



## **UNA REFLEXIÓN SOBRE EL CONCEPTO DE TRAYECTORIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA CINEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA**

**ALICIA PRIETO PULIDO**

Universidad Pedagógica Nacional de Colombia  
Faculta de ciencia y tecnología, Departamento de física  
Bogotá, Colombia  
Año 2023

# **UNA REFLEXIÓN SOBRE EL CONCEPTO DE TRAYECTORIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA CINEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA**

Alicia Prieto Pulido

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar el título de:

**Licenciado en física**

Director:

Juan Carlos Castillo Ayala

Línea de investigación:

Enseñanza de las ciencias desde una perspectiva cultural

Universidad Pedagógica Nacional de Colombia

Faculta de ciencia y tecnología, Departamento de física

Bogotá, Colombia

Año 2023

## **DEDICATORIA**

Dedico este proyecto a todas las comunidades rurales que, con su perseverancia y determinación, han sido una fuente inagotable de inspiración en mi camino académico. A los habitantes de estos sectores, cuya pasión por el aprendizaje y la superación me han motivado a emprender este trabajo.

Este proyecto también está dedicado a mis hijos Emily Lucia y Johan Emmanuel, mi familia y amigos, quienes han brindado su apoyo incondicional y aliento durante esta travesía. Su amor y comprensión me han sostenido en los momentos de desafío y han sido mi mayor fuente de fortaleza.

Finalmente, dedico este proyecto a mí misma, como recordatorio de que, con esfuerzo y dedicación, se pueden superar obstáculos y alcanzar metas. Que este trabajo sea un testimonio de la importancia de la educación y la voluntad de aprender en la construcción de un futuro mejor.

## **AGRADECIMIENTOS**

Primeramente, agradezco a Dios por sus infinitas bendiciones, por mantenerse siempre y en todo momento. Gracias padre amado.

Quiero agradecer al profesor Juan Carlos Castillo Ayala por su apoyo y orientación que no solo enriquecieron la calidad de este trabajo, sino que también me brindaron la confianza y la inspiración necesarias para llevar a cabo este proyecto académico. Sus consejos sabios y su dedicación incansable guiaron mis esfuerzos y contribuyeron significativamente al logro de los resultados que aquí presento.

# Contenido

Tabla de ilustraciones .....	7
Tablas .....	8
Tabla de ecuaciones.....	8
Introducción.....	9
Planteamiento del problema.....	11
Formulación de la pregunta problema.....	12
Objetivo General.....	12
Objetivos Específicos .....	12
Justificación .....	13
Antecedentes de la investigación .....	14
Fases de la investigación.....	17
Fase1 Recopilación .....	17
Fase2- Interpretación.....	18
Fase3- construcción y representación .....	18
Fase 4 - Análisis y Conclusiones.....	18
ENSEÑANZA DE LA TRAYECTORIA EN LA ESCUELA BASICA .....	19
El espacio y el tiempo .....	19
Propiedades del espacio.....	20
Linealidad .....	21
Homogeneidad .....	21
Isotropía.....	22
Espacio es homogéneo e isotrópico .....	24
Concepto de Trayectoria.....	24
Rapidez .....	26
Velocidad .....	26
Aceleración .....	27
Desplazamiento y distancia recorrida .....	27
Marco de referencia .....	28
Movimiento Uniforme (MU) .....	30
Teoremas hechos por Galileo .....	31
Teorema I. Proposición I .....	32

<b>Teorema III, Proposición III</b> .....	33
<b>Teorema IV, Proposición IV</b> .....	34
<b>Movimiento Naturalmente Acelerado</b> .....	39
<b>Colorario I</b> .....	40
<b>Movimiento Parabólico</b> .....	48
<b>Características del movimiento parabólico</b> .....	49
<b>Qué estudia la cinemática</b> .....	51
<b>Un vistazo hacia la cinemática</b> .....	52
<b>Análisis de trayectorias</b> .....	53
<b>Trayectoria lineal</b> .....	54
<b>Trayectoria curva</b> .....	55
<b>Trayectoria circular</b> .....	56
<b>Trayectoria elíptica</b> .....	57
<b>Trayectoria parabólica</b> .....	57
<b>Aspectos metodológicos de la propuesta de enseñanza</b> .....	59
<b>Algunas actividades para la enseñanza del concepto de trayectoria</b> .....	60
<b>Fase3- construcción y representación</b> .....	61
<b>Experiencia # 1</b> .....	63
<b>Experiencia # 2</b> .....	66
<b>Experiencia #3</b> .....	68
<b>Experimento # 4</b> .....	69
<b>Ejercicio 1: Trayectoria con Fuerza Nula y Velocidad Constante</b> .....	69
<b>Ejercicio 2: Movimiento Uniformemente Acelerado con Fuerza Constante</b> .....	69
<b>Ejercicio 3: Movimiento Parabólico de Proyectiles</b> .....	69
<b>Ejercicio 4: Cambio en la Dirección de Velocidad con Aceleración</b> .....	69
<b>Reflexiones finales</b> .....	70
<b>Referencias</b> .....	72

## Tabla de ilustraciones

<i>Ilustración 1. Carro desplazándose en línea recta, completando determinada distancia teniendo en cuenta que ambas son colineales.</i> .....	28
<i>Ilustración 2. Coordenadas, planos y ejes de referencia para definir un sistema de referencia isotrópico, homogéneo de un cuerpo en movimiento. (Wikipedia 2011)</i> .....	29
<i>Ilustración 3. Recorrido de una pelota, espacios iguales en tiempos iguales, determinando el concepto de movimiento rectilíneo uniforme.</i> .....	31
<i>Ilustración 4. Movimiento Uniforme. Teorema I. Proposición I. Fuente: Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias. (Galilei, 1974).</i> .....	32
<i>Ilustración 5. Movimiento Uniforme. Teorema III, Proposición III. Fuente: Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias. (Galilei, 1974)</i> .....	33
<i>Ilustración 6. Movimiento Uniforme. Teorema IV, Proposición IV. Fuente: Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias. (Galilei, 1974)</i> .....	34
<i>Ilustración 7. a) Representa el segmento horizontal, representa la magnitud de la velocidad y el b) segmento vertical representa el tiempo transcurrido en el movimiento (Ayala, 2020)</i> .....	36
<i>Ilustración 8. La pendiente del segmento de recta rojo representa la aceleración (Ayala, 2020)</i> .....	37
<i>Ilustración 9. Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado. MRUA</i> .....	38
<i>Ilustración 10. Movimiento Rectilíneo Uniforme, MRU (Areaciencias)</i> .....	39
<i>Ilustración 11. Teorema II, Proposición II. Movimiento naturalmente acelerado. Fuente: Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias (Galilei, 1974)</i> .....	41
<i>Ilustración 12. Sobre la velocidad en diferentes instantes. Fuente: Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias (Galilei, 1974)</i> .....	42
<i>Ilustración 13. La suma de los n primeros números impares. Fuente: Números. (Barrios, 2015)</i> .....	42
<i>Ilustración 14. La velocidad con que una bola, que descienda por un plano inclinado desde el reposo hasta el suelo. [Hernández, ]</i> .....	44
<i>Ilustración 15. Carro desplazándose en línea recta, completando determinada distancia teniendo en cuenta que ambas son colineales</i> .....	46
<i>Ilustración 16. Carro desplazándose en línea recta, completando determinada distancia teniendo en cuenta que ambas son colineales</i> .....	47
<i>Ilustración 17. Movimiento Parabólico</i> .....	49
<i>Ilustración 18. Persona desplazándose en línea recta, completando determinada distancia teniendo en cuenta que ambas son colineales</i> .....	54
<i>Ilustración 19. caída de objetos y movimiento de desplazamiento en línea recta.</i> .....	55

## Tablas

<i>Tabla 1. Relación de espacio entre Galileo vs Newton.</i> .....	23
<i>Tabla 2. Teoremas de Galileo. Fuente: Elaboración propia</i> .....	35
<i>Tabla 3. Características del MUR</i> .....	38

## Tabla de ecuaciones

<i>Ecuación 1. Aceleración</i> .....	27
<i>Ecuación 2. Velocidad</i> .....	32
<i>Ecuación 3. Distancia</i> .....	33
<i>Ecuación 4. Velocidad en términos de desplazamiento por unidad de tiempo</i> .....	37
<i>Ecuación 5. MRUA</i> .....	38
<i>Ecuación 6.</i> .....	47
<i>Ecuación 7.</i> .....	47
<i>Ecuación 8.</i> .....	47
<i>Ecuación 9.</i> .....	47
<i>Ecuación 10.</i> .....	47
<i>Ecuación 11. Aceleración gravitatoria</i> .....	48
<i>Ecuación 12. Posición horizontal</i> .....	50
<i>Ecuación 13. Posición vertical</i> .....	50



## Introducción

Colombia es un país que posee una gran extensión rural, el territorio colombiano tiene solo el 0,3 % de áreas urbanas y el resto de hectáreas que pertenecen al territorio nacional 114 millones en total son zonas rurales, en las cuales las dos terceras partes son provincias (65,5 %) y en ellas habita un cuarto de la población nacional. Con base en estas estadísticas se puede determinar que Colombia es un país en su mayoría conformado por zonas rurales. (CEPAL, 17 de Marzo del 2017) Es importante resaltar que, debido a esta gran extensión rural, en el país se presenta una alta dispersión poblacional, en la cual, los estudiantes de básica media y básica secundaria se encuentran en condiciones de pobreza extrema y de escasas oportunidades de desarrollo económico y educativo.

A diferencia de sus contrapartes en entornos urbanos, los estudiantes de básica media y básica secundaria en zonas rurales a menudo enfrentan condiciones de pobreza extrema y carecen de acceso a recursos educativos adecuados. La inversión en infraestructuras escolares y tecnología educativa en estas áreas ha sido históricamente limitada, lo que ha contribuido a la brecha en la calidad de la educación que reciben estos estudiantes.

En este contexto, la enseñanza de conceptos fundamentales como la trayectoria, que es esencial en la cinemática, es de gran importancia. La trayectoria, que se define como la ruta o línea que sigue un cuerpo en movimiento a lo largo del tiempo, es un concepto intrínsecamente relacionado al movimiento y el espacio. A menudo se pasa por alto, centrándose principalmente en la resolución de ejercicios matemáticos basados en ecuaciones cinemáticas y dinámicas. Sin embargo, la comprensión conceptual de la trayectoria es esencial para una comprensión más profunda de la física y la naturaleza del movimiento.

La utilización de una propuesta para la enseñanza que facilite el concepto de trayectoria se convierte en un objetivo fundamental para mejorar las oportunidades

educativas de los estudiantes rurales que, debido a limitaciones económicas, sociales y pedagógicas, han enfrentado dificultades para acceder y mantener sus estudios. Esta propuesta de enseñanza no solo busca abordar los desafíos educativos en zonas rurales, sino también fomentar un aprendizaje significativo y la comprensión de los fundamentos de la física.

En este contexto, este trabajo se centra en el desarrollo de una propuesta de enseñanza del concepto de trayectoria y destacar su importancia en la cinemática. Esta propuesta se presenta como una herramienta valiosa para transmitir conocimientos y facilitar su aplicación en futuras investigaciones. La investigación se divide en dos capítulos: el primero aborda la importancia de la enseñanza de la cinemática y el concepto de trayectoria, y resaltar la necesidad de un enfoque educativo renovado. El segundo capítulo describe la propuesta de enseñanza diseñada para mejorar la comprensión del concepto de trayectoria y su aplicabilidad en contextos reales de aprendizaje.

Esta introducción establece el escenario para comprender la relevancia de la enseñanza de la trayectoria y su influencia en la educación de estudiantes en zonas rurales. La propuesta de enseñanza presentada en este trabajo tiene como objetivo contribuir a la mejora de las oportunidades educativas y promover un aprendizaje más significativo en el campo de la física.

## Planteamiento del problema

En la actualidad, en las zonas rurales de nuestro país se presentan dificultades de carácter económico, social y tecnológico, que le imposibilita a la población estudiantil adquirir recursos educativos de bajo costo, situación que afecta de manera directa a los niños de estas zonas. En este marco, se limita el acceso a recursos educativos esenciales, como libros o revistas científicas, que son fundamentales para orientar en conceptos de la física como lo es la trayectoria, que es fundamental en su formación académica. Es importante resaltar, que en esta etapa de la formación académica y hablando en torno a la física, el estudiante debe adquirir ciertos conceptos introductorios, particularmente en la mecánica, como es el concepto de “trayectoria”. Como es notorio el concepto de trayectoria, de la mecánica, presenta ambigüedad para los estudiantes, ya que, si bien para ellos resulta claro que la trayectoria es el camino que sigue un cuerpo al moverse, ésta suele confundirse con las curvas de las gráficas de las funciones cinemáticas, además, las trayectorias en la mecánica están relacionadas con la geometrización del movimiento, aspecto por el cual se habla de trayectorias rectilíneas, parabólicas, hiperbólicas, elípticas y circulares entre otras, y son presentadas mediante relaciones matemáticas entre las coordenadas con las que se describe espacialmente el movimiento; aspectos por los cuales a los estudiantes se les dificulta entender tal concepto, Razón por la cual es necesario abordar el concepto de trayectoria y su relaciones con nociones como: distancia, desplazamiento y posición.

El enfoque de este proyecto de investigación se centra en presentar una propuesta de enseñanza diseñada para facilitar el aprendizaje y la comprensión del concepto de trayectoria en estudiantes de zonas rurales de nuestro país. Esta propuesta busca proporcionar a los maestros y estudiantes herramientas efectivas que fomenten la participación activa, promoviendo un aprendizaje significativo caracterizado por la reflexión, la creatividad y la resolución de situaciones planteadas en el aula. (Gutierrez Braojos, 2012)

Con base en lo anterior, se plantea la siguiente pregunta problema:

## Formulación de la pregunta problema

¿A través de qué situaciones de estudio es posible analizar el concepto de trayectoria con el propósito de desarrollar una propuesta de enseñanza en la cinemática enfocada en métodos pedagógicos?

## Objetivo General

Realizar un análisis del concepto de trayectoria y su relevancia en la cinemática con el propósito de hacer aportes a su enseñanza en cursos de física en la educación media.

## Objetivos Específicos

- Hacer un análisis corte conceptual de la trayectoria, con el fin de identificar aspectos relevantes para su enseñanza.
- Delinear elementos conceptuales, acerca de la trayectoria, con el fin de proyectar una ruta para su enseñanza.
- Proponer algunas actividades para la enseñanza del concepto de trayectoria en el aula.

## Justificación

En la actualidad, el enfoque de la enseñanza y el aprendizaje en el ámbito educativo ha evolucionado hacia un mayor énfasis en la participación activa del estudiante y la adopción de estrategias pedagógicas efectivas. La construcción de un entorno de aprendizaje que fomente la comprensión profunda de los conceptos y su aplicación en situaciones de la vida cotidiana se ha vuelto esencial.

Los enfoques tradicionales de la enseñanza de las ciencias naturales, como la física, a veces pueden resultar desmotivadores para los estudiantes, lo que afecta negativamente su interés y compromiso con la materia. Además, es fundamental reconocer que no todos los contextos educativos son iguales, y las comunidades rurales pueden presentar desafíos particulares en términos de acceso a recursos educativos y oportunidades de desarrollo. (Sunkel, 2010)

En este contexto, la implementación de una propuesta de enseñanza adaptada a las necesidades y características de las comunidades rurales se presenta como una solución significativa. Esta propuesta busca no solo fomentar una comprensión profunda de la física, centrada en el concepto de trayectoria, sino también revitalizar el proceso de aprendizaje en un entorno que se alinea con las realidades de las comunidades rurales.

Al proporcionar a los estudiantes una experiencia educativa práctica y contextualizada, esta propuesta busca superar las barreras tradicionales en la enseñanza de la física y motivar a los estudiantes a explorar y aplicar estos conceptos en su vida diaria. Además, se alinea con la búsqueda de estrategias pedagógicas que promuevan la participación activa de los estudiantes y el desarrollo de habilidades esenciales, como la resolución de problemas y la creatividad.

Es importante destacar que este enfoque pedagógico se basa en la creación de una propuesta de enseñanza que se adapte a las necesidades específicas de las comunidades rurales, reconociendo sus particularidades y proporcionando oportunidades educativas significativas. Además, se enmarca en la búsqueda de mejorar la equidad educativa y brindar a los estudiantes rurales las mismas

oportunidades de desarrollo que sus pares en entornos urbanos. Esta propuesta se sustenta en enfoques educativos que promueven el aprendizaje contextualizado y relevante, lo que resulta en una comprensión más profunda y duradera de los conceptos científicos. (Salas, 2010)

## Antecedentes de la investigación

La ejecución de este proceso investigativo inició con una exploración minuciosa de los conceptos vinculados a la trayectoria en el contexto educativo. La relevancia de esta fase introductoria radica en su contribución esencial al marco teórico del proyecto.

La indagación inicial se concentró en comprender a fondo la naturaleza y las implicaciones de la trayectoria en el ámbito educativo. Este enfoque no solo sirvió para establecer una base conceptual sólida, sino que también proporcionó una comprensión detallada de las dinámicas y desafíos específicos asociados a este concepto en el entorno del aula.

- Sánchez y Espinoza (2015) “Diseño de estrategias metodológicas en resolución de problemas del Movimiento Rectilíneo Uniforme” con estudiantes de séptimo grado de la escuela Dr. Pedro Joaquín Chamorro Cardenal del municipio de SAN MARCOS departamento de Carazo en el cual hace un estudio del proceso de enseñanza-aprendizaje que utiliza el docente en el desarrollo del contenido “trayectoria” y propone resolución de problemas como estrategia didáctica innovadora para mejorar el proceso.
- Lucio R. Berrone "La Génesis de la Cinemática del Movimiento Uniformemente Acelerado" es un libro que centra la historia de la cinemática, específicamente en la génesis y desarrollo del concepto de movimiento uniformemente acelerado. El libro investiga cómo se desarrolló este concepto a lo largo de la historia de la ciencia, centrándose en las contribuciones de figuras clave como Galileo Galilei.

La cinemática es la rama de la física que se ocupa de describir y analizar el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas de ese movimiento

(como las fuerzas). La cinemática del movimiento uniformemente acelerado es un área particularmente importante que se refiere al estudio de objetos que se mueven con una aceleración constante.

El libro explora las ideas y teorías relacionadas con el movimiento uniformemente acelerado, desde la antigüedad hasta los desarrollos más modernos. Se centra en cómo Galileo, en particular, contribuyó significativamente a la comprensión de este tipo de movimiento y estableció las bases para la descripción matemática de los movimientos acelerados. La obra de Galileo, en particular su experimento de la caída libre de los cuerpos, es fundamental para la comprensión de la aceleración debida a la gravedad y cómo esta afecta a los objetos en movimiento.

El libro de Lucio R. Berrone se enfoca en el desarrollo histórico y las contribuciones clave que llevaron a la formulación de la cinemática del movimiento uniformemente acelerado. Este tipo de literatura proporciona una base histórica y contextual para comprender cómo la ciencia ha evolucionado en relación con el movimiento y la aceleración, se centra en estos conceptos, especialmente en el contexto de Galileo y la trayectoria.

- El artículo de Diana Victoria Moreno García titulado "Acerca de la Formalización del Concepto Velocidad desde la Geometrización del Movimiento de Caída según Galileo Galilei" se centra en el estudio de cómo Galileo Galilei formalizó y desarrolló el concepto de velocidad en relación con el movimiento de caída de los cuerpos. A través de un análisis detallado, la autora explora la manera en que Galileo abordó la medición y la descripción de la velocidad de los objetos en caída libre.

Galileo es conocido por sus experimentos con objetos en caída, en particular por su observación de la caída de objetos desde la Torre de Pisa. Su trabajo pionero en este campo le permitió comprender que, en ausencia de fuerzas de resistencia como el aire, los objetos caen con una aceleración constante debida a la gravedad de la Tierra. Además, Galileo se dio cuenta de que la velocidad de caída aumentaba constantemente con el tiempo, lo que lo llevó

a desarrollar una comprensión más precisa del concepto de velocidad y cómo se relaciona con el tiempo.

En el artículo, Diana Victoria Moreno García analiza los escritos y experimentos de Galileo, destacando cómo este científico italiano utilizó la geometría y la matemática para formalizar la relación entre la velocidad y el tiempo en el contexto de la caída libre. Además, la autora discute la importancia de esta formalización y cómo sentó las bases para una comprensión más profunda de la cinemática y el estudio de los movimientos acelerados.

En resumen, el artículo se enfoca en el trabajo de Galileo Galilei relacionado con el concepto de velocidad, específicamente en el contexto de la caída libre de los objetos. Proporciona una visión detallada de cómo Galileo desarrolló y formalizó este concepto, lo que es relevante para comprender cómo se avanzó en la descripción del movimiento y la cinemática en la historia de la ciencia. Lo que respecta a la comprensión de la trayectoria y la importancia de la velocidad en los movimientos.

- En el Módulo de Mecánica Pedreros, R. I., & Castillo, J. C. (2005) titulado "La Velocidad, una Magnitud Organizadora de los Fenómenos Mecánicos" se centra en el concepto de velocidad y cómo esta magnitud es fundamental para comprender y organizar los fenómenos mecánicos en el ámbito de la física.

En el Módulo de Mecánica, se explora la importancia de la velocidad como una magnitud fundamental en la descripción de los movimientos y fenómenos relacionados con la mecánica. La velocidad, que se refiere a la rapidez con la que un objeto se desplaza en una dirección particular, es esencial para entender cómo los cuerpos cambian de posición con respecto al tiempo y cómo se relaciona con otros conceptos físicos como la aceleración, la distancia recorrida y el tiempo.

Pedreros, R. I., & Castillo, J. C., argumentan que la velocidad desempeña un papel crucial en la organización y descripción de los fenómenos mecánicos. Al comprender cómo la velocidad de un objeto cambia con el tiempo, se



pueden abordar cuestiones fundamentales en la física, como el movimiento uniforme, el movimiento uniformemente acelerado y las leyes del movimiento de Newton.

Además, enfatiza que la velocidad no solo es una magnitud útil en la física teórica, sino que también tiene aplicaciones prácticas en la resolución de problemas y en la vida cotidiana. La velocidad se utiliza para calcular distancias, tiempos y aceleraciones, lo que la convierte en una herramienta esencial en la resolución de problemas en la física.

En resumen, el artículo "La Velocidad, una Magnitud Organizadora de los Fenómenos Mecánicos" aborda la importancia de la velocidad como una magnitud fundamental en la descripción y organización de los fenómenos mecánicos en la física. Proporciona una visión general de cómo la velocidad es esencial para comprender los movimientos y fenómenos relacionados con la mecánica y cómo se relaciona con otros conceptos físicos. Este antecedente es valioso para mi trabajo, especialmente en lo que respecta a la relevancia de la velocidad en la cinemática y los movimientos de los cuerpos.

## Fases de la investigación

Se propone realizar la investigación en 4 fases, con la intención de obtener los pasos que se deben trabajar al momento de desarrollar esta investigación, para tener una mayor claridad en los avances, como los logros que se obtengan a medida que se realiza la investigación teniendo en cuenta los objetivos planteados en el tiempo establecido. De acuerdo a lo antes mencionado las fases de la investigación son las siguientes:

### Fase1 Recopilación

En esta fase, se llevará a cabo una exhaustiva búsqueda y recopilación de las referencias bibliográficas y antecedentes necesarios para abordar el concepto de trayectoria. Esta etapa es esencial para sentar las bases sólidas de la tesis y

comprender la amplitud del campo de estudio. Los pasos a seguir en esta fase incluyen:

- Definición de Objetivos de Investigación
- Identificación de Fuentes
- Selección de Referencias
- Revisión de Literatura
- Organización y Documentación
- Análisis Preliminar
- Informe de la Fase de Recopilación

## **Fase2- Interpretación**

En esta fase, profundizaremos en el concepto de trayectoria y desarrollaremos una propuesta de enseñanza para su comprensión y aplicación, se creará una estrategia pedagógica que incluirá recursos interactivos y ejercicios prácticos para abordar los diferentes tipos de trayectoria.

## **Fase3- construcción y representación**

En la fase de Construcción y Representación de este proyecto, nos enfocaremos en el desarrollo de una propuesta de enseñanza innovadora que permita a los estudiantes comprender de manera efectiva el concepto de trayectoria. ya que se busca transformar la forma en que se enseña y se aprende este concepto, haciendo que sea más interactivo, visual y significativo para los estudiantes.

## **Fase 4- Análisis y Conclusiones**

En la fase de Análisis y Conclusiones de este proyecto, examinaremos en profundidad el concepto de trayectoria en el contexto de la mecánica. Se analizará las características del movimiento; en ausencia de fuerzas, cuando la fuerza y velocidad sea constante, así como cuando la velocidad experimenta variaciones. Las cuáles serán graficadas.

## ENSEÑANZA DE LA TRAYECTORIA EN LA ESCUELA BASICA

### El espacio y el tiempo

En este apunte se determinan las bases para el estudio del movimiento de traslación. La cinemática es la encargada de hacer una descripción de la posición de los cuerpos en el espacio a medida que transcurre el tiempo. Newton en 1687 planteó:

*” Tiempo, espacio, lugar y movimiento, son palabras conocidas para todos. Es observar con todo, que el vulgo solo concibe esas cantidades partiendo de la relación que guardan con las cosas sensibles, y de ellos surgen ciertos prejuicios, cuya remoción será conveniente distinguir allí entre lo absoluto y lo relativo, lo verdadero y lo aparente, lo matemático y lo vulgar”. (Newton I. &., 1987)*

Según la perspectiva de Newton, el tiempo es considerado absoluto, lo cual significa que es igual para todos los observadores, independientemente de su ubicación o velocidad relativa. Esto implica que, si un observador registra un evento y mide cierto lapso en su reloj, cualquier otro observador que considere los mismos instantes o condiciones iniciales y finales del sistema también medirá el mismo tiempo transcurrido.

Esta noción de tiempo absoluto se relaciona con la cinemática, ya que proporciona un marco de referencia común para medir y describir el movimiento de los objetos. Al considerar el tiempo como absoluto, se establece una base unificada para cuantificar los intervalos de tiempo asociados con los eventos de movimiento. Asimismo, en la concepción Newtoniana, se propone la existencia de un espacio absoluto homogéneo, que posee las mismas propiedades en todos los lugares. Este espacio se considera eterno e inmutable, no se ve afectado por el paso del tiempo ni por la presencia de la materia, y se considera infinito y continuo. Estas características del espacio absoluto proporcionan el contexto en el cual se

desarrolla el movimiento de los objetos en la cinemática newtoniana. En la cinemática, el espacio absoluto proporciona el marco de referencia en el cual se definen las coordenadas y se describen las trayectorias de los objetos en movimiento. El tiempo absoluto, por su parte, permite cuantificar los intervalos de tiempo transcurridos entre eventos y calcular magnitudes como la velocidad y la aceleración; sin embargo, es importante tener en cuenta que la concepción newtoniana del tiempo y el espacio absoluto ha sido cuestionada y modificada por las teorías posteriores, como la teoría de la relatividad de Einstein. Estas teorías sugieren una relación más compleja entre el tiempo, el espacio y el movimiento, y plantean que la medición del tiempo y el espacio depende del observador y su velocidad relativa. (Niño, 2001)

## Propiedades del espacio

Heinrich Hertz, "Los Principios de la Mecánica," estableció una perspectiva mecanicista fundamental en la física. En esta obra, Hertz abordó el sentido del conocimiento en la física y su capacidad para anticipar eventos futuros. Señaló que el propósito principal de nuestro conocimiento de la naturaleza es permitirnos anticipar y disponer nuestros hechos presentes en concordancia con esas anticipaciones. (Heinrich)

Hertz también destacó que, para lograr este objetivo, creamos imágenes o teorías que nos permiten realizar tales anticipaciones. En el contexto de la mecánica, Hertz identificó varias imágenes o teorías, cuyos conceptos fundamentales incluyen espacio, tiempo, masa o cuerpo, y acción expresada a través de fuerza o energía. Estas teorías mecánicas están estrechamente relacionadas con la isotropía (todas las direcciones son equivalentes), homogeneidad (uniformidad en todas partes) y linealidad del espacio (transformaciones consistentes) y el tiempo, así como con el principio de inercia de los cuerpos (Hertz).

## Linealidad

La linealidad del espacio se refiere a la igualdad de la longitud de un segmento de recta en todos los lugares y direcciones del espacio; aspecto que implica que la medida del área y del volumen cumplen de igual manera con la linealidad, así la medida de una porción del espacio corresponde a porciones iguales en diferentes lugares y direcciones, esto es fundamental para mantener una base uniforme de medida en todo el espacio.

Por ejemplo, supongamos que tienes un metro de longitud en un lugar específico. En un espacio lineal, un metro siempre tiene la misma longitud en todas las direcciones y en todos los lugares del espacio. Esto significa que, si mides un objeto en línea recta horizontal y obtienes una longitud de un metro, si luego mides el mismo objeto en línea recta vertical, nuevamente obtendrás una longitud de un metro. La linealidad garantiza que la medida sea consistente en todas las direcciones.

## Homogeneidad

La homogeneidad del espacio se refiere a la idea de que todos los puntos del espacio poseen las mismas propiedades, lo que significa que no hay puntos especiales en el espacio. En otras palabras, no existe una dirección privilegiada en el espacio hacia la cual todos los movimientos de los cuerpos se dirijan de manera natural. Sin embargo, Galileo introdujo la noción de puntos especiales, como el centro de la Tierra, donde los cuerpos en movimiento tienden a converger. Esta concepción de puntos especiales en el espacio se manifiesta en la tendencia de los cuerpos a moverse hacia el centro, como ocurre con los planetas que siguen órbitas elípticas en torno al centro del Sol. Para Newton, esta tendencia se explica mediante la fuerza de atracción gravitacional, que actúa uniformemente en todas las direcciones.

Por ejemplo, La idea de la homogeneidad del espacio se ilustra claramente en el caso de las órbitas planetarias alrededor del Sol. De acuerdo con el concepto de

homogeneidad, todos los puntos del espacio tienen las mismas propiedades físicas y no hay una dirección especial hacia la cual los cuerpos deban moverse. Sin embargo, cuando observamos el movimiento de los planetas en nuestro sistema solar, notamos que siguen órbitas elípticas alrededor del Sol, esto podría parecer contradictorio con la idea de homogeneidad, ya que parece que los planetas tienen una tendencia a moverse hacia el centro del sistema solar (el Sol), que parece ser un punto especial en el espacio.

La resolución a esta aparente contradicción se encuentra en la teoría de la gravedad de Newton. Newton postuló que todos los objetos con masa ejercen una fuerza de atracción gravitacional entre sí. En el caso de los planetas, esta fuerza gravitacional del Sol los atrae hacia su centro. Esto significa que, si bien la homogeneidad del espacio sigue siendo cierta en términos de las leyes de la física que se aplican de manera uniforme en todas partes, la influencia de la gravedad hace que los planetas sigan órbitas alrededor del punto especial que es el centro del sistema solar.

Este ejemplo demuestra cómo la homogeneidad del espacio puede coexistir con la influencia de fuerzas gravitacionales específicas en la trayectoria de los cuerpos celestes. La física moderna, que incluye conceptos como la gravedad de Newton, nos permite comprender y predecir el movimiento de los cuerpos en un espacio homogéneo, incluso cuando aparentemente convergen hacia puntos especiales en el espacio.

## Isotropía

La isotropía del espacio es un concepto que establece que todas las direcciones del espacio son equivalentes desde el punto de vista de las leyes de la física. Esto significa que las propiedades y las reglas físicas son uniformes y aplicables en todas las direcciones del espacio, de manera similar a la homogeneidad y la linealidad. La isotropía refuerza la idea de que no hay direcciones privilegiadas en el espacio, y las mismas leyes de la física se aplican sin importar hacia dónde se mire. (Reinante, 2020)

	<b>Espacio Galileano</b>	<b>Espacio Newtoniano</b>
<b>Linealidad</b>	La linealidad implica que el espacio y el tiempo se comportan de acuerdo con las transformaciones lineales de Galileo. Esto significa que las ecuaciones de movimiento son invariantes bajo transformaciones lineales de coordenadas y tiempo. Por ejemplo, si una partícula se mueve en línea recta con una velocidad constante en un sistema de referencia, también se moverá en línea recta con la misma velocidad constante en otro sistema de referencia en movimiento rectilíneo uniforme con respecto al primero.	Se caracteriza por su linealidad, lo que significa que satisface el principio de superposición. En términos simples, esto implica que, si dos fuerzas actúan sobre un objeto, el efecto resultante es la suma vectorial de las dos fuerzas. Esto se conoce como el principio de superposición lineal y es fundamental en la mecánica newtoniana.
<b>Isotropía</b>	Hace referencia a la igualdad de las leyes de la física en todas las direcciones. En otras palabras, las leyes de la física son las mismas sin importar la orientación en el espacio. Esto significa que la física newtoniana es independiente de la dirección en la que se apliquen las leyes.	La isotropía se refiere a la igualdad de propiedades en todas las direcciones en el espacio newtoniano. Esto significa que las leyes de la física son las mismas sin importar la orientación o dirección en la que se apliquen.
<b>Homogeneidad</b>	Se refiere a la igualdad de las leyes de la física en todos los lugares del espacio. Esto significa que las condiciones físicas son uniformes en todas partes del espacio galileano. La homogeneidad permite que las leyes de la física sean universales y aplicables en cualquier lugar.	Implica que las leyes de la física son las mismas en todos los lugares del espacio. En otras palabras, las condiciones físicas son uniformes en todas partes del espacio newtoniano.

Tabla 1. Relación de espacio entre Galileo vs Newton.

## Espacio es homogéneo e isotrópico

Planteando la postura de Galileo en su obra “Diálogos sobre dos nuevas ciencias”, cuando los objetos presentan un movimiento en línea recta de manera uniforme se dice que su velocidad es constante debido a que el espacio es homogéneo e isotrópico.

*” Por lo que respecta a los espacios vacíos, creo que es justo decir que, supuesto que toda porción de espacio es siempre homogénea y similar a toda otra porción, de ahí se sigue que el movimiento de cualquier cuerpo en cualquier parte del espacio es siempre el mismo y no hay ninguna razón para creer que alguna porción de espacio sea más adecuada al movimiento que otra.” (Galileo G. , 1974)*

Cuando Galileo afirma que el espacio es homogéneo, argumenta que el movimiento del objeto de estudio es uniforme y rectilíneo por lo que su cambio de posición no puede ser detectado por un observador que se mueve con el mismo movimiento relativo. De esta manera, Galileo establece que las leyes de la física son las mismas en cualquier punto del espacio, por lo tanto, es homogéneo.

## Concepto de Trayectoria

La comprensión del concepto de trayectoria desempeña un papel fundamental en el campo de la física. En la enseñanza de esta noción, se abren las puertas hacia una comprensión más profunda de las propiedades intrínsecas del espacio y sus interacciones. La trayectoria se erige como un elemento central en la descripción de movimientos, tanto en la vida cotidiana como en contextos científicos. Esta importancia radica en su capacidad para representar la ruta seguida por un objeto en el espacio durante su desplazamiento, lo que a su vez permite analizar y comprender una variedad de fenómenos físicos.

La relevancia de la trayectoria se extiende a diversas disciplinas, desde la física y la matemática hasta la astronomía y la ingeniería. En la física, la trayectoria es un componente esencial para modelar y predecir el movimiento de partículas, cuerpos



celestes y objetos en general. Además, su estudio contribuye a la comprensión de conceptos relacionados, como la velocidad, la aceleración y la conservación del momento, que son fundamentales en la descripción de fenómenos naturales y aplicaciones tecnológicas.

Esta noción está estrechamente vinculada a las propiedades fundamentales del espacio. La trayectoria, representa la ruta o el camino que un cuerpo sigue a lo largo del tiempo en un espacio tridimensional. Esta idea tiene implicaciones profundas en diversas disciplinas, desde la física hasta la geometría y la ingeniería. En este marco teórico, analizaremos la importancia de la trayectoria como concepto clave en mecánica y su relación con las propiedades espaciales, respaldado por investigaciones previas y teorías fundamentales.

A demás la comprensión del concepto de trayectoria también es esencial en la resolución de problemas, desde la navegación vehicular y la planificación de rutas hasta la simulación de procesos industriales y el diseño de trayectorias para robots autónomos. En la educación, el desarrollo de una ruta didáctica efectiva para la enseñanza de la trayectoria se convierte en un recurso valioso para facilitar la comprensión de estos conceptos esenciales. A si mismo establecer una base sólida en el diseño de una ruta didáctica que aborde el concepto de trayectoria, es crucial explorar la relevancia de la trayectoria desde una perspectiva teórica, así como identificar las teorías y conceptos claves que respaldan su estudio. En este marco teórico, se analizarán y discutirán las propiedades del espacio en relación con la trayectoria, centrándose en la importancia de este concepto en la educación y la física contemporánea.

La trayectoria se convierte en un concepto esencial para comprender las relaciones espaciales y temporales. En la física, por ejemplo, el estudio de las trayectorias de los objetos es crucial para entender el movimiento, se analizará algunos de los tipos de movimiento, como el movimiento uniforme rectilíneo, el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, el movimiento parabólico y movimiento circular, así como las trayectorias asociadas, como las trayectorias rectilíneas, parabólicas, elípticas y circulares. Antes de iniciar con el estudio de los movimientos en la física, es esencial

comprender el concepto fundamental de razón de cambio. La razón de cambio es una cantidad dividida entre el tiempo. Nos dice que tan aprisa ocurre un fenómeno, o cuanto cambia alguna cantidad en cierto intervalo de tiempo. (Wikipedia, 2023,24 de noviembre)

El movimiento se describe en términos de las razones de cambio conocidas como rapidez, velocidad y aceleración.

## Rapidez

La rapidez se determina siempre en función de la relación entre una cierta cantidad de distancia y una cantidad específica de tiempo. La rapidez se describe como la distancia que se recorre en una unidad de tiempo.

Por ejemplo, cuando se conduce un automóvil, la rapidez se expresa comúnmente en kilómetros por hora (km/h) o millas por hora (mph), donde la distancia (kilómetros o millas) se divide por el tiempo (horas). Esta medida nos indica cuánta distancia se recorre en una hora.

## Velocidad

La velocidad puede entenderse como una forma específica de rapidez que incluye la dirección en la que se mueve un objeto. Mientras que la rapidez mide qué tan rápido se desplaza un objeto, la velocidad además nos proporciona información sobre la rapidez y la dirección de ese movimiento. (Giancoli D. C., 2005)

Por ejemplo, un automóvil que viaja a 100 kilómetros por hora en línea recta. La rapidez de ese automóvil es 100 km/h, lo que indica cuán rápido se está moviendo. Ahora, si el automóvil cambia su dirección y comienza a moverse a 100 km/h hacia el norte, estamos hablando de su velocidad. La velocidad nos dice no solo qué tan rápido se está moviendo el automóvil, sino también en qué dirección se desplaza.

## Aceleración

La aceleración es la razón de cambio de la velocidad; ya que la aceleración es una razón de cambio, Se trata de una medida de que tan aprisa cambia la velocidad respecto al tiempo: (Hewitt, Conceptual Physics. Pearson/Addison-Wesley, 2006)

$$\text{aceleración} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

$$a = \frac{v_f - v_0}{t}$$

*Ecuación 1. Aceleración*

Por ejemplo, un automóvil que acelera desde una posición de reposo hasta una velocidad de 100 km/h en unos pocos segundos, estamos observando un cambio significativo en la velocidad a lo largo del tiempo. La aceleración se encarga de cuantificar precisamente esta variación. En este caso, la aceleración nos diría que el automóvil aumentó su velocidad en un tiempo relativamente corto.

## Desplazamiento y distancia recorrida

El desplazamiento es la distancia y dirección entre el punto de partida y el punto final de un objeto en movimiento, por su parte la distancia recorrida es la longitud total de la trayectoria seguida por el objeto, por lo tanto, el desplazamiento es un concepto utilizado en la física y la mecánica para describir el cambio de posición de un objeto, se trata de una cantidad vectorial que incluye información sobre la dirección y la magnitud del movimiento. En otras palabras, el desplazamiento muestra la distancia y la dirección del camino más corto entre dos puntos en una trayectoria como lo muestra la figura desde el punto A hasta el punto B.

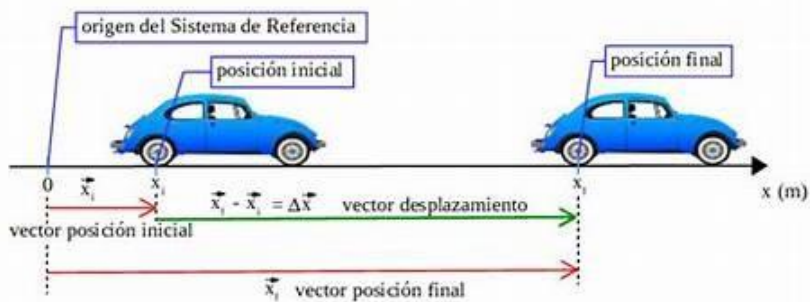
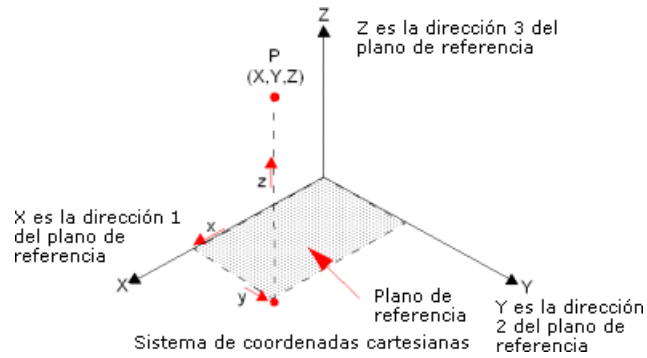


Ilustración 1. Carranza. mayo 15, 2018 (vectores, distancia y desplazamiento)

Por otro lado, se define distancia como una magnitud escalar que representa la longitud total del camino recorrido por un objeto desde su punto de partida hasta su punto final, independientemente de la dirección, es decir no se toma en cuenta el vector a diferencia del desplazamiento, la distancia no tiene signo, y siempre es un valor no negativo. No obstante, la relación con la trayectoria, tanto el desplazamiento como la distancia están relacionados, pero representan diferentes aspectos del movimiento de un objeto por medio del cual la distancia total recorrida a lo largo de su trayectoria es la magnitud, mientras que el desplazamiento se enfoca en la distancia y dirección de todo el recorrido de la trayectoria.

## Marco de referencia

Un marco de referencia en física se refiere a un sistema de coordenadas y un conjunto de reglas o convenciones que se encuentran alrededor de un objeto, que permite medir y describir el movimiento de dicho objeto en relación con un punto en específico. Un marco de referencia es un sistema de coordenadas y un conjunto de reglas que se utilizan para especificar de manera única la posición y el tiempo de un evento. (Serway R. , 2001)



*Ilustración 2. Coordenadas, planos y ejes de referencia para definir un sistema de referencia isotrópico, homogéneo de un cuerpo en movimiento. (Wikipedia 2011)*

Además, es un sistema de coordenadas y reglas que se utiliza para describir la posición, el movimiento y las interacciones de objetos en el espacio y el tiempo. En física, es una herramienta fundamental para el análisis y estudio del movimiento y las leyes fundamentales, ya que permite medir y comparar las posiciones y trayectorias de objetos en movimiento. Es importante destacar que el marco de referencia no solo se limita a la posición de un objeto, sino que también considera el tiempo en el que ocurre un evento. La elección del marco de referencia puede afectar la descripción de un evento o fenómeno, subrayando la necesidad de tener claridad sobre el marco de referencia utilizada en cualquier análisis. (Tipler, 2005)

La trayectoria, por otro lado, se refiere al camino seguido por un objeto en movimiento a lo largo del tiempo; es la línea que representa la posición del objeto a medida que se mueve en el espacio en relación con un marco de referencia particular. La relación entre el marco de referencia y el concepto de trayectoria es crucial, ya que la trayectoria de un objeto depende completamente del marco de referencia que se elija. Si se utiliza un marco de referencia fijo, como el sistema de coordenadas terrestre, la trayectoria de un objeto en movimiento se representará de manera diferente a si se elige un marco de referencia en movimiento, como el sistema de coordenadas del objeto en sí.

Para ilustrar esto, consideremos un ejemplo: un avión volando de norte a sur. Desde el punto de vista del avión (marco de referencia en movimiento con el avión), la

trayectoria aparente sería recta y su dirección sería hacia el sur. Sin embargo, desde el punto de vista de un observador en el suelo (marco de referencia fijo), la trayectoria aparente sería curva, ya que el avión estaría desplazándose hacia el sur mientras se desplaza hacia el este debido a la rotación de la Tierra. (Kleppner, 2014)

Siendo el marco de referencia el que permite una descripción de la trayectoria de un objeto en movimiento y obtener mediciones precisas, por este motivo es que cada marco de referencia ofrece una perspectiva diferente, pero todas son válidas y útiles para diferentes tipos de análisis y aplicaciones.

Ahora, utilizando estos conceptos, exploraremos el fenómeno del Movimiento; movimientos rectilíneos, acelerados, parabólicos y circulares, se analizará en detalle cómo estos tres conceptos se aplican y cómo nos permiten comprender y predecir el movimiento de objetos que siguen trayectorias específicas (ya sea rectilíneas parabólicas elípticas y circulares).

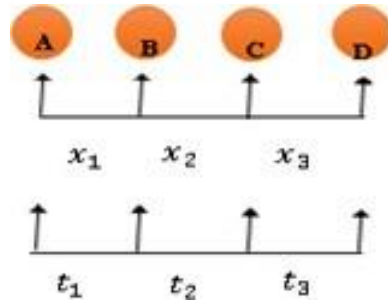
## Movimiento Uniforme (MU)

En esta sección, Galileo se centra en el concepto de movimiento uniforme, explorando el principio que fundamenta el comportamiento de los objetos cuando se desplazan de manera constante y a una velocidad constante. Galileo define este tipo de movimiento de la siguiente manera:

*Por movimiento igual o uniforme entiendo aquel en que los espacios recorridos por un móvil en tiempos iguales, **cualesquiera** que estos sean, son iguales entre sí.* (Moreno García, 2020)

En la figura, se muestra un caso de movimiento uniforme, donde un objeto se desplaza desde A hasta D en este caso las pelotas naranjas (mismo objeto), y según la definición de Galileo, el objeto recupera los mismos espacios indicados en cada momento de su movimiento, identificados como  $x_1, x_2$  y  $x_3$ , el objeto registra estos espacios en intervalos de tiempo iguales, señalados como  $t_1, t_2$  y  $t_3$ . Es importante aclarar que, esto puede suceder independientemente de las distancias recorridas en fracciones de tiempo más pequeñas. Es decir, aunque las distancias recorridas

en intervalos más pequeños no sean iguales, los espacios recorridos en intervalos de tiempo iguales  $t_1, t_2$  y  $t_3$  seguirán siendo los mismos. (Azcárate, 1984).



*Ilustración 3. Recorrido de una pelota, espacios iguales en tiempos iguales, determinando el concepto de movimiento rectilíneo uniforme.*

De esta manera, Galileo estructura su comprensión del movimiento, empleando la relación entre las distancias recorridas y los intervalos de tiempo. Aunque en este contexto no emplea la palabra 'velocidad', lo que describe es lo que modernamente asociaríamos con el movimiento uniforme. Según lo señalado por (Azcárate, 1984), esta aproximación es una aproximación precursora a la noción de velocidad como límite.

Galileo continúa en los teoremas subsiguientes demostrando cómo estructura su comprensión acerca de un tipo específico de movimiento, el movimiento uniforme. En uno de estos teoremas, Galileo ilustra el movimiento mediante segmentos de línea recta horizontal y agrega divisiones que representan las relaciones entre las magnitudes utilizadas, que se convierten en herramientas esenciales para describir el movimiento uniforme de un objeto, de esta manera:

## Teoremas hechos por Galileo

Tomemos en consideración los siguientes teoremas hechos por Galileo:

## Teorema I. Proposición I

Si un móvil dotado de movimiento uniforme recorre dos espacios a la misma velocidad, los tiempos invertidos tendrán entre si la misma proporción que los espacios recorridos. (Galilei, 1974)

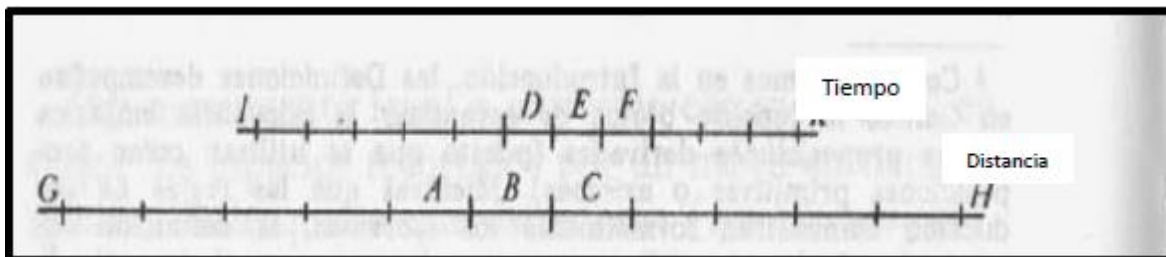


Ilustración 4. Movimiento Uniforme. Teorema I. Proposición I. Fuente: *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. (Galilei, 1974).

Esta es una de las interpretaciones (Ilustración 4) en la que, al considerar un objeto en movimiento rectilíneo, recorre ciertas distancias que se encuentran entre AB y BC. Para determinar el tiempo empleado en recorrer esas distancias, se observa que los intervalos de tiempo DE y EF mantienen la misma proporción. Esto nos indica que la distancia AB es proporcional a la distancia BC de la misma manera que el tiempo DE se relaciona con el tiempo EF. Incluso si quisiéramos extender las distancias hasta G, H, y los tiempos hasta I, K, esta relación permanecería invariable, lo que significa que seguirían siendo directamente proporcionales. A través de este teorema, se explica que la velocidad se puede expresar directamente en relación con la proporción entre las distancias y los tiempos recorridos por un objeto en movimiento uniforme.

Por lo tanto:

$$v = \frac{D}{T}$$

Ecuación 2. Velocidad

En la (ecuación 2) muestra que, en un movimiento uniforme, la velocidad es constante, y es igual a la distancia recorrida dividida por el tiempo empleado. Esta



ecuación se utiliza para calcular la velocidad en situaciones de movimiento uniforme cuando tienes información sobre la distancia y el tiempo.

Un ejemplo adicional que ilustra el movimiento uniforme es cuando un objeto en movimiento es capaz de recorrer la misma distancia utilizando velocidades diferentes, en situaciones en las que:

### Teorema III, Proposición III

Si la misma distancia es recorrida con velocidades desiguales, entonces los intervalos de tiempo de los móviles son inversamente proporcionales a sus velocidades. (Galilei, 1974)

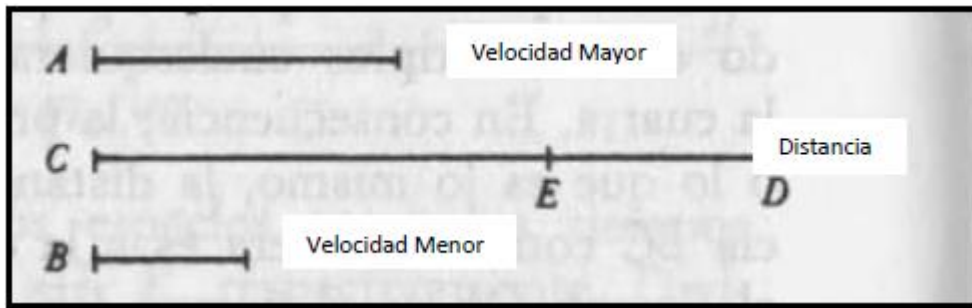


Ilustración 5. Movimiento Uniforme. Teorema III, Proposición III. Fuente: Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias. (Galilei, 1974)

En la (Ilustración 5), es importante notar que las líneas que simbolizan la velocidad ya no tienen la misma longitud; de manera que la línea A denota una velocidad más alta, mientras que la línea B representa una velocidad menor. Se plantea que el tramo representado por la línea CD es la distancia recorrida por un objeto en movimiento, ya sea a una velocidad a mayor o menor. A través de este teorema, Galileo establece una relación que vincula la velocidad con la distancia recorrida o espacio.

Por lo tanto:

$$d = v * t$$

Ecuación 3. Distancia

En la (ecuación 3) refleja cómo la distancia recorrida está relacionada con la velocidad y el tiempo. En situaciones en las que la velocidad varía a lo largo del movimiento, esta ecuación se aplica a cada segmento del recorrido. Por lo tanto, no se trata de una única ecuación, sino de aplicar esta fórmula a cada tramo del movimiento con la velocidad correspondiente.

## Teorema IV, Proposición IV

Si dos cuerpos se mueven con una velocidad uniforme, pero a diferente velocidad, las distancias por ellos recorridas en tiempos desiguales están, entre si, en una proporción compuesta por las proporciones entre las velocidades y las proporciones entre los tiempos. (Galilei, 1974)

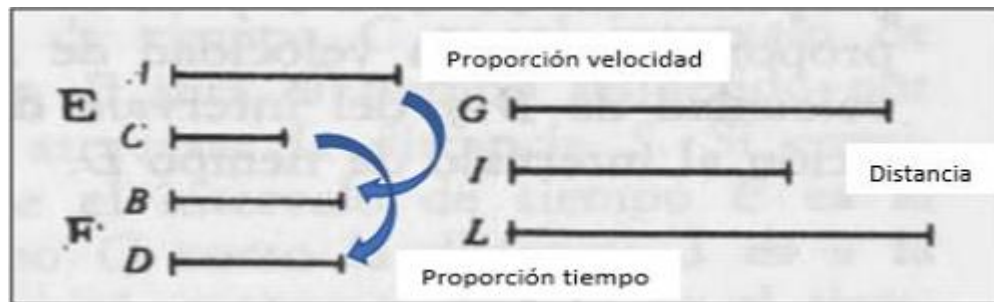


Ilustración 6. Movimiento Uniforme. Teorema IV, Proposición IV. Fuente: *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. (Galilei, 1974)

En la (Ilustración 6), experimentamos un movimiento uniforme en el que tanto el cuerpo E como el cuerpo F se desplazan con velocidades constantes. El segmento de línea A representa la proporción de velocidad del cuerpo E, mientras que el segmento de línea D hace referencia a la proporción de tiempo para el cuerpo F.

Para identificar la relación que surge entre las proporciones de velocidad, A y B, así como las proporciones de tiempo, C y D, señalamos su conexión mediante flechas azules, basadas en el producto de las distancias recorridas que están representadas en cada segmento de G, I y L.

A través de este teorema, Galileo establece una relación compuesta que vincula la velocidad y el tiempo como consecuencia de la distancia recorrida. Ecuación 3.

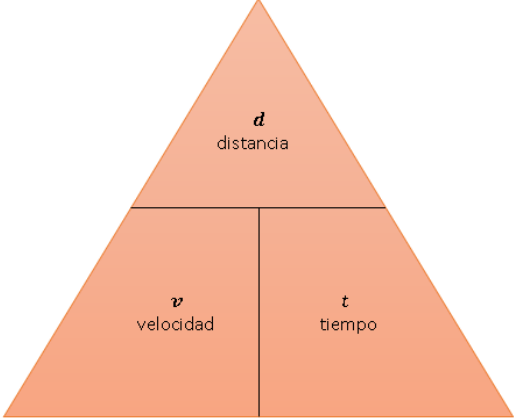
Teorema I.	Teorema III	Teorema IV
Se conserva la idea de que el objeto puede mantener una distancia constante, pero varía su velocidad en el proceso	Se comunica la idea de que Galileo está explorando la relación entre la velocidad y la distancia en situaciones donde la velocidad puede variar.	Se captura la esencia de la explicación sobre la relación entre velocidad, tiempo y distancia en un movimiento uniforme y cómo estas proporciones se relacionan entre sí
		

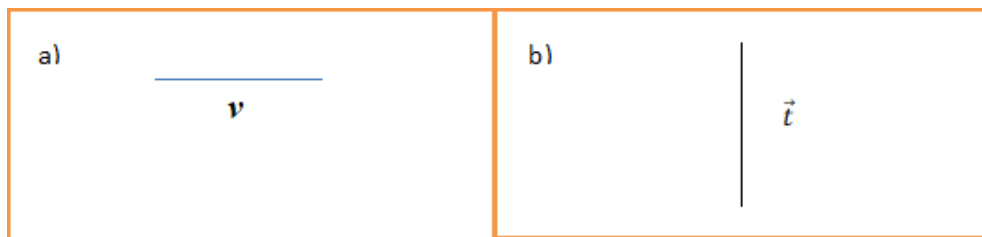
Tabla 2. Teoremas de Galileo. Fuente: Elaboración propia

A partir de los tres teoremas anteriores, se puede observar cómo Galileo inicia su interés en establecer relaciones entre diferentes magnitudes, ya sea de manera directa, inversa o compuesta. Esto se evidencia en las representaciones de magnitudes como velocidad, tiempo y espacio. En consecuencia, podemos percibir el proceso de formalización que Galileo comienza a llevar a cabo al organizar sus experiencias basándose en la noción del movimiento natural y, de esta manera, establecer conexiones con su matematización. En esta estructuración, el uso de la proporción entre segmentos de línea se vuelve esencial, ya que sin ello no sería posible deducir estas relaciones.

Galileo muestra una preocupación por la precisión en sus investigaciones, aunque no proporciona una definición explícita del concepto de velocidad tal como lo entendemos hoy en día. Sin embargo, su trabajo nos abre la puerta para discutir este concepto en profundidad. Puede parecer sorprendente que Galileo no haya definido la velocidad en su contexto histórico. Esto se debe a que, en el siglo XVII,

las proporciones se regían por los Elementos de Euclides, y no se consideraba la posibilidad de comparar magnitudes físicas distintas. A pesar de esto, Galileo estaba en lo cierto al reconocer que la velocidad se convertiría en una magnitud física que se podría medir, comparar y expresar numéricamente, representándola mediante un segmento. Los teoremas que presentamos en esta sección son significativos, ya que establecen las relaciones de proporcionalidad directa, inversa y compuesta, según los casos, entre las magnitudes de espacio, tiempo y velocidad

Además, Galileo relaciona las magnitudes de espacio y tiempo y así establece una forma de medir la velocidad mediante una relación espacio temporal. Por otra parte, Galileo además de establecer manera de medir la velocidad, la representa mediante la longitud de un segmento de recta horizontal, de la misma manera representa el tiempo mediante la una recta vertical, en la cual los intervalos se hacen corresponder con la longitud de segmentos de dicha recta; esto resulta especialmente útil para representar la noción de velocidad instantánea, mediante segmentos de recta que cortan horizontales que cortan la recta que representa el tiempo.



*Ilustración 7. a) Representa el segmento horizontal, representa la magnitud de la velocidad y el b) segmento vertical representa el tiempo transcurrido en el movimiento (Ayala, 2020)*

El primer segmento, dispuesto en posición horizontal, denota la magnitud de la velocidad, mientras que el segundo segmento, posicionado verticalmente, ilustra el tiempo transcurrido durante el movimiento. Además, el espacio recorrido en un lapso temporal específico hallará su representación en el área delimitada por los segmentos que capturan las velocidades instantáneas y el tramo correspondiente al intervalo de tiempo. Complementando la representación Galileana la aceleración podría ser representada mediante la pendiente de la recta que une los extremos de

los segmentos que representan las velocidades instantáneas De manera que si se hace una relación espacio temporal de movimiento de un cuerpo en el que la razón de los intervalos de espacio y tiempo determine que la pendiente de la recta es la aceleración del cuerpo.

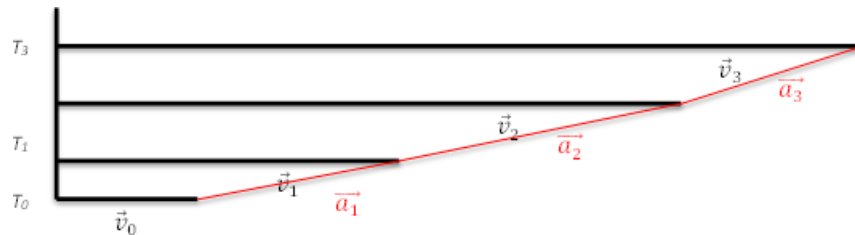


Ilustración 8. La pendiente del segmento de recta rojo representa la aceleración (Ayala, 2020)

Por lo tanto, la consecuencia de esta relación velocidad vs tiempo, es un movimiento uniforme rectilíneo, de manera que la medida de la velocidad se puede dar en términos de desplazamiento por unidad de tiempo.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Ecuación 4. Velocidad en términos de desplazamiento por unidad de tiempo

Concluyendo así que la velocidad no varía (ni en magnitud, ni en dirección, ni en sentido, la velocidad será constante), la velocidad en todos los instantes será la misma y será igual a la velocidad promedio, por lo que su aceleración será igual a cero. (Ayala, 2020).

MOVIMIENTO UNIFORME RECTILINEO		
Trayectoria rectilínea	Velocidad constante	Aceleración nula
un objeto se desplaza a lo largo de una línea recta. Esto significa que su camino no tiene curvas ni cambios de dirección, lo que facilita el análisis del movimiento	la velocidad del objeto es constante, lo que implica que la rapidez y la dirección no cambian con el tiempo. En otras palabras, el objeto se mueve a la misma velocidad en la misma dirección durante todo su recorrido.	Dado que la velocidad es constante, la aceleración en un MRU es igual a cero. Esto significa que no hay cambios en la velocidad del objeto, lo que lo diferencia de otros tipos de movimiento donde la aceleración es un factor significativo

Tabla 3. Características del MUR

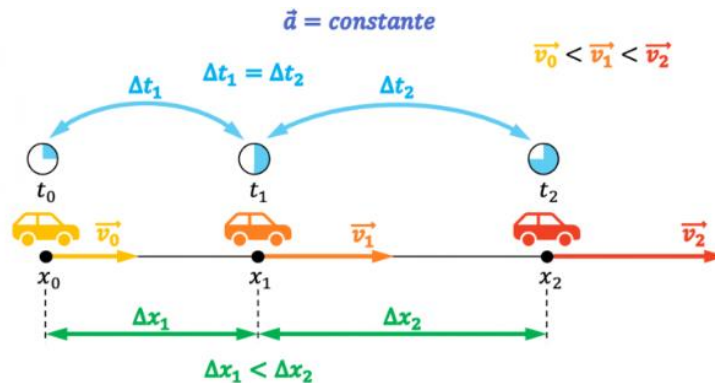


Ilustración 9. Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado. MRUA

Ilustración 9. El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado implica un cambio constante en la velocidad de un objeto a lo largo del tiempo debido a una aceleración constante. En este tipo de movimiento, la posición cambia de manera no uniforme en función del tiempo. La ecuación fundamental para un MRUA es:

$$x(t) = x_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Ecuación 5. MRUA

Donde  $x(t)$  es la posición en función del tiempo,  $x_0$  es la posición inicial,  $V_0$  es la velocidad inicial,  $a$  es la aceleración y  $t$  es el tiempo. (Serway R. A., 2017)

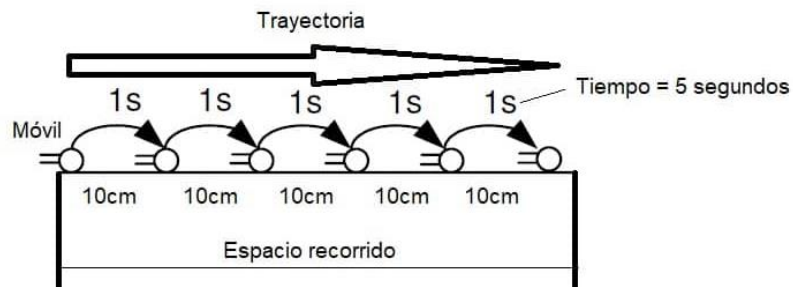


Ilustración 10. Movimiento Rectilíneo Uniforme MRU- Areaciencias

El movimiento uniforme rectilíneo es uno de los conceptos más simples y fundamentales en la cinemática. En un MRU, (ilustración 10.) un objeto se desplaza en línea recta a una velocidad constante, lo que significa que su posición cambia de manera equidistante en intervalos de tiempo iguales. La ecuación básica para un MRU es:

$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

Ecuación 6. MRU

Donde  $x(t)$  es la posición en función del tiempo,  $x_0$  es la posición inicial,  $v$  es la velocidad constante y  $t$  es el tiempo. (Halliday)

## Movimiento Naturalmente Acelerado

vamos a instituir una ciencia nueva sobre un tema muy antiguo., tales son las palabras con las que Galileo inaugura la "tercera jornada" de su obra máxima, los Diálogos Acerca de Dos Nuevas Ciencias. En este capítulo, Galileo sienta las bases para el análisis cinemático de los movimientos uniformes y uniformemente acelerados. A demás dice:

“Pues nadie, que yo sepa, ha demostrado que los espacios, que un móvil en caída y a partir del reposo recorre en tiempos iguales, retienen entre sí la misma razón que tiene la sucesión de los números impares a partir de la unidad”

## Colorario I

Si desde el primer instante o inicio del movimiento hubiéramos tomado sucesivamente un número cualquiera de tiempos iguales, como, por ejemplo, AD, DE, EF, FG, en los cuáles se recorran los espacios HL, LM, MN, NI, estos espacios estarán entre sí como los números impares, es decir, como 1,3,5,7: En realidad, lo que se está describiendo es la relación entre las diferencias entre los cuadrados de las longitudes que se superponen igualmente, donde el excedente es igual a la longitud más pequeña; en otras palabras, se está hablando de la relación entre los cuadrados de números consecutivos.

Es importante destacar que, a partir de lo mencionado anteriormente, podemos inferir la relación que Galileo descubrió y que ahora expresamos de manera algebraica mediante la ley cuadrática de caída, que se formula como:

$$x(t) = a * t^2$$

*Ecuación 7. Ecuación cuadrática.*

Esta ecuación nos permite representar el espacio recorrido por un objeto en función del tiempo,  $t$

Por lo tanto, cuando los niveles de velocidad aumentan en intervalos de tiempo iguales, siguiendo la secuencia de los números naturales, las distancias recorridas en esos mismos intervalos, aumentan siguiendo la secuencia de los números impares. (Galileo G. , Diálogos Acerca de las Dos Nuevas Ciencias, 1974)



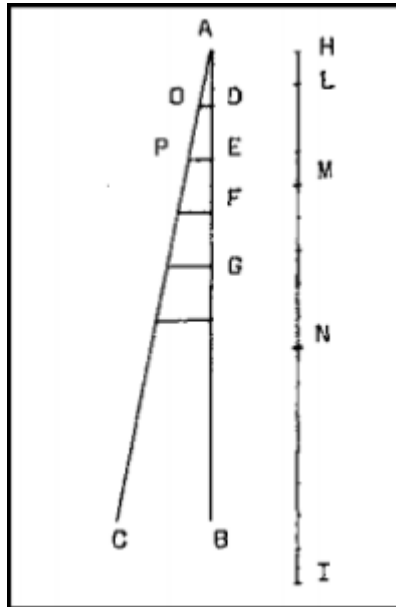


Ilustración 11. Teorema II, Proposición II. Movimiento naturalmente acelerado. Fuente: *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* (Galilei, 1974)

Este teorema da lugar a la idea que se describe en el Teorema II, Proposición II, cuando se trata del concepto de movimiento uniformemente acelerado. En este contexto, se explica cómo los espacios recorridos por un objeto están relacionados al cuadrado de la proporción entre los intervalos de tiempo. En otras palabras, Galileo estaba trabajando con conceptos cinemáticos que más tarde se convertirían en la ley de la caída de los cuerpos, como la relación entre la posición y el tiempo, que hoy conocemos como la posición en función del tiempo, siendo igual a la aceleración multiplicada por el tiempo al cuadrado (ecuación 6).

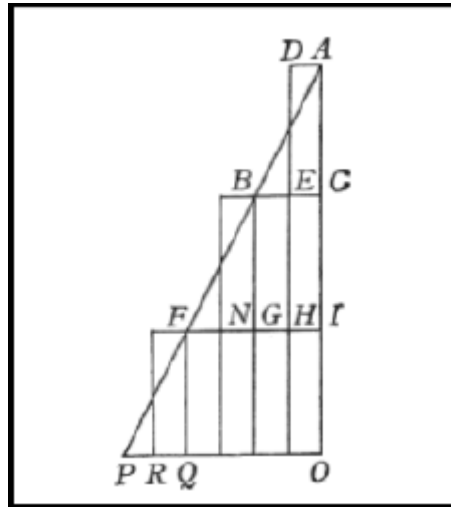


Ilustración 12. Sobre la velocidad en diferentes instantes. Fuente: *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* (Galileo, 1974)

Además, es relevante mencionar la relación que podemos identificar entre la secuencia de números impares que conocemos en la actualidad y las ideas presentadas por Galileo en su diálogo (Sagredo). Esto se ilustra de la siguiente manera (ilustración 11): Inicialmente, desde el punto A hasta el punto C, se describe un movimiento acelerado, mientras que en el segmento EC se representa un movimiento uniforme. Si observamos el espacio recorrido por el objeto en el primer intervalo de tiempo, se forma un primer rectángulo ACDE. A medida que aumentamos el tiempo del movimiento acelerado del objeto, se generan tres rectángulos adicionales, y así sucesivamente, al incrementar el tiempo, obtenemos cinco rectángulos más.

1										=	1	=	1	
1	+	3								=	4	=	2 <sup>2</sup>	
1	+	3	+	5						=	9	=	3 <sup>2</sup>	
1	+	3	+	5	+	7				=	16	=	4 <sup>2</sup>	
1	+	3	+	5	+	7	+	9		=	25	=	5 <sup>2</sup>	
1	+	3	+	5	+	7	+	9	+	11	=	36	=	6 <sup>2</sup>
1	+	3	+	5	+	7	+	9	+	11	+	13	=	49 = 7 <sup>2</sup>
														...

Ilustración 13. La suma de los n primeros números impares. Fuente: *Números*. (Barrios, 2015)

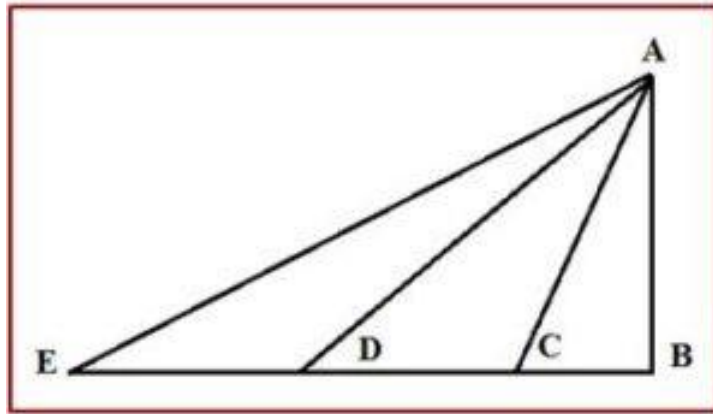
por lo tanto, al relacionar la serie de números impares (ilustración 13), podemos observar cómo se configuran los intervalos de tiempo en función de los espacios recorridos por el objeto. En otras palabras, la columna que incluye números como 1, 4, 9, 16, etc., nos proporciona la información sobre los espacios recorridos en cada intervalo de tiempo, lo que Galileo llamó la ley del cuadrado del tiempo, un concepto que sigue siendo relevante en la actualidad. Además, la serie que consiste en números como 1, 3, 5, 7, etc., nos indica cuánto espacio se recorre en cada intervalo de tiempo. Ejemplo si se suma los primeros  $n$  números impares, el resultado será  $n^2$ .

$$1+3+5+7= 16 = 4^2$$

Hablar de movimiento acelerado es realizar un planteamiento diferente de la manera de estar del cuerpo, en el cual, su velocidad no es constante y varía cuando está arrancando su velocidad pasa de ser cero y va aumentando, un automóvil cuando está frenando su velocidad disminuye, también puede ser un automóvil cuando está girando. Por ejemplo, cuando se observa la caída de una piedra que cae desde cierta altura, partiendo de una situación de reposo, que va adquiriendo poco a poco, cada vez más velocidad, ¿Por qué no he de creer que tales aumentos de velocidad no tengan lugar según la más simple y evidente proporción? Ahora bien, si observamos con cierta atención el problema, no encontraremos ningún aumento o adición más simple que aquel que va aumentando siempre de la misma manera.

Esto lo entenderemos fácilmente si consideramos la relación tan estrecha que se da entre tiempo y movimiento: del mismo modo de que la igualdad y la uniformidad del movimiento se define y se concibe sobre la base de la igualdad de los tiempos y de los espacios (en efecto llamamos movimiento uniforme al movimiento que en tiempos iguales recorre espacios iguales), así también, mediante una subdivisión uniforme del tiempo, podemos imaginarnos que los aumentos de velocidad tengan lugar con la misma simplicidad. (Galilei, 1974).

Galileo emprendió la medición de la velocidad de caída de un objeto afectado en las siguientes bases fundamentales:



*Ilustración 14. La velocidad con que una bola, que descienda por un plano inclinado desde el reposo hasta el suelo. [Hernández,]*

En primer lugar, Galileo notó que las velocidades alcanzadas por un mismo objeto en planos con diferentes inclinaciones resultaban iguales cuando las alturas correspondientes de dichos planos eran idénticas. Esto implicaba que si dejáramos caer libremente bolas tanto verticalmente como dejándolas deslizar por los planos AC, AD o AE, las velocidades obtenidas en los puntos B, C, D y E serían las mismas.

En segundo lugar, usando esta observación, Galileo concibió un método para medir la velocidad libre de un objeto al calcular la velocidad de su descenso por un plano inclinado que requería más tiempo para alcanzar la misma velocidad. Para lograr esto, prolongó el tiempo de descenso al optar por un plano inclinado AE, que demoraba más en comparación con la caída libre AB. En aras de medir el tiempo con precisión, obtuvo una clepsidra o reloj de agua. Esta invención consistía en una gran vasija de agua que permitía verter un hilillo de agua en una probeta mientras la bola descendía. Luego, pesaba el agua acumulada durante cada descenso y derivaba relaciones entre los pesos del agua para deducir relaciones entre los tiempos de descenso.

En tercer lugar, con la ayuda del reloj de agua, midió el tiempo requerido para recorrer diversas secciones de un plano inclinado que presentaba un ángulo  $\alpha$  respecto a la horizontal, un plano que había acondicionado con un canalillo recubierto de cera para minimizar desviaciones y, en la medida de lo posible, la fricción.

A través de la medición de las distancias recorridas por una bola deslizante desde la parte más alta de un plano inclinado, Galileo demostró una secuencia: en el primer intervalo de tiempo, recorría una distancia  $L$ ; en el segundo,  $3L$ ; en el tercero,  $5L$ ; en el cuarto,  $7L$ ; y así sucesivamente (hasta el  $n$ -ésimo intervalo,  $(2n-1)L$ ). A partir de estos datos, dedujo las siguientes conclusiones (supondremos que  $L$  se expresa en centímetros y que cada intervalo de tiempo es un segundo). (Galileo, 2015)

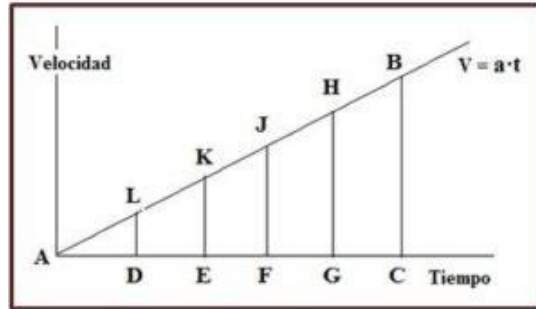
**Conclusión 1.** El movimiento era uniformemente acelerado ya que el espacio recorrido cada segundo (la velocidad) aumentaba  $2L$  cm/s, luego la aceleración era de  $2L$  cm/s<sup>2</sup>.

**Conclusión 2.** El espacio es recorrido en  $t$  segundos era proporcional a  $t^2$ , ya  
 $s = L + 3L + 5L + 7L + \dots + (2t - 1)L = [1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2t - 1)] L = t^2L = t^2L, (1-6)$

Como la aceleración  $a = 2L$ , se obtiene:

Por tanto, la distancia total recorrida durante cierto periodo de tiempo era proporcional al cuadrado de este tiempo.

**Conclusión 3:** Las distancias recorridas en intervalos sucesivos de tiempo estaban en la proporción 1: 3: 5: 7, etc. siempre, Cuanto más inclinado estaba el plano mayor era las distancias recorridas, pero sus relaciones seguían siendo las mismas. Galileo, concluyo que esas relaciones se debían cumplir cuando el ángulo  $\alpha = 90$ , esta es para la caída vertical.



*Ilustración 15. Carro desplazándose en línea recta, completando determinada distancia teniendo en cuenta que ambas son colineales*

**Conclusión 4:** Galileo dedujo que la velocidad en el movimiento uniformemente acelerado era proporcional al tiempo:  $Vt = at$ . Como la velocidad aumenta cada segundo una cantidad fija  $a$ . Si conocemos la velocidad en el instante inicial  $v_0$  y al cabo de  $t$  segundos  $vt$  se tiene que  $Vt - v_0 = at$  y como  $v_0 = 0$ , entonces  $Vt = at$ .

**Conclusión 5:** Para calcular  $g$ , que es la aceleración cuando el plano está vertical, realizó un razonamiento que expreso en lenguaje actualizado como sigue:

Si una bola desciende por un plano inclinado  $AM$ , adquirirá una aceleración  $a$  y recorre el plano en un tiempo  $t$ , el espacio recorrido y la velocidad de la bola cuando llega al suelo serán respectivamente:

Si la bola desciende en caída libre por la vertical  $AN$ , adquirirá una aceleración  $g$  y tardará un tiempo  $t'$ , pero en los puntos  $B$  y  $B'$ ,  $C$  y  $C'$  y en todos los que definen una línea paralela a la horizontal llevarán la misma velocidad:

Dividiendo ambas ecuaciones y teniendo en cuenta que  $AN = s' = s \sin \alpha$ , siendo el ángulo que forma el plano con la horizontal

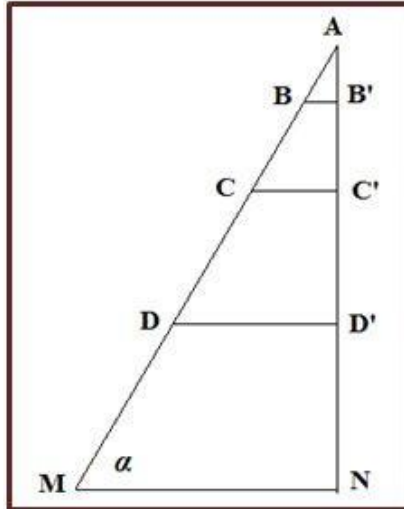


Ilustración 16. Carro desplazándose en línea recta, completando determinada distancia teniendo en cuenta que ambas son colineales

De dónde se obtiene que:

$$t' = t \operatorname{sen} \alpha$$

Ecuación 6.

Y como la velocidad con que llegan suelo ambas bolas es la misma;

$$vt = vt'$$

Ecuación 7.

$$at = gt'$$

Ecuación 8.

Entonces:

$$at = \tan \operatorname{sen} \alpha$$

Ecuación 9.

Y, por lo tanto

$$a = g \operatorname{sen} \alpha$$

Ecuación 10.

Galileo, para calcular la aceleración gravitatoria,  $g$ , midió la aceleración,  $a$ , en un plano con un ángulo de inclinación  $\alpha$  respecto a la horizontal y obtuvo:

$$g = \frac{a}{\text{sen}\theta}$$

*Ecuación 11. Aceleración gravitatoria*

## Movimiento Parabólico

Galileo se basa en el concepto de "composición de movimientos" sobre el movimiento parabólico y la idea de que un objeto en movimiento sigue una curva parabólica en ausencia de fuerzas adicionales. Uno de los experimentos mentales más conocidos de Galileo es el lanzamiento de un proyectil.

Imaginemos un proyectil lanzado horizontalmente desde una cierta altura. A medida que el proyectil se mueve horizontalmente, la gravedad actúa verticalmente, haciendo que el proyectil caiga hacia abajo. Durante cada intervalo de tiempo igual, el proyectil se desplaza horizontalmente una cierta distancia y cae verticalmente una cierta distancia debido a la gravedad. Galileo argumentó que el proyectil no cae más rápido debido a su movimiento horizontal; en cambio, la distancia que cae verticalmente es la misma que si hubiera sido soltado desde el reposo.

Esto lleva a la conclusión de que la trayectoria del proyectil es una parábola. Galileo desarrolló su razonamiento geométrico para demostrar que la trayectoria parabólica resulta de la composición de estos dos movimientos: el movimiento horizontal uniforme y el movimiento vertical uniformemente acelerado debido a la gravedad. En términos geométricos, esto implica que la forma de la trayectoria sigue una parábola.



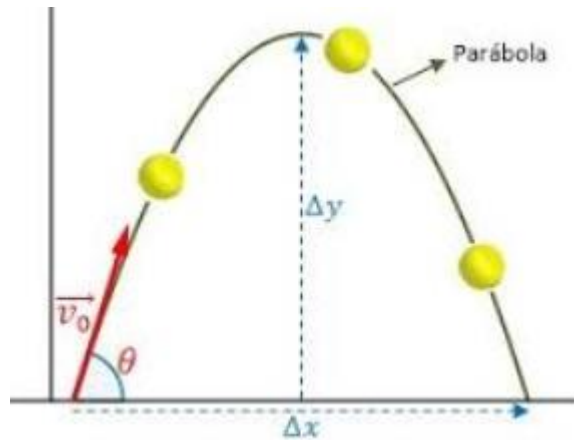


Ilustración 17. Movimiento Parabólico

El movimiento parabólico es un concepto fundamental en la física que describe el movimiento de un objeto que sigue una trayectoria parabólica, generalmente bajo la influencia de la gravedad. Desde una perspectiva geométrica, el movimiento parabólico se puede entender en términos de las características de una parábola.

Cuando un objeto se lanza en el aire con un cierto ángulo de inclinación, su trayectoria describe una parábola. La forma exacta de la parábola depende de la velocidad inicial, el ángulo de lanzamiento y la aceleración debida a la gravedad. La aceleración debida a la gravedad actúa verticalmente hacia abajo y afecta la componente vertical del movimiento, mientras que la componente horizontal se mantiene uniforme en ausencia de fuerzas adicionales.

## Características del movimiento parabólico

- **Trayectoria Curva:** A diferencia del movimiento rectilíneo, donde un objeto se mueve en línea recta, en el movimiento parabólico, la trayectoria es curva. La forma de la trayectoria es influenciada por el ángulo de lanzamiento y la velocidad inicial.
- **Componentes Horizontal y Vertical:** El movimiento parabólico se descompone en dos componentes: una componente horizontal y una componente vertical. La componente horizontal se mueve a velocidad

constante, mientras que la componente vertical es afectada por la gravedad y experimenta aceleración hacia abajo.

- Independencia de la Masa: Un aspecto interesante del movimiento parabólico es que la masa del objeto no afecta su trayectoria. Esto significa que dos objetos lanzados con la misma velocidad y ángulo seguirán la misma trayectoria parabólica, independientemente de su masa. (Giancoli, 2018)

La trayectoria del movimiento parabólico se puede describir mediante un conjunto de ecuaciones que relacionan la posición, el tiempo y las componentes horizontal y vertical del movimiento. Estas ecuaciones dependen de los parámetros iniciales, como el ángulo de lanzamiento, la velocidad inicial y la gravedad. Aquí están las ecuaciones clave para describir la trayectoria del movimiento parabólico:

Componente horizontal (x):

La posición horizontal en función del tiempo se describe por:

$$x(t) = x_0 + V_0 \cdot t \cdot \cos(\theta)$$

*Ecuación 12. Posición horizontal*

Componente vertical (y):

La posición vertical en función del tiempo se describe por:

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot t \sin(\theta) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

*Ecuación 13. Posición vertical*

Estas ecuaciones (12, 13), permiten calcular la posición en función del tiempo tanto en la dirección horizontal como en la vertical para un objeto en movimiento parabólico. La combinación de estas ecuaciones describe la trayectoria completa del movimiento parabólico, que se asemeja a una parábola en el plano. Las ecuaciones también son útiles para predecir la altura máxima alcanzada, el alcance horizontal y el tiempo total de vuelo de un objeto en movimiento parabólico.

## Qué estudia la cinemática

La mecánica ha sido ampliamente reconocida como la base fundamental en la enseñanza y aprendizaje de la física. (Ayala, 2020)

- El desarrollo cronológico de la ciencia: Este enfoque, ha establecido la mecánica como el punto de partida fundamental, utilizando sus conceptos y formalizaciones como cimientos para explicar sistemas fenomenológicos en diferentes campos de estudio; permitiendo construir una comprensión profunda de los fenómenos físicos, que van más allá de enfoques puramente empíricos, ya que se centra en los principios científicos de la mecánica. En esta perspectiva, reconocer la importancia de un marco teórico sólido y coherente rompe las limitaciones del estudio del movimiento de los cuerpos, extendiéndose a diferentes ramas, como la física clásica, moderna y contemporánea.
- Conceptos y las formalizaciones de principios de la mecánica: se convierten en los pilares fundamentales para explicar fenómenos en campos fenomenológicos, sin importar su complejidad. Este enfoque, se relaciona con el anterior de desarrollo cronológico de la ciencia, ya que establece que la mecánica es la base para comprender y abordar fenómenos físicos en diferentes áreas de estudio.
- Comprensión profunda de un fenómeno: La mecánica proporciona un conjunto de principios y leyes que rigen el movimiento de los cuerpos, así como las interacciones entre ellos. Estos principios, como las leyes del movimiento de Newton y los conceptos de fuerza, masa y aceleración, forman la base para describir y comprender el comportamiento de los sistemas físicos en movimiento. Aquí, es cuando es posible la comprensión del fenómeno, partiendo de las condiciones iniciales del sistema y el objeto de estudio, aplicando los enfoques anteriores y planteando una posible solución a una problemática de los fenómenos físicos.

En vista de lo anterior, es pertinente reflexionar sobre la enseñanza y el aprendizaje de la mecánica, con el objetivo de desarrollar propuestas que contribuyan a una comprensión más profunda de esta disciplina y los fenómenos relacionados con el movimiento. Estas propuestas deben abordar los diferentes niveles de formación académica, adaptándose a las necesidades y capacidades de los estudiantes. Comúnmente la enseñanza de la mecánica se hace partiendo de descripciones cinemáticas las cuales están centradas en el planteamiento de ecuaciones que describen la posición de los cuerpos respecto al tiempo, mediante la relación entre aceleraciones, velocidades y tiempo, dejando de lado aspectos del movimiento considerados cualitativos tales como la trayectoria, la cual es la característica que se supone más observable del movimiento. Luego de ello se abordan las descripciones dinámicas las cuales generalmente no se suelen relacionar con la cinemática ni se establece un vínculo con las ecuaciones cinemáticas dando la impresión de que la cinemática y la dinámica son ciencias independientes. (Ayala, 2020)

Por otra parte, estas descripciones son presentadas, generalmente, sin hacer referencia alguna a los problemas o preguntas que son abordadas y resueltas por la mecánica mediante las descripciones cinemáticas y dinámicas, más aún, no se hace referencias explícitas a los objetos de estudio de la mecánica ni a los conceptos fundamentales de la misma, de tal manera que los estudiantes puedan darle sentido a los contenidos de la mecánica que se enseña.

## Un vistazo hacia la cinemática

Explicar el movimiento de los cuerpos, sin tener en cuenta las fuerzas que actúan sobre ellos, vincula de manera automática el concepto de cinemática. Es decir, enfocar el objeto de estudio en la descripción y análisis del movimiento en términos de posición, velocidad y aceleración, sin profundizar en las fuerzas involucradas; he aquí en donde radica la relevancia de la cinemática como una rama de la física; ya que es crucial para comprender y predecir el movimiento de los cuerpos en el

espacio, desde el desplazamiento de un objeto en el día a día hasta el movimiento de planetas en el sistema solar. [Serway, 1997]

Uno de los aspectos fundamentales de la cinemática es la trayectoria, y en la que radica la importancia de esta monografía. Representa la línea que sigue un objeto en movimiento a medida que se desplaza en el espacio. Además, la trayectoria puede ser rectilínea, curvilínea o incluso una combinación de ambas; permite comprender la forma en que un objeto se mueve y como cambia su posición en función del tiempo y como se relaciona con conceptos esenciales como la velocidad y la aceleración. Por lo cual, La cinemática se basa en ecuaciones matemáticas y graficas que relacionan estos conceptos entre sí. A través de estas herramientas, es posible analizar y predecir el movimiento de los objetos, realizar cálculos de distancias, velocidades, tiempos y resolver problemas relacionados con el movimiento. (Tipler, 2005)

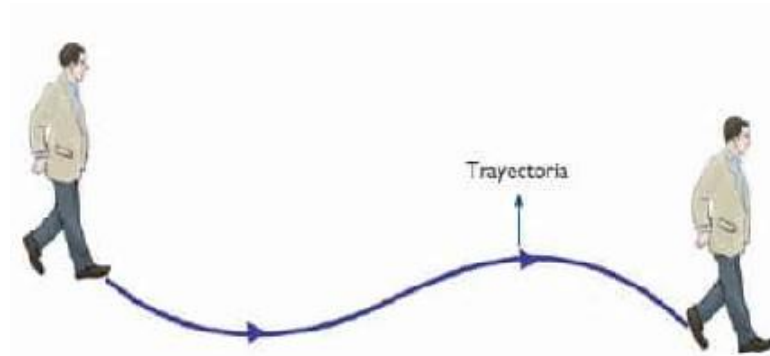
## Análisis de trayectorias

Hablar de trayectoria, a medida que ha evolucionado la física, permite admirar la importancia que este concepto ha desempeñado a lo largo de la historia en la comprensión y descripción del movimiento de los objetos. A lo largo de los años, la trayectoria ha desempeñado un papel crucial en el estudio del movimiento, siendo fundamental en diversas disciplinas científicas.

Desde las primeras investigaciones de los filósofos y científicos clásicos hasta los desarrollos más recientes en el campo de la física moderna, el concepto de trayectoria ha sido una piedra angular en la comprensión de la naturaleza del movimiento. Aristóteles, filósofo de la antigua Grecia, al momento de proponer la teoría del movimiento natural, afirmaba la permanencia de los objetos a estar en reposo y los objetos en movimiento seguían una trayectoria.

Si, un objeto cambia de su estado de reposo a estado de movimiento, la mayoría de las creencias con respecto a su cambio de posición es que se mueve con una única velocidad. Pero no es correcto, como es lógico dependerá del lugar que se está

situado estableciendo un sistema de referencia<sup>1</sup>; esto permitirá determinar el movimiento de un objeto y observar la posición del cuerpo respecto de dicho sistema de referencia. Si su posición cambia con el tiempo, decimos que ese objeto se mueve respecto del sistema de referencia tomado. Por lo tanto, el cambio de posición de un cuerpo con respecto a un punto que consideramos en reposo es lo que determinaremos como trayectoria.



*Ilustración 18. Trayectoria y distancia. Blog de física.*

En la física, la trayectoria se define como la ruta trazada por un objeto en movimiento en el espacio, teniendo en cuenta su dirección y sentido. Es el recorrido completo que realiza un objeto y abarca todos los puntos por los que pasa durante su movimiento. La trayectoria puede ser rectilínea, curva, circular u otras formas más complejas, dependiendo de los factores que influyan en el movimiento del objeto, como las fuerzas externas y las condiciones iniciales.

## Trayectoria lineal

La trayectoria se define como la línea imaginaria trazada por un cuerpo en movimiento a medida que cambia de posición en el espacio. En el caso de la trayectoria lineal, se refiere al recorrido seguido por un cuerpo en movimiento rectilíneo, donde su desplazamiento ocurre a lo largo de una línea recta sin desviarse hacia ningún lado. En este tipo de trayectoria, el objeto se desplaza en una dirección constante. Por ejemplo, la caída de un objeto desde una altura determinada sigue una trayectoria lineal, ya que se mueve en una línea recta hacia

abajo. Del mismo modo, caminar en línea recta implica seguir una trayectoria lineal, ya que el desplazamiento se realiza en una dirección constante sin desviaciones laterales. La trayectoria lineal es aquella en la cual un cuerpo sigue una línea recta durante su movimiento sin desviarse hacia ningún lado. Este tipo de trayectoria se observa en situaciones como la caída de objetos o el movimiento de desplazamiento en línea recta. (Resnick, 2002)



*Ilustración 19. caída de objetos y movimiento de desplazamiento en línea recta.*

Esta trayectoria es común en situaciones donde no hay fuerzas externas que actúen sobre el objeto o cuando la fuerza neta es cero. Por ejemplo, un objeto en caída libre bajo la influencia de la gravedad seguirá una trayectoria lineal si no hay resistencia del aire u otras fuerzas presentes.

## Trayectoria curva

La trayectoria curva es un concepto fundamental en la cinemática y describe el movimiento de un objeto en el espacio en una ruta que no es una línea recta. Esta trayectoria puede tomar diversas formas, como círculos, elipses, parábolas o cualquier otra ruta que no sea una línea recta. No solo es un concepto importante en física, sino que también tiene aplicaciones en matemáticas y otras disciplinas.

Un ejemplo clásico de una trayectoria curva es el movimiento de un proyectil disparado al ángulo con respecto a la horizontal. El proyectil sigue una trayectoria parabólica debido a la influencia de la gravedad. Comprender cómo las fuerzas y

las aceleraciones afectan esta trayectoria es esencial para la predicción y el análisis de movimientos en situaciones del mundo real.

La trayectoria curva también se encuentra en el movimiento circular, como el de un automóvil en una curva o un planeta que órbita alrededor de una estrella. En estos casos, las fuerzas centrípeta y centrífuga son fundamentales para mantener al objeto en movimiento a lo largo de una trayectoria curva.

Además, las trayectorias curvas son una parte integral de la física moderna, especialmente en la teoría de la relatividad de Einstein, donde la curvatura del espacio-tiempo afecta la trayectoria de los objetos masivos.

A través del estudio de la trayectoria curva, los estudiantes pueden desarrollar una comprensión más profunda de cómo los objetos se mueven en el espacio y cómo las fuerzas y las aceleraciones influyen en estos movimientos. (Serway R. A., 2003)

## Trayectoria circular

La trayectoria circular se refiere al movimiento de un objeto a lo largo de una ruta circular o curvilínea. El movimiento en una trayectoria circular implica una aceleración centrípeta, que es la aceleración que mantiene a un objeto en una trayectoria curva. La aceleración centrípeta apunta hacia el centro de la curva y es necesaria para mantener el movimiento circular. Sin esta aceleración, un objeto tiende a moverse en línea recta.

Un ejemplo común de trayectoria circular es el movimiento de un automóvil al tomar una curva en una carretera. Cuando un automóvil gira, experimenta una aceleración centrípeta que lo empuja hacia el centro de la curva. La magnitud de esta aceleración depende de la velocidad del automóvil y el radio de la curva. (Serway R. A., 2017)

Otro ejemplo es el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra. La Luna sigue una trayectoria circular alrededor de nuestro planeta debido a la influencia de la



gravidad. Este es un ejemplo de movimiento orbital que se encuentra en todo el sistema solar

## Trayectoria elíptica

La trayectoria elíptica se refiere al movimiento de un cuerpo a lo largo de una elipse. Una elipse es una curva plana que se asemeja a una órbita elíptica. Este tipo de trayectoria es comúnmente observado en sistemas astronómicos, como los planetas que orbitan alrededor del sol.

Un ejemplo clave de trayectoria elíptica es el movimiento de los planetas en nuestro sistema solar. Según la ley de gravitación universal de Newton, los planetas siguen órbitas elípticas alrededor del sol. Esta elíptica es una consecuencia de la atracción gravitatoria entre el planeta y el sol. Cada planeta tiene su propia órbita elíptica, y la forma de la elipse puede variar según el planeta.

Otro ejemplo es el movimiento de un satélite artificial alrededor de la Tierra. Los satélites en órbita siguen trayectorias elípticas alrededor de nuestro planeta. La forma y el tamaño de la elipse de la órbita dependen de la altitud y la velocidad del satélite.

La trayectoria elíptica se describe mediante parámetros como el semieje mayor y el semieje menor de la elipse, que determinan la forma y el tamaño de la órbita. Además, la ley de las áreas de Kepler establece que un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales a lo largo de su órbita elíptica, lo que significa que se moverá más rápido cuando está más cerca del sol (perihelio) y más lento cuando está más lejos (Carroll, 2017)

## Trayectoria parabólica

Una trayectoria parabólica es un tipo de camino o recorrido que sigue una curva parabólica, que es simétrica y se asemeja a la forma de una parábola. Esta trayectoria es comúnmente observada en situaciones donde un objeto se proyecta

en el aire bajo la influencia de la gravedad y no está sujeto a fuerzas adicionales, como la resistencia del aire.

Un ejemplo clásico de una trayectoria parabólica es el movimiento de un proyectil que se lanza horizontalmente desde una cierta altura. Cuando se lanza el proyectil, se mueve hacia adelante mientras la gravedad lo tira hacia abajo. Esta combinación de un movimiento horizontal uniforme y un movimiento vertical acelerado resulta en una trayectoria parabólica. Ejemplos cotidianos incluyen el lanzamiento de una pelota al aire o un salto desde un trampolín.

La descripción de una trayectoria parabólica implica el estudio de las ecuaciones de movimiento en ambas direcciones (horizontal y vertical) y cómo se relacionan. La forma de la parábola y la distancia que alcanza el proyectil dependen de factores como la velocidad inicial, el ángulo de lanzamiento y la aceleración debida a la gravedad. (Giancoli, 2018)

## Aspectos metodológicos de la propuesta de enseñanza

En el marco de este trabajo, se presenta algunos aspectos teórico-metodológico para la enseñanza del concepto de trayectoria y su aplicación en el ámbito de la cinemática, con especial énfasis en el diseño de una propuesta para la enseñanza del concepto de la trayectoria a través de talleres educativos. La trayectoria, como ruta seguida por un cuerpo en movimiento, constituye un elemento fundamental en la descripción y comprensión de los movimientos de los cuerpos en la cinemática.

La relevancia de la trayectoria en este contexto se sustenta en la necesidad de proporcionar a los estudiantes una base sólida para comprender no solo el movimiento en sí, sino también cómo representarlo de manera gráfica y conceptual (Vygotsky, 1978). A través de una revisión exhaustiva de la literatura en educación y física, se destaca la importancia de abordar la enseñanza de conceptos abstractos, como el concepto de la trayectoria, de manera práctica y participativa (Driver, 1989).

En este sentido, los talleres educativos emergen como una estrategia pedagógica efectiva para lograr estos objetivos (Dewey, 1938). La experimentación y la participación activa son elementos clave que promueven una comprensión más profunda y duradera de los conceptos, permitiendo a los estudiantes involucrarse directamente en la aplicación de la teoría a situaciones prácticas (Piaget, 1970). Este enfoque no solo fortalece la comprensión conceptual, sino que también fomenta el interés y la motivación de los estudiantes hacia la física, especialmente en entornos educativos rurales.

Al fundamentar este componente teórico-metodológico, se apoyará en investigaciones previas sobre la enseñanza de la cinemática y la efectividad de estrategias prácticas, proporcionando un marco sólido para el diseño y la implementación de los talleres propuestos.

## Algunas actividades para la enseñanza del concepto de trayectoria

En el marco de este proyecto, el diseño didáctico se configura como un componente esencial, focalizado en el desarrollo de talleres educativos destinados a aplicarse en las zonas rurales. Este enfoque busca trascender la enseñanza tradicional al integrar activamente a los estudiantes en un proceso de aprendizaje participativo y experiencial.

El diseño didáctico se fundamenta en la premisa de que la comprensión profunda del concepto de trayectoria se logra más efectivamente a través de la práctica y la aplicación activa de los conocimientos teóricos. Los talleres propuestos se estructuran cuidadosamente para proporcionar a los estudiantes una experiencia inmersiva, permitiéndoles no solo comprender los principios abstractos de la trayectoria en la cinemática, sino también aplicar estos conceptos en situaciones prácticas del mundo real.

Cada taller se desarrollará considerando la diversidad de estilos de aprendizaje presentes en zonas rurales, buscando así maximizar la efectividad pedagógica. Se incorporarán actividades variadas, desde experimentos prácticos hasta ejercicios de resolución de problemas, con el objetivo de abordar las distintas formas en que los estudiantes asimilan y aplican conocimientos.

La secuencia de los talleres se diseñará de manera progresiva, partiendo de conceptos fundamentales, además la propuesta de enseñanza estará centrada en talleres no solo aspira a transmitir conocimientos, sino también a cultivar habilidades prácticas y fomentar la curiosidad científica entre los estudiantes. Se espera que esta metodología activa contribuya significativamente a la construcción de una comprensión sólida y duradera del concepto de trayectoria en la cinemática.

### Fase3- construcción y representación

En la fase de Construcción y Representación de este proyecto, nos enfocaremos en el desarrollo de una propuesta didáctica innovadora que permita a los estudiantes comprender de manera efectiva el concepto de trayectoria a través del uso de simuladores. ya que se busca transformar la forma en que se enseña y se aprende este concepto, haciendo que sea más interactivo, visual y significativo para los estudiantes.

Las actividades que se presentan a continuación surgen como respuesta a la imperante necesidad de los estudiantes de comprender a profundidad el concepto de trayectoria en el ámbito de la cinemática. La cinemática, una rama fundamental de la física que se dedica al estudio del movimiento de los objetos, se ve enriquecida por la comprensión de cómo los objetos se desplazan en el espacio, y esta comprensión se logra a través del análisis de la trayectoria.

El propósito de esta propuesta es proporcionar a los estudiantes las herramientas necesarias para explorar, comprender y representar gráficamente una variedad de trayectorias en el contexto de movimientos uniformes, uniformemente acelerados y otros tipos de movimientos, tales como movimientos circulares, parabólicos, elípticos, entre otros. A través de una serie de actividades y talleres diseñados cuidadosamente, se busca fomentar un aprendizaje activo y significativo que permita a los estudiantes no solo entender conceptos abstractos, sino también aplicarlos a situaciones del mundo real.

En un mundo cada vez más orientado hacia el aprendizaje interactivo y la mejora de la experiencia educativa, esta propuesta didáctica busca enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, ofreciendo a los estudiantes de zonas rurales la oportunidad de explorar y comprender los conceptos de trayectoria, posición-tiempo y velocidad-tiempo de una manera práctica y participativa. La iniciativa se centra en promover la participación activa de los estudiantes en su propio proceso de

aprendizaje, con el objetivo de estimular la comprensión de los fenómenos físicos y su aplicación en situaciones cotidianas.

A lo largo de esta propuesta didáctica, se fomentará el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la comunicación efectiva, habilidades esenciales no solo en la física, sino en la vida cotidiana. Además, se establecerán conexiones con el mundo real, destacando la importancia de la cinemática en diversas disciplinas y aplicaciones.

Esta propuesta busca no solo desarrollar una comprensión sólida del concepto de trayectoria en la cinemática, sino también promover la curiosidad y el entusiasmo por el estudio de la física. Los estudiantes estarán preparados para abordar conceptos más avanzados y aplicaciones en el futuro, lo que les brindará una base sólida para su educación continua.

Esta introducción proporciona una visión más completa de la propuesta y su enfoque en el aprendizaje activo y las habilidades interdisciplinarias. Además, resalta la importancia del concepto de trayectoria y su relevancia en la física. La propuesta didáctica se enfoca en involucrar a los estudiantes de manera activa y práctica, permitiéndoles explorar y comprender conceptos fundamentales.

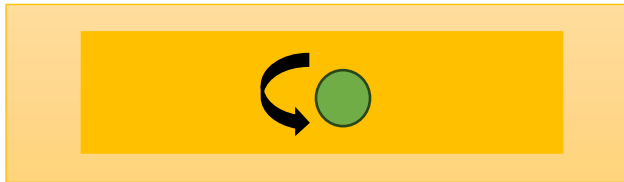
## Experiencia # 1.

### **Materiales**

1 canica, pintura, papel y cinta de enmascarar

### **Procedimiento**

Tome la canica, póngale pintura y hágala rodar en el piso sobre papel, procurando que éste se encuentre lo más liso posible, para ello péguelo al piso con cinta de enmascarar.



### **Actividad**

Describa el movimiento de la canica sobre el papel.

Ahora observe la línea que traza la canica en movimiento y descríbala.

Haga algunos montículos en el papel y nuevamente ponga la canica con pintura en movimiento.

Nuevamente describa el movimiento de la canica sobre el papel.

Nuevamente observe la línea que describe el movimiento de la canica.

Analice las variaciones o cambios notables en la trayectoria de la canica en comparación con la primera descripción. ¿Se han modificado la forma, longitud o dirección de la línea trazada? Explore y documente cualquier diferencia evidente.

Examine cómo la presencia de los montículos afecta la trayectoria de la canica. ¿Hay alteraciones en la forma de la línea? Observe si los montículos generan cambios en la velocidad, dirección o cualquier otro aspecto del movimiento de la canica, y describa detalladamente los efectos observados.

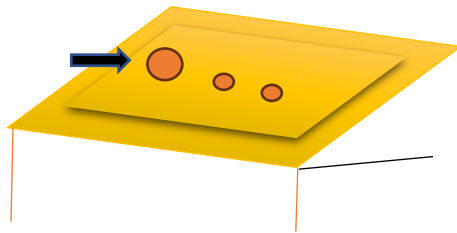
## **Materiales**

Papel, mesa y canica

## **Procedimiento**

Sobre la superficie de una mesa pegue el papel de tal manera que quede sin ninguna rugosidad o montículo, haga una pequeña inclinación de la mesa.

ponga la canica en movimiento como lo indica la figura.



## **Actividad**

¿Qué efecto tiene la inclinación de la mesa en el movimiento de la canica?

¿Cómo cambia la velocidad de la canica a medida que se desplaza por la superficie inclinada?

¿Qué factores influyen en la distancia que recorre la canica antes de detenerse?

¿Cómo se relaciona la masa de la canica con su movimiento en la superficie inclinada?

¿Podrías describir el tipo de trayectoria que sigue la canica en la superficie inclinada?



¿Cómo varía el tiempo que la canica tarda en llegar al final de la mesa con diferentes ángulos de inclinación?

¿Qué observaciones puedes hacer sobre la aceleración de la canica en la superficie inclinada?

¿Cómo influye la fricción entre la canica y la superficie en su movimiento?

¿Hay alguna relación entre el ángulo de inclinación y la velocidad inicial de la canica?

## Experiencia # 2

### **Materiales**

pelota u objeto pequeño y redondo.

Una superficie lisa y plana (mesa o suelo).

Un cronómetro o reloj con temporizador.

Una regla para medir distancias.

Papel y lápices o bolígrafos de colores.

Plantillas de gráficas o papel cuadriculado (opcional).

### **Procedimiento**

Coloca la pelota en el centro de una superficie lisa y plana, como una mesa o el suelo. Asegúrese de que no haya fuerzas externas actuando sobre la pelota.

Marca una distancia específica en la superficie (por ejemplo, 1 metro) utilizando la regla. Esta distancia servirá como referencia para medir el desplazamiento de la pelota.

Establece el cronómetro para medir el tiempo. Prepárate para medir el tiempo que tarda la pelota en recorrer la distancia marcada.

Da un ligero empujón a la pelota para que comience a moverse en línea recta. Asegúrate de darle un impulso suave y constante.

Inicia el cronómetro al mismo tiempo que la pelota comienza a moverse y detén el cronómetro tan pronto como la pelota alcance la distancia marcada.

Registra el tiempo que tardó la pelota en recorrer la distancia.

Repite el proceso varias veces, asegurándose de que la fuerza aplicada al empujar la pelota sea similar en cada intento.

Registra los tiempos que la pelota tarda en recorrer la distancia marcada en cada intento.

Después de cada intento, registra el tiempo y la distancia en una hoja de papel. Puedes crear una tabla para organizar los datos.

Luego, usa los datos registrados para crear gráficas que representen el movimiento de la pelota. Puedes dibujar gráficas de posición-tiempo ( $d$  vs  $t$ ) o velocidad-tiempo ( $v$  vs  $t$ ), dependiendo de los datos que tengas.

Utiliza papel cuadriculado o plantillas de gráficas si están disponibles para que las gráficas sean más precisas y uniformes.

### **Preguntas**

Después de realizar la actividad y crear las gráficas, responde las siguientes preguntas:

¿Qué patrones notaste al registrar los tiempos y distancias en tus datos?

¿Cómo se relaciona la información de la tabla de datos con las gráficas que creaste?

¿Qué tipo de gráfica (posición-tiempo o velocidad-tiempo) es más adecuada para representar el movimiento de la pelota en esta actividad?

¿Qué se aprendió con relación entre el tiempo y el movimiento al crear las gráficas?

¿Por qué son importantes las gráficas en la física y cómo se aplican en situaciones del mundo real?

## Experiencia #3

1. Supongamos que un coche arranca desde el reposo en un semáforo y acelera uniformemente durante 10 segundos hasta alcanzar una velocidad de 25 m/s. Luego, el coche mantiene esta velocidad constante durante 15 segundos antes de frenar uniformemente hasta detenerse en otros 10 segundos.

### Preguntas

- ¿Cómo sería el gráfico de posición-tiempo para el movimiento del coche?
  - ¿Cómo cambia la posición del coche a lo largo del tiempo durante todo el proceso?
2. Supongamos que un coche parte desde el reposo y acelera a razón de  $2 \text{ m/s}^2$  durante 10 segundos.
    - Realizar gráfico de velocidad- tiempo
  3. Un objeto que cambia su velocidad de manera no uniforme en una trayectoria curva.
    - trazar un gráfico de velocidad-tiempo

## Experimento # 4

### Ejercicio 1: Trayectoria con Fuerza Nula y Velocidad Constante

Crear un gráfico de posición-tiempo para un objeto que se mueve en línea recta con velocidad constante sin que ninguna fuerza actúe sobre él. Deben representar cómo cambia la posición del objeto a lo largo del tiempo en estas condiciones.

### Ejercicio 2: Movimiento Uniformemente Acelerado con Fuerza Constante

Diseñar un gráfico de velocidad-tiempo y un gráfico de posición-tiempo para un objeto que experimenta un movimiento uniformemente acelerado debido a una fuerza constante. Deben demostrar cómo varía la velocidad y la posición del objeto en función del tiempo bajo estas condiciones.

### Ejercicio 3: Movimiento Parabólico de proyectiles

Construir un gráfico de posición en función del tiempo para un proyectil que sigue una trayectoria parabólica después de ser lanzado desde una altura. Deben mostrar cómo cambia la posición vertical del proyectil a medida que avanza en el tiempo.

### Ejercicio 4: Cambio en la Dirección de Velocidad con Aceleración

Crear un gráfico de velocidad-tiempo para un objeto que inicialmente se mueve en una dirección y luego cambia su velocidad debido a una aceleración constante que actúa en una dirección diferente. Deben representar cómo cambia la velocidad a lo largo del tiempo.

## Reflexiones finales

En el marco de estas actividades que se proponen para la enseñanza del concepto de trayectoria, los talleres diseñados se presentan como instrumentos que posibilitan la enseñanza y aprendizaje del concepto de trayectoria.

Aunque estos talleres aún no se han implementado en el aula, se busca en la posteriori implementación obtener más elementos que permitan reconfigurar estas actividades y proponer nuevas actividades.

Se espera que los estudiantes, a través de la participación en estos talleres, desarrollen una comprensión profunda del concepto de trayectoria en la cinemática, no solo desde una perspectiva conceptual, sino también desde la capacidad de aplicar estos conocimientos en situaciones prácticas. Los principios teóricos subyacentes en la propuesta requieren de la participación activa, actividades prácticas de exploración y la resolución de problemas prácticos contribuirán a una interiorización más sólida de los conceptos (Dewey, 1938)

Se anticipa que, al involucrarse en actividades diseñadas específicamente para explorar y comprender el concepto de trayectoria de los cuerpos en movimiento, los estudiantes desarrollarán habilidades de pensamiento crítico, mejorarán su capacidad para representar gráficamente los movimientos y fortalecerán sus habilidades para aplicar la teoría en contextos del mundo real. Aunque estos aprendizajes aún no se han evaluado en el entorno de un aula, la base teórica de la propuesta respalda la creencia en que estos talleres serán instrumentos efectivos para la construcción activa del conocimiento por parte de los estudiantes.

La trayectoria es un concepto fundamental en la cinemática, además hemos explorado en profundidad los conceptos, para comprender cómo los objetos se mueven en el espacio y cómo podemos representar esos movimientos de manera efectiva. Estos talleres nos permitirán apreciar la importancia de la trayectoria en el estudio de la cinemática y cómo esta influye en la comprensión de los movimientos de los cuerpos.

Al analizar el concepto de trayectoria, se evidenciará que es la clave para entender y predecir los movimientos de los cuerpos en distintos contextos. Ya sea que estemos lidiando con movimientos rectilíneos, acelerados o parabólicos, la trayectoria es la guía que nos permite visualizar y cuantificar el desplazamiento de un cuerpo a lo largo del tiempo además de ser un indicio de las propiedades del espacio; Al utilizar herramientas como los gráficos de posición-tiempo y velocidad-tiempo, se podrá representar los movimientos de manera clara y precisa.

La importancia del concepto de trayectoria en la cinemática se relaciona con su capacidad para proporcionar una representación visual y cuantitativa de los movimientos. Además, nos permite identificar patrones, tendencias y relaciones que son esenciales para comprender la física de los cuerpos en movimiento. Al mirar más allá de los números y las ecuaciones, la trayectoria nos brinda una visión intuitiva de cómo los cuerpos se desplazan en el espacio y cómo estos desplazamientos pueden variar en diferentes situaciones.

Como destacaron varios estudios previos (Galileo, Azcarate, Serway, Ayala), el análisis de la trayectoria no solo es fundamental en el campo de la cinemática, sino que también tiene aplicaciones en campos más amplios. La habilidad de representar y comprender los movimientos es crucial en la resolución de problemas en diversas disciplinas.

En resumen, a través de los talleres a realizar, se podrá apreciar la importancia de la trayectoria en la cinemática y cómo esta nos proporciona una herramienta valiosa para el estudio de los movimientos de los cuerpos en el espacio. Al comprender cómo representar y analizar la trayectoria, hemos dado un paso significativo hacia una comprensión más profunda de la física que rige nuestro mundo y las herramientas para abordar una amplia variedad de situaciones. La trayectoria, en última instancia, es el punto focal de nuestro estudio en la cinemática y una herramienta esencial en la comprensión del movimiento.

## Referencias

- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. Holt, Rinehart and Winston.
- Ayala, J. C. (2020). *Notas del curso de Mecánica 1*.
- Azcárate, C. (1984). *La nueva ciencia del movimiento de Galileo: Una nueva génesis difícil. Historia de las ciencias y enseñanza*.
- Barrios, L. (2015). *Los números impares y las potencias de los números naturales*. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*.
- Carroll, B. W. (2017). *An Introduction to Modern Astrophysics*. Cambridge University Press.
- CEPAL. (17 de Marzo del 2017). *Estudio de CEPAL clasifica las provincias de Colombia según su ruralidad y sus conexiones*.
- Dewey, J. (1938). *Experience and education*. Kappa Delta Pi.
- Dewey, J. (1938). *Experience and education*. Kappa Delta Pi.
- Driver, R. (1989). *Students' conceptions and the learning of science*. *International Journal of Science Education*.
- G.Hewih, P. (n.d.). *Física conceptual*.
- Galilei, G. (1974). *Dilálogos sobre los dos sistemas del mundo*.
- Galileo. (2015).
- Galileo, G. (1974). *Diálogos Acerca de las Dos Nuevas Ciencias*.
- Galileo, G. (1974). *Diálogos Acerca de las Dos Nuevas Ciencias*.
- Giancoli. (2018). *"Physics: Principles with Applications."* . D.C.
- Giancoli, D. C. (2005). *Physics: principles with applications (Vol. 1)*. Pearson Educación.
- Gutierrez Braojos, C. &-P. (2012). *Estrategias de comprensión lectora para estudiantes de primer grado de educación primaria*.
- Halliday, D. R. (n.d.). *Physics, Volume 1*.
- Heinrich, H. (n.d.). *Los principios de la Mecánica. Introducción, pg, 1-4*.
- Hertz, H. (n.d.). *Los principios de la mecánica*.
- Hewitt, P. G. (2006). *Conceptual Physics*. Pearson/Addison-Wesley.
- Hewitt, P. G. (2006). *Conceptual Physics*. Pearson/Addison-Wesley.
- Hewitt, P. G. (2006). *Conceptual Physics*. Pearson/Addison-Wesley.



- Hewitt, P. G. (2006). *Conceptual Physics*. Pearson/Addison-Wesley.
- Kleppner, D. &. (2014). *An introduction to mechanics*. Cambridge University Press.
- Moreno García, D. V. (2020). *Acerca de la formalización del concepto velocidad desde la geometrización del movimiento de caída según Galileo Galilei*.
- Newton, I. &. (1987). *Principios matemáticos de la filosofía natural*. (No Title).
- Newton, I. (n.d.). *PRINCIPIOS MATEMÁTICOS DE LA FILOSOFÍA NATURAL*.
- Niño, V. (2001). *El tiempo en la mecánica de Newton, la relatividad especial y la mecánica cuántica*. *Revista Colombiana de Filosofía de la ciencia*.
- Piaget, J. (1970). *Science of education and the psychology of the child*. Orion Press.
- Reinante, C. (2020). *Morfología y espacio: materiales para una comprensión epistemológica*. Ediciones UNL.
- Resnick, R. H. (2002). continental.
- Salas, M. I. (2010). *La enseñanza tradicional de las ciencias versus las nuevas tendencias educativas*. *Revista electrónica educare*, 14(1), 131-142.
- Serway, R. (2001). *Física*, Edic. 5.
- Serway, R. A. (2003). *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*.
- Serway, R. A. (2017). "*Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*".
- Sunkel, G. &. (2010). *Nuevas tecnologías de la información y la comunicación para la educación en América Latina: riesgos y oportunidades*. Cepal.
- Tipler, M. (2005). *Física para la ciencia y la tecnología Volumen 1 Mecánica. Oscilaciones y ondas. Termodinámica*.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wikipedia, L. e. (2023,24 de noviembre). *Movimiento (física)*. .