por medio de actividades diseñadas por nosotros para la exploración del programa.

La encuesta que se aplico a los docentes fue:

**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS  
PFPD: GEOMETRIA DINAMICA**

**ENCUESTA**

1. Nombre de la institución el la cual trabaja: \_\_\_\_\_
2. ¿En la institución educativa se cuenta con alguna sala de informática? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_  
¿Cuántas? \_\_\_\_\_
3. En caso de contar con al menos una sala de informática  
¿Con cuántos computadores cuenta(n) la(s) Sala(s)? \_\_\_\_\_  
¿Cuántos se encuentra en buen estado? \_\_\_\_\_  
¿Con qué sistema operativo cuentan los computadores? \_\_\_\_\_  
¿En los computadores esta instalado el software Cabri Geometre? Si \_\_\_\_  
No \_\_\_\_  
¿Los equipos se encuentran en red? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_
4. ¿Cada cuánto se le hace mantenimiento a la sala de informática?  
Cada 8 días \_\_\_\_\_  
Cada 15 días \_\_\_\_\_  
Cada mes \_\_\_\_\_  
Cada semestre \_\_\_\_\_

Otro \_\_\_\_\_

4. ¿Usa usted frecuentemente el computador? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_  
¿Qué programas en particular maneja?

- 
5. ¿Tiene usted fácil acceso a las calculadoras graficadoras? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_
- 

Su dominio de la calculadora graficadora es:

Alto \_\_\_\_\_

Medio \_\_\_\_\_

Bajo \_\_\_\_\_

- 
6. ¿Promueven las directivas de la institución en que trabaja el mejoramiento de la sala de informática? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_ ¿Cómo?
- 

7. ¿Cuenta la institución con algún otro espacio para el uso de la tecnología? Si \_\_\_\_  
No \_\_\_\_ ¿Cuál?

8. ¿Ha realizado usted alguna actividad matemática empleando la tecnología? Si \_\_\_\_  
No \_\_\_\_ ¿Cuál?
-

1.3 Resultados De La Encuesta

N° Docentes	IED.	N° SALAS	B	M	SIS. OPERA	CABRI	RED	MANTENIMIENTO	USO PC	PROGRAMAS	CAL. GRAFI
4	Brasilia-Bosa	2	17	5	Wxp	N	N	Anual	S S S S	Office, Internet micromundos visual Basic macromedia	N N N N
3	Eduardo Santos	1	16	0	Wxp	S	S	Mensual	S S S	Office Office Office	N N N
2	Aquileo Parra	1	19	10	W98,2000 Wxp	N	S	Mensual	S S	Office Office	N N
2	Confederaciones Brisas del Diamante	1	6	7	W95	N	N	Semestral	S S	Office Office	N S
1	Entrenubes S.O	1	15	3	W95 Y Wxp	N	N	Semestral	S	Office, Internet	N
2	Antonio Van Uden Antonio Van Uden	0							S S	Office Office	N S
1	Guillermo Cano Isaza	1	15	8	W2000	N	N	Trimestral	N		N
1	La Gaitana	1	19	1	W2000	N	S	Mensual	N	Office	N
7	Nueva Constitución	1	20		Wxp	S	S	Semestral	S S S S N N S	Office Office Word, Excel Office  Word	S N N N N N N
2	Patio Bonito	0							S S	Office Office	N N
1	General Santander	2	15		W2000	N	S	Por deterioro	S	Office	N



<b>DOMINIO</b>	<b>DIRECTIVAS</b>	<b>COMO</b>	<b>ESP. TECNO</b>	<b>USO DE LA TEC.</b>	<b>ACTIVIDAD</b>
B B B B	S	Por medio Consejo Directivo	Aula de Tecnología Galileo 2000	S	Micromundos, Excel
	S	Gestiones pertinentes	Aulas de Diseño, Electrónica y Dibujo Técnico	S S S	Cabri, Internet, material didáctico Paquetes didácticos
B B	N		Salas Tech-Presch, y de Tecnología Galileo	S	Juegos Didácticos
N B	N		Sala de Bilingüismo	N	
B	S	Adecuación eléctrica y red		S	Ejercicios en Excel
B B	N			N N	
B	S	Actualización de equipos		N	
B	N			N	
B  B	S	Implementación de equipos		N N N N N N	
B B	N N			N N	
B	S	Implementación de equipos		N	

El resultado general de la encuesta reflejo que los docentes hacen uso del computador solo empleando algunos programas de office con son word, excel y power point con el fin de cubrir sus necesidades personales y no usarlo con una herramienta didáctica y pedagógica, por tanto la mayoría de ellos no había realizado ninguna actividad matemática empleando alguna herramienta tecnológica.

Se encontró que en la mayoría de las instituciones hay una sala de informática que debe suplir las necesidades de todo el alumnado y solo en dos colegios el software estaba instalado, además se notó el escaso material didáctico en cada una de ellas.

## 2. MARCO TEÓRICO<sup>2</sup>

Las decisiones tomadas por el gobierno, administradores escolares y otros profesionales de la educación en relación con el contenido y el carácter de las matemáticas escolares, tienen consecuencias importantes tanto para los estudiantes como para la sociedad. Los Principios y Estándares para Matemáticas Escolares tienen por objeto convertirse en dicha guía; los Principios describen algunas características particulares de la educación matemática de alta calidad. Mientras, que los Estándares describen el contenido y los procesos matemáticos que los estudiantes deben aprender. En conjunto Principios y Estándares constituyen una visión para guiar a los docentes en su esfuerzo para lograr el mejoramiento continuo en la enseñanza de las matemáticas en las aulas de clases.

Los principios que orientar el hacer sobre las matemáticas escolares son:

1. *Equidad:* La excelencia en la educación matemática requiere equidad; expectativas altas y un fuerte apoyo para todos los estudiantes.
2. *Currículo:* Un currículo es mucho más que una colección de actividades: debe ser coherente, centrado en temas matemáticos importantes y bien articulados en los diferentes grados escolares.
3. *Enseñanza:* La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere entender qué saben los estudiantes y qué necesitan aprender, y a partir de esta información, retarlos y apoyarlos para que realicen un buen aprendizaje.
4. *Aprendizaje:* Los estudiantes deben aprender matemáticas entendiéndolas, deben construir nuevo conocimiento activamente, a partir de sus experiencias y de sus conocimientos previos.

---

<sup>2</sup> Tomado textualmente del documento Principios para matemáticas escolares. Consejo Esataunidense de Profesores de Matemáticas (NTCM)

5. *Evaluación*: La evaluación deben apoyar el aprendizaje de conceptos matemáticos importantes y además, suministrar información útil tanto a los maestros como a los estudiantes, debe ser de manera continua.
6. **Tecnología**: La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; ésta influye en las matemáticas que se enseñan y mejora el proceso de aprendizaje.

Estos seis principios, no se refieren a contenidos o procesos matemáticos específicos, y por lo tanto son bastante diferentes de los Estándares; estos describen algunos temas cruciales, que aun cuando no pertenecen exclusivamente a las matemáticas, están estrechamente entrelazados con los programas de matemáticas escolares. Ellos pueden influenciar el desarrollo de las estructuras curriculares, la escogencia de materiales curriculares, la planeación de los módulos de enseñanza o las lecciones, el diseño de evaluaciones, la asignación a las clases de estudiantes y docentes, las decisiones de enseñanza en las aulas, y el establecimiento de programas de apoyo para el desarrollo profesional de los docentes.

Como el fin de este trabajo es encontrar las dificultades más comunes que presentan los docentes al hacer uso de la tecnología abarcando la temática “triángulos y sus propiedades”, entonces resulta importante y necesario reconocer las ventajas que trae el principio de la tecnología en el aula.

## **2.1 Marco teórico desde la tecnología**

### **2.1.1 Principio de la tecnología**

*“La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y mejora el proceso de aprendizaje de los estudiantes<sup>3</sup>”.*

Sin duda alguna, uno de los más significativos logros científicos del siglo pasado, fue la aparición de la primera Computadora, momento culminante en el largo camino recorrido por el hombre en búsqueda de métodos e instrumentos que lo apoyaron en la realización de cálculos y procesos cada vez más complejos que debía realizar y que tuvo como períodos importantes el Ábaco, la Máquina de Babbage, la Regla de Cálculo y la Calculadora entre otros.

La incorporación de herramientas tecnológicas en las aulas colombianas y con certeza en las instituciones distritales se esta convirtiendo en una realidad a partir de acciones realizadas por el estado para garantizar que el proceso de enseñanza aprendizaje se realice a través de la informática en todos los grados de escolaridad. Pero para llevar a cabo este proceso es necesario contar con docentes capacitados que perfeccionen los métodos de enseñanza, creen, diseñen e interactúen con los estudiantes a su vez puedan generar en ellos interés, superación y puedan responder a lo que actualmente llamamos competencias.

Siendo la formación de docentes en este ámbito escasa surgen los programas de formación permanente de docentes cuyo fin es brindar conocimiento, manejo e

---

<sup>3</sup> Documento del NTCM traducido por EDUTEKA

implementación de proyectos innovadores que integren las áreas del conocimiento teniendo en cuenta los proyectos educativos institucionales PEI de cada institución.

Con esta nueva oportunidad el maestro tiene la posibilidad de investigar en su quehacer pedagógico contando con una gran variedad de software educativos (Cabri, regla y Compás, Clic, Derive, entre otros), los cuales redundan en beneficio y calidad de la educación de manera que brinda a los estudiantes un aprendizaje personalizado y al maestro la posibilidad de interactuar con sus dicentes mediando, dirigiendo y evaluando un proceso educativo.

Dunham y Dick (1994) aseguran “Los estudiantes pueden aprender más matemáticas y en mayor profundidad con el uso apropiado de la tecnología”. Es importante que el maestro este bien preparado y asuma con responsabilidad el uso frecuente de la tecnología proponiendo actividades que permitan y fomenten la comprensión básica de los conceptos por parte de los alumnos.

Durante el desarrollo de PFPD los maestros que en ese momento se convierten en estudiantes reflejaban cierto temor al hacer uso del computador sobre todo los docentes que llevan más años ejerciendo la profesión, esto se debe que al culminar sus estudios de pregrado no se habían interesado por seguir incrementado sus conocimientos en cuanto a tecnología se refiere y al ver diariamente que la sociedad esta altamente sistematizada resulta fundamental estar al tanto del progreso de ésta, además son conscientes que la manera más fácil de atraer a los estudiantes es integrando al aula cosas que sean de su agrado; es frecuente escuchar a los estudiantes decir: “las matemáticas son difíciles y aburridas”, cuando es posible contar con una herramienta diferente al tablero y se integra la tecnología en las matemáticas esta permite explorar, comprobar, argumentar y validar relaciones matemáticas que genera un acercamiento de los estudiantes desde lo inductivo hasta lo deductivo dentro de la matemática escolar.

Por ejemplo, el papel del editor gráfico acompañado de un software en el aprendizaje de las matemáticas es fundamental porque acerca al niño a esta disciplina, ya que le permite materializar objetos difíciles de comprender por no ser tangibles. Estos se pueden ver en una pantalla, manipular y a su vez encontrar relaciones muy interesantes que no se pueden hallar en el papel. También posibilita el acceso a modelos visuales que son poderosos, pero que muchos estudiantes no pueden, o no quieren, generar en forma independiente, en el caso de “ un programa de geometría dinámica que es un editor gráfico que da la posibilidad de dibujar diagramas geométricos en la pantalla del computador o calculadora, donde dicho diagrama se redibuja de manera continua conservando intactas las relaciones geométricas que hayan sido declaradas en su construcción, así como todas las propiedades geométricas implícitas en ella. De esta manera, la naturaleza de las figuras que se hacen en un entorno de geometría dinámica es diferente a la de los dibujos que se realizan con papel y lápiz.

El aprendizaje de los estudiantes está apoyado por la retroalimentación que puede ser suministrada por la tecnología; la capacidad de arrastre (dragging) de las figuras construidas favorece la búsqueda de rasgos que permanecen vivos durante la deformación. La diferencia fundamental entre el entorno tradicional y un entorno de geometría dinámica es precisamente el *Dinamismo*. Como las construcciones son dinámicas, las figuras en la pantalla adquieren una temporalidad: ya no son estáticas, sino móviles y por tanto sus propiedades deberán estar presentes en todas las posibles posiciones que tomen en la pantalla. La tecnología también suministra un punto focal, cuando los estudiantes discuten entre sí y con el maestro, acerca de los objetos que muestra la pantalla y los efectos que tienen las diferentes transformaciones dinámicas que permite realizar la tecnología”<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> Tomado del documento Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. Capítulo 4 Potencial Didáctico de la Geometría Dinámica en el Aprendizaje de la Geometría

Un aula enriquecida con la tecnología no reemplaza al docente de matemáticas ya que este juega varios roles importantes como son:

- Toma decisiones que afectan el proceso de aprendizaje de los alumnos de maneras importantes. Inicialmente el docente debe decidir si va a utilizarse tecnología, cuándo, cómo y por qué se va a hacer.
- La tecnología ayuda al docente en la evaluación, permitiéndole examinar los procesos que han seguido los alumnos en sus investigaciones matemáticas, como también, en los resultados obtenidos, enriqueciendo así la información disponible para que ellos la utilicen cuando van a tomar decisiones relacionadas con la enseñanza.
- La tecnología puede ayudar a los docentes a conectar el desarrollo de habilidades y procedimientos con un desarrollo más general de la comprensión matemática.
- Estas herramientas tienen la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar colaborando en el proceso de aprendizaje.

Las nuevas tecnologías, juegan un papel muy importante en la práctica pedagógica docente, pero este papel será significativo cuando la experiencia de formación de docentes se conciba como un proceso de formación permanente, sustentado en el reconocimiento de la escuela como un escenario en permanente cambio. Esto exige procesos formativos conducentes a transformar las prácticas pedagógicas, tomando en consideración las dinámicas internas de la escuela (movilidad de maestros, cambios en las directivas, formas de comprender e interactuar con las tecnologías informáticas, entre otras), los ritmos de aprendizaje de la escuela en su conjunto, de los docentes como gestores de conocimiento y de los estudiantes como actores protagonistas de su proceso formativo. La intencionalidad, en últimas, es interesar al estudiante en el conocimiento y comprometerlo. Es importante el apoyo frecuente e invariable de las directivas donde el docente labora brindando oportunidades en cuanto a material,



medios e instrumentos que le permitan llevar a cabo sus proyectos, de no ser así seguramente el conocimiento que el docente adquiriera durante su capacitación se vera traumatizado y consecuencia de ello en las aulas no se podrá evita el tradicionalismo.

## **2.2 Marco teórico desde la geometría**

A través de los años la geometría a sido una herramienta fundamental en el aprendizaje de la matemática, de modo que a primera vista se cree que el conocimiento que tiene un docente de matemáticas en el tema, por lo menos debe de ser mínimo, en cuanto al conocimiento de nociones básicas de esta área. Según lo que se aprecio en el programa de formación y permanente docente, se comienza a reconocer el bajo nivel de conocimientos que tienen los docentes en geometría; basados en está problemática se inicia con la elección de un tema que se debe manejar como lo es el de triángulos y sus propiedades.

Actualmente, el panorama en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría se ha venido vinculando por medio de políticas del ministerio de educación y otras entidades que ven la necesidad de capacitar a los docentes en el área, para que tengan herramientas suficientes para lograr un nivel de conocimiento geométrico básico en los estudiantes. Desde este punto de vista se caracteriza las posibles dificultades que tienen los docentes al enfrentarse a situaciones problemáticas en geometría, más específicamente en triángulos y sus propiedades.

Uno de los textos que se tomo como referencia es la categorización de los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico según Van Hiele<sup>5</sup>, donde se identifica 5 posibles niveles los cuales mencionaremos a continuación:

- Nivel 0: (Visualización) El estudiante razona acerca de los conceptos básicos de la geometría, por medio de consideraciones visuales del concepto como un todo, sin juzgar explícitamente las propiedades de sus componentes.
- Nivel 1: (Análisis) El estudiante razona acerca de los conceptos geométricos por medio de un análisis informal de las partes y atributos componentes. Las propiedades necesarias del concepto son establecidas.
- Nivel 2: (Abstracción) El estudiante ordena lógicamente las propiedades de los conceptos, forma definiciones abstractas y puede distinguir entre la necesidad y la suficiencia de un conjunto de propiedades que determinan un concepto.
- Nivel 3: (Deducción) El estudiante razona formalmente dentro del concepto de un sistema matemático, complementado con términos indefinidos, axiomas, un sistema lógico subyacente, definiciones y teoremas.
- Nivel 4: (Rigor) El estudiante puede comparar sistemas basados en diferentes axiomas y puede estudiar varias geometrías en la ausencia de modelos concretos.

Otra fuente la cual sirvió como referencia fue la de Alan Bishop<sup>6</sup>, donde se obtuvo unas luces para descubrir las dificultades cometidas por los docentes como lo son las que mencionaremos a continuación:

---

<sup>5</sup>William F Burger. J. Michael Shaugnessy 1989. Artículo Caracterización de los niveles de desarrollo en geometría según Van Hiele

Una de las principales dificultades es la falta de conocimiento en geometría que tenían los docentes al momento de comenzar el curso, la cual se vio reflejada en el manejo de los conceptos que se necesitaban para resolver las actividades propuestas que se realizaban en clase. Otras de las dificultades vivenciadas es la falta de interés del docente por conocer un poco más el área de la geometría lo cual generó que su visión fuera limitada. El poco razonamiento al momento de enfrentar una situación problema, el no saber a donde debía llegar y que caminos podía tomar para obtener el resultado deseado; en otros casos se observó que aunque trataron de buscar una posible respuesta conjeturando y utilizando lápiz, papel, regla y compás, no se vieron resultados ya que no hacían uso de las propiedades geométricas de las figuras y las construcciones.

En otras publicaciones se encontró que el triángulo es una fuente inagotable de propiedades y teoremas, como el teorema de Morley (Coexter, 1971), que descubrió a principios del siglo XX; dicho teorema indica que, “dado cualquier triángulo, si se trazan las trisectrices de los tres ángulos y se busca los tres puntos de intersección más cercanos a los lados, estos puntos construyen un triángulo equilátero”.

La parte conceptual de este trabajo está referenciada en la geometría moderna Floyd Down y Edwin Moise en el capítulo 4, 5, 7, 11 y 12. De igual modo la geometría Barnett, también en el libro “Como promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría”, escrito por grupo de investigación del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, desarrollado por las profesoras Cecilia Leguizamón, Leonor Camargo Uribe, Carmen Samper de Caicedo.

---

<sup>6</sup> Alan J. Bishop. ¿Cuáles son algunos de los obstáculos para el aprendizaje de la geometría?

### **2.3 Relación entre el enfoque geométrico y el enfoque tecnológico.**

“El esquema *docente expone / alumno toma nota*, va quedando muy limitado en el contexto actual de las nuevas tecnologías. Comienzan a tomar mayor relevancia roles de relación como asesorar y hacer tutoría, el seguimiento del proceso de aprendizaje, diseñar contenidos y materiales en espacios interactivos, promover un aprendizaje crítico con una lógica cooperativa, diagnosticar necesidades de formación específicas de cada alumno, etc.; o sea, se pasa de ser expositores a gestores del conocimiento. Menos aprendizaje de memoria y más rutas de autoaprendizaje y valores basados en la flexibilidad y el esfuerzo propio” (Rutas de autoaprendizaje y contenidos en espacios interactivos. ¿La nueva pedagogía? Hugo Pardo).

Es imprescindible que el docente se familiarice con las herramientas informáticas y en general con la visión que se tiene hoy en día de la enseñanza colombiana. Este nuevo enfoque no solo se refiere a las técnicas y el manejo exacto de los programas (software), sino que sea una herramienta complementaria deseable, para que el docente proponga algún tipo de formación progresiva. Lo que no debe suceder, aún sucede en demasiadas ocasiones, es que la tecnología sea más un obstáculo que un facilitador en las aulas.

"El profesor no es quien dirige por entero la experiencia educativa, sino que es más bien el encargado de establecer y mantener un entorno que favorece el aprendizaje de los alumnos participantes. El profesor no es un funcionario dentro de un sistema educativo reglamentado, sino que es un “intermediario del conocimiento”, que actúa como tal entre los alumnos y los datos que buscan para satisfacer sus necesidades de información individual". (Poole, 1997: 265).

Hay que tener en cuenta la importancia de introducir gradualmente la tecnología y el uso frecuente de computadoras en la enseñanza de las matemáticas, siendo una

herramienta y a la vez una fuente generadora de situaciones problemas antes no realizadas por los estudiantes. Al respecto, Jean Paul Jacob destacó “la importancia de la computación como un auxiliar que permitiría el desarrollo de la matemática aplicada. Consecuencia de ello, se va saneando las dificultades que enfrenta el estudiante recién egresado de la enseñanza media para llevar a cabo con éxito los primeros cursos de matemática en las universidades”.

Introducir la enseñanza a través de la tecnología en la educación básica y media, con el fin de lograr una formación adecuada en la formulación y resolución de problemas, uso de algoritmos, diagramas de flujo y entre otros métodos, y la comprensión del funcionamiento de las calculadoras y computadoras. Por medio, de ellas se podrían realizar los procesos de exploración, recolección de datos, planteamiento, examen de hipótesis y construcción de conceptos de una manera más eficiente y motivadora. Las posibilidades que se pueden generar en la enseñanza de las matemáticas con algunos programas dinámicos tales como Cabri, Logo, Derive, MathCAD, Maple, Micromundos, Sketchpad etc. Además debieran incluirse en las carreras de Formación docente en el área de matemáticas y capacitar a los docentes que se encuentran actualmente ejerciendo. En general, incluir cursos de computación en todas las carreras universitarias para determinar la factibilidad de introducir la tecnología a partir de la enseñanza primaria.

El uso de las computadoras en la enseñanza podría ser considerado benéfico desde dos puntos de vista. Por una parte, la enseñanza asistida por computador y, por otro lado, la programación por su valor instrumental y como medio para desarrollar habilidades mentales. Extender el uso de las computadoras en la enseñanza reportaría varias ventajas como:

- Ser un elemento motivador

- Empleo de nuevas tecnologías
- Medio de ayuda en el desarrollo de habilidades para la solución de problemas.
- Herramienta para implementar una base de datos eficiente.

Ya la necesidad de considerar la importancia de la pedagogía en la enseñanza de las matemáticas estaba presente en muchas partes. Jean Kuntzmann decía al respecto. "El establecimiento en la enseñanza de las nociones nuevas exige un largo trabajo de 'digestión' pedagógica, que los profesores de la enseñanza secundaria son los únicos que pueden realizar. Sólo ellos son capaces de llevar a cabo las adaptaciones de detalle que hacen que sea verdaderamente eficaz la enseñanza". (pág. 63). Pero esto no implica que deban de ser conocedores solo del funcionamiento de la tecnología sino que su conocimiento sea integro y se apoye en la tecnología como herramienta para poder desarrollar diferentes formas de pensamiento o la utilice como una herramienta de comprobación y verificación.

Los docentes de hoy en día se están capacitando para poder competir en la nueva educación y así poder ser innovadores e investigadores y no quedarse en la escuela tradicional. Basados en los enfoques y su relación determinamos las siguientes categorías.

## **2.4 Categorización**

Fue necesario crear tres categorías que permitan identificar y diferenciar el grado de apropiación de los docentes del nivel secundario sobre el abordaje de la temática "triángulos y sus propiedades", desde un enfoque geométrico y tecnológico empleando

el software Cabri, debido a que no hay una teoría preestablecida que involucre estas ciencias al mismo tiempo. Basados en la observación se agrupo el grupo de docentes bajo las siguientes descripciones:

Categoría	Descripción	Características	Indicadores
<b>A</b>	Es la categoría en el que el docente no maneja apropiadamente la herramienta (computador, calculadora y programa Cabri), además no tiene claros los conceptos básicos de la geometría.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No hay una adecuada interpretación en cuanto a los enunciados de las actividades.</li> <li>- No detecta relaciones entre las definiciones y propiedades de los triángulos.</li> <li>- No ubica las herramientas del software, el Mouse y la pantalla son para él objetos aislados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuando el docente construye. Por ejemplo en la actividad uno, el segmento AB como un lado del triángulo siendo que el enunciado",donde AB es la altura",</li> <li>- El profesor no relaciona la altura como un segmento perpendicular del vértice al lado opuesto, o bien cuando se habla de tangencia de circunferencia su intersección es en un único punto,</li> <li>- En el momento de borrar objetos de la pantalla. El ratón unido con el pulso hacen imposible seleccionar dicho objeto para que así sea omitido de esa zona.</li> </ul>
	Es la categoría donde el docente posee el conocimiento	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Posee una buena conexión de los conceptos y las propiedades de los</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica la diferencia de las alturas y medianas en un triángulo.</li> </ul>

<b>B</b>	geométrico necesario pero se le dificulta un poco el manejo del programa,	<p>triángulos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Localiza los menús y herramientas, pero con ayuda guiada.</li> <li>- Da una interpretación coherente de las actividades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconoce geoméricamente como transferir la longitud de un segmento, lo que no saben es con que herramienta lograrlo.</li> <li>- Describe, relata o simplemente dibuja el objetivo final, en papel y lápiz.</li> </ul>
<b>C</b>	Es la categoría donde el razonamiento que hace el docente se basa sobre sistemas matemáticos, es decir, axiomas, definiciones, teoremas; en cuanto al manejo que él le da al programa es apropiado.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Posee un nivel de razonamiento formal deductivo, es decir, justifica los procesos que le permiten manipular los enunciados de las actividades propuestas.</li> <li>- Ubica hábil y eficazmente las herramientas que componen el programa.</li> <li>- Resuelve la actividad correctamente. Acepta modificaciones, inquietudes y observaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Determina las propiedades de un triángulo equilátero, sus ángulos interiores miden <math>60^\circ</math>, si se bisecan cada ángulo tiene una amplitud de <math>30^\circ</math>, realiza eso con dos triángulos equiláteros se forma otro triángulo de la misma clase.</li> <li>- Ubica sin dificultad como se nombran, se prolongan o se acortan los objetos que se encuentran en la zona de trabajo.</li> <li>- Si la figura construida supera la capacidad de arrastre, es decir, si la figura sigue conservando sus condiciones o atributos esenciales y generales al ser</li> </ul>



			sometida a cambios modificaciones o transformaciones.
--	--	--	--

### **3. PLAN DE ACCIÓN**

Las situaciones problemáticas propuestas fueron aplicadas a cada uno de los docentes, en algunas ocasiones nos reunimos en el espacio asignado de reunión de área en cada institución y en otras ocasiones los profesores líderes del programa nos cedieron espacios para poder implementar la guía, el tiempo máximo para el desarrollo de la actividad era dos (2) horas. A los docentes se les informó sobre la realización de ésta, donde las situaciones problemáticas estaban relacionadas con el trabajo de ellos a lo largo del PFPD, en el desarrollo de las situaciones problemáticas los maestros podían preguntar, modificar, sugerir con el fin de realizar una clase normal y así no indisponerlos, además ellos podían realizar las actividades que quisieran y en el orden que desearan.

Los datos para el estudio fueron las grabaciones en video, las representaciones hechas por los docentes en papel y lápiz y los comentarios que realizaban mientras concluían lo pedido.

#### **3.1 Conceptos previos**

La actividad como se ha hecho mención varias veces, consta de cinco situaciones problemáticas relacionadas con la temática triángulos y sus propiedades, con las cuales se requería identificar el grado de conocimiento de los docentes en ésta temática, por ejemplo la clasificación de triángulos según sus lados, como el triángulo equilátero, triángulo isósceles y triángulo escaleno, para así apreciar las características fundamentales de cada uno de ellos, como son: Si la longitud de los tres lados de un triángulo es la misma o la medida de los ángulos de un triángulo es de  $60^\circ$  entonces el triángulo es equilátero. Si solo dos lados tienen igual longitud o si los dos ángulos del triángulo tienen la misma amplitud entonces el triángulo es isósceles. Si ninguno de

sus lados es de igual longitud y los ángulos son de diferente amplitud el triángulo es escaleno.

Es fundamental que los docentes reconozcan las diferencias entre las líneas notables de un triángulo y a su vez descubran que los puntos notables dependen de ellas, por ejemplo, la altura de un triángulo es el segmento perpendicular de uno de los vértice al lado opuesto y que las alturas de un triángulo concurren en un punto llamado *Ortocentro*.

Las situaciones problemáticas desarrolladas por los docentes, en las cuales se resalta el manejo de las definiciones, propiedades y en algunos casos la elección de teoremas, además le permitían al docente explorar y utilizar la mayoría de las herramientas del software Cabri, que a su vez permite ubicarlas en alguna de las tres categorías preestablecidas.

A continuación se enuncia y presentan una de las posibles construcciones que se pueden realizar de cada una de las situaciones problemáticas, ya que gracias a la geometría se pueden hallar diferentes formas de llegar al objetivo y eso básicamente depende del conocimiento que se tenga sobre ella.

### **3.2 Actividad propuesta**

#### **Situaciones problemáticas**

1. Dado el segmento AB. Construya un triángulo equilátero donde AB es una altura.

2. Dado un segmento AB y C un punto entre A y B. Construya un triángulo donde la magnitud del segmento AC sea una altura del triángulo y la magnitud del segmento AB sea una mediana. ¿Qué puede decir al respecto? ¿En algún punto la altura coincide con la mediana o viceversa?
3. Dado un triángulo ABC. Construya tres circunferencias tangentes, donde los centros de las circunferencias son los vértices del triángulo.
4. Dado un triángulo cualquiera y otro determinado por los puntos medios de sus lados, determine las relaciones que hay entre los dos triángulos, en perímetro y área.
5. Dados dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos. Construya un triángulo de manera que cuando varíen los lados y el ángulo, en la pantalla se informe a que clase de triángulo pertenece.

**Nota:** En este ejercicio es preciso emplear la herramienta *EDICIÓN NUMÉRICA*, así definir los segmentos y la amplitud del ángulo con medidas resultara más conveniente.

### 3.3 Características de las situaciones

- ❖ Reconoce cuáles son las propiedades de un triángulo equilátero, las líneas notables de un triángulo (altura, mediana, bisectriz, y mediatriz), clasificación de triángulos, tangencia de circunferencias, relación entre el área y el perímetro.
- ❖ Realiza una de las posibles construcciones que se proponen en cada actividad.

- ❖ Emplea las diferentes herramientas del programa para llevar a cabo la actividad sugerida.
- ❖ Maneja las nociones básicas de la geometría euclidiana, como son punto, recta, circunferencia, perpendicular, paralela, punto medio, entre otras.

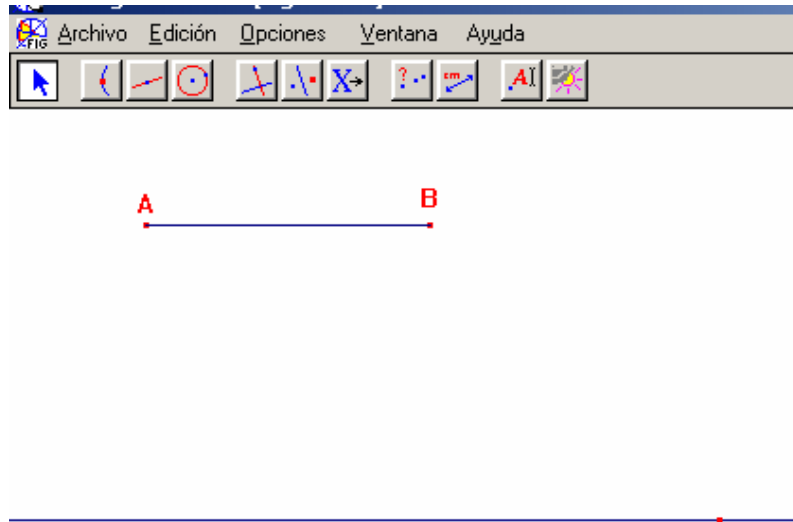
### **3.4 Sustentación de las situaciones problemáticas**

#### **3.4.1 Situación 1.**

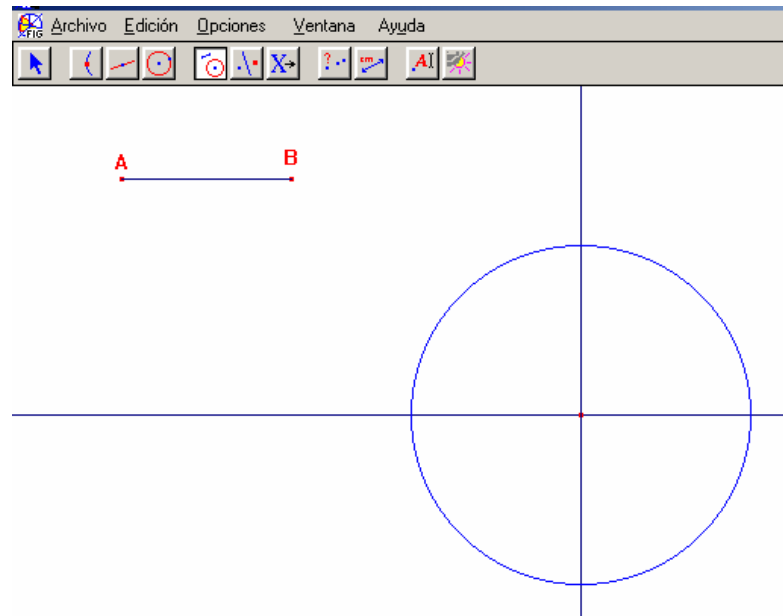
Dado el segmento AB. Construya un triángulo equilátero donde la magnitud del segmento AB es una altura.

#### ***Construcción***

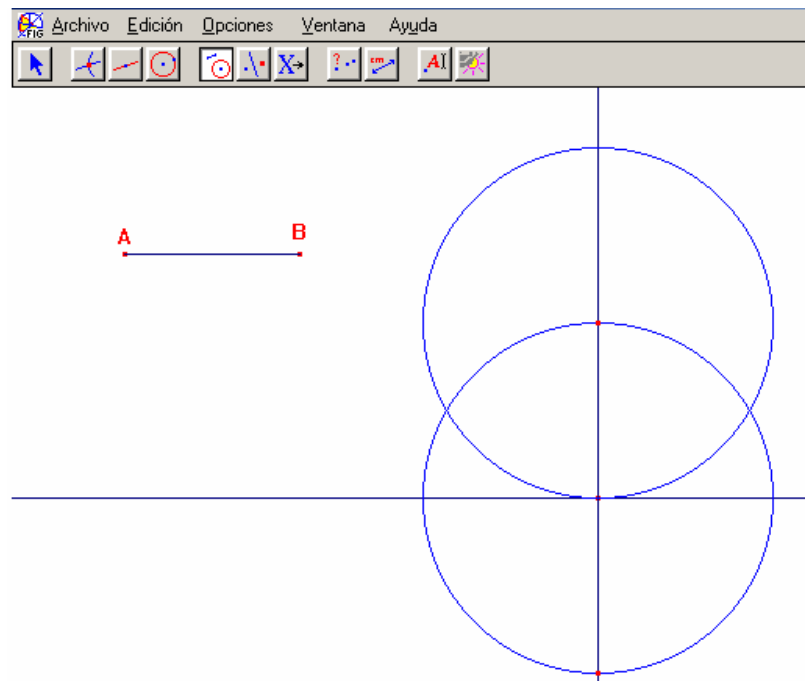
1. Definir un segmento en la zona de trabajo, nombrarlo como AB.
2. Fijar una recta y un punto sobre ella.



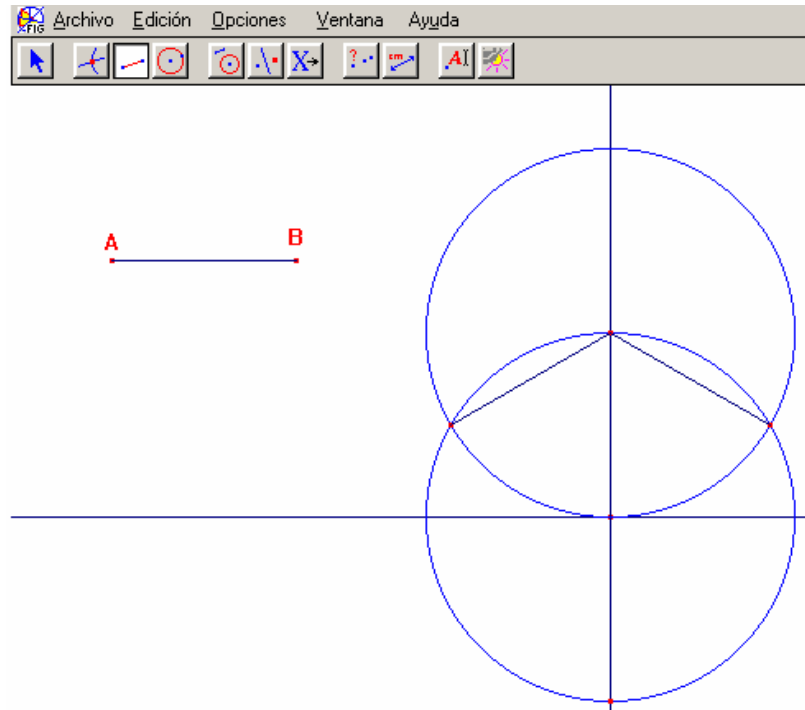
3. Activar la herramienta de *Rectas Perpendiculares*, se define una sobre la recta construida y que pase por el punto que se definió sobre ella.
4. Seleccionar la herramienta *Compás* para transferir la magnitud del segmento AB; tome como centro el punto de intersección de las rectas.



- Hallar los puntos de intersección de la circunferencia con la recta construida en el paso 3.
- Repetir el mismo proceso del paso 4, pero esta vez seleccione uno de los puntos de intersección que se hallaron en el paso anterior.



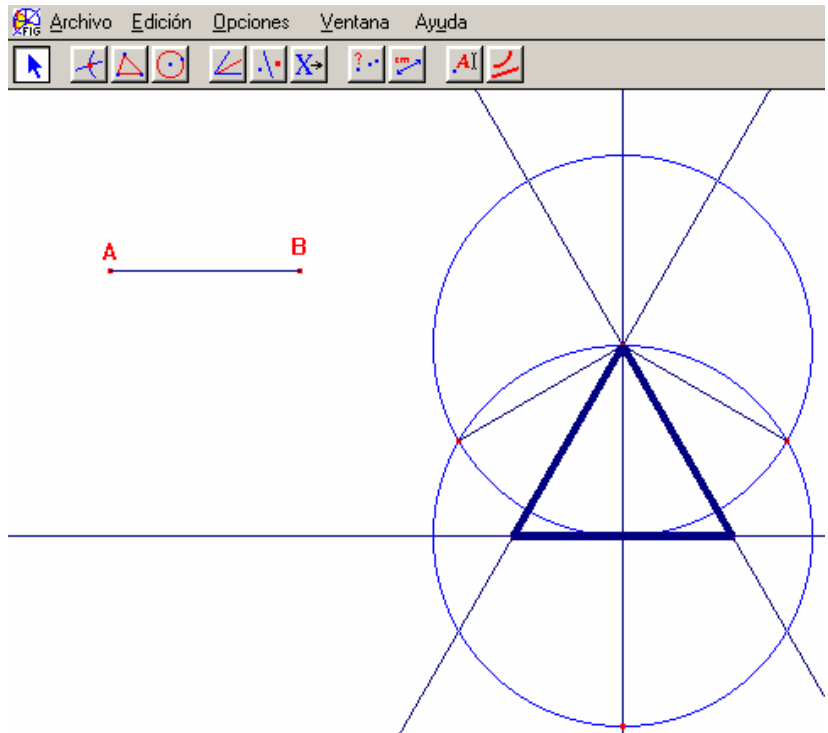
- Hallar los puntos de intersección de las dos circunferencias.
- Tomar el centro de la segunda circunferencia construida y trazar segmentos hasta los puntos de intersección de las circunferencias.



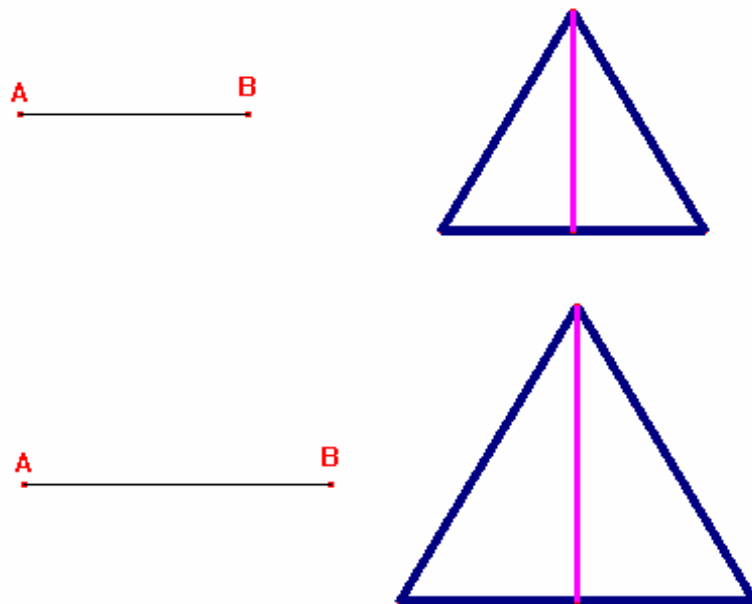
9. Activar la herramienta *Bisectriz*, seleccionar los ángulos que forman el segmento y la recta perpendicular.
10. Ubicar los puntos de intersección de las bisectrices con la recta construida inicialmente.







12. Seleccionar la herramienta *Ocultar/mostrar*. Elegir las circunferencias, rectas, bisectrices y segmentos; después desplazar los extremos del segmento AB

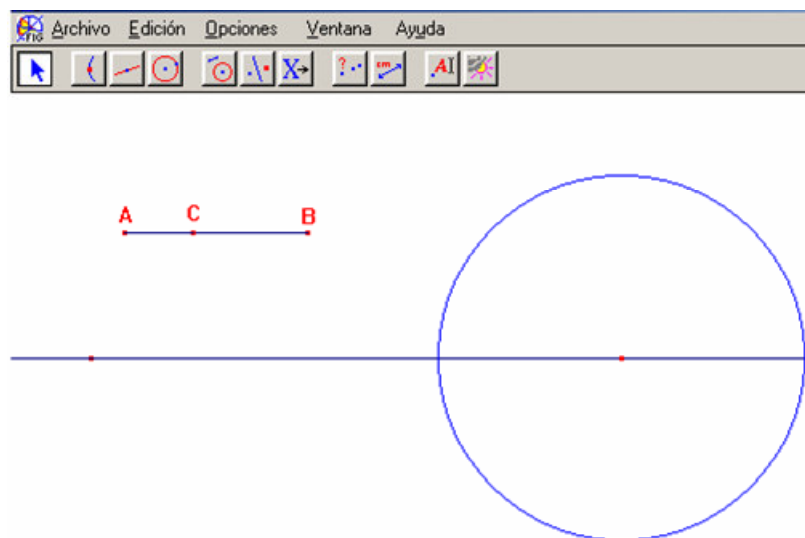


### 3.4.2 Situación 2.

Dado un segmento AB y C un punto entre A y B. Construya un triángulo donde la magnitud del segmento AC sea una altura del triángulo y la magnitud del segmento AB sea una mediana. ¿Qué puede decir al respecto? ¿En algún punto la altura coincide con la mediana o viceversa?

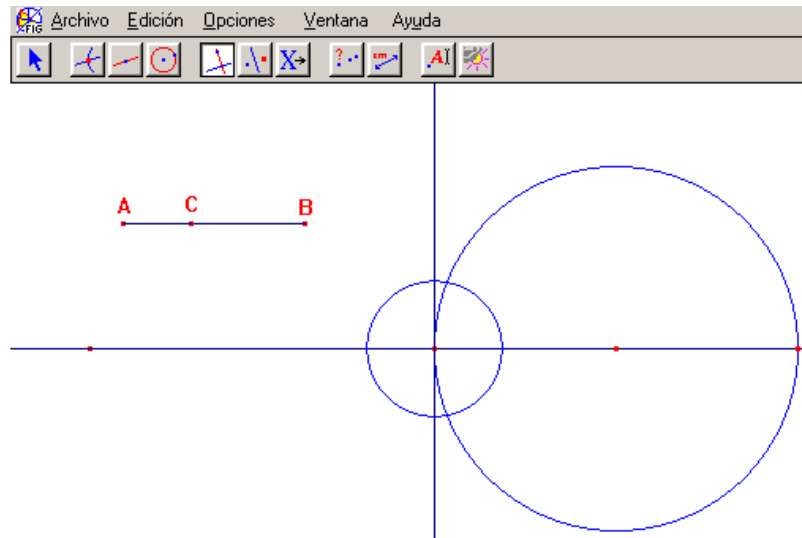
#### **Construcción:**

1. Definir un segmento AB y un punto C que pertenece al segmento.
2. Construir una recta y un punto sobre ella.
3. Elegir la herramienta *Compás*. Seleccionar el segmento AB y tomar como centro el punto que esta sobre la recta.

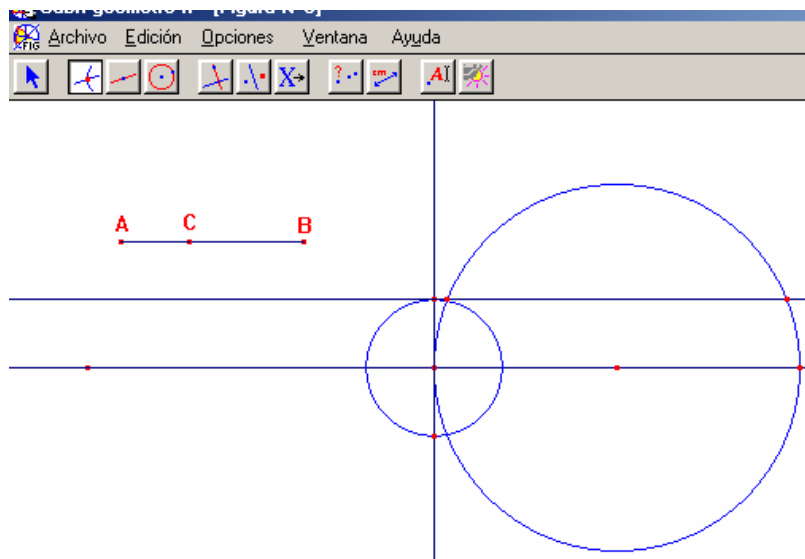


4. Hallar los puntos de intersección de de la circunferencia y la recta.
5. Nuevamente elegir la herramienta *Compás*, definir el segmento AC y tomar como centro un punto de intersección resultado del paso anterior.

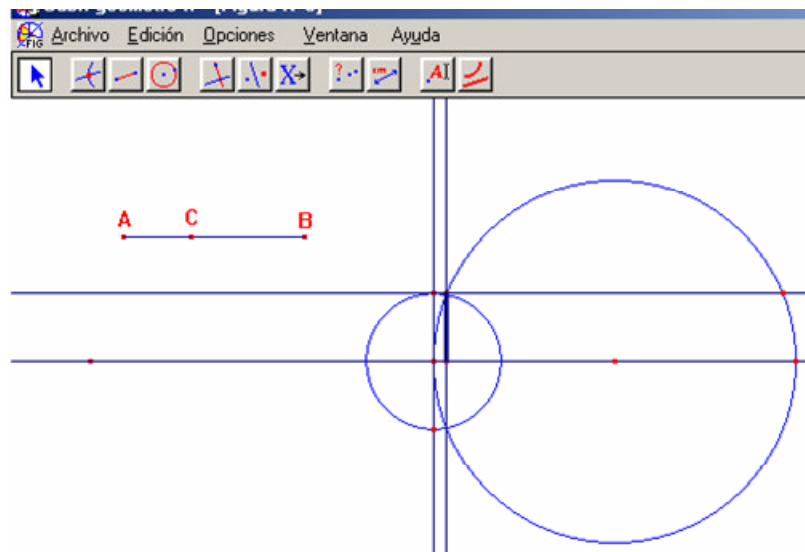
6. Activar la herramienta de *Rectas Perpendiculares*. Trazar una, a la recta inicial por el centro de la segunda circunferencia construida.



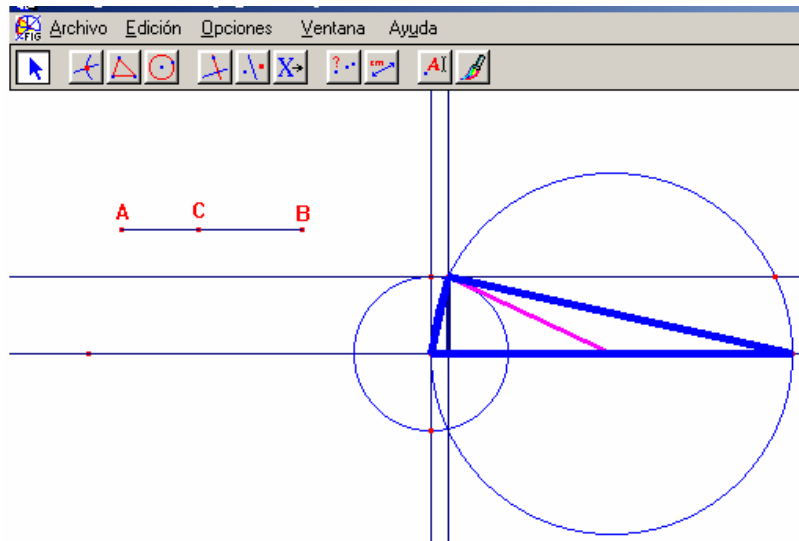
7. Determinar los puntos de intersección de la circunferencia y la recta perpendicular.
8. Trazar una recta perpendicular, por un punto de intersección (paso anterior) con la recta perpendicular del paso 6.
9. Hallar los puntos de intersección de la última recta construida y la primera circunferencia.



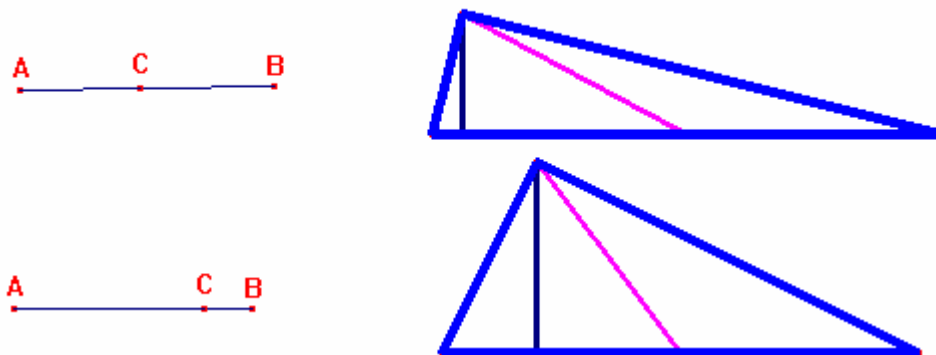
10. Construir una recta perpendicular por la recta construida en el Paso 8 y por un punto de intersección del paso anterior.
11. Ubicar los puntos de intersección de la recta inicial y la última recta perpendicular construida.
12. Definir un segmento desde los puntos hallados en el paso anterior.



13. Trazar un segmento desde el centro de la primera circunferencia hasta el punto hallado en el paso 9.
14. Definir un triángulo, tomar como vértices los puntos de intersección del paso 4, y del paso 9.



15. Seleccionar la herramienta *Ocultar/mostrar*. Elegir las circunferencias, rectas y puntos de intersección; después desplazar los extremos del segmento AB y desplazar C por todo el segmento.

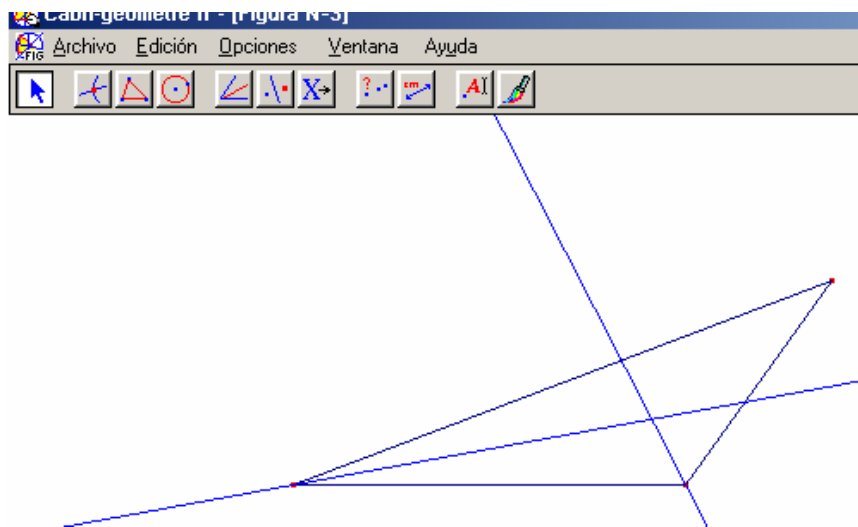


### 3.4.3 Situación 3.

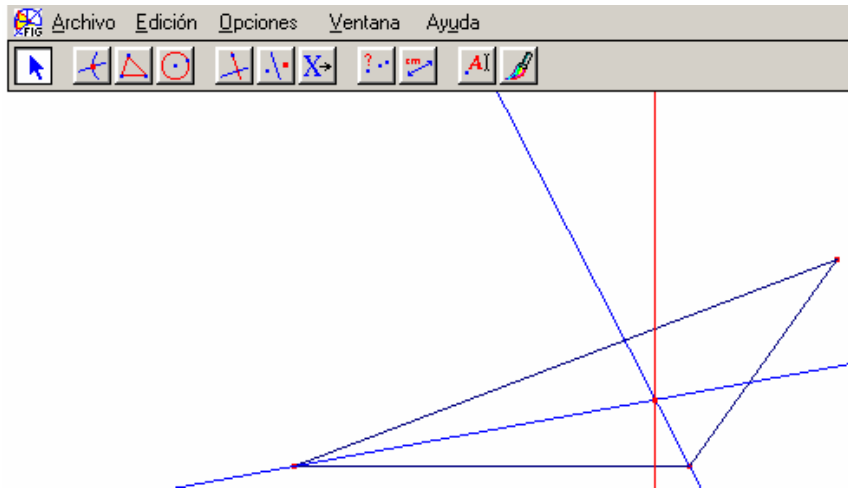
Dado un triángulo ABC. Construya tres circunferencias tangentes, donde los centros de las circunferencias son los vértices del triángulo.

#### **Construcción:**

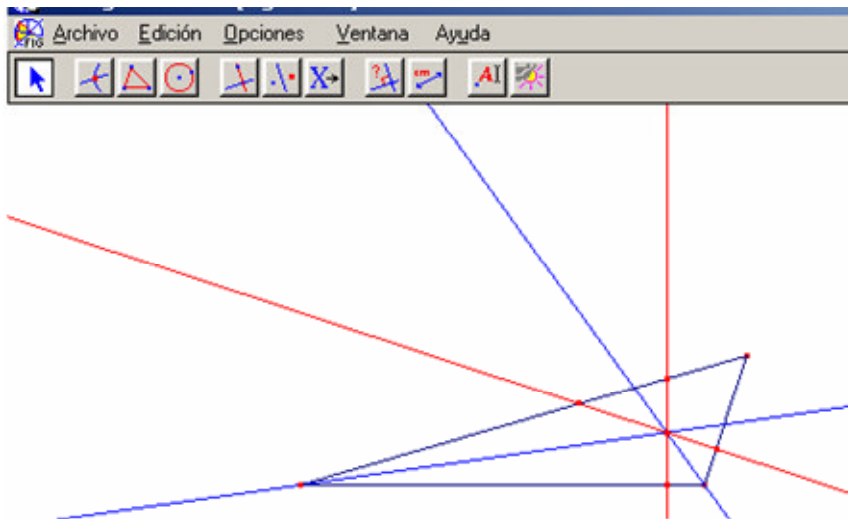
1. Definir un triángulo en la zona de trabajo.
2. Activar la herramienta de *Bisectriz*, determinar la bisectriz de dos ángulos del triángulo.



3. Hallar el punto de intersección de las bisectrices, es decir, el Incentro.
4. Trazar una recta perpendicular por el Incentro a un lado del triángulo.

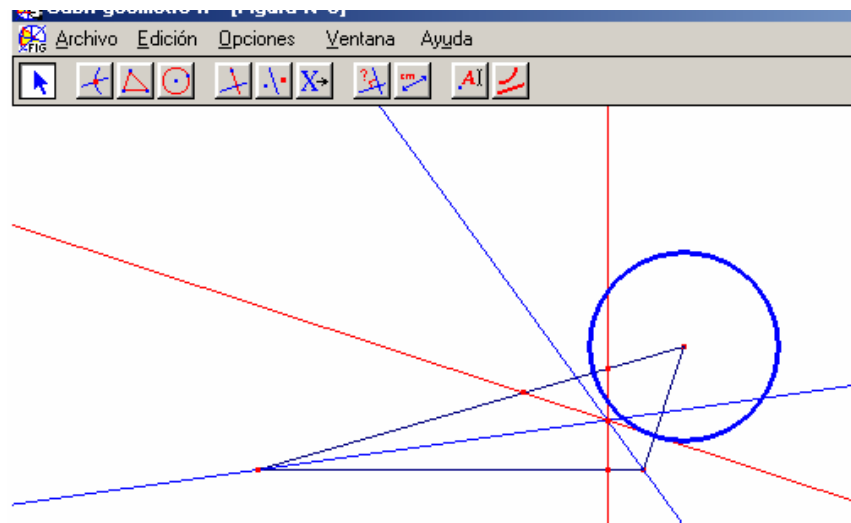


5. Repetir el mismo proceso, pero seleccionar otro lado del triángulo.
6. Ubicar los puntos de intersección de las rectas perpendiculares con los lados del triángulo.

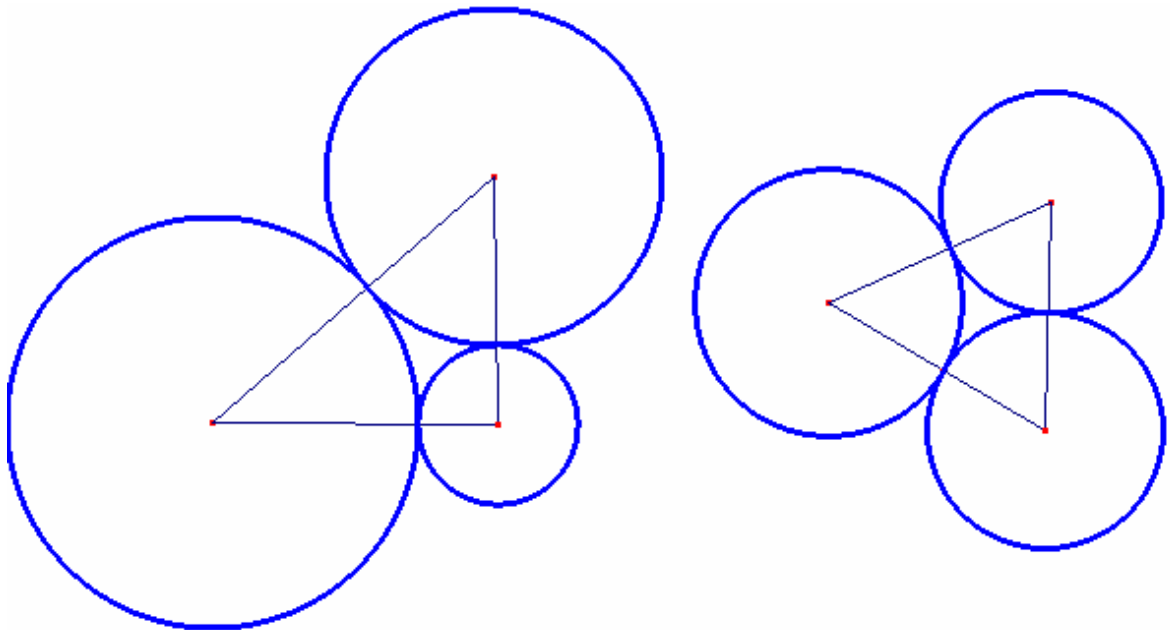


7. Trazar una circunferencia con centro en uno de los vértices y con radio el punto de intersección de las rectas donde resulta la perpendicularidad.





8. Realizar lo mismo en los otros dos vértices del triángulo.
9. Seleccionar la herramienta *Ocultar/mostrar*. Elegir las rectas y puntos de intersección; después desplazar los vértices del triángulo.

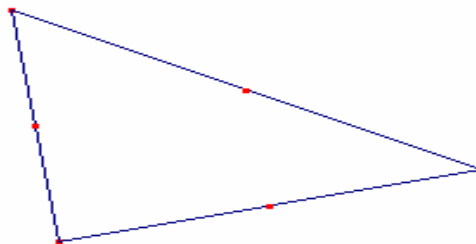


### 3.4.4 Situación 4.

Dado un triángulo cualquiera y otro determinado por los puntos medios de sus lados, determine las relaciones que hay entre los dos triángulos, en perímetro y área.

#### **Construcción:**

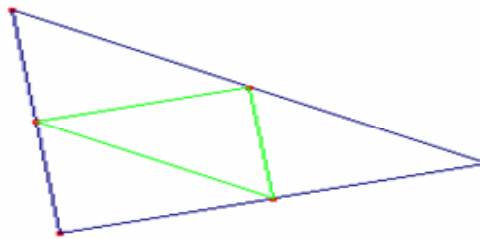
1. Construir un triángulo en la zona de trabajo.
2. Activar la herramienta *Punto Medio*, ubicar el cursor en cada lado del triángulo así hallar los puntos.



3. Seleccionar el icono *Triángulo*, y definir éste con los puntos medios de los lados.
4. Elegir la herramienta *Área*, seleccione el primer triángulo y luego el segundo triángulo que construyo.



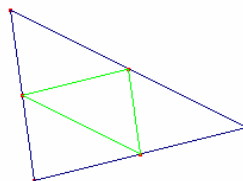
**Areas**  
9,29 cm<sup>2</sup>  
2,32 cm<sup>2</sup>



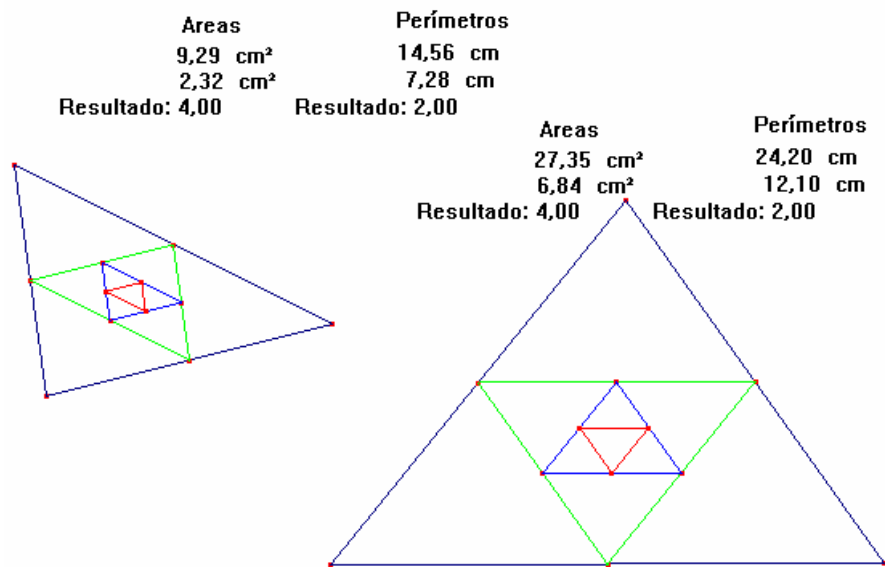
5. De igual forma activar el icono *Distancia o Longitud*, y seleccionar nuevamente los dos triángulos.
6. Ubicar la herramienta *Calculadora*, Hallar la razón entre el área mayor y el área menor, Luego entre los perímetros y por último entre las áreas y los perímetros.



Areas	Perímetros
9,29 cm <sup>2</sup>	14,56 cm
2,32 cm <sup>2</sup>	7,28 cm
Resultado: 4,00	Resultado: 2,00



7. Desplazar el primer triángulo para verificar las afirmaciones. Seguir construyendo triángulos para observar si se cumple lo deducido.



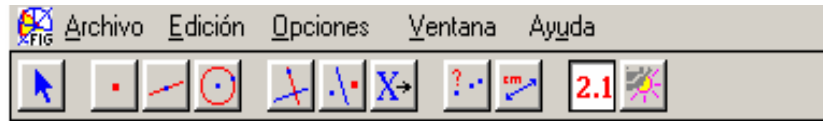
### 3.4.5 Situación 5.

Dados dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos. Construya un triángulo de manera que cuando varíen los lados y el ángulo, en la pantalla se informe a que clase de triángulo pertenece.

**Nota:** En este ejercicio es preciso emplear la herramienta *EDICIÓN NUMERICA*, así definir los segmentos y la amplitud del ángulo con medidas resultara más conveniente.

#### **Construcción:**

1. Definir con la herramienta *Comentario* el nombre de los lados y del ángulo.
2. Elegir con *Edición numérica*, determinar los valores de los dos lados y la amplitud del ángulo comprendido.

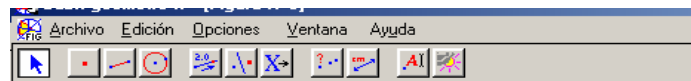


**Lado CA =3**

**Lado CB =6**

**Ángulo ACB = 90**

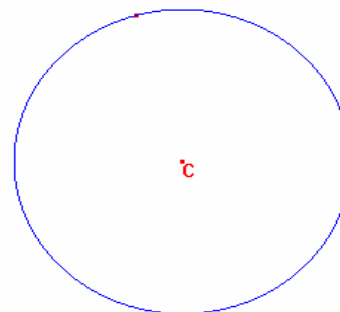
3. Seleccionar un punto en la zona de trabajo y nombrarlo *C*
4. Transferir la medida del lado *CA*, y con la herramienta *Circunferencia*, trazar una cuyo centro es el punto *C* y radio desde *C* y el punto obtenido de la transferencia.



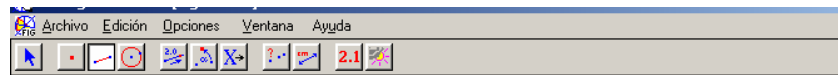
**Lado CA =3**

**Lado CB =6**

**Ángulo ACB =90**



5. Elegir *Edición numérica*, seleccionar la unidad y un punto sobre la zona de trabajo, y transferir la medida.
6. Trazar la circunferencia, tomado como centro uno de los puntos y como radio el otro punto.
7. Definir el segmento, desde el centro hasta el punto que se tomo como radio; luego con la herramienta *Rotación*, trasladar el ángulo determinado en el paso 1 y formar el triángulo que se obtiene con la unión de los segmentos.

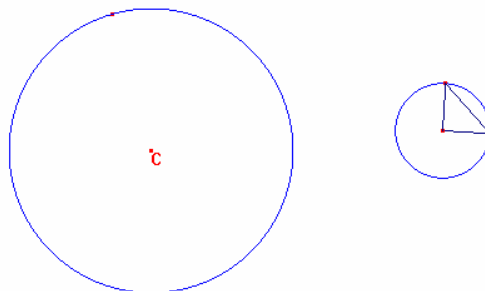


Lado CA =3

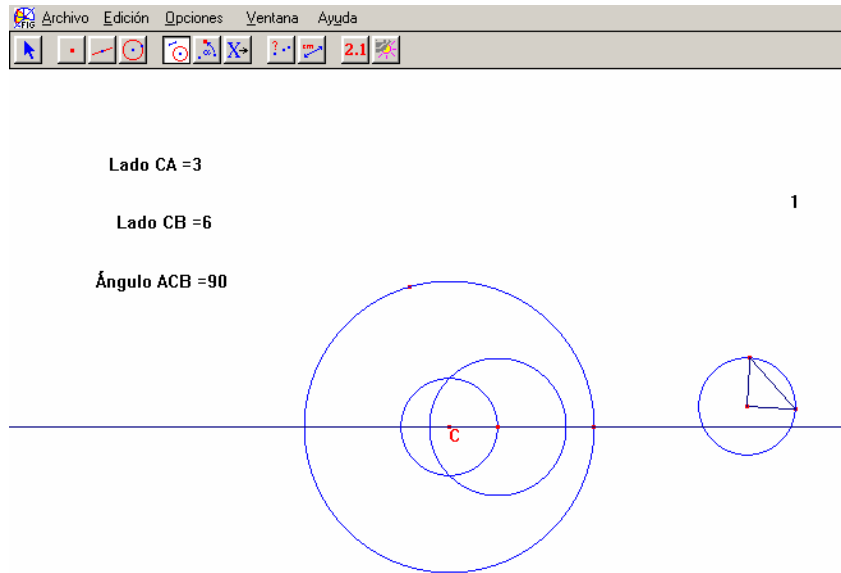
Lado CB =6

Ángulo ACB =90

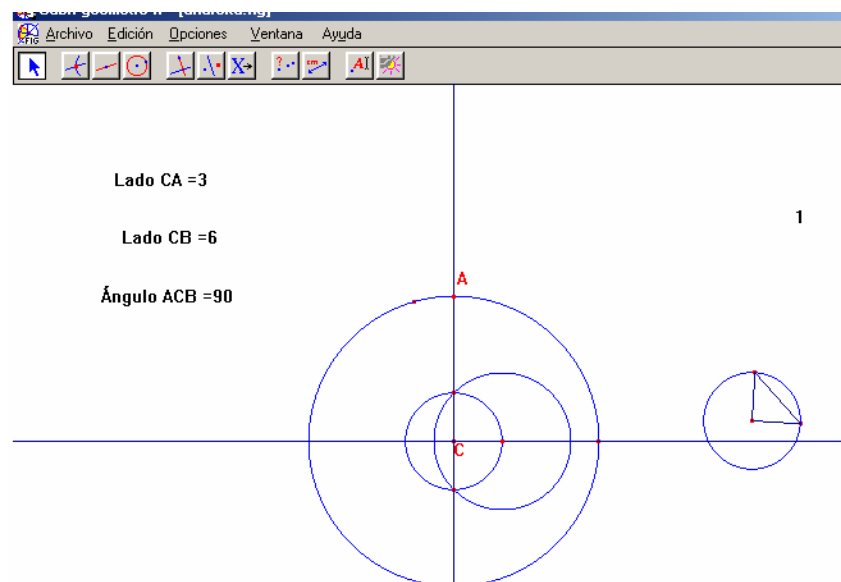
1



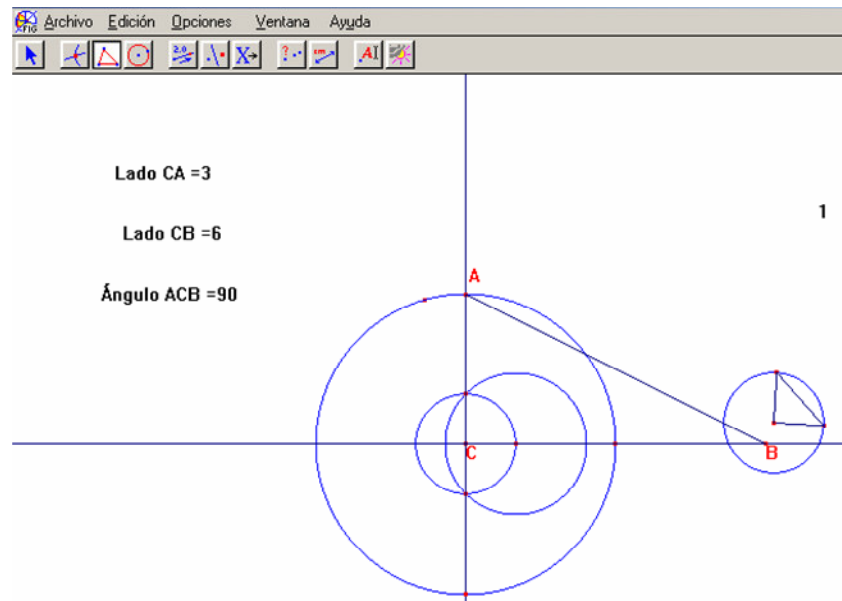
8. Representar una recta que pase por *C*, luego con la herramienta *Compás* transferir el segmento de la unidad tomando como centro *C*.
9. Escoger el icono *Compás*, transferir el último segmento construido en el paso 7, tomar como centro el punto de intersección de la circunferencia anterior con la recta.



10. Hallar los puntos de intersección de las dos circunferencias anteriores y trazar una recta que pase por  $C$  y uno de los puntos obtenidos.
11. Elegir la herramienta *Puntos de intersección* y seleccionar la recta y la circunferencia de mayor radio, nombrar uno de los puntos como  $A$ .

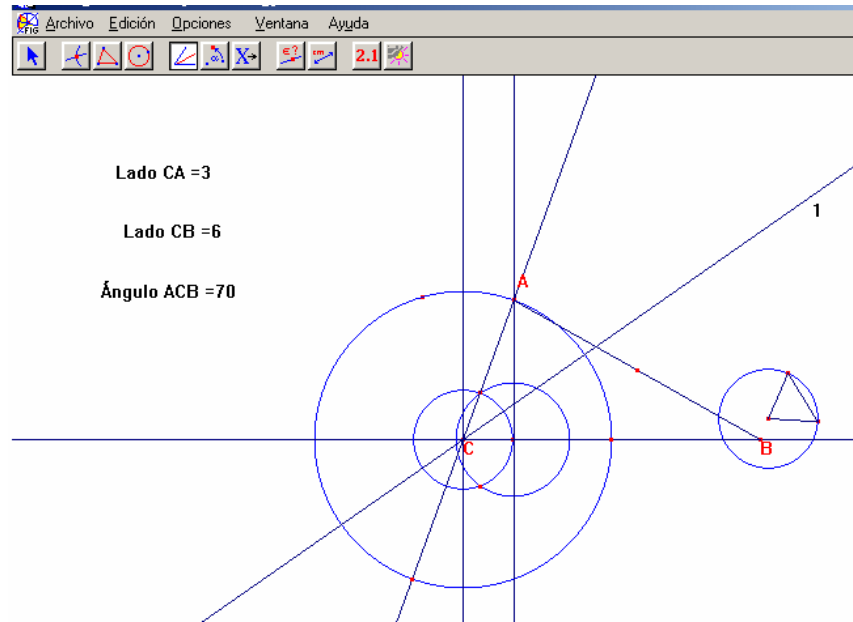


12. Tazar una semirrecta con origen en  $C$  sobre la primera recta. Trasladar la medida del lado  $BC$  sobre la semirrecta.
13. nombra el punto que se genera como  $B$ , y construir el triángulo  $ACB$ .



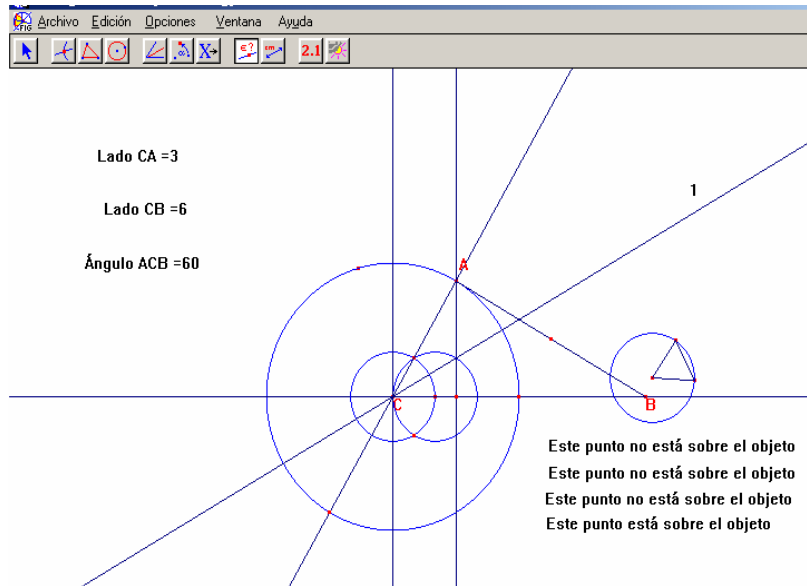
14. Definir una recta perpendicular a la recta inicial por el punto  $C$ , y otra recta con la misma condición pero esta vez seleccionando el punto  $A$ . Hallar el punto de intersección.
15. Ubicar el punto medio del segmento  $BC$  y del segmento  $AB$ . Construir la bisectriz del ángulo  $ACB$ .



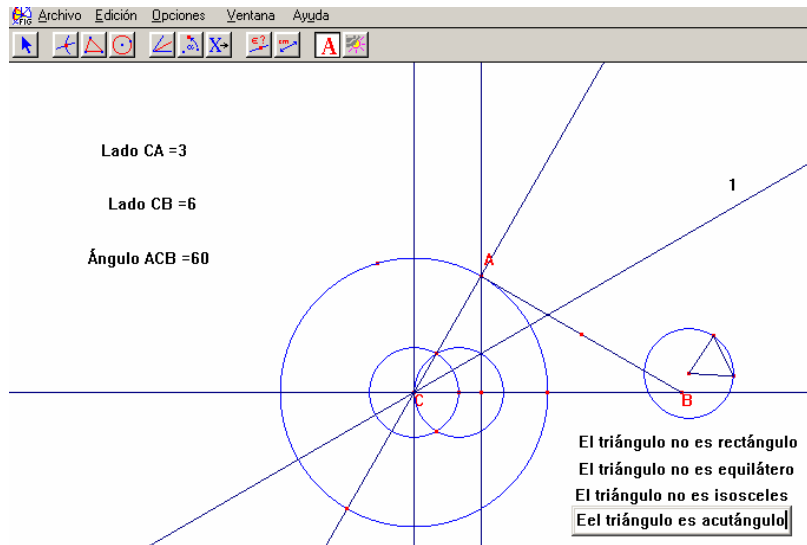


16. Activar el icono cinco, la herramienta *Pertenece* y seleccionar los siguientes objetos:

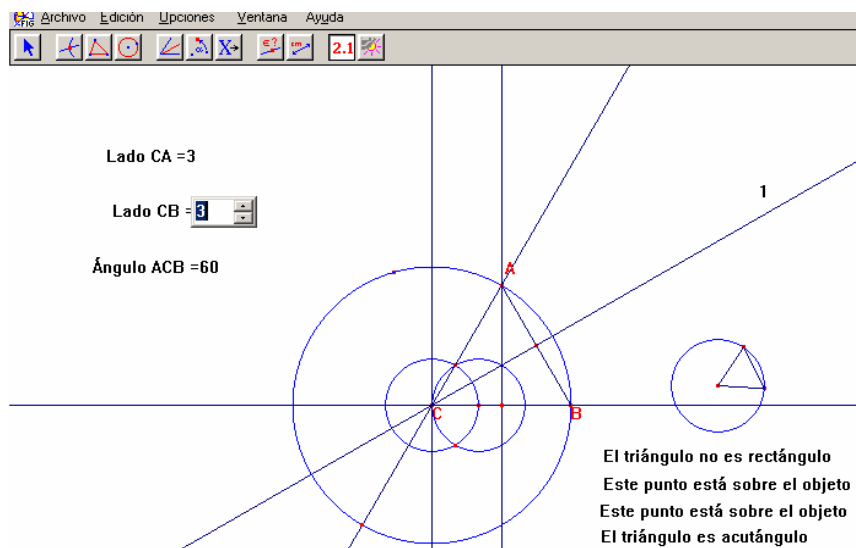
- a.  $A$  pertenece a la recta perpendicular por  $C$  a la recta inicial.
- b. El punto medio de  $BC$  pertenece a la recta perpendicular por  $A$  a la recta inicial.
- c. El punto medio de  $AB$  pertenece a la bisectriz del ángulo  $ACB$ .
- d. El punto de intersección de la recta inicial y la perpendicular por  $A$  a la recta si pertenece a la semirrecta.



17. Con esta preguntas y en este orden se determinan los siguientes triángulos:
18. *Triángulo Rectángulo* si  $A$  pertenece a la perpendicular por  $C$  y cuando esto no suceda el Triángulo no será rectángulo.
19. *Triángulo Equilátero* cuando el punto medio de  $BC$  pertenezca a la perpendicular por  $A$  de no ser así no será equilátero.
20. *Triángulo Isósceles* cuando pertenezca y no isósceles cuando no pertenezca.
21. *Triángulo Acutángulo* cuando pertenezca a la semirrecta y  
 i. Obtusángulo cuando no pertenezca.



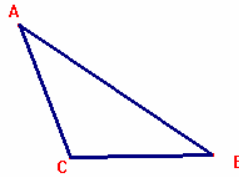
22. Al cambiar la edición numérica las condiciones que se han implementado varían, de manera que se debe realizar los debidos ajustes, es decir, cambiar los comentarios que nos informan si se cumple o no la condición, paso 21



23. Activar el icono *Ocultar/ Mostar*, seleccionar las rectas, circunferencias y puntos que se fueron construyendo, de modo que solo aparezca en la zona de trabajo el triángulo y la información que es necesaria.



Lado CA =3  
Lado CB =3  
Ángulo ACB =110



El triángulo no es rectángulo  
El triángulo no es equilátero  
El triángulo es isosceles  
El triángulo es obtusángulo

## 4. RESULTADOS

A continuación se precisaran los resúmenes de algunas respuestas y evidencias que apoyaron la asignación a las categorías.

Los resultados que se obtuvieron del grupo participante, están descritos según las situaciones problemáticas propuestas en la actividad se evidencian las dificultades que con mayor frecuencia se repetían como:

- Hay que hacer notar que los docentes que han tenido un contacto frecuente con el software de forma inmediata empiezan a trabajar sobre el, mientras que los profesores que su uso del software no es tan constante meditan, hacen esquemas gráficos en papel y lápiz, escriben en sus agendas y emplean la regla y el compás.
- Con frecuencia se trabaja aisladamente lo que se va hacer y a donde se quiere llegar, es decir, no se piensa en el cómo desarrollar la construcción sino que se empieza a trabajar sobre la herramienta.
- Emplean herramientas propias del programa, como por ejemplo, para llevar a cabo la primera situación problemática, los docentes solo empleaban las siguientes herramientas: *Edición Numérica, Transferencia de medidas, rotación y simetría*. Haciendo poco uso de los instrumentos más comunes, como son la *Recta* y el *Compás*.
- Consecuencia del indicio anterior, se puede asegurar que en el desarrollo de este trabajo es indispensable el uso de medidas.
- Solo se limitan a desarrollar una construcción por cada situación problemática.
- Era importante sugerirles aspectos para que la construcción no se les complicara; en el caso de la segunda situación problemática en el cual la altura y la mediana estaban determinadas por un segmento común, la mayoría de los

profesores intentaban realizar la construcción sobre el mismo segmento, en repetidas ocasiones no se clarificaba cual era el objetivo.

- Por otra parte, cuando se les pidió a los maestros que comentaran lo que habían realizado, en sus justificaciones el lenguaje no es preciso pero igual se les entiende cual es la intención.

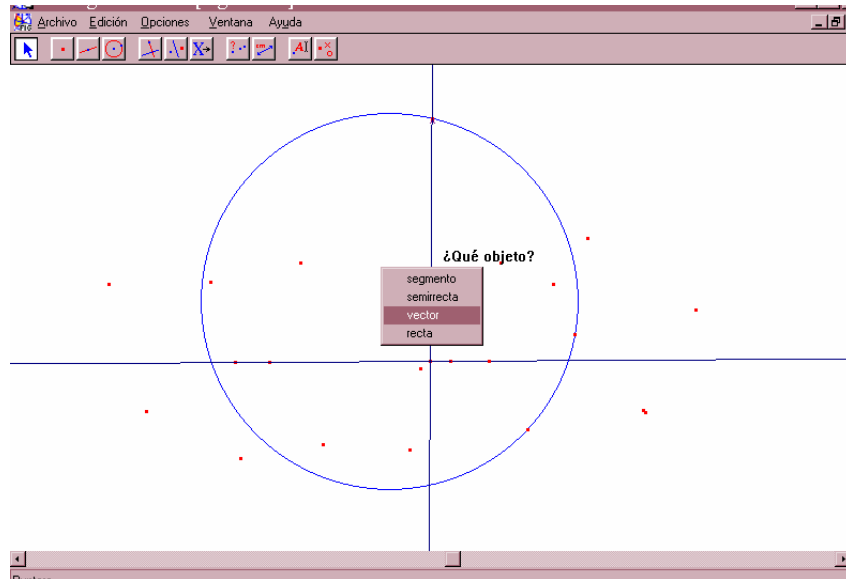
#### 4.1 Asignación de las categorías:

De los 26 profesores participantes 14 pertenecen a la Categoría **A**, reflejo de los siguientes indicadores.

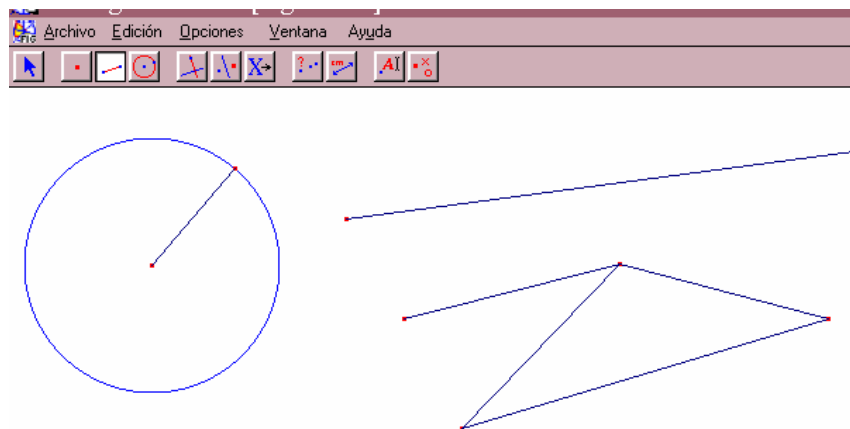
- No hay interés al realizar las situaciones problemáticas, debido a su falta de conocimientos en la temática triángulos y sus propiedades o en la utilización del software Cabri, por lo cual desarrollan actividades como jugar con el celular, navegar en Internet o simplemente dialogar.



- Para algunos docentes se les dificulta el uso de la tecnología o son temerosos porque no hacen uso constante del computador, de modo que se escuchan comentarios de este tipo por parte de los docentes: *“El procesador de Chucho no le da ni para hacer doble clic”*.

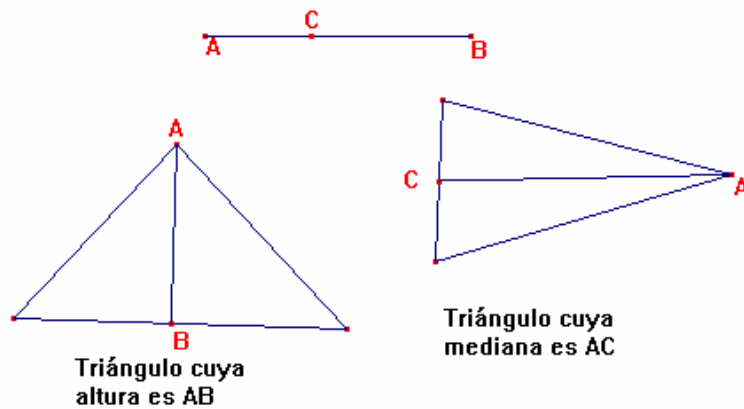


- Al hacer uso del programa oprimían varios menús hasta que la pantalla se congestionaba, además no coordinaban ratón, monitor y cursor; o en algunas ocasiones ubicaban objetos en ella pero que no eran acordes a la construcción.

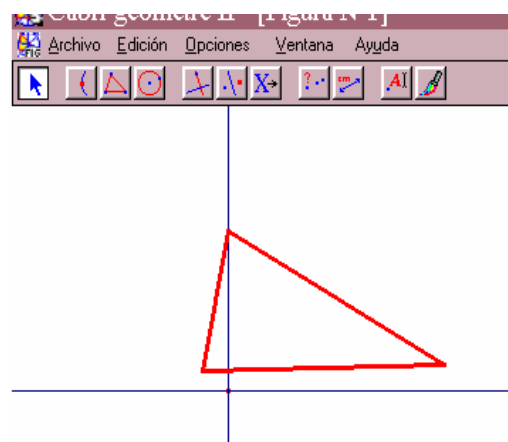
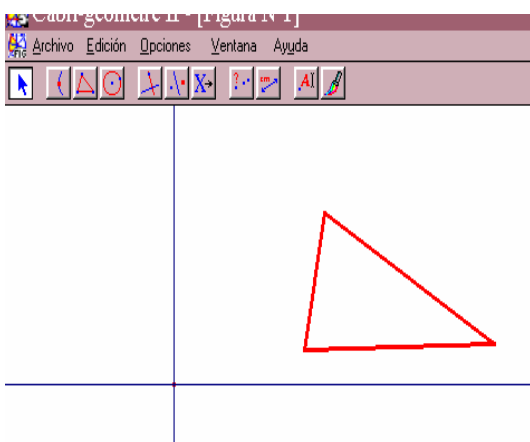


- En cuanto al desarrollo de las construcciones se notó la falta de comprensión e interpretación de los enunciados, por ejemplo, en la situación dos, se pedía construir un triángulo donde el segmento de la altura no era mayor que el

segmento de la mediana, en el cual un profesor realizó un triángulo para cada línea notable.



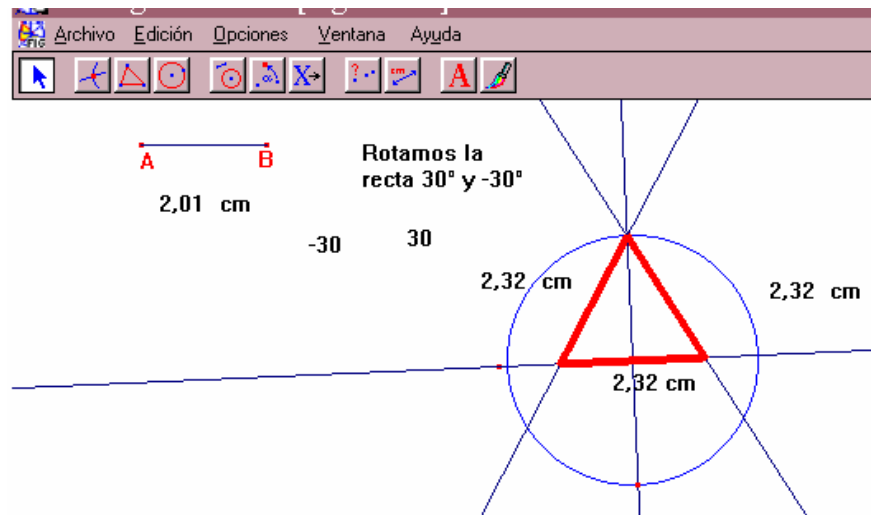
- Comúnmente se aprecia que los profesores pretendían hacer coincidir los objetos para llegar al objetivo.





Seis de los profesores, se ubican en la categoría **B** de acuerdo con los siguientes indicadores:

- Se observó que existía un conocimiento claro de las propiedades relevantes de las líneas notables de un triángulo, es el caso de la *mediana* es una recta que pasa desde un vértice al punto medio del lado opuesto.
- Para llevar a feliz termino las construcciones, se debía verificar con medidas.



- Con frecuencia conjeturaban, realizando esquemas en papel y lápiz e intentan verificar dichas conjeturas en la herramienta.
- Desarrollaban habilidad en el uso del programa, pero no justificaban geoméricamente, además no empleaban un léxico formal.

En la categoría **C**, 6 de los profesores manifestó los siguientes indicios:

- Se observó una excelente comprensión e interpretación de los enunciados de las situaciones, consecuencia de ello fue acertada la construcción de cada uno de ellos.

- Habilidad para formular correctos argumentos, usando explícitamente axiomas, definiciones, propiedades e incluso teoremas.
- Se percibió la capacidad y la disposición para el desarrollo de la actividad, sin importar las modificaciones que se impusieran.
- Llevaron a cabo bien la mayoría de de situaciones.

Brevemente se puede concluir del grupo participante en el estudio, que la mayoría de los docentes presentan algunas dificultades en el uso de herramientas tecnológicas y no poseen una buena conceptualización de la geometría; mientras un la minoría indica que hace falta mejorar en algunos aspectos como el de manejo de instrumentos o en una adecuada interpretación de los componentes de la geometría, por último los docentes que se ubicaron en la categoría C se destacaron por su audacia en la resolución de algunas situaciones mantuvieron constancia en lo que se iba desarrollando y lo justificaban, esto reflejo el manejo y la apropiación que tenían de la herramienta y de la conceptualización de la geometría.

#### **4.2 Desarrollo de las situaciones por parte de algunos docentes**

Las construcciones que llevaron a cabo en las situaciones algunos docentes están descritas a continuación, en éstas se mencionan la categoría a la cual pertenecen. Cabe anotar que en la mayoría de las construcciones los profesores no utilizan las etiquetas para identificar los objetos en la pantalla, para mayor comprensión de estas construcciones empleamos dichas notación.

#### 4.2.1 Desarrollo de la situación 1

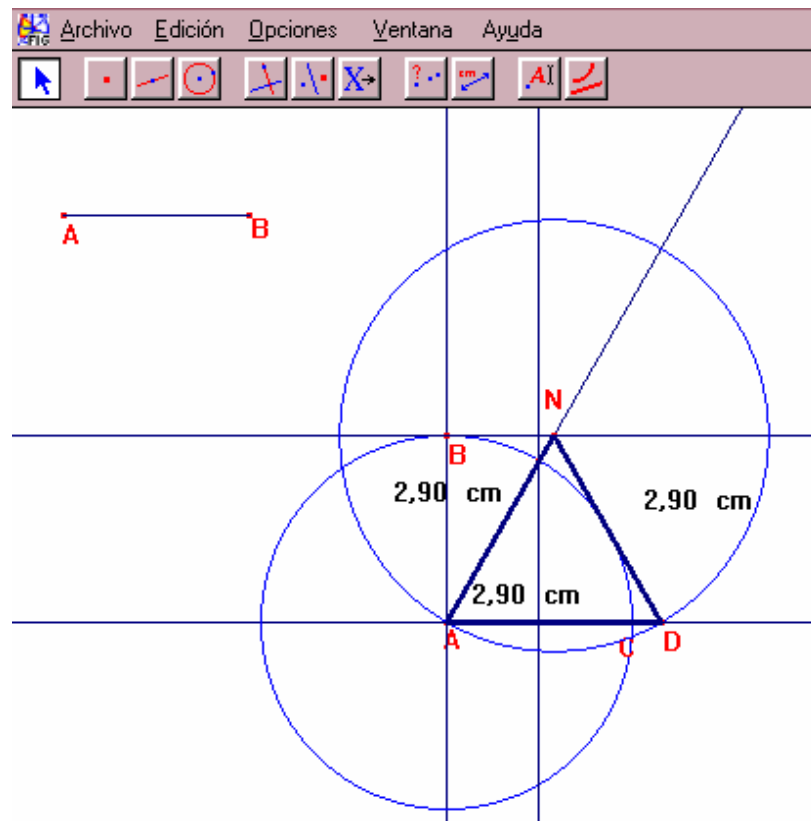
Los docentes que desarrollaron las siguientes construcciones se encuentran en la categoría **C**.

Primera Construcción (narración):

- Construyó un segmento cuyos extremos son A y B
- Definió una recta en otro lugar de la pantalla
- Sobre la recta definió un punto un punto y lo nombro A
- Trazó una recta perpendicular a la recta por el punto A
- Trasmirió con el compás la longitud del segmento AB desde el punto A
- Halló las intersecciones de la circunferencia con una de las rectas y la nombro B
- Luego halló la intersección de la recta con la circunferencia y el punto lo llama C
- Ubicó el punto medio del segmento AC
- Por el punto medio trazo una perpendicular a la recta AC
- Localizó los puntos de la intersección de la circunferencia con la última perpendicular
- Tomó el punto A como su origen y el punto que se encuentra entre el ángulo BAC y definió una semirecta
- Trazó una paralela a la recta AC por el punto B
- El punto de intersección de la paralela con la semirecta lo llamo N
- Con centro en N y radio NA definió una circunferencia
- Ubicó el punto de intersección de la circunferencia con la recta AC, lo nombro D
- Concluyó que el triangulo AND es equilátero cuya altura es el segmento AB.

Observación. Debido a las justificaciones que el docente otorgo a esta construcción “si el seno de un ángulo es 0.5 entonces el ángulo debe ser de  $30^\circ$ , luego como la suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$  entonces el tercer ángulo

construido es de  $60^\circ$ , dada esta afirmación se aprecia que él poseía un manejo apropiado de las propiedades y teoremas referentes a esta temática.

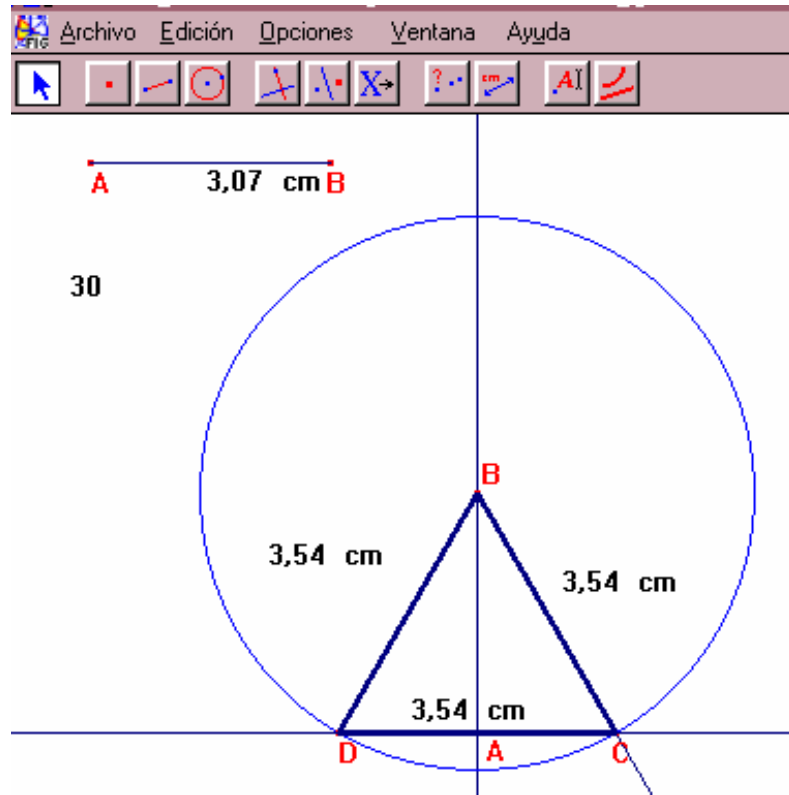


Segunda Construcción (narración):

- Lo primero que definió en la zona de trabajo fue el segmento AB, hallando su longitud.
- Trazó dos rectas perpendiculares. Ya que la altura es un segmento perpendicular de un vértice al lado opuesto del un triángulo.
- Tomó como origen la intersección de las perpendiculares, que llamó A, y trazó una semirrecta.

- Luego seleccionó la herramienta Transferencia de Medidas, y transfirió la longitud de AB a la semirrecta. Para establecer que AB sea siempre la altura.
- Definió nuevamente una semirrecta como origen en el punto de la transferencia y que estuviera sobre la recta perpendicular. Al punto lo nombro B.
- En edición Numérica digitó 30, ya que el triángulo equilátero tiene sus tres ángulos de  $60^\circ$  y la altura en este triángulo biseca al ángulo, por eso escribió  $30^\circ$ .
- Luego con la herramienta rotación, seleccionó la semirrecta BA, el número y el punto que apareció en la transferencia, es decir, B.
- Halló el punto de intersección de la recta rotada con la recta inicial y lo llamó C
- Tomo como centro el punto B y como radio BC y construyó una circunferencia.
- Localizó el punto de intersección de la circunferencia con la recta inicial y lo nombro D.
- Definió los segmentos BD, DC y CB y después su longitud
- Por último, desplazó algún extremo del segmento AB para confirmar que si pertenece a la altura del triángulo ya que sabe por las mediatas que es equilátero.

Observación. Aunque para llevar a cabo esta construcción fue necesario el uso de medidas, el razonamiento que empleo el docente para realizar de esta manera la construcción se ajusta a un buen manejo de la conceptualización de la geometría.



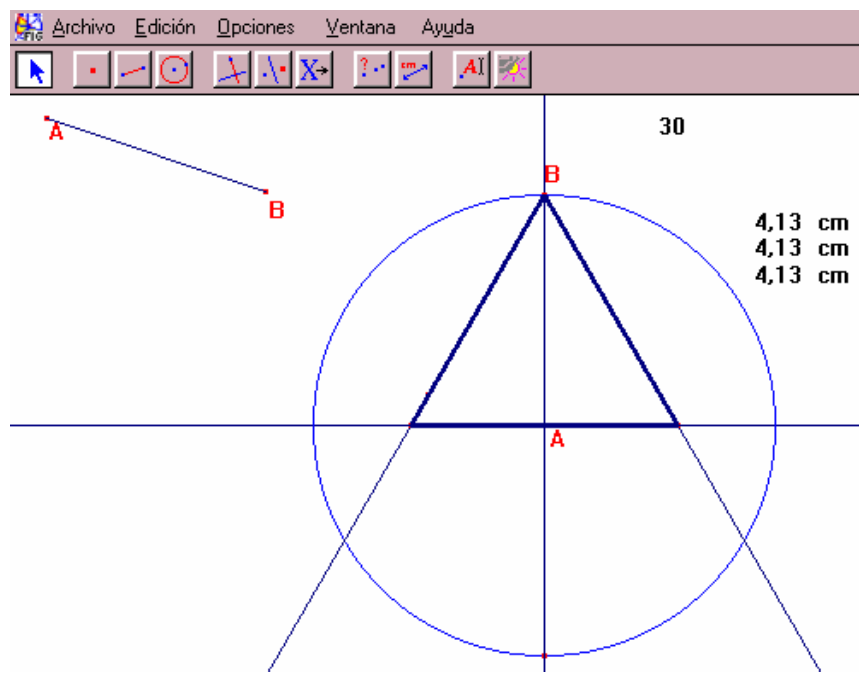
La siguiente construcción nos permitió determinar que los docentes que las realizaron se ubicaban en la Categoría **B**.

Única Construcción (narración):

- Definió una recta en la zona de trabajo. Luego un segmento cuyos extremos son A y B
- Trazó una recta perpendicular a la recta inicial y el punto de la intersección de las rectas lo nombro A.
- Activó la herramienta compás, y selecciono el segmento y el punto de intersección de las perpendiculares, es decir, A.

- Ubico el punto de intersección de la circunferencia con la recta perpendicular y lo llamo B.
- Definió una semirrecta desde el punto B hasta el punto A
- Eligió la herramienta edición numérica, y digito 30.
- Realizó la rotación de la semirrecta BA,  $30^\circ$  por el punto B.
- Luego aplico la simetría Axial a la semirrecta desde el punto B.
- Ubicó los puntos de intersección de las semirrectas con la recta inicial.
- Definió desde esos puntos hasta el punto B segmentos.
- Determinó la longitud de cada segmento y concluyó que el triángulo era equilátero y que AB era una altura.

Observación. En esta construcción el objetivo se cumplió satisfactoriamente sin embargo se resalto más el uso de la herramienta que la comprensión geométrica del por qué se desarrolla así la construcción.



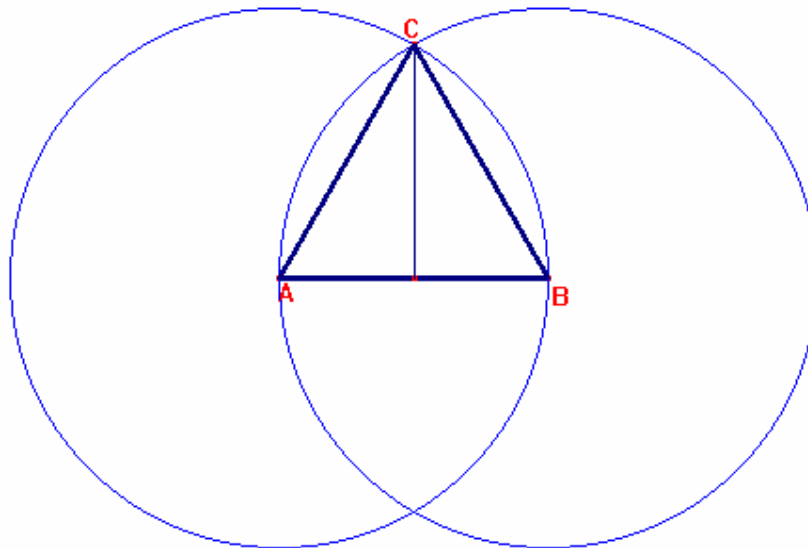
Los profesores que desarrollaron las siguientes construcciones se ubican en la categoría **A**.

Primera Construcción (narración):

- Definió el segmento cuyos extremos son A y B
- Localizó una circunferencia con centro A y radio AB
- Luego tomó como centro B y como radio BA
- Definió un punto de intersección de las circunferencias y lo nombro C
- Formó el triángulo equilátero ABC
- Halló el punto medio del segmento AB
- Desde el punto C hasta el punto medio definió un segmento
- Luego concluyó que tenía un triángulo equilátero cuyo lado era AB en este definió una altura cualquiera.

Observación. El enunciado de la situación problemática propone que AB sea la altura del triángulo equilátero, en esta construcción se tomo el segmento AB como un lado del triángulo, de esta manera determinamos que no se dio una adecuada comprensión al objetivo del ejercicio.

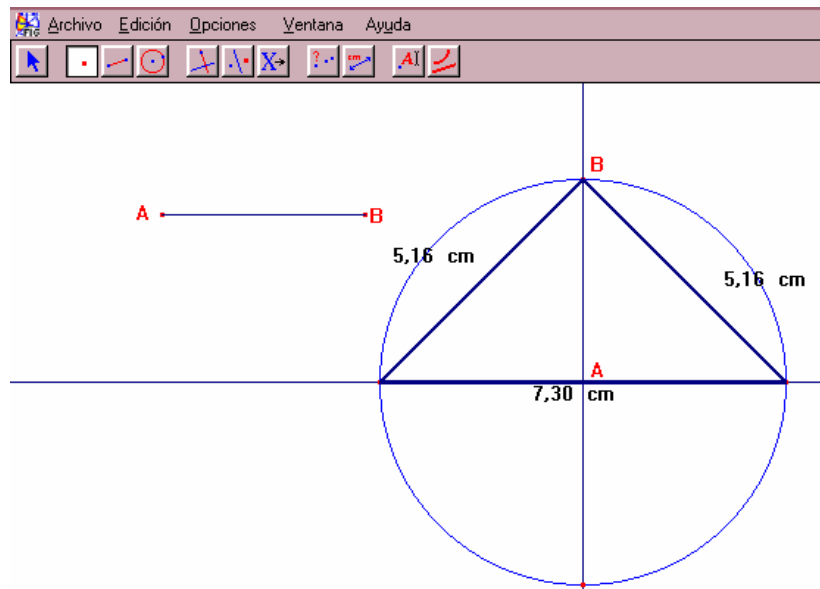




### Segunda construcción (narración)

- Definió un segmento AB
- Definió una recta
- Halló una recta perpendicular a la recta inicial
- Transfirió con compás la longitud del segmento tomando como centro el punto de intersección de las perpendiculares
- Ubicó los puntos de intersección de la recta inicial con la circunferencia
- Definió el triángulo con los puntos que están sobre la circunferencia
- Concluyó que el triángulo formado tenía una altura AB

Observación. En este caso no se tuvo en cuenta que el triángulo debía ser equilátero y no isósceles como lo construyo, por este motivo aseguramos que no hubo una adecuada comprensión e interpretación del enunciado de esta situación.



Tercera construcción (narración):

Esta construcción no estaba planeada dentro de la actividad, simplemente fue por petición del mismo docente cuyo objetivo era encontrar relaciones que existen entre las líneas y puntos notables de un triángulo, *se le propuso que las construyera en un triángulo y luego se buscaban las relaciones*<sup>♦</sup>.

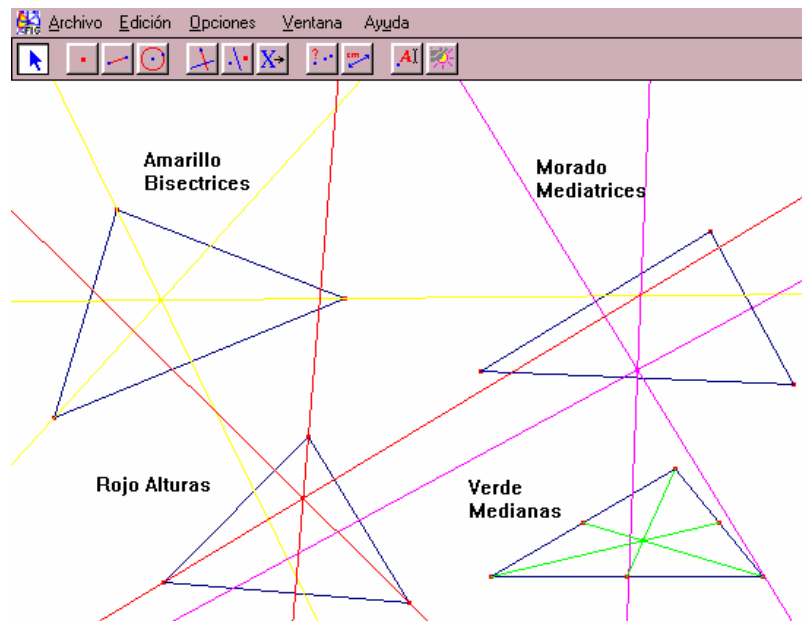
---

<sup>♦</sup> El objetivo era encontrar la recta de Euler

Después de determinado tiempo el profesor manifestó que no observaba nada y mucho menos encontraba relación entre dichos puntos, de forma inmediata se atendió su petición y el resultado que se obtuvo de parte del docente fue el siguiente:

- Construyó cuatro triángulos, uno con cada línea y punto notable (Bisectrices-Incentro, Alturas-Ortocentro, Medianas-Baricentro y Mediatrices-Circuncentro).

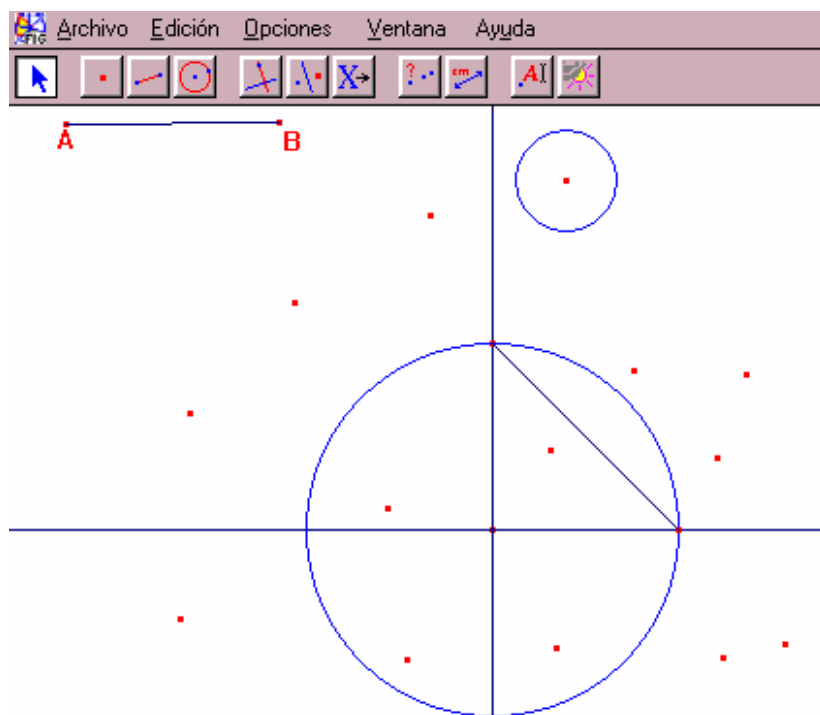
Observación. A pesar que se notó que maneja con propiedad la herramienta debe pertenecer a esta categoría ya que no interpretó coherentemente cual era la intención de la situación, después de especificárselo.



#### Cuarta construcción (narración)

- Definió un segmento y una recta
- Determinó una recta perpendicular a la recta inicial
- Trazó una circunferencia tomando como centro el punto de intersección de las rectas y cuyo radio fuera a ojo igual que la longitud de AB, en apariencia.
- Definió un segmento desde el punto de intersección de la circunferencia y la perpendicular.

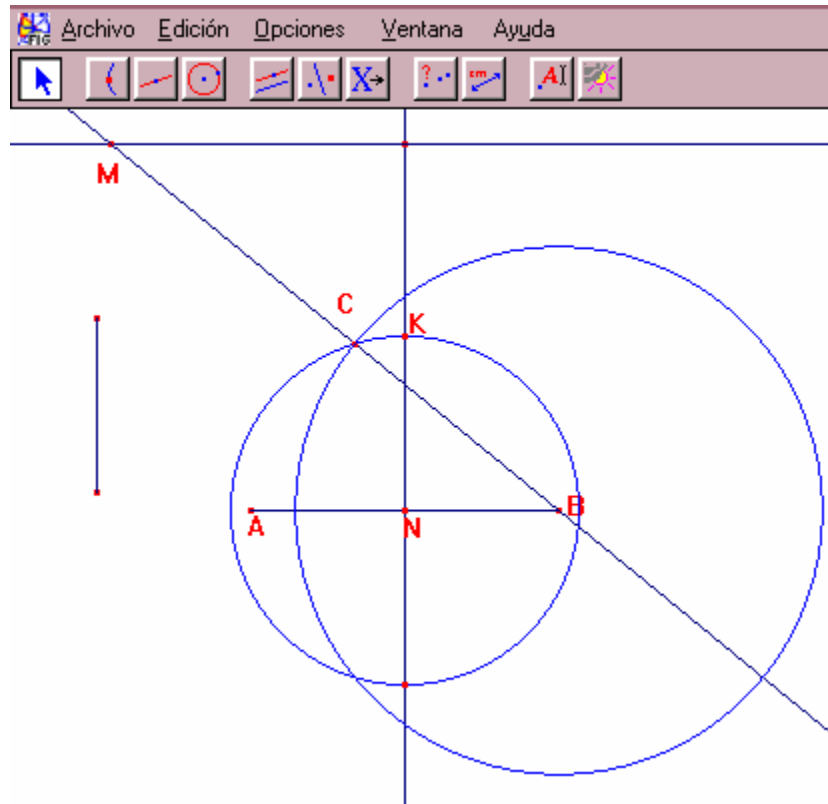
Observación. En el profesor se observó la dificultad de trabajar con el computador, por tal motivo no coordinaba al utilizar cada herramienta del programa y se percibía cierto temor al usarlo.



Quinta Construcción (narración):

- Trazó un segmento cuyos extremos son A y B.
- Sobre el segmento construyó la mediatriz.
- Determino el punto de intersección y lo nombro  $N$ .
- Traslado la longitud de la altura en la mediatriz desde  $N$  y la llamo  $K$ .
- Trazo una paralela al segmento  $\overline{AB}$  en un punto cualquiera que pertenezca a la mediatriz.
- Sobre la recta paralela ubicó un punto sobre ella determinado como  $M$ .
- Trazó una recta por los puntos  $B$  y  $M$ .
- En la recta  $\overline{BM}$  traslada la distancia del segmento inicial.
- Localizó un punto  $C$  y después desplazó al punto  $M$  de manera que este coincidiera  $C$  con  $K$ .

Observación. El docente que realizó esta construcción debe pertenecer a esta categoría ya que desarrollo un procedimiento que le permitía verificar la propiedad haciendo coincidir unos puntos.



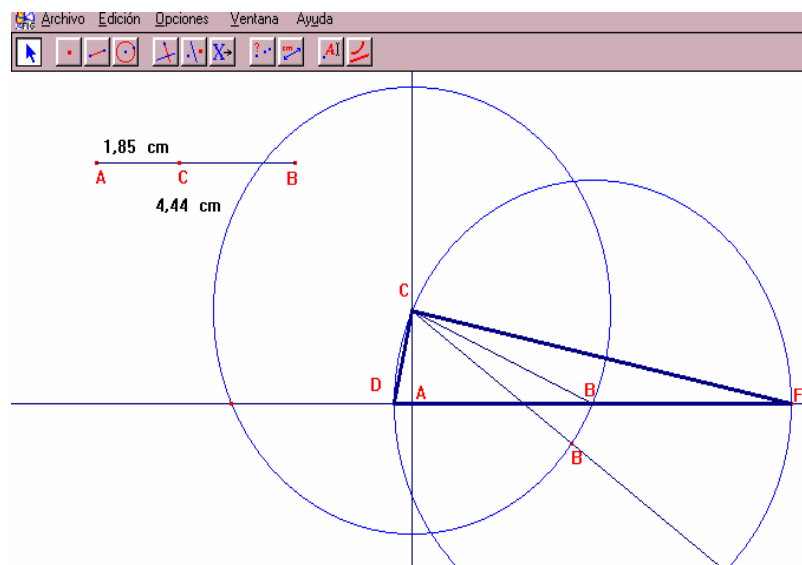
#### 4.2.2 Desarrollo de la situación 2

En esta situación se ubicaron en la categoría **C**, los profesores que llevaron a cabo las siguientes construcciones:

Primera construcción (narración).

- Definió un segmento AB y un punto C que pertenecía al segmento
- Ubicó dos rectas que fueran perpendiculares, el punto de intersección lo llamo A

- Localizó una semirrecta cuyo origen fuera el punto de intersección de las perpendiculares, es decir, A, hacia el sentido positivo de la Y.
- Determinó la longitud de los segmentos AC y AB
- Trasfirió la longitud de AC a la semirrecta y ese punto lo llamo C.
- Activó la herramienta semirrecta y desde C y un punto que perteneciera a la recta inicial.
- Trasfirió la longitud del segmento AB en la semirrecta cuyo origen es C. El punto que se determinó lo llamo B
- Trazó una circunferencia cuyo centro era C y radio CB
- Halló los puntos de intersección de la recta A con la circunferencia y también lo llamó B. Por ser radios de la circunferencia C.
- Tomó como centro B y Radio BC y definió una circunferencia.
- Encontró los puntos de intersección de la última circunferencia con la recta A y los nombro D y F
- Definió el triángulo DCF, el segmento AC que es la altura y CB que pertenece a la medina.

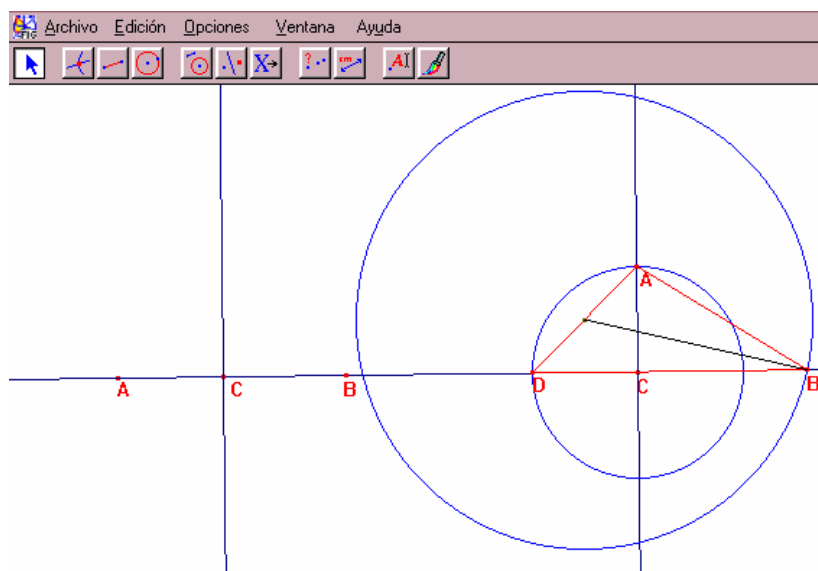






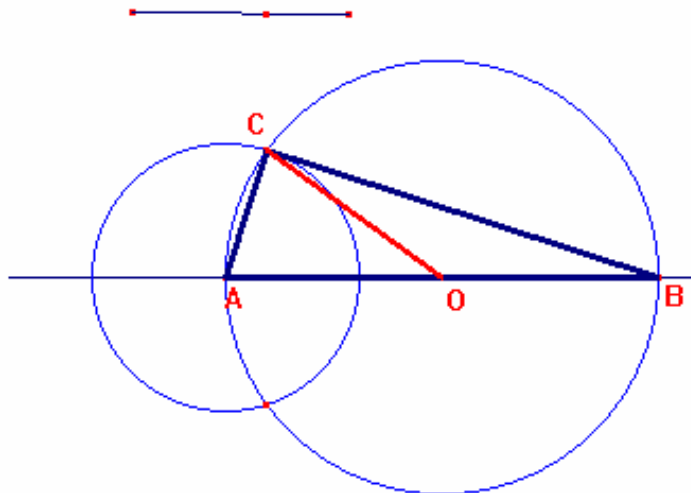
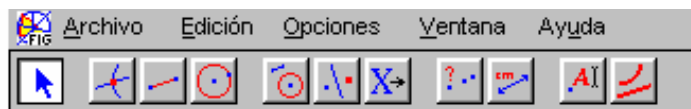
### Tercera Construcción (narración):

- Ubicó una recta y sobre ella tres puntos que nombro A, B y C
- Seleccionó la herramienta compás y definió el segmento AC tomó como centro otro punto que pertenecía a la recta.
- Trazó una recta perpendicular a la recta inicial por el punto C
- Definió una recta paralela a la recta perpendicular por el centro de la circunferencia.
- Halló los puntos de intersección de la recta paralela con la circunferencia y lo nombro A. y los puntos con la circunferencia y al recta inicial y lo llamo D
- Definió un segmento de A hasta D y localizó el punto medio.
- Trasfirió la longitud de AB desde ese punto
- Halló los puntos de intersección de la circunferencia con la recta y así determinó el triángulo.



#### Cuarta Construcción (narración)

- Definió un segmento y un punto que pertenecía al segmento
- Trazó una recta
- Con la herramienta compás selección el segmento AB y un punto sobre la recta tomó como centro, el punto lo llamo O.
- Halló los puntos de intersección de la circunferencia con la recta. Los nombro A y B.
- Transfirió con compás la longitud del segmento AC sobre A.
- Localizó los puntos de intersección de las dos circunferencias y lo llamo C
- Formó el triángulo ABC, donde AC es la altura y de CO como la mediana del triángulo.



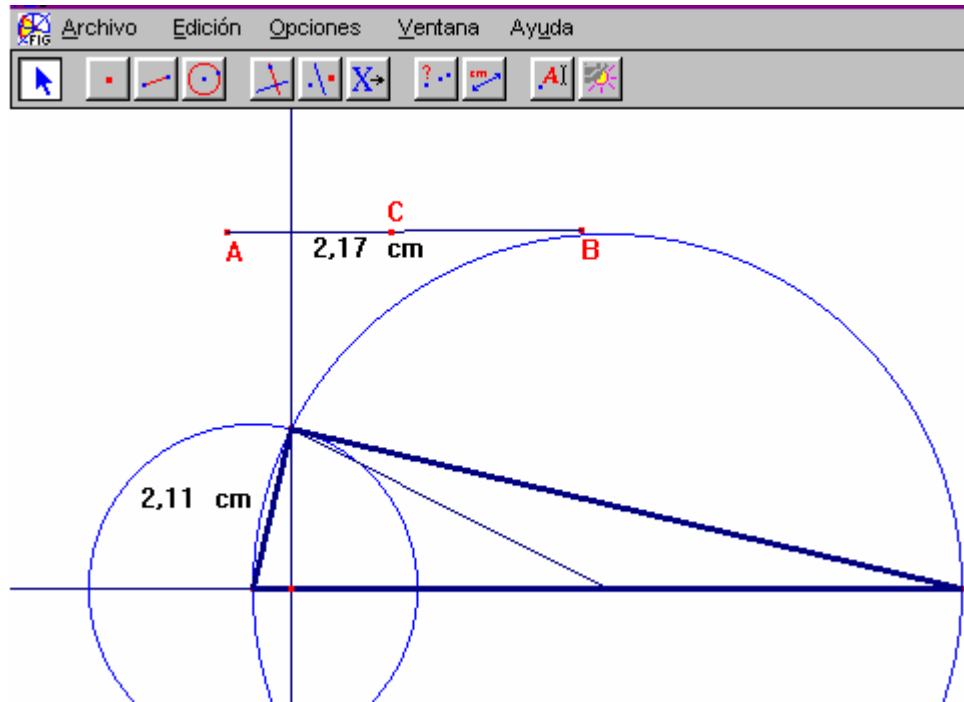
Observación General. Se notó que los profesores que realizaron las anteriores construcciones se desempeñan satisfactoriamente con el uso de la herramienta y sus afirmaciones son justificadas bajo una fundamentación geométrica.

Para la asignación a la categoría **B** se dieron las siguientes construcciones.

Única Construcción (narración):

- Definió un segmento y un punto sobre el
- Ubicó una recta en otro lugar de la pantalla
- Trasfirió la longitud del segmento AB tomando como centro un punto que pertenecía a la recta, esto lo hizo con compás.
- Tomó uno de los puntos de intersección de la circunferencia con la recta.
- A partir de ese punto transfirió la longitud de AC y halló la intersección de las dos circunferencias.
- De esa manera define el triángulo.
- Trazó una recta perpendicular desde el punto de intersección de las circunferencias y la recta inicial
- Definió un segmento desde el punto de intersección de las circunferencias y el punto de intersección de las rectas perpendiculares.
- Definió otro segmento del centro de la circunferencia de radio AB con el punto de intersección de las circunferencias.

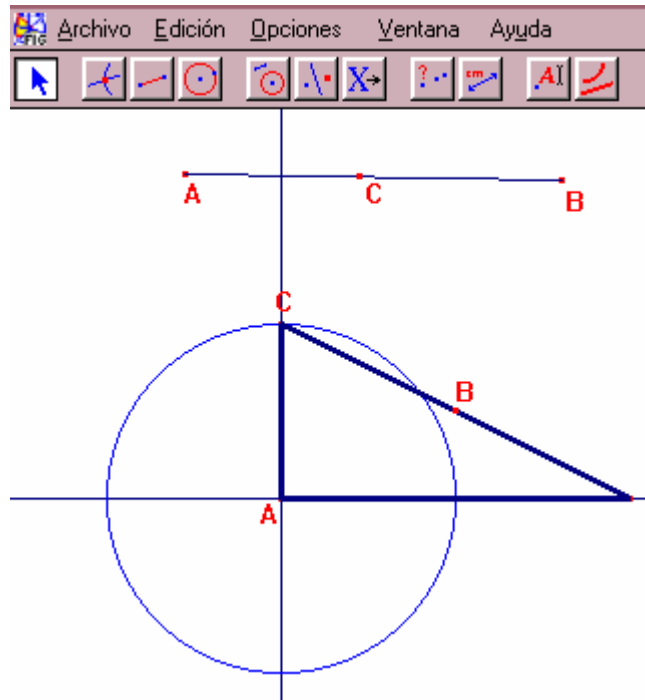
Observación. Aunque la construcción es acertada no logro el objetivo porque se dio una mal interpretación a la situación ya que en esta no se especifica que la mediana y la altura deban partir del mismo9 vértice.



En relación a la Categoría **A**, los profesores que desarrollaron las construcciones siguientes pertenecen a ella.

#### Primera Construcción (narración)

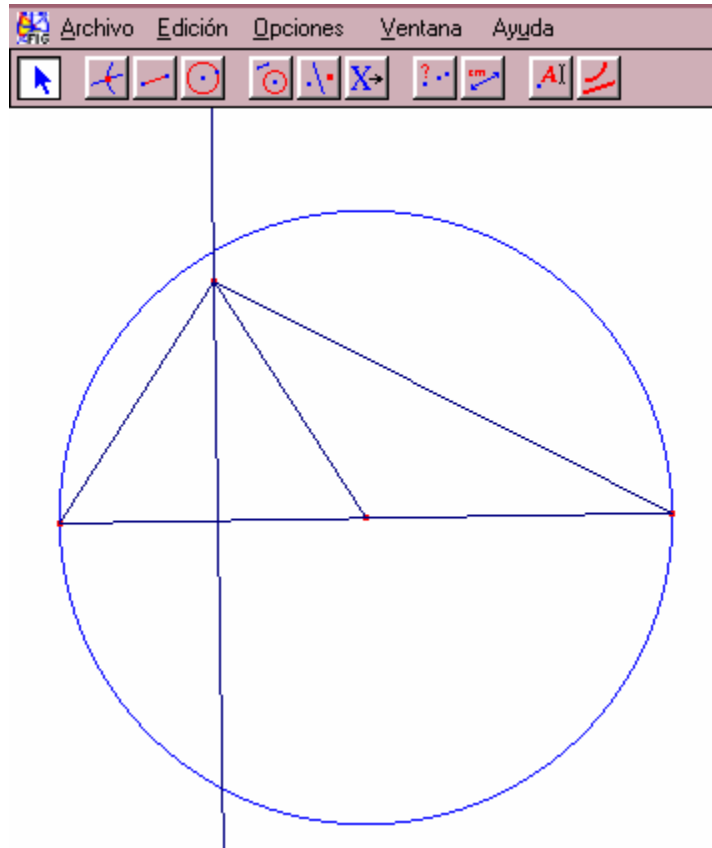
- Definió el segmento y el punto que pertenecía a este y los nombro A, B y C
- Construyó dos rectas perpendiculares.
- Activó la herramienta compás y transfirió la longitud del segmento AC desde el punto de intersección de las perpendiculares.
- Este punto lo determinó como A y el punto de intersección de la circunferencia con la perpendicular como C.
- Desde el punto C traza un segmento cuyo otro extremo pertenezca a la recta A.
- De ese segmento obtiene el punto medio y lo nombra B.
- Determinó el triángulo con el punto C, A y el otro punto que pertenece a la recta.



Segunda construcción (narración):

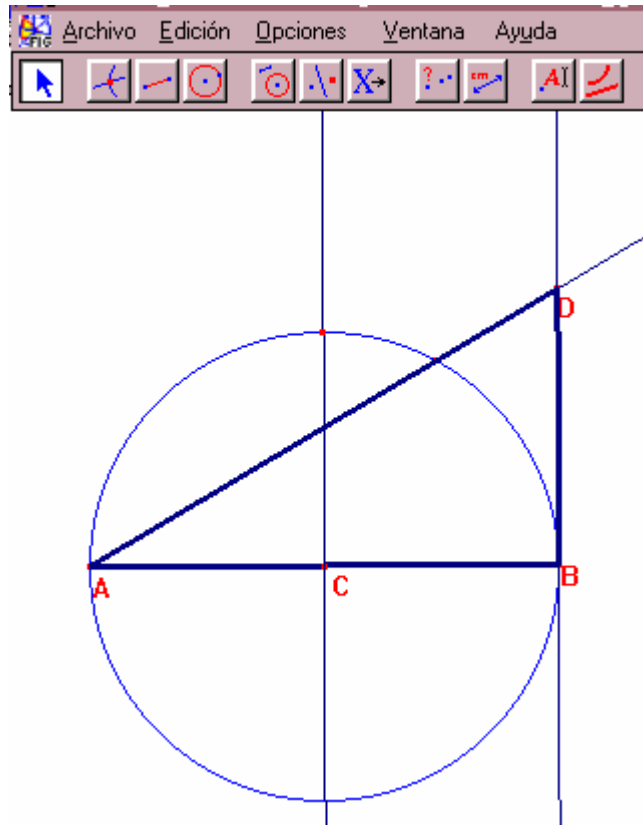
- Trazó una circunferencia en la zona de trabajo
- Ubico una recta que pasara por el centro y un punto que perteneciera a la circunferencia.
- Halló los puntos de intersección de la recta y la circunferencia, definió un segmento.
- Localizo un punto que estuviera dentro del circulo
- Definió con dicho punto y los de intersección un triangulo
- Desde el punto interior trazo un recta perpendicular al segmento
- Trazó un segmento desde el centro de la circunferencia hasta el punto que esta en el interior del circulo, aseguro que esta era la mediana

- Concluyó que cuando desplazara la circunferencia y el triángulo y los puntos coincidieran la propiedad se cumplía.



Tercera Construcción (narración):

- Definió un segmento cuyos extremos son A y B
- Localizó el punto medio del segmento y lo nombro C
- Trazó una circunferencia con centro en C y radio CA
- Trazó una perpendicular desde C por el segmento AB y otra desde B por AB
- Ubico una semirrecta cuyo origen es A y que intersecara la última perpendicular dicho punto lo denomino D
- Definió el triángulo ABD con altura BD y mediana CD



Observación General. Aunque diferencian los conceptos de las alturas y las medianas no reconocen una construcción que cumpla las condiciones.

### 4.2.3 Desarrollo de la situación 3

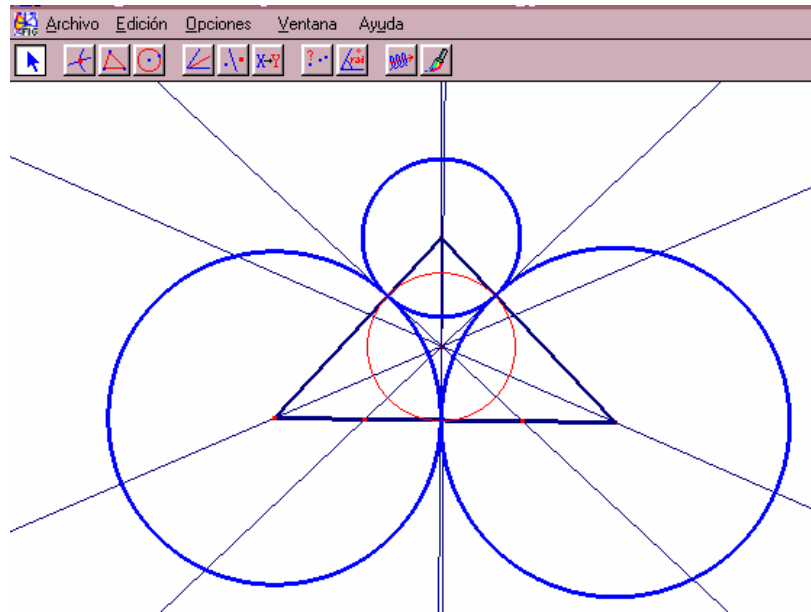
En esta situación se insinuó que debían emplear una de las líneas notables del triángulo, cuatro profesores realizaron la construcción y su procedimiento fue el mismo por tal motivo su asignación a la Categoría C.

Única Construcción (narración):

- Definió un triángulo en la zona de trabajo
- Halló las tres bisectrices del triángulo
- Ubicó el punto de intersección de las bisectrices
- Trazó una perpendicular desde ese punto hasta los lados del triángulo
- Halló el punto de intersección de las perpendiculares con los lados
- Con centro en ese punto trazó una circunferencia y cuyo era los puntos de intersección de las perpendiculares con los lados, es decir, construyeron una circunferencia inscrita en el triángulo.
- Desde los vértices del triángulo trazaron otra circunferencia hasta los puntos de intersección de la circunferencia inscrita con el triángulo.
- Concluyeron que esas circunferencias eran tangentes mediante el arrastre que se le hacia al triángulo.

Observación. En esta situación problemática los docentes que llevaron a cabo esta construcción reconocen las líneas y puntos notables de un triángulo y sus propiedades.





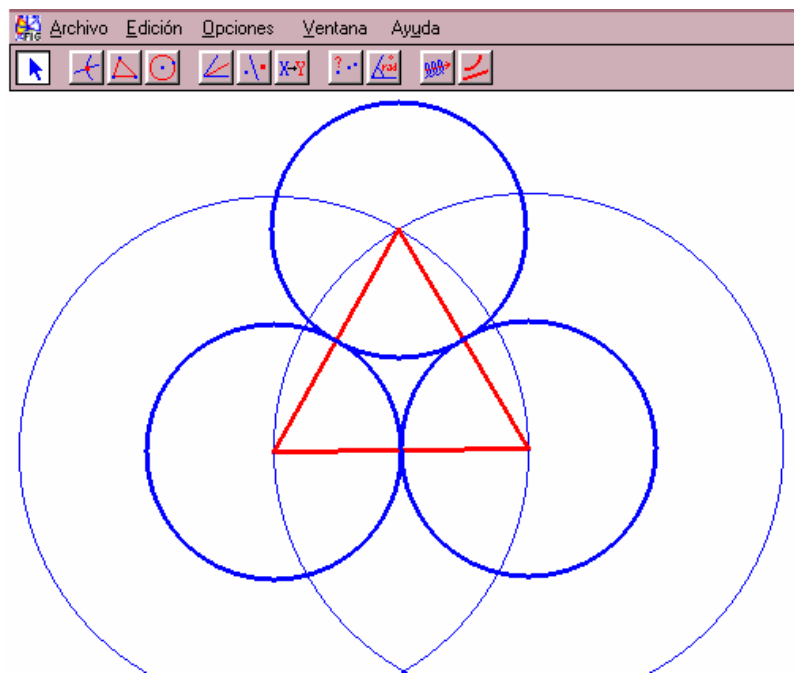
La primera construcción que los profesores realizaron se enuncia a continuación y por eso se les asignó la categoría **B**

Única construcción (narración):

- Trazaron un segmento
- Tomaron como centro un extremo y radio el otro extremo y trazaron una circunferencia
- Repitieron el mismo procedimiento pero esta vez tomaban el otro extremo como centro.
- Ubicaron un punto de intersección de las dos circunferencias y definieron así el triángulo. Es pocas palabras realizaron la construcción de un triángulo equilátero.
- Luego de cada lado del triángulo hallaron el punto medio.

- Tomaron como centro los vértices del triángulo y como radio los puntos medios de los lados y definieron así las circunferencias.

Observación. En esta construcción la tangencia de las circunferencias se mantiene parte del objetivo del ejercicio; pero lo que no se cumple es que la relación se debe mantener en cualquier clase de triángulo y no solo en el triángulo equilátero.

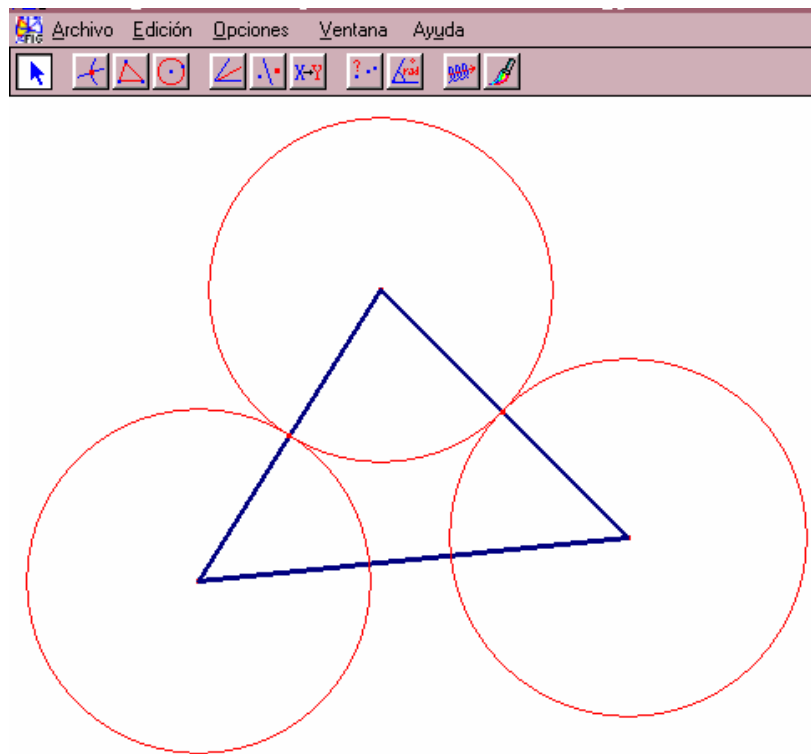


En la Categoría **A** se encuentran las personas que realizaron las siguientes construcciones

Primera Construcción (narración).

- Definió un triángulo
- Ubicó el punto medio de un lado del triángulo

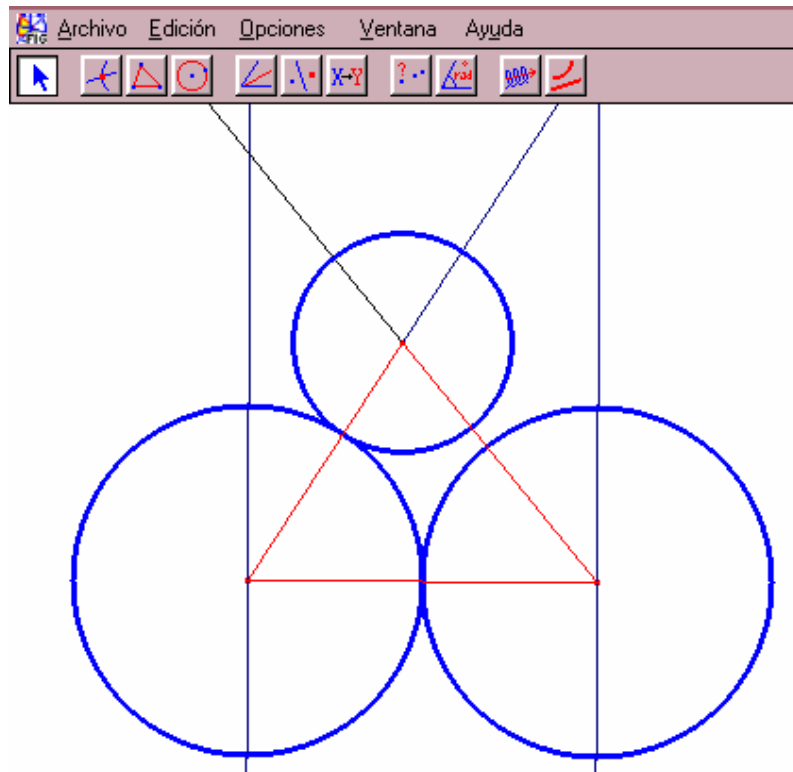
- Tomo como centro uno de los extremos del segmento, el cual ubicó el punto medio y este lo definió como radio
- Realizó de igual manera con el otro extremo
- Localizó el punto de intersección de la circunferencia con el otro lado
- Tomo como centro el último vértice y como radio el punto de intersección hallado anteriormente.



Segunda Construcción (narración):

- Definió un segmento en la pantalla
- Localizó una perpendicular en cada extremo del segmento
- Ubicó el punto medio del segmento

- Trazó una circunferencia tomando como centro un extremo y como radio el punto medio.
- Repitió el mismo procedimiento pero esta vez tomo el otro extremo
- Ubicó un punto entre la región determinada por las rectas perpendiculares
- desde un extremo del segmento y el punto que ubico en la región definió una semirrecta.
- Realizó lo mismo con el otro extremo.
- Con esos tres puntos definió el triángulo.
- Hallo un punto de intersección de la semirrecta con la circunferencia.
- Tomo como centro el punto común de las semirrectas y como radio el punto que localizo de la intersección de la semirrecta y la circunferencia.



Observación General. Estas construcciones permiten relacionar solo la tangencia de dos circunferencias lo que ellos hacían era hacer coincidir las circunferencias de

manera que parecieran tangentes las tres, pero en el momento de hacer el arrastre esto no se mantenía.

#### 4.2.4 Desarrollo de la situación 4

La profesora que realizó la siguiente construcción se destaca por pertenecer a la categoría **B**.

Única Construcción (narración):

- Eligió la herramienta Triángulo.
- Ubicó en la pantalla los tres puntos que definen el triángulo
- Luego con la herramienta Punto Medio escogió cada lado del triángulo
- Nuevamente eligió la herramienta Triángulo, y definió uno con los puntos medios.
- Nombro los vértices de los dos triángulos como A, B y C, A', B' y C'.
- Activó la herramienta Distancia o Longitud para hallar el perímetro de los triángulos, e introdujo un comentario.
- Luego, en ese mismo menú seleccionó la herramienta Área y eligió los dos triángulos, introdujo un comentario alusivo a las áreas.
- Eligió el último menú para que la representación gráfica quede mejor presentada.
- Concluyó que en este ejercicio: *“La relación entre los perímetros de los triángulos es de el doble y la de las áreas es de cuatro veces más grande”*<sup>7</sup>

---

<sup>7</sup> Para llegar a esta conclusión la profesora no empleo la herramienta Calculadora, sino que realizo un proceso mental.

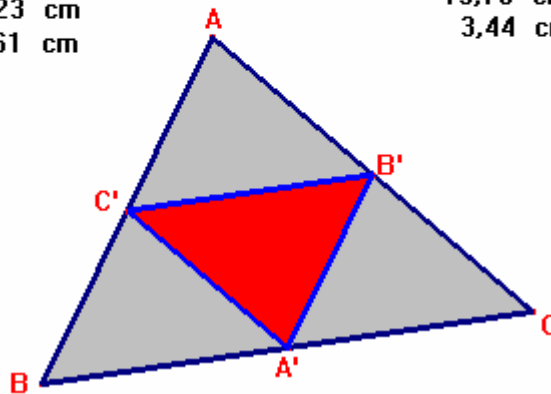


Perímetros

17,23 cm  
8,61 cm

Áreas

13,76 cm<sup>2</sup>  
3,44 cm<sup>2</sup>



Observación. Se notó que la profesora hacía buen uso del programa de modo que manejaba sus herramientas básicas, en cuanto a la conclusión que proporciono no era lo suficientemente clara ya que ella solo se limito a construir dos triángulo y no se preocupo por comprobar si con otros triángulos se seguía manteniendo su conjetura.

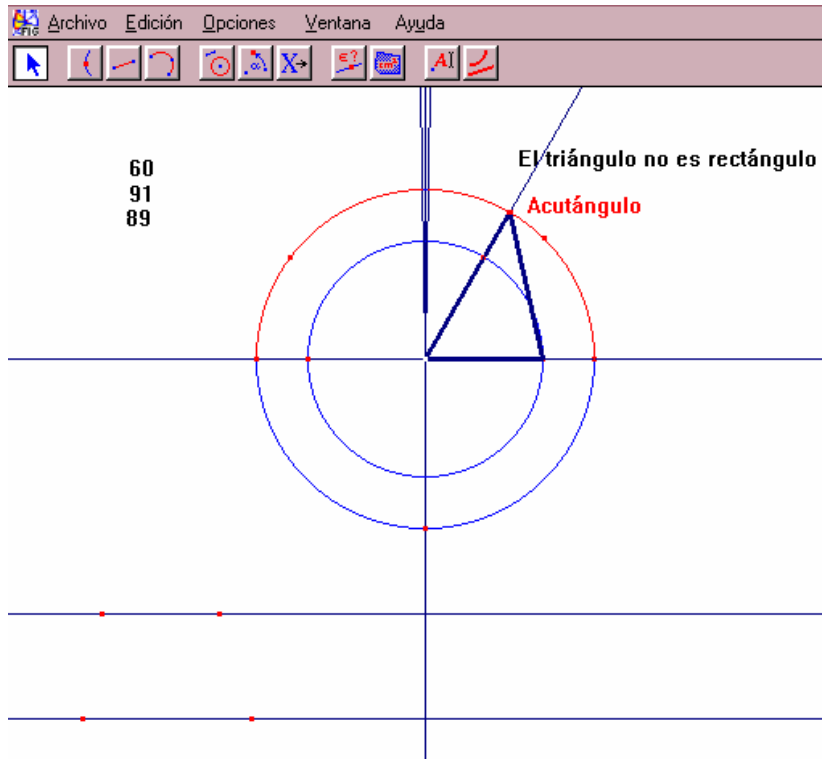
#### 4.2.5 Desarrollo de la situación 5

Solo un profesor realizó la situación propuesta pertenece a la categoría **B**

Única Construcción (narración):

- Definió dos recta paralelas en la zona de trabajo

- Ubicó en cada recta dos puntos
- Nuevamente definió una recta
- Trazó una recta perpendicular a la nueva recta
- Activó la herramienta compás y selecciono los dos puntos de la recta inicial tomo como centro el punto de intersección de las perpendiculares.
- Repito el mismo procedimiento pero esta vez tomo los punto que pertenecen a la recta paralela
- Activo edición numérica y digito 89
- Halló los puntos de intersección de la recta y la circunferencia de mayor radio.
- Roto el punto de la intersección de las perpendiculares 89 respecto al punto de la intersección de la circunferencia y la recta.
- Localizó los puntos de intersección de la circunferencia de radio menor y definió desde el punto de intersección de las perpendiculares hasta el punto de intersección de la circunferencia de radio mayor un segmento.
- Empleo la herramienta pertenece y selecciono el punto rotado y la recta perpendicular, modificó el comentario de esta manara, Este triángulo no es Rectángulo y cuando esta condición se cumpliera el mensaje que aparecería en la pantalla serie el siguiente: Este triángulo es Rectángulo.
- Selecciono nuevamente edición numérica y digito 91, realizo el mismo procedimiento cuando roto 89.
- Ubico dos puntos que pertenecieran a la circunferencia.
- Definió un arco desde el punto de rotación 89 en punto que pertenece a la circunferencia y el punto de intersección de la circunferencia de radio mayor con la recta.



Observación: El profesor se encuentra en esta categoría debido a que se limito a clasificar los triángulos según sus ángulos sin tener en cuenta los lados.



## 5. CONCLUSIONES

El comportamiento consistente entre los docentes asignados a la misma categoría en la actividad propuesta puede resumirse en los indicadores de cada categoría.

A partir de la actividad que se componía de cinco situaciones problemáticas que se tomo como base para este trabajo permitió comparar muchas de las construcciones y justificaciones a una misma situación.

Las situaciones que implicaban una serie de conceptos geométricos implícitos como lo son, altura ortocentro, incentro, mediatriz, perpendicular, punto de intersección, bisectriz, mediana, punto medio, entre otros, revelaron modos de razonamiento sobre dichos conceptos, en algunas ocasiones eran aceptados y en otras no tanto.

Es necesario proporcionar a los docentes, oportunidades para realizar actividades que involucren el uso de una herramienta tecnológica conjuntamente con situaciones que reclamen el uso de conceptos geométricos más amplios.

Se noto en algunos casos, que el hacer uso del software Cabri creo cierto estimulo convirtiendo el aula de matemáticas más en un laboratorio, donde se experimento, exploro, verifico y hasta se comprobó que algunas propiedades geométricas si se cumplían.

En la mayoría de los docentes participantes se pudo observar, que su conocimiento en geometría general es bastante bajo y en algunos casos no se tenía. De igual forma, se pudo observar que los docentes no se encontraban familiarizados con el computador, lo cual le dificultaba aun más su aprendizaje.

De acuerdo con lo realizado en las situaciones la mayoría de los docentes abordan un problema sin pensar que se tenía que hacer y en encontrar una posible solución, motivo por el cual no obtuvieron repuestas satisfactorias a la actividad propuesta.

## BIBLIOGRAFÍA

BARNETT, Rich. (1995) Geometría Segunda Edición. Mc Graw Hill.

BARROSO, Campos Ricardo, (2000). El proceso de definir en matemáticas. Un caso: El triángulo. Enseñanza de las ciencias. Volumen 19 N° 2, Junio.

BARROSO, Ricardo y GAVILAN, José Maria (2003). Resolución de problemas con Cabri II. Números 54

BISHOP. Alan (1989). ¿Cuáles son algunos obstáculos para el aprendizaje de la geometría? Revista estudios en Educación Matemática. Enseñanza de la geometría

BURGER, William y SHAUGNESSY, Michael (1989) Caracterización de los niveles de desarrollo en geometría según Van Hiele. Notas de matemática, N° 28 octubre.

CHAMOSO, José Maria (2004). Algunos materiales que pueden ser puntos de partida para investigar en el aprendizaje de la geometría en educación matemática. Universidad Salamanca.

DOWN, Floyd. MOISE, Edwin. Geometría Moderna Addison-Wesley iberoamericana. De la ware, E.U.A 1986

EDUTEKA (2005). USO PEDAGÓGICO DE LOS MEDIOS “Tenemos un nuevo reto en el siglo XXI”

EDUTEKA (2006). El caso de la geometría y la visualización.  
<http://eduteka.org/profeinvitad.php3?ProfInvID=0003>

ENGBRETSEN, Arne. LABORDE, Jean-Marie. JAHR, Cathy. OLMSTEAD, Gene (1997). Geometric Explorations. Minneapolis, Minnesota

GARCIA, Alfonso. Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas.

GÓMEZ, Pedro (1999). Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática asistida por Computadora. Universidad de la Salle.

LEÓN FONSECA. Marcos Antonio. MUÑIZ MALDONADO Noralys (1999). Los softwares educativos una alternativa en la actualidad. Cuba

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos Curriculares.

RICO, Luis (1997). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. Temas de educación. PAIDOS.

SAMPER, Carmen. LEGUIZAMON, Cecilia. CAMARGO, Leonor, (2002). La construcción de conceptos: una actividad importante para desarrollar razonamientos en geometría. Bogotá. Revista EMA.

SAMPER, Carmen. LEGUIZAMON, Cecilia. CAMARGO, Leonor, DONADO, Alberto (2001). Elementos de Geometría. Universidad Pedagógica Nacional.

VILLARES, de Michael (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. Stellenbosch, Africa del Sur.