

**Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) como medio para la enseñanza y el
aprendizaje de las Medidas de Dispersión**

García Rivas Duván Felipe

Sánchez Cano Valentina

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá, D. C.

2023

**Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) como medio para la enseñanza y el
aprendizaje de las Medidas de Dispersión**

García Rivas Duván Felipe

2017240024

C.C. 1030683798

Sánchez Cano Valentina

2017140070

C.C. 1010016759

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciado(a) en Matemáticas

Dirigido por: Mg. Santiago Cardozo Fajardo

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá, D. C.

2023

AGRADECIMIENTOS

A nuestras familias que siempre nos han apoyado, a nuestros amigos y amigas por acompañarnos en este camino. Finalmente, al profesor Santiago Cardozo por la paciencia, dedicación, tiempo y enseñanzas que permitieron la realización y culminación de este trabajo.

Felipe y Valentina.

Contenido

Contenido	1
Índice de tablas	3
Índice de figuras	5
1. Introducción	7
2. Justificación.....	8
3. Objetivos	11
3.1. Objetivo General.....	11
3.2. Objetivos Específicos	11
4. Revisión Curricular	12
5. Antecedentes	14
5.1. Memorias Encuentro Colombiano de Educación Estocástica [ECEE]	14
5.2. Repositorio UPN	15
5.3. Repositorio UD.....	16
5.4. Repositorio UN.....	17
5.5. Estocástica y su didáctica para maestros	18
6. Referentes conceptuales	20
6.1. Marco didáctico	20
6.1.1 Errores y dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las MD	20
6.1.2. Cultura Estadística.....	21
6.2. Tarea	25
6.2.1. Tipos de Tarea.....	25
6.2.2. Elementos	26
6.3. Marco de referencia Matemático	26
6.3.1. Medidas de Dispersión [MD].....	26
6.4. Tecnología y Educación Matemática	35
6.4.1. Tecnologías de la Información y la Comunicación [TIC].....	35
6.4.2. TIC en la educación.....	36
6.4.3. TIC en la enseñanza de las matemáticas	38
6.4.4. TIC en la enseñanza de la estadística	38
6.5. Objeto Virtual de Aprendizaje [OVA]	40

6.5.1. Características	40
6.5.2. Componentes	41
6.5.3. Ventajas y desventajas del uso de los OVA	41
6.6. Exelearning	42
6.6.1. El entorno de trabajo	44
6.6.2. Ventajas y desventajas de exelearning	46
7. Diseño del OVA	48
7.1. Diseño de tareas	48
7.1.1 Secuencia de Tareas 1	48
7.1.2. Secuencia de Tareas 2	56
7.1.3. Secuencia de Tareas 3	60
7.2. Estructura del OVA	65
8. Análisis de actuación	78
8.1. Experiencia en aula	78
8.2. Análisis de resultados	80
8.2.1. Secuencia 1	80
8.2.2 Secuencia 2	91
8.2.3 Secuencia 3	102
Conclusiones	117
Bibliografía	121
Anexos	125

Índice de tablas

Tabla 1. Asignaturas obligatorias y optativas de la línea de estadística para cada versión con su número de créditos.	9
Tabla 2. Porcentajes de créditos de los espacios para cada línea de la Licenciatura en las versiones 2, 3 y 4.	10
Tabla 3. Propuestas del repositorio de la UPN.....	15
Tabla 4. Propuestas del repositorio de la UN.....	17
Tabla 5. Errores y dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las MD.....	21
Tabla 6. Definiciones de la cultura estadística presentada por varios autores.....	22
Tabla 7. Ventajas y desventajas del uso de las TIC.....	37
Tabla 8. Ventajas y desventajas del uso de los OVA para el profesor.....	42
Tabla 9. Ventajas y desventajas del uso de los OVA para el estudiante.....	42
Tabla 10. Ventajas y desventajas de exelearning.....	46
Tabla 11. Análisis a priori tarea 1 de la secuencia 1 del OVA.....	50
Tabla 12. Análisis a priori tarea 2 de la secuencia 1 del OVA.....	51
Tabla 13. Análisis a priori tarea 3 de la secuencia 1 del OVA.....	53
Tabla 14. Análisis a priori tarea 4 de la secuencia 1 del OVA.....	55
Tabla 15. Datos formulación Tarea 1 secuencia 2.....	57
Tabla 16. Análisis a priori tarea 1 de la secuencia 2 del OVA.....	57
Tabla 17. Datos formulación Tarea 2 secuencia 2.....	58
Tabla 18. Análisis a priori tarea 2 de la secuencia 2 del OVA.....	58
Tabla 19. Análisis a priori tarea 3 de la secuencia 2 del OVA.....	59
Tabla 20. Datos formulación Tarea 1 secuencia 3.....	61
Tabla 21. Análisis a priori tarea 1 de la secuencia 3 del OVA.....	61
Tabla 22. Datos formulación tarea 2 secuencia 3.....	62
Tabla 23. Análisis a priori tarea 2 de la secuencia 3 del OVA.....	62
Tabla 24. Datos formulación tarea 3 secuencia 3.....	62
Tabla 25. Análisis a priori tarea 3 de la secuencia 3 del OVA.....	63
Tabla 26. Datos formulación tarea 4 secuencia 3.....	63
Tabla 27. Análisis a priori tarea 4 de la secuencia 3 del OVA.....	64
Tabla 28. Datos formulación tarea 5 secuencia 3.....	64
Tabla 29. Análisis a priori tarea 5 de la secuencia 3 del OVA.....	64
Tabla 30. Categorías correspondientes a las tareas 1 y 2.	81
Tabla 31. Categorías correspondientes a la tarea 3.....	86
Tabla 32. Respuestas registradas en las preguntas de la tarea 4.....	89
Tabla 33. Categorías correspondientes a la tarea 1 de la secuencia 2.	91
Tabla 34. Categorías correspondientes a la tarea 2 de la secuencia 2.	94
Tabla 35. Categorías correspondientes a la tarea 3 de la secuencia 2.	98
Tabla 36. Categorías correspondientes a la tarea 1 de la secuencia 3.	103
Tabla 37. Categorías correspondientes a la tarea 2 de la secuencia 3.	105

Tabla 38. Categorías correspondientes a la tarea 3 de la secuencia 3.	108
Tabla 39. Categorías correspondientes a la tarea 4 de la secuencia 3.	110
Tabla 40. Categorías correspondientes a la tarea 5 de la secuencia 3.	113

Índice de figuras

Figura 1. Ejemplo 1. Ejercicio propuesto en el texto entorno a las MD.	19
Figura 2. Ejemplo 2. Ejercicio propuesto en el texto entorno a las MD.	19
Figura 3. Componentes de la cultura estadística.	23
Figura 4. Logo exelearning.....	43
Figura 5. Menú principal de exelearning.....	44
Figura 6. Estructura de exelearning.....	45
Figura 7. iDevices de exelearning	45
Figura 8. Área de trabajo exelearning	46
Figura 9. Tarea 1 de la secuencia 1 del OVA.....	50
Figura 10. Tarea 2 de la secuencia 1 del OVA.....	51
Figura 11. Tarea 3 de la secuencia 1 del OVA.....	53
Figura 12. Ejemplo 1 de la tarea 4 de la secuencia 1 del OVA.....	55
Figura 13. Ejemplo 2 de la tarea 4 de la secuencia 1 del OVA.....	55
Figura 14. Sección inicio OVA	66
Figura 15. Otros metadatos que se incluyeron	66
Figura 16. Objetivos OVA	67
Figura 17. Tarea 1 de la primera sección del OVA.....	67
Figura 18. Tarea 2 de la primera sección del OVA.....	68
Figura 19. Tarea 3 de la primera sección del OVA.....	68
Figura 20. Video de la primera sección del OVA	69
Figura 21. Presentación medidas de dispersión segunda sección del OVA	69
Figura 22. Video de la varianza de la segunda sección del OVA	70
Figura 23. Video de la Desviación Estándar de la segunda sección del OVA	70
Figura 24. Video del coeficiente de variación.....	70
Figura 25. Presentación de la varianza.	71
Figura 26. Presentación de la desviación estándar.	71
Figura 27. Presentación del coeficiente de variación.	71
Figura 28. Tarea de aprendizaje de la varianza.	72
Figura 29. Retroalimentación tarea de aprendizaje de la varianza.	73
Figura 30. Tarea de aprendizaje de la desviación estándar.	73
Figura 31. Tarea de aprendizaje del coeficiente de variación.	74
Figura 32. Primera evaluación.....	74
Figura 33. Segunda evaluación.	75
Figura 34. Tarea 1 de la segunda evaluación.	75
Figura 35. Tarea 2 de la segunda evaluación.	76
Figura 36. Tarea 3 de la segunda evaluación.	76
Figura 37. Tarea 4 de la segunda evaluación.	77
Figura 38. Tarea 5 de la segunda evaluación.	77
Figura 39. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 1	81

Figura 40. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 2.....	84
Figura 41. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 3.....	87
Figura 42. Gráficos de barras apiladas preguntas vs respuestas de la tarea 4	89
Figura 43. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 1 de la secuencia 2... 91	
Figura 44. Evidencia 11.....	92
Figura 45. Evidencia 12.....	93
Figura 46. Evidencia 13.....	93
Figura 47. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 2 de la secuencia 2... 95	
Figura 48. Evidencia 16.....	96
Figura 49. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 3 de la secuencia 2... 99	
Figura 50. Evidencia 25.....	100
Figura 51. Evidencia 26.....	100
Figura 52. Evidencia 27.....	101
Figura 53. Evidencia 28.....	101
Figura 54. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 1 de la secuencia 3. 103	
Figura 55. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 2 de la secuencia 3. 106	
Figura 56. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 3 de la secuencia 3. 109	
Figura 57. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 4 de la secuencia 3. 111	
Figura 58. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 5 de la secuencia 3. 114	

1. Introducción

La presente propuesta tiene como finalidad la formulación de recursos para abordar la enseñanza y el aprendizaje del concepto de dispersión y las medidas de variabilidad (Varianza, Desviación estándar y Coeficiente de variación) por medio de Objetos Virtuales de Aprendizaje [OVA], en donde se resalten las características y la interpretación de estas medidas en contextos significativos para el estudiante. El diseño de la propuesta se realiza por medio del programa Exelearning, utilizando el apoyo de aplicaciones y softwares como PowerPoint, GeoGebra, Google Forms, algunos recursos multimedia, entre otros.

El desarrollo de la propuesta está organizado en once capítulos. En los primeros tres capítulos se da a conocer la introducción, la justificación y los objetivos. En el cuarto se realiza una revisión entorno a la presencia de las medidas de dispersión en los distintos documentos curriculares que rigen la educación en Colombia. En la quinta sección se presentan algunas propuestas entorno a la enseñanza y el aprendizaje de las medidas de dispersión. En el sexto apartado se mencionan los referentes conceptuales conformados por el marco didáctico de la propuesta, el sustento matemático, la relaciones entre el uso de las Tecnología de la Información y la comunicación [TIC] y la educación matemática, la definición de un OVA, la descripción de sus componentes y finalmente se presenta la aplicación con la que se construyó este. En el séptimo apartado se realiza la descripción del diseño de las tareas propuestas y se presenta la estructura del OVA elaborado. En el octavo capítulo se muestra el análisis de actuación en el cual se describe la experiencia en el aula, las instituciones y la muestra con la que se puso en práctica el OVA, además del análisis de las respuestas obtenidas para cada una de las tareas propuestas. Por último, se presentan las conclusiones seguido de la bibliografía y anexos.

2. Justificación

Durante la experiencia vivida como estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas [LM] de la Universidad Pedagógica Nacional [UPN] se lograron evidenciar tres aspectos relevantes en relación con la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, los cuáles han impulsado la realización de esta propuesta.

En primer lugar, uno de estos aspectos se encuentra en el marco de las prácticas de inmersión parcial, particularmente en el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística; en este espacio, el proceso de práctica educativa estaba enfocado en la observación, planeación y ejecución de una o varias clases con el fin de abordar un objeto estadístico. No obstante, en estos tres procesos que se realizaron en dicho espacio académico, el objeto al cual se le dio más relevancia fue a las Medidas de Tendencia Central [MTC], orientadas al uso de las fórmulas para su cálculo y a la ubicación de dichas medidas en algunos gráficos estadísticos, dejando de lado el trabajo que se puede realizar con las Medidas de Localización [ML] y las Medidas de Dispersión [MD]. A su vez, se observó que las instituciones educativas en las que se realizaron estas prácticas solo contaban con una hora a la semana para realizar la clase de estadística, motivo por el que las temáticas se reducían, como se ha mencionado, al trabajo con las MTC.

En segundo lugar, las prácticas de inmersión total, Práctica en Aula y Práctica de Integración Profesional en la Escuela, permitieron llevar a cabo distintas sesiones de clase, conocer el plan de estudios y la intensidad horaria de esta asignatura. El panorama provisto por estos espacios de práctica fue desconcertante, pues, aunque se contempla ejecutar sesiones de Estadística, que además debían ser solo de una hora -“55 minutos”-, estas en realidad no se realizaban, pues este horario se utilizaba para abordar temas de Aritmética, Álgebra, Cálculo o Geometría, y, los docentes del área, aunque son conscientes de la necesidad de abordar los distintos conceptos de Estadística, por falta de tiempo e iniciativa, preferían no hacerlo. En concordancia con lo anterior Belfiori (2014) menciona que de la estadística no se aborda en las escuelas por falta de tiempo, y en caso de hacerlo, se realiza de manera parcial.

Finalmente, realizando una revisión de los planes de estudio de las versiones 2, 3 y 4 de la Licenciatura en Matemáticas, se logra evidenciar la poca incidencia de espacios

obligatorios y optativos (Línea de Profundización) en la línea de estadística en comparación con las demás líneas ofertadas en el programa. En la tabla 1 se presenta la comparación entre la cantidad de créditos de las asignaturas relacionadas con la línea de la estadística a lo largo de las tres versiones de la Licenciatura.

Tabla 1. Asignaturas obligatorias y optativas de la línea de estadística para cada versión con su número de créditos.

Línea de Estadística					
Versión 2	Créditos	Versión 3	Créditos	Versión 4	Créditos
Estadística y probabilidad	3	Estadística	3	Estadística	3
Tópicos de matemáticas P.	5	Probabilidad	3	Probabilidad	3
Métodos estadísticos	5	E y A de la estadística	4	Inferencia y Métodos Estadísticos	3
Seminario de estadística	5	Inferencia y Métodos Estadísticos	3	E y A de la estadística	5
		Análisis de varianza y regresión lineal	3	Análisis de varianza y regresión lineal	3
		Tópicos de análisis multivariado	3	Profundización de Estadística	3
Total de créditos	18		19		20

Fuente: *Elaboración propia*

A lo largo de la tabla se puede observar que a través de las actualizaciones del currículo que se han realizado, la cantidad de créditos en la línea de estadística ha aumentado, sin embargo, el porcentaje de créditos en cada una de las versiones no parece ser tan significativo cuando se compara con los otros espacios ofertados por la LM como se muestra en la tabla 2. A la luz de la tabla 2, se sugiere que en la Licenciatura se pueda seguir enriqueciendo la formación de futuros educadores matemáticos entorno a la línea de la estadística, puesto que el porcentaje de asignaturas es mínimo en comparación con el de las

otras líneas ofertadas, lo que podría incidir en el escaso interés de los docentes de impartir esta área en las instituciones educativas.

Tabla 2. Porcentajes de créditos de los espacios para cada línea de la Licenciatura en las versiones 2, 3 y 4.

Línea	Porcentaje de créditos Versión 2 (178 créditos en total)	Porcentaje de créditos Versión 3 (161 créditos en total)	Porcentaje de créditos Versión 4 (160 créditos en total)
Cálculo	16.85 %	18.01 %	18.13 %
Álgebra	16.85 %	18.01 %	18.13 %
Geometría	15.17 %	15.53 %	16.25 %
Estadística	10.11 %	11.80 %	12.50 %

Fuente: *Elaboración propia*

Teniendo en cuenta los tres aspectos mencionados, la propuesta del trabajo de grado pretende contribuir a la enseñanza y aprendizaje de la estadística, en particular de las medidas de dispersión, a partir del uso de la tecnología no solo como una herramienta para calcular o graficar, sino como un recurso utilizado para potenciar en los estudiantes la noción de dispersión y sus medidas para cuantificarla, esto a través de un OVA que será el que facilite este proceso, buscando que los estudiantes comprendan que la estadística va más allá del uso de fórmulas, tablas y la realización de cálculos.

Es por esto que a lo largo de la secuencia de tareas propuestas se pretende que el estudiante construya la noción de dispersión a partir de la visualización y exploración de distintos conjuntos de datos, luego que identifique cuál es la medida que debe utilizar para realizar comparaciones entre conjuntos de datos, que encuentre el valor de dicha medida y finalmente que interprete el resultado con el fin de tomar una decisión sobre el conjunto más representativo dependiendo del escenario que se le presente y logre justificar su decisión con base en lo aprendido.

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

Promover la noción de dispersión y la interpretación de las medidas para cuantificarla (varianza, desviación estándar y coeficiente de variación) en la toma de decisiones a través de un Objeto Virtual de Aprendizaje.

3.2. Objetivos Específicos

- Generar la noción de dispersión por medio de distintas tareas para tomar decisiones a partir de distintos conjuntos de datos.
- Crear recursos multimedia para la enseñanza y aprendizaje de algunas medidas de dispersión (varianza, desviación estándar y coeficiente de variación), donde se presenten situaciones en las que se pueda identificar la dispersión de los datos.
- Diseñar una página web que integre los objetos virtuales de aprendizaje previamente diseñados.
- Validar si los objetos virtuales diseñados aportan en el aprendizaje de las medidas de dispersión (varianza, desviación estándar y coeficiente de variación).

4. Revisión Curricular

El Ministerio de Educación Nacional [MEN] propone una serie de documentos curriculares que han sido utilizados por las diferentes Instituciones de Educación Básica en Colombia para establecer su currículo. En el área de matemáticas, estos documentos (Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias y Derechos Básicos de Aprendizaje) presentan cinco pensamientos¹ que deben ser desarrollados con el fin de formar ciudadanos matemáticamente competentes; este apartado se enfocará en el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, en particular, para mostrar lo propuesto en este respecto a el concepto de dispersión y las medidas de variación.

Los Lineamientos Curriculares [LC] (1998), proponen llevar a cabo el pensamiento aleatorio a partir de la resolución de situaciones problemas, en donde el estudiante utilice conceptos de probabilidad (azar, incertidumbre, aleatoriedad) y de estadística (recolección, organización y análisis de datos), para dar solución a los diferentes problemas. Los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas [EBCM] (2006), presentan todos los conceptos y procesos que los estudiantes deben saber, y saber hacer, organizados por grupos de grados; en el pensamiento aleatorio, se mencionan distintos contenidos relacionados con la estadística descriptiva, la probabilidad y algunas nociones respecto a la estadística inferencial. Finalmente, en los Derechos Básicos de Aprendizaje [DBA] (2016), para el pensamiento aleatorio presentan los contenidos y desempeños básicos de estadística descriptiva y probabilidad que los estudiantes deben alcanzar en cada uno de los grados.

Sin embargo, existen varias instituciones educativas que, aunque contemplan en sus currículos el desarrollo del pensamiento aleatorio, no intentan desarrollarlo o simplemente no lo desarrollan. Belfiori (2014) comenta que “aunque el estudio de la estadística figura como contenido obligatorio en los programas de estudio de las escuelas secundarias, suele no dársele la importancia debida, ya que o no se lo desarrolla por cuestiones de tiempo o se lo hace en forma superficial” (p.3). En el caso en que el pensamiento aleatorio se trata de desarrollar, simplemente se hace énfasis en el uso de fórmulas, dejando a un lado otros componentes de gran importancia (explorar, interpretar, analizar, etc.).

¹ Pensamiento y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medida, aleatorio y sistemas de datos, variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Por otro lado, al revisar los documentos curriculares, se puede observar que, los LC no mencionan asuntos asociados al concepto de dispersión y las medidas de variabilidad. Por su parte los EBCM ubican las medidas dispersión en dos secciones del documento: en primer lugar, cuando se habla de los avances que la tecnología ha proporcionado en el desarrollo del pensamiento aleatorio resaltando que “ya no es necesario aprenderse las fórmulas y procedimientos matemáticos para calcular la media o la mediana, la varianza o la desviación estándar” (p.66). En segundo lugar, en el pensamiento aleatorio de los grados décimo y once para proponer que los estudiantes “usen comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y la normalidad)” (p.89); no obstante, en ninguno de los estándares del documento se menciona el concepto de dispersión, ni comenta porqué es necesario el cálculo de las medidas mencionadas.

Por último, los DBA nombran las MD en diferentes grados: para el grado noveno, proponen que los estudiantes realicen la comparación de dos grupos de datos utilizando diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización; sin embargo, no especifican cuáles son estas medidas de variación, a diferencia de las MTC, pues se hace alusión a la media y la mediana. En el grado décimo comentan que los estudiantes deben reconocer las MD como un complemento de las MTC, para mejorar la lectura de los datos y así poder realizar una acertada toma de decisiones; no obstante, es importante reiterar en que no hay detalles sobre cuáles son estas medidas. En grado once los estudiantes deben construir gráficos de dispersión y utilizar de manera adecuada la desviación estándar y el coeficiente de variación para dar respuesta a ciertas interrogantes; este es el único derecho que menciona algunas MD en específico.

En esta revisión se logra apreciar que en los documentos curriculares la relevancia que se le da al concepto de dispersión y a las medidas para cuantificarla es muy poco, pese a que Gonzales et al. (2016) expresan que “las medidas de dispersión son esenciales en una distribución estadística, pues estas complementan a las de posición central” (p.57).

5. Antecedentes

Como se mostró en el apartado anterior, el trabajo realizado en la educación básica respecto a la dispersión y sus medidas para cuantificarla no es muy amplio; por esta razón, nace la necesidad de realizar una búsqueda de propuestas que guiarán el abordaje de este concepto. Para esto, se realizó una investigación en diferentes documentos enfocados en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística: tres de las cuatro memorias de los Encuentros Colombianos de Educación Estocástica [ECEE], distintos documentos de los repositorios de la Universidad Pedagógica Nacional [UPN], de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas [UD] y de la Universidad Nacional de Colombia [UN] y finalmente el texto *“Estocástica y su didáctica para maestros”*. A continuación se muestra una breve descripción de cada uno de estos documentos.

5.1. Memorias Encuentro Colombiano de Educación Estocástica [ECEE]

Al realizar una revisión de las tres memorias del Encuentro Colombiano de Educación Estocástica [ECEE] de los años 2014, 2016 y 2018 (las memorias del encuentro del año 2021 a la fecha no se han publicado), se logró identificar que, en relación con el concepto de variación y las medidas de dispersión, se halló solamente una ponencia que aborda esta temática: Díaz et al (2018) en su propuesta *“Una experiencia de enseñanza para abordar la desviación media con estudiantes de secundaria”*.² En esta, los ponentes proponen una tarea en donde los estudiantes deben realizar la comparación de dos conjuntos de datos y a partir de esto, tomar decisiones sobre el conjunto más representativo; lo anterior por medio de las cuatro fases de la teoría de las situaciones didácticas (situación de acción, situación de formulación, situación de validación y situación de institucionalización). A su vez, los autores enfatizan en la falta de herramientas didácticas que permitan el análisis y la interpretación de la dispersión, pues solamente se abordan por medio de la mecanización de fórmulas.

² Disponible en: Álvarez, I. (Ed.). (2018). Memorias del III Encuentro Colombiano de Educación Estocástica. Popayán, Colombia: Asociación Colombiana de Educación Estocástica.

5.2. Repositorio UPN

Observando las producciones (trabajos de grado, tesis y libros) relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la estadística del repositorio de la UPN, se identificaron tres propuestas que mencionan el concepto de dispersión y las medidas para cuantificarla las cuales se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. *Propuestas del repositorio de la UPN*

Propuesta	Tipo	Autores	Año
<i>El concepto estadístico de dispersión: una caracterización a partir de textos escolares colombianos.</i>	Trabajo de Grado. Licenciatura en matemáticas.	Barragán y Barrera	2021
<i>Diseño de un programa de apoyo para determinar el nivel de cultura estadística de un estudiante de grado undécimo en el tema medidas de dispersión.</i>	Trabajo de grado. Especialización en educación matemática.	Garzón y Gordillo	2012
<i>Enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad. Propuestas de intervención en el aula.</i>	Libro.	Álvarez y Romero	2019

Fuente: *Elaboración propia*

En el trabajo de Barragán y Barrera (2021) se presenta un análisis de diferentes textos escolares que abordan lo relacionado con las medidas de variabilidad, encontrándose que

el concepto de dispersión y de las medidas que lo cuantifican aún es presentado como un proceso algorítmico. El cual, muestra a los estudiantes una serie de pasos que muchas veces no involucra la interpretación de la variabilidad y se resume a un acto aritmético. (p. 114).

En el documento de Garzón y Gordillo (2012), se propone un diseño de un cuestionario que permite identificar el nivel de cultura estadística que tienen los estudiantes

de grado undécimo a partir de las MD. En el formulario propuesto, se logra evidenciar que, si bien se presentan algunas situaciones que involucran diferentes contextos, en realidad solamente se busca que el estudiante conozca la definición de los conceptos y utilice la fórmula para calcular las MD que se piden, dejando a un lado la interpretación de estas en la situación presentada.

Finalmente, en el libro de Álvarez y Romero (2019), las autoras realizan una recopilación de 14 propuestas de trabajos de grado o tesis de egresados del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, formulados entre los años 2006 y 2016 acerca de la enseñanza de la estocástica. A partir de estos trabajos, las autoras adaptan y proponen distintas secuencias de actividades de acuerdo con cada una de estas propuestas y las organizan en cinco capítulos referidos a las temáticas propias de la estocástica (estadística descriptiva, análisis exploratorio de los datos, medidas de tendencia central, probabilidad, entre otras) y por cada capítulo los conceptos asociados. En esta organización se encontraron tres actividades que hacen alusión a las MD, sin embargo, se evidencia que estas solamente se centran en la cuantificación de dichas medidas, dejando a un lado su interpretación.

5.3. Repositorio UD

Observando las producciones (trabajos de grado, tesis y libros) relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la estadística del repositorio de la UD se identificó solamente una propuesta, pues, aunque existen otros trabajos que hacen referencia a las MD, estas se utilizan como una herramienta para abordar una problemática o investigación en los programas de ingeniería.

Carvajal (2018) en su propuesta *“Elementos del razonamiento estadístico visibles en los estudiantes de décimo (10°) grado, al desarrollar un proyecto de trabajo estadístico, alrededor de algunas medidas de dispersión”* plantea una secuencia de actividades en las que se utilizan una situación problema (consumo de agua al bañarse) con el fin de recolectar datos respecto a esto, organizarlos en tablas y gráficos, y más adelante realizar comparaciones, teniendo en cuenta algunas variables cualitativas (género, temperatura) y cuantitativas (tiempo que tarda en bañarse).

Al observar el desarrollo del proyecto y las conclusiones que presenta el autor, se evidencia que los estudiantes organizan los datos en tablas o gráficos, realizan comparaciones entre las frecuencias relativas y absolutas, calculan las MTC y las MD. Sin embargo, los estudiantes no asocian las MD con las MTC y no relacionan las MD con el contexto presentado, pues se limitan al uso del algoritmo dejando a un lado la interpretación de estos valores en las conclusiones solicitadas para dar solución al problema.

5.4. Repositorio UN

Observando las producciones (trabajos de grado, tesis y libros) relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la estadística del repositorio de la UN, se identificaron tres propuestas que mencionan el concepto de dispersión y las medidas para cuantificarla las cuales se contemplan en la tabla 4.

Tabla 4. *Propuestas del repositorio de la UN*

Propuesta	Tipo	Autores	Año
<i>Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de la estadística descriptiva a través de situaciones reales en el grado 11°</i>	Trabajo de grado. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.	Castaño	2016
<i>Propuesta de la enseñanza de la estadística a través de la hoja de cálculo de Excel en grado décimo de la IE Santa Elena de El Cerrito, Valle del Cauca</i>	Trabajo de grado. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.	Pineda	2018
<i>Análisis e interpretación de las medidas descriptivas con estudiantes de ciclo V mediante el trabajo por proyectos</i>	Trabajo de grado. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.	Albarracín	2019

Fuente: *Elaboración propia*

En el documento de Castaño (2016) se propone un proyecto para desarrollar con estudiantes de grado once, con el fin de contribuir a la enseñanza de la estadística descriptiva (elaboración de tablas y gráficos, cálculo e interpretación de MTC y MD) a partir del desarrollo de los procesos de modelación, simulación y comparación de la información en torno a una situación real (elección del futuro profesional). En esta propuesta se trabajan las MD por medio del cálculo e interpretación de la varianza y la desviación estándar a partir de la información recolectada en la situación propuesta (costos de estudio de carreras profesionales en universidades públicas y privadas, salarios de profesionales y tasas de empleo); se resalta el uso de preguntas como “¿Qué significa que las medidas de dispersión tomen valores bajos o altos?” que ayudan a los estudiantes a fortalecer la noción de dispersión.

Pineda (2018) en su trabajo propone una guía de aprendizaje en la que se muestra una secuencia de actividades relacionadas con el cálculo e interpretación de las MTC y las MD, utilizando situaciones de carácter académico y social, en donde el estudiante deberá usar la herramienta de Excel para realizar dicha guía. En cuanto a la actividad planteada para abordar las MD, se propone trabajar con el rango y la desviación estándar, y por medio de algunas preguntas se busca que los estudiantes entiendan la relación de las MD con las MTC, así como comprender el comportamiento de un conjunto de datos a partir de ciertas características como lo son la presencia o no de datos atípicos y el valor de la desviación estándar más grande que la media.

Finalmente, Albarracín (2019) presenta una estrategia didáctica basada en proyectos, en la cual se proponen actividades que involucran situaciones contextualizadas a partir de distintos temas que sean de interés para los estudiantes involucrados en la propuesta. A partir de esto, se busca fortalecer el análisis, la interpretación y la comprensión de las MTC, las MD y las ML. Sin embargo, al observar la actividad propuesta sobre las MD se logra evidenciar que en esta se prioriza el cálculo de la varianza y la desviación estándar, dejando a un lado el análisis y la interpretación que se puede realizar de estas medidas en el contexto.

5.5. Estocástica y su didáctica para maestros

En el texto “Estocástica y su didáctica para maestros” Batanero y Godino (2002) presentan dos capítulos (estadística y probabilidad) en los que se plantean aspectos curriculares, recursos didácticos e instrumentos de evaluación enfocados a la enseñanza y el aprendizaje de los objetos abordados en estas áreas. En el capítulo de estadística, respecto a las MD, primero los autores definen brevemente algunas de estas medidas (rango, desviación típica y varianza) y luego proponen una serie de ejercicios con el objetivo de contribuir en la interpretación de estas medidas en el comportamiento de un conjunto de datos. A continuación en la figura 1 se evidencia lo anterior.

Figura 1. Ejemplo 1. Ejercicio propuesto en el texto entorno a las MD.

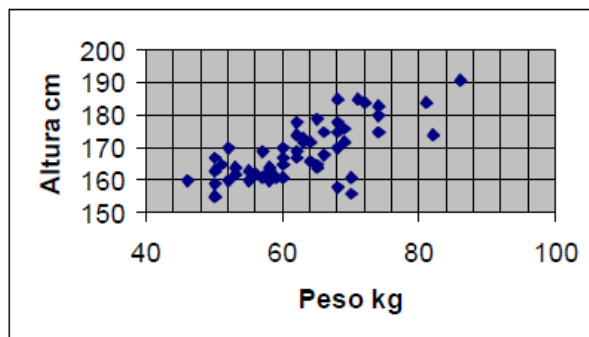
<p>Ejercicios:</p> <p>19. ¿Qué se puede decir sobre el resultado de un examen, si la distribución de las puntuaciones de los alumnos verifican lo siguiente?:</p> <p>a) La desviación típica es cero. b) El rango es grande, pero la desviación típica es pequeña c) El rango es pequeño, pero la desviación típica es grande.</p> <p>20. Inventa un problema referido a calificaciones de matemáticas de un curso cuya media sea aproximadamente 5 y cuya desviación típica sea aproximadamente 2.</p> <p>21. En los exámenes realizados por Lucía, la mediana fue de 8'8, su puntuación media fue de 9'0 y el rango fue 0'8. ¿Cuáles fueron las puntuaciones de los tres exámenes?</p>

Fuente: *Estocástica y su didáctica para maestros*” Batanero y Godino (2002)

Luego se presentan algunas tablas y gráficas, sin embargo, en estas no se logra evidenciar el uso ni la interpretación de las MD. En la figura 2 se presenta un ejemplo de esto

Figura 2. Ejemplo 2. Ejercicio propuesto en el texto entorno a las MD.

3. En este diagrama de dispersión, indica si existe relación entre la altura y el peso. Estima la altura de una persona que pesa 60 kg. ¿Podrías dibujar una recta que sirva para calcular aproximadamente la altura en función del peso?



Fuente: *Estocástica y su didáctica para maestros*” Batanero y Godino (2002)

En esta actividad se propone un enunciado acompañado de un gráfico de dispersión, sin embargo, la pregunta que se realiza no está enfocada al análisis de la variabilidad de los datos.

A manera de cierre, los autores presentan algunas de las características que poseen las MD de las cuales se resalta:

el estudio de una distribución de frecuencias no puede reducirse al de sus promedios, ya que distribuciones con medias o medianas iguales pueden tener distintos grados de variabilidad. Un error frecuente es ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones. (pg. 728)

En la revisión documental realizada, se puede observar que son pocos los trabajos que se enfocan en la enseñanza y aprendizaje del concepto de dispersión, y la mayoría de las propuestas que hacen alusión a este tema, priorizan el algoritmo para calcular las medidas de variabilidad, sin tener en cuenta que estos valores pueden ser analizados e interpretados en un contexto. De igual manera, solamente dos de las propuestas utilizaron alguna herramienta tecnológica para llevar a cabo las actividades propuestas.

6. Referentes conceptuales

En este capítulo se contempla los distintos referentes conceptuales que conforman la propuesta divididos de la siguiente manera: el marco didáctico, el marco de referencia matemático, las relaciones entre la tecnología y la educación matemática, la descripción de un OVA y sus componentes, y finalmente las características del aplicativo exelearning el cual será la herramienta para diseñar el OVA.

6.1. Marco didáctico

En este apartado se presentan algunos errores y dificultades entorno a la enseñanza y el aprendizaje de las MD, así como los componentes para ser estadísticamente culto y los aspectos relacionados con las tareas de aprendizaje y evaluación que conforman el marco didáctico de esta propuesta.

6.1.1 Errores y dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las MD

En la tabla 5 se exponen algunos errores y dificultades que se deben tener en cuenta a la hora de enseñar y aprender el concepto de dispersión y las medidas de variabilidad; estos se encontraron en algunas producciones de distintos autores interesados en realizar su

recopilación. Sin embargo, no se lograron identificar errores y dificultades asociados al coeficiente de variación, tampoco que aludan a la interpretación de estas medidas.

Tabla 5. *Errores y dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las MD*

Autor	Errores y dificultades
Campbell (1974) citado en Batanero et al. (1994)	Error al “Ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones entre dos o más muestras o poblaciones.” p. (7)
Batanero et al. (1994)	Dificultades en el cálculo de la varianza debido a atribuciones algebraicas que no corresponden a las propiedades de tal medida de dispersión.
Del Puerto et al (2007)	<ul style="list-style-type: none"> - Errores en la utilización de algoritmos para el cálculo de la varianza y la desviación estándar. - Dificultades en la diferenciación entre la varianza y la desviación estándar.

Fuente: *Elaboración propia*

6.1.2. Cultura Estadística

El ciudadano común en su vida cotidiana está inmerso en datos, gráficas y tablas estadísticas que se presentan en diferentes contextos, un claro ejemplo es la información que se expone en los noticieros, videojuegos, redes sociales, etc. La formación estadística es esencial para entender el entorno en el que se desempeña, para evaluar críticamente la información estadística relacionada con contextos sociales en los cuales se está inmerso, para la toma de decisiones y, en consecuencia, que se desarrolle una cultura estadística. Con base en lo anterior, la cultura o alfabetización estadística como la define Batanero (2002), es un elemento primordial para los individuos de la sociedad moderna. Es por esta razón que se pretende por medio de la propuesta no solo generar en los estudiantes destrezas entorno al cálculo de alguna MD, sino que además de calcular sea capaz de interpretar los resultados y los utilice para la toma de decisiones en distintos contextos.

No obstante, la idea de cultura estadística ha sido abordada por varios autores, por lo tanto, en la tabla 6 se mostrarán algunas de estas definiciones junto con sus características más relevantes.

Tabla 6. *Definiciones de la cultura estadística presentada por varios autores*

Autor	Definición de cultura estadística
Wallman (1993)	Habilidad de entender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que inundan nuestra vida diaria, unida a la habilidad de apreciar las contribuciones que el razonamiento estadístico puede hacer en público y en privado a las decisiones personales y profesionales.
Watson (1997)	Para ser estadísticamente culto, además de comprender la terminología y lenguaje estadístico básico, se ha de cuestionar y criticar los argumentos o afirmaciones realizadas en diferentes contextos sin fundamento.
Benzi-Zvi y Garfield (2004)	Para ser un ciudadano estadísticamente culto, se requiere tener unos conocimientos de estadística y de aritmética que permitan representar datos y realizar resúmenes o informes en un entorno personal o profesional. Además, éste debe ser capaz de evaluar las consecuencias de las informaciones basadas en datos.
Batanero (2002 citado en Gal, 2002)	a) Capacidad de interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos. b) Capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sean relevantes. (p.2)

Fuente: *Elaboración propia*

Como se observa en las definiciones anteriores, la cultura estadística no está dirigida a un concepto estadístico en específico, sino que ésta se enfoca en el desarrollo de ciertas habilidades, como lo son, interpretar, criticar, evaluar y discutir; para los autores, es necesario que los ciudadanos adquieran dichas destrezas para poder enfrentarse a la información que se presenta en el diario vivir.

A partir de las definiciones mostradas anteriormente, se mencionarán los seis componentes de la cultura estadística propuestos por Contreras y Molina-Portillo (2019) y las habilidades que se desarrollan en cada uno de estos. Es necesario resaltar que para los autores no existe ninguna jerarquía entre los componentes, estos se pueden abordar de manera conjunta en el ciudadano, con el fin de generar la comprensión de la información presentada en diferentes contextos. En consecuencia, dichos componentes consolidan la formación de un ciudadano estadísticamente culto.

Figura 3. Componentes de la cultura estadística.



Fuente: Elaboración propia

El primer componente de la cultura estadística es la “*comprensión, interpretación y argumentación de la información estadística*” la cual la definen Watson y Moritz (2000 citados en Contreras y Molina-Portillo, 2019), como la asimilación de los conceptos estadísticos, la terminología básica estadística y el lenguaje que se presenta en los distintos medios de comunicación. En este mismo sentido, las habilidades lingüísticas juegan un papel importante en el razonamiento que realiza el individuo sobre alguna información estadística. Este componente hace referencia a las capacidades que el individuo debe poseer como leer, interpretar y evaluar la información presentada en diferentes medios y representaciones.

Pero ser estadísticamente culto no solo depende de las capacidades o habilidades mencionadas anteriormente sino también de las emociones, juicios, valores y actitudes que

se deben tener en cuenta para la toma de decisiones; aquí es donde se presenta el segundo componente de la cultura estadística “*Actitud crítica y el cuestionamiento*”, para Walshaw (2007 citado en Contreras y Molina-Portillo, 2019) es aquel componente que permite “a una persona leer el mundo, descubrir las estructuras ocultas y el discurso que constituyen y dan forma a las verdades regulativas de nuestra vida cotidiana” (p. 5). Estas habilidades que menciona como creencias, actitudes y emociones de los individuos, son las más importantes para realizar la evaluación crítica de la información.

Como la mayoría de la información estadística se encuentra en medios de comunicación, redes sociales o bases de datos de fácil acceso, es muy probable que esta se encuentre susceptible a la manipulación o alteración. Por esta razón, es necesario que el individuo sea capaz de identificar cuando una gráfica no representa de manera correcta el conjunto de datos, o cuando lo expuesto verbalmente no corresponde a lo representado en la gráfica, entre otras fallas. Aquí es donde aparece el tercer componente “*Detección de sesgos y errores*”, pues este es el componente donde se espera que el individuo sea capaz de validar la veracidad de la información. Para Cassany (2006 citado en Contreras y Molina-Portillo, 2019) un individuo debe desarrollar las habilidades de “revisar, interpretar, y evaluar materiales escritos, detectando errores y defectos en ellos” (p. 6).

El “*Contexto*” es el cuarto componente de la cultura estadística. Para Gal (2002 citado en Contreras y Molina-Portillo, 2019), el contexto hace referencia a las diversas situaciones de la vida cotidiana en las que el individuo es un consumidor de los datos, puesto que percibe información estadística en los medios de comunicación, los informes laborales, eventos políticos, entre otros.

En todas las situaciones de la vida cotidiana donde se puede consumir información estadística (ya sea por medios de comunicación, redes, juegos, etc.), podemos identificar que mucha de esta se presenta utilizando números, fórmulas, ecuaciones, gráficas, tablas, etc., generando así una conexión entre la estadística y las matemáticas, donde el individuo ya no solo debe tener habilidades lingüísticas para comprender la información sino que debe tener unas habilidades matemáticas para interpretar la información. Esto es lo que busca el quinto componente “*destrezas matemáticas*”.

Por último y no menos importante, está el componente de la “Trasnumeración”; para Wild y Pfannkuch (1999 citados en Contreras y Molina-Portillo, 2019) definen este como el “cambio de representaciones para generar entendimiento” (p. 8), esto responde a las habilidades que debe tener el estudiante para poder pasar de una representación verbal a la gráfica o de una gráfica a una simbólica.

Con base en lo mencionado anteriormente, se busca en este proyecto producir una serie de tareas que permitan a los estudiantes generar conocimiento sobre el concepto de dispersión y las medidas para cuantificarlo, a su vez, formar estudiantes estadísticamente cultos, teniendo en cuenta la definición de cultura estadística tomada por Gal (2002) y en particular los componentes de “*Comprensión, interpretación y argumentación de la información*”, “*contexto*” y “*destrezas matemáticas*”, además de las habilidades mencionadas anteriormente.

6.2. Tarea

Para el desarrollo de esta propuesta resulta importante establecer lo que se entiende por “tarea”, pues a lo largo de la construcción del OVA se implementan distintas tareas enfocadas a la enseñanza y el aprendizaje de la noción de dispersión y algunas medidas para cuantificarla.

Según Gómez et al (2018) una tarea de aprendizaje, tarea matemática escolar o “tarea”, se puede definir como una secuencia estructurada que involucra contenidos matemáticos, y tiene como objetivo que los estudiantes superen sus limitaciones de aprendizaje. A partir de esta idea, Vargas et al (2022) presentan una definición de tarea de aprendizaje, la cual se entiende como “una acción (o acciones) por realizar, que el profesor propone a sus estudiantes con la intención de brindar oportunidades para que logren las expectativas de aprendizaje que ha establecido” (p. 106). En este trabajo se considerará esta definición para hacer referencia a tarea de aprendizaje, que en adelante la denominamos como “tarea”.

6.2.1. Tipos de Tarea

Gómez et al (2018) hacen la distinción entre dos tipos de tarea: tarea de aprendizaje (tarea) y tarea de evaluación, la cual es usada para recopilar datos sobre el desempeño de los

estudiantes, con el fin de determinar sus conocimientos y destrezas ya sea para ajustar la enseñanza de estos o para calificar a los alumnos.

6.2.2. Elementos

Gómez et al (2018) además mencionan una serie de elementos que se deben tener en cuenta a la hora de diseñar una tarea: (1). “los requisitos” indican los conocimientos y destrezas previos que el estudiante debe tener para llevar a cabo la tarea, (2). “las metas” se entienden como el objetivo de aprendizaje que el profesor busca alcanzar con la tarea, (3) “la formulación” se refiere a la instrucción que se le proporciona al estudiante, en esta se contempla información detallada acerca de lo que se espera que el alumno desarrolle y produzca, (4) “los materiales y recursos” se interpretan como cualquier medio que se puede usar para el desarrollo de la tarea; entiéndase este medio como cualquier herramienta que facilita alcanzar el propósito de la tarea (lápiz, hoja, calculadora, software, entre otros), (5) “el agrupamiento” hace referencia a la organización de los estudiantes para desarrollar la tarea; esta puede ser de manera individual o grupal, (6) “la interacción y comunicación en clase” dependen del tipo de agrupamiento que se realice, pues se pueden generar distintas interacciones para resolver la tarea como profesor-estudiante, pareja, grupo pequeño y grupo de clase, finalmente (7) “la temporalidad” alude al tiempo que el estudiante puede tardar en resolver la tarea.

6.3. Marco de referencia Matemático

En este capítulo se muestra el marco de referencia matemático dividido en dos partes. En la primera parte se expone la importancia de utilizar las MD en el análisis de un conjunto de datos, seguido de algunas definiciones respecto al concepto de dispersión. La segunda parte está enfocada en definir y presentar la notación de las distintas MD que se trabajarán en el documento y en el OVA, esto a partir de la revisión de distintos referentes teóricos.

6.3.1. Medidas de Dispersión [MD]

Son muchas las definiciones que a lo largo de los años distintos autores tales como Fisher (1925), Pearson (1938), Batanero y Godino (2002), han proporcionado sobre estadística, pues como comenta Ross (2005) esta definición es muy cambiante; sin embargo, las características más importantes que se pueden resaltar giran en torno a que esta disciplina

es la encargada de la recopilación, el análisis y la interpretación de datos con el fin de extraer ciertas conclusiones.

Uno de los objetos estadísticos más utilizados para caracterizar un conjunto de datos son las Medidas de Tendencia Central, [MTC], pues estas medidas como lo indican Sarmiento y Fernández (2014) “buscan identificar un valor que resuma, represente o caracterice una posición o tendencia particular de un conjunto de datos” (p.87). En especial, una de las medidas más conocida y utilizada, porque su cálculo e interpretación son sencillos, es la media aritmética (\bar{x}); no obstante, existen casos en los que esta medida no caracteriza por completo al conjunto de datos, y tampoco es de utilidad a la hora de tomar ciertas decisiones. A continuación, se muestra un pequeño ejemplo para ilustrar esta idea.

Se tienen dos conjuntos de datos A y B , con $A = \{9,7,5,8\}$ y $B = \{11,2,4,12\}$. Al hallar la media aritmética de cada conjunto de datos se tiene:

Para A

$$\bar{x} = \frac{9 + 7 + 5 + 8}{4} = \frac{29}{4}$$

$$\bar{x} = 7,25$$

Para B

$$\bar{x} = \frac{11 + 2 + 4 + 12}{4} = \frac{29}{4}$$

$$\bar{x} = 7,25$$

Se observa que la media aritmética en ambos conjuntos resulta ser la misma. Por lo tanto, considerando solamente este valor no es posible elegir el conjunto de datos más representativo. Debido a estas limitaciones, se hace necesario utilizar otro(s) objeto(s) estadístico(s) que brinde(n) más información sobre el conjunto de datos para caracterizarlo por completo; uno de estos objetos son las MD. Antes de definir y describir estas medidas, es importante mostrar lo que se entiende por dispersión.

Para Bravo (1991) “la dispersión en un conjunto de datos estadísticos es el esparcimiento, alejamiento, variación o desviación de unos datos respecto a los otros en relación con su valor medio” (p.198). Molina y Rodrigo (2010) por otro lado, mencionan que “el concepto de

dispersión hace referencia al grado en que los datos de una variable son más homogéneos (menor dispersión) o más heterogéneos (mayor dispersión)” (p.1). Por esto, para poder cuantificar este grado de variación, es necesario utilizar las Medidas de Dispersión (MD).

Es cierto que las MD más usadas son el rango, la desviación estándar y la varianza, pero en este trabajo no se considerará el rango, pues este como lo señala Posada (2016) “no ofrece mucha información sobre la variabilidad de los datos, por estar basado solo en los valores extremos” (p.97). En lugar del rango, se incluye el coeficiente de variación, pues esta medida es de gran importancia para realizar comparaciones entre las dispersiones de distintos conjuntos de datos.

6.3.1.1. Varianza

Con el fin de establecer cuál es la definición y la notación que se usará para referirse a esta medida en el documento, se realizó un análisis de las definiciones propuestas para la varianza por distintos autores en algunos libros con el fin de, identificar algunos aspectos como las diferencias y las semejanzas en la definición y en el uso de la notación.

Para Sarmiento y Fernández (2014) “el propósito de la varianza es medir la mayor o menor dispersión de los valores de una distribución de datos respecto a la media aritmética. Cuanto mayor sea la varianza mayor dispersión existirá y por tanto menor representatividad se podrá atribuir a la media aritmética” (p.161). En cuanto a la notación, ellos presentan lo siguiente:

Varianza para datos agrupados:

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i$$

Varianza para datos no agrupados:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Por otro lado, Ross (2005) define la varianza (en particular la varianza muestral) como “la “media” de los cuadrados de las desviaciones a la media muestral” (p.98). La notación que el autor muestra para la varianza muestral es:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

En cuanto a Del Pino (2019) “la varianza mide la dispersión de los valores en torno a la media” (p.16) y, muestra la siguiente notación:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Finalmente, para Posada (2016) “la varianza es una medida de dispersión basada en la diferencia de cada dato con la media aritmética” (p.98). El autor muestra que cuando se tiene la totalidad de los datos de la población (N) y el promedio (μ) la varianza recibe el nombre de *varianza poblacional*, y el parámetro para la varianza lo calcula de la siguiente manera:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$$

De igual manera, Posada (2016) menciona que la *varianza muestral*, tiene como objetivo convertirse en un estimador de la variación para la población; este estimador para la varianza lo calcula de la siguiente manera:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n - 1}$$

Al comparar las definiciones presentadas por los autores, no cabe duda en que la definición presentada por Sarmiento y Fernández (2014) es la más completa. Por lo tanto, en este trabajo se considerará esta definición para hacer referencia a la varianza.

En cuanto a la notación, se logran apreciar varias diferencias; Posada (2016) es el único que distingue la varianza poblacional y la varianza muestral, Ross (2005) solamente utilizó la varianza muestral, dando a entender que la varianza poblacional no se tiene en cuenta. En cuanto a Del Pino (2019), Sarmiento y Fernández (2014) no mencionan en ningún momento la varianza poblacional ni la varianza muestral. Otra disparidad se observa en el uso de la notación s^2 y σ^2 ; tanto Sarmiento y Fernández (2014) como Ross (2005) emplean s^2 , Del Pino (2019) por otro lado usa σ^2 , y Posada (2016) utiliza ambas notaciones para diferenciar la varianza poblacional (σ^2) de la varianza muestral (s^2).

Por último, una de las diferencias más significativas que se logra observar es el uso de N y $n - 1$ para cuantificar la varianza; Ross (2005) y Del Pino (2019) emplean $n - 1$ para

realizar el cálculo, mientras que Sarmiento y Fernández (2014) usan N y, Posada (2016) utiliza N para el cálculo de la varianza poblacional y $n - 1$ para encontrar la varianza muestral. Es importante resaltar que Ross (2005) y Del Pino (2019) no exponen porque es necesario dividir entre $n - 1$, y Posada (2016) presenta una pequeña idea respecto a esto, pero no es del todo clara.

Por otra parte, cabe mencionar que todos los autores coinciden en que es necesario elevar al cuadrado las diferencias de cada dato con la media aritmética (poblacional o muestral en el caso de Posada (2016)); los autores muestran un pequeño párrafo explicando porque resulta importante elevar al cuadrado estas diferencias, sin embargo, las explicaciones no son muy detalladas, pues los autores mencionan que la suma de las diferencias de cada dato respecto a la media aritmética resulta ser cero y por lo tanto, se eleva al cuadrado para que esto no ocurra.

Se puede notar que, al contrastar las notaciones utilizadas por los autores para cuantificar la varianza, es evidente que Posada (2016) considera distintos aspectos que no se pueden ignorar, como por ejemplo tener en cuenta la población y la muestra, para realizar el cálculo de la varianza correctamente. Por lo tanto, en este trabajo se considerarán estas notaciones para hacer referencia al cálculo de la varianza poblacional y de la varianza muestral respectivamente.

No obstante, resulta relevante profundizar en algunos aspectos que son utilizados para calcular dicha varianza, con el fin de entender porque el uso de estos es necesario, como lo son la importancia de hablar de una varianza poblacional y una varianza muestral, el por qué se debe elevar al cuadrado la diferencia entre el dato y la media aritmética y, la razón de dividir entre $n - 1$ cuando se calcula la varianza muestral.

En primer lugar, cuando se hace referencia a la población Fernández et al. (2002) mencionan que esta “es un conjunto de personas, objetos, ideas o acontecimientos que se someten a la observación estadística de una o varias características que comparten sus elementos y que permiten diferenciarlos” (p.20). Sin embargo, son muchas las circunstancias en las que no es posible realizar una observación de estas características a todo el conjunto de datos, por ejemplo, porque la población resulta ser infinita, o bien, porque es finita pero demasiado grande, o simplemente porque no se cuentan con los suficientes recursos para

hacerlo (tiempo y dinero). Por estas razones resulta importante trabajar con una parte significativa de la población, es decir, un subconjunto de la población (muestra). Las ideas antes mencionadas muestran el motivo por el cual es importante realizar la distinción entre la varianza poblacional y la varianza muestral.

En cuanto a la necesidad de elevar al cuadrado las diferencias de cada dato con la media aritmética para el cálculo de la varianza, esta surge porque según Sarmiento y Fernández (2014) una de las propiedades que caracterizan a la media aritmética “es que la suma de las desviaciones de los valores de una variable x , respecto a su media aritmética es cero. Es decir $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$ ” (p.89). Para verificar la afirmación presentada por los autores, se muestra la demostración de esta propiedad:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) &= \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) &= \sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) &= \sum_{i=1}^n x_i - n \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) &= \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) &= 0\end{aligned}$$

Efectivamente, como la propiedad se cumple Del Pino (2019) menciona que

una nueva idea que surge es utilizar un operador que convierta todas las desviaciones en positivas, el valor absoluto. Pero, cuando se trata de calcular la varianza con este operador, surgen algunas dificultades de manipulación, debido a que el valor absoluto no es derivable; por lo tanto, se acude a otro operador que convierta todas las diferencias en positivas, elevar al cuadrado. (p. 113).

Finalmente, para justificar el uso de $n - 1$ para calcular la varianza muestral, Anderson, Sweeney y Williams (2008) mencionan que cuando se está calculando la varianza muestral, en realidad lo que interesa es estimar la varianza poblacional, por esto “es posible demostrar que, si la suma de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media se divide entre $n - 1$, en lugar de entre n , la varianza muestral que se obtiene constituye un estimador insesgado de la varianza poblacional”. (p. 93).

A continuación, se realiza la demostración para mostrar que la varianza muestral es el estimador insesgado de la varianza poblacional:

Sea $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ una muestra aleatoria ³ de una distribución con valor esperado μ y varianza σ^2 . Entonces la varianza muestral, definida por

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

es un estimador insesgado de σ^2 .

Para realizar la demostración, será necesario tener presente la equivalencia de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + (\bar{x})^2) = \sum_{i=1}^n (x_i^2) - 2\bar{x} \sum_{i=1}^n (x_i) + (\bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (1) \\ &= \sum_{i=1}^n (x_i^2) - 2\bar{x} \cdot n \cdot \bar{x} + n \cdot (\bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2) - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2) - n \cdot \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i) \right]^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (x_i^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \end{aligned}$$

Entonces

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

³ Muestra aleatoria: Conjunto de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas

Demostración. Si s^2 es un estimador insesgado de σ^2 entonces $E(s^2) = \sigma^2$

Como $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ es una muestra aleatoria, entonces se trata de un conjunto de variables aleatorias idénticamente distribuidas e independientes. Así:

$$E(x_i) = \mu \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{y} \quad V(x_i) = \sigma^2 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

De la fórmula práctica de calcular la varianza para una variable aleatoria \mathbf{y} se deduce:

$$V(\mathbf{y}) = E(\mathbf{y}^2) - [E(\mathbf{y})]^2 \rightarrow E(\mathbf{y}^2) = V(\mathbf{y}) + [E(\mathbf{y})]^2$$

$$E(s^2) = E\left(\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}\right) = E\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right) = E\left\{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n (x_i^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 \right]\right\}$$

$$E(s^2) = \frac{1}{n-1} \left\{ E \left[\sum_{i=1}^n (x_i^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 \right] \right\} = \frac{1}{n-1} \left[E \left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) \right) - \frac{1}{n} E \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$$

$$(n-1)E(s^2) = \left[\sum_{i=1}^n E(x_i^2) \right] - \frac{1}{n} \left\{ V \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) + \left[E \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \right]^2 \right\}$$

Por independencia de las x_i , la varianza de su suma es la suma de las varianzas:

$$(n-1)E(s^2) = \sum_{i=1}^n [V(x_i) + \{E(x_i)\}^2] - \frac{1}{n} \left\{ \left(\sum_{i=1}^n V(x_i) \right) + \left[\left(\sum_{i=1}^n E(x_i) \right) \right]^2 \right\}$$

$$(n-1)E(s^2) = \left[\sum_{i=1}^n (\sigma^2 + \mu^2) \right] - \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \sigma^2 + \left(\sum_{i=1}^n \mu \right)^2 \right]$$

$$(n-1)E(s^2) = n(\sigma^2 + \mu^2) - \frac{1}{n} [n\sigma^2 + (n\mu)^2]$$

$$(n-1)E(s^2) = n\sigma^2 + n\mu^2 - \frac{1}{n} n\sigma^2 - \frac{1}{n} n^2 \mu^2$$

$$(n-1)E(s^2) = (n-1)\sigma^2 + (n-n)\mu^2$$

$$(n-1)E(s^2) = (n-1)\sigma^2$$

$$E(s^2) = \sigma^2$$

6.3.1.2. Desviación Estándar

Sarmiento y Fernández (2014) comentan que la varianza no se expresa en las mismas unidades que los datos analizados, sino que estas resultan ser unidades elevadas al cuadrado, por lo tanto, esto dificulta la interpretación de esta medida; sin embargo, al hallar la raíz cuadrada de la varianza surge una nueva medida, que como lo menciona Posada (2016) “es considerada la medida de dispersión con mayor representatividad en un conjunto de datos” (p.102), la desviación estándar.

Posada (2016) define la desviación estándar como la raíz cuadrada positiva de la varianza y, para cuantificarla utiliza la siguiente notación:

Para la desviación estándar poblacional:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Para la desviación estándar muestral:

$$s = \sqrt{s^2}$$

En este documento se define y se cuantifica la desviación estándar, poblacional y muestral, utilizando las ideas planteadas por estos autores; no obstante, es importante realizar la siguiente aclaración en cuanto a la notación utilizada para calcular la desviación estándar poblacional y muestral:

Para la desviación estándar poblacional:

$$\sigma = \pm\sqrt{\sigma^2}$$

Para la desviación estándar muestral:

$$s = \pm\sqrt{s^2}$$

6.3.1.3. Coeficiente de Variación

Cuando se desea realizar la comparación y el análisis de la variabilidad de distintos conjuntos de datos, que posean unidades de medida diferentes, es necesario utilizar otra medida de dispersión. Sarmiento y Fernández (2014) la definen como una medida de

dispersión relativa, porque para calcularla es necesario tener en cuenta “el cociente entre una medida de dispersión absoluta (a excepción de la varianza) y una medida de tendencia central” (p.164), esto para que el valor obtenido no dependa de ninguna de las unidades de medida. Teniendo en cuenta esta idea, Sarmiento y Fernández (2014) explican que el coeficiente de variación estará determinado por el cociente entre la desviación estándar y la media y, calculan este coeficiente utilizando la siguiente expresión:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

Sin embargo, así como se mostró en la varianza y en la desviación estándar, es importante considerar la población y la muestra para el cálculo de este coeficiente de variación; por lo tanto, en el documento se usará la siguiente notación:

Para el coeficiente de variación poblacional:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

Para el coeficiente de variación muestral:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

6.4. Tecnología y Educación Matemática

En este capítulo se abordan aspectos relacionados con tecnología y educación, divididos en tres momentos. En el primer momento se presenta la definición de Tecnologías de la Información y la Comunicación [TIC] a partir de algunos autores. En el segundo momento se muestra el papel de las TIC en la educación, en la enseñanza de las matemáticas y en la enseñanza de la estadística.

6.4.1. Tecnologías de la Información y la Comunicación [TIC]

En la actualidad, son muchas las situaciones del diario vivir que involucran el uso de la Tecnologías de la Información y la Comunicación [TIC], sin embargo, es importante entender qué son las TIC, pues muchas veces se relaciona esta definición únicamente al uso de recursos tecnológicos tangibles (celulares, computadoras, tabletas, calculadoras, etc.), dejando de lado otras características que posee este concepto. A continuación, se muestran

algunas definiciones con el fin de realizar esta aclaración, pues con el pasar de los años esta noción ha cambiado:

FUNDESCO (1986) quien inicia con el término TIC, menciona que son un conjunto de tecnologías que permiten la adquisición, producción, almacenamiento, tratamiento, comunicación, registro y presentación de informaciones en forma de voz, imágenes y datos contenidos en señales de naturaleza acústica, óptica o electromagnética.

Para Cobo (2011) las TIC son dispositivos tecnológicos (hardware y software) que permiten editar, producir, almacenar, intercambiar y transmitir datos entre diferentes sistemas de información con protocolos comunes. Integran medios de informática, telecomunicaciones y redes, posibilitan la comunicación y colaboración interpersonal y la multidireccional (uno a muchos o muchos a muchos). Desempeñan un papel sustantivo en la generación, intercambio, difusión, gestión y acceso al conocimiento.

En cuanto a Ávila (2013) define las TIC como

El conjunto de herramientas, soportes y canales desarrollados y sustentados por las tecnologías (telecomunicaciones, informática, programas, computadores e internet) que permiten la adquisición, producción, almacenamiento, tratamiento, comunicación, registro y presentación de informaciones, en forma de voz, imágenes y datos, contenidos en señales de naturaleza acústica, óptica o electromagnética a fin de mejorar la calidad de vida de las personas (p. 222, 223)

En estas tres definiciones se puede observar que la evolución de esta noción ha conservado algunas características esenciales, como que estas tecnologías son un conjunto de herramientas o dispositivos tecnológicos que permiten el almacenamiento, la adquisición, el tratamiento y la comunicación de la información presentada a través de diferentes representaciones (texto, voz, imagen).

6.4.2. TIC en la educación

En estos tiempos de evolución tecnológica, la educación es un factor que no se puede quedar atrás; por esto, surge la necesidad de involucrar las nuevas tecnologías en la educación, sin considerarlas como la solución a todos los problemas de la enseñanza y el

aprendizaje, ni como el reemplazo del docente. Las TIC deben ser utilizadas por el maestro como recursos que lo ayuden a que el aprendizaje sea más dinámico, significativo y atractivo para los estudiantes, con el fin de mejorar la calidad de la educación. Según Pinzón (2017) la integración de las TIC ofrece una gran oportunidad de innovación educativa, que incide en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que facilita la incorporación de conceptos y contenidos, ayuda a resolver problemas y lo más importante, ayuda al estudiante a desarrollar habilidades cognitivas (como la visualización y la exploración), entendidas como el conjunto de destrezas y procesos de la mente que resultan necesarios para realizar una tarea.

A continuación, se mencionan algunas ventajas y desventajas del uso de las TIC según Gutiérrez (1997) son importantes conocer, pues pueden presentarse en el docente o en el estudiante

Tabla 7. *Ventajas y desventajas del uso de las TIC*

Ventajas		Desventajas	
Docente	Estudiante	Docente	Estudiante
Continúa actividad intelectual.		Disminuye la interacción entre docente y alumnos, o entre alumnos y alumnos.	
Desarrollo de habilidades de búsqueda y selección de información.		Cansancio visual y otros problemas físicos.	
Alfabetización digital y audiovisual.		Falta de recursos tecnológicos	
Fácil acceso a mucha información de todo tipo.		Informaciones no fiables.	
Acceso a múltiples recursos educativos y entornos de aprendizaje.		Abuso de las tecnologías.	
Mejora de las competencias de expresión y creatividad.		Estrés.	Ansiedad. Distracción.
	Aprendizaje autónomo.	Recursos educativos con poca potencialidad didáctica	Aprendizajes incompletos y superficiales.
	Aprendizaje cooperativo.	Problemas de mantenimiento de los ordenadores.	

	Interés y motivación.		Riesgo de exposición a contenido inapropiado
Facilitan la evaluación y control del aprendizaje.			
Personalización de los procesos de enseñanza y aprendizaje.			
Actualización profesional.			
Alto grado de interdisciplinariedad.			

Fuente: Tomada y adaptada de Gutiérrez (1997)

6.4.3. TIC en la enseñanza de las matemáticas

Gómez (1997) considera que las TIC juegan distintos papeles en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: por un lado, pueden ser utilizadas por el docente como un medio para generar situaciones didácticas que ayuden al estudiante a producir conocimiento matemático, teniendo en cuenta la complejidad del objeto a enseñar y las dificultades que se puedan presentar por parte de los estudiantes; de igual manera, estas tecnologías pueden ser usadas por los alumnos como un recurso para resolver dichas situaciones, manipulando directamente objetos matemáticos que le permiten construir una visión más amplia y potente de los contenidos y del conocimiento matemático.

Uno de los aportes más significativos de las TIC a la educación matemática, que Gómez (1997) menciona, es la creación de distintas aplicaciones que facilitan el manejo dinámico de múltiples sistemas de representación (simbólico, gráfico, tabular, iónico, etc.), pues estos sistemas son importantes porque ayudan al sujeto a visualizar y comprender de mejor manera un objeto matemático, identificar distintas características de este, y dado el caso, utilizar diferentes sistemas para representar un mismo objeto.

6.4.4. TIC en la enseñanza de la estadística

En la enseñanza de la estadística, son pocas las herramientas tecnológicas que son utilizadas para este fin, en comparación con otras ramas de las matemáticas en las que sí se ha evidenciado con más fuerza el uso de las TIC, como lo son la Geometría y Cálculo. Si bien, existen programas (Excel, calculadoras Casio, GeoGebra, etc.) que ayudan a agilizar los procedimientos para realizar los cálculos de valores característicos (media, mediana, varianza, etc.) de un conjunto de datos, y que permiten representar dichos datos utilizando diferentes sistemas de representación, como las gráficas y las tablas, no se logra observar que estos aplicativos sean utilizados para realizar un análisis e interpretación de algunos conceptos estadísticos.

Según Gómez (1997)

Aunque las tecnologías computacionales revolucionaron la práctica de la estadística, los programas de computador existentes no han llegado aún a ir más allá de simplificar el manejo de los datos. Hacen falta programas que le permitan al sujeto manejar, dentro de nuevos esquemas, la complejidad cuantitativa, la exploración del papel que pueden jugar el análisis de datos, los métodos estadísticos y los modelos probabilísticos, y el análisis de modelos de situaciones reales. (p.102)

Por otro lado, Garzón (2018) presenta una serie de materiales y recursos digitales dirigidos a la enseñanza de la estocástica y que el docente debería implementar en sus clases. Entre estos se encuentra una gran variedad de bases de datos y ciertos applets estadísticos; para cada uno de estos materiales y recursos muestra que pueden ser utilizados desde el primer grado, con el fin de desarrollar distintos conceptos que van desde el uso de distintas medias para el análisis de datos (centralidad, localización y dispersión) hasta el tratamiento de temas como el teorema de Bayes; simultáneamente expone las distintas tareas que se pueden realizar (observar, manipular resolver problemas, desarrollar estrategias) y los procesos que se desarrollan (razonamiento, comunicación, resolución de problemas, modelación y ejercitación de procedimientos) cuando se interactúa con estos materiales y recursos.

No obstante, la autora menciona que, aunque los materiales y recursos son de fácil acceso, su incorporación y uso en el aula es escaso debido a distintos factores: la poca formación del docente en torno a las TIC, el escaso interés del profesor por enseñar estos

temas, esto derivado de la falta de actitud de los estudiantes en sus clases o de la limitación de tiempo para hacerlo, y finalmente el desconocimiento de la existencia de esta variedad de herramientas.

6.5. Objeto Virtual de Aprendizaje [OVA]

Al realizar una revisión en distintos referentes teóricos se logra percibir que no existe una sola definición de OVA, pues según Veytia et al (2019) este es un concepto polisémico que se ha ido enriqueciendo con el paso del tiempo. No obstante, se encontró que la mayoría de los documentos hacen referencia a la definición propuesta por el Ministerio de Educación Nacional [MEN] en el año 2005, la cual es citada en Moreira et al (2021)

Un objeto de aprendizaje es un conjunto de recursos digitales, auto contenible y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: Contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización. El objeto de aprendizaje debe tener una estructura de información externa (metadatos) que facilite su almacenamiento, identificación y recuperación. (p.930)

Este trabajo no será la excepción y también se considerará esta idea para hacer referencia a un OVA. Sin embargo, para el caso del componente de “actividades de aprendizaje” que se contempla en esta definición corresponderá a lo que a lo largo de la propuesta se han denominado tareas de aprendizaje o simplemente “tareas”.

6.5.1. Características

Feria y Zúñiga (2016) para enriquecer la definición presentada por el MEN mencionan algunas características básicas que se deben contemplar a la hora de diseñar un OVA

- **Interactivos:** Responden a diferentes demandas por parte del usuario de forma bidireccional en muchos casos, donde más de un camino es posible para el aprendizaje o utilización de la información.
- **Reutilizables:** Permiten crear un nuevo OVA a partir de él, ya sea para mejorar su contenido o para utilizarlo en otros contextos.
- **Compatibles:** Compatibilidad con otras especificaciones o estándares que permitan su utilización sin inconvenientes técnicos.

- **Estructurados:** Fáciles de utilizar y claros en su presentación (interfaz) para la navegación o exploración por parte del usuario.
- **Multimedia:** Combinan o se componen de varios medios como imagen, sonido o la suma de ambos (video) para presentar la información.
- **Atemporales:** Para que no pierdan vigencia en el tiempo y en los contextos utilizados, es decir, que pueda actualizarse fácilmente.

6.5.2. Componentes

Castañeda (2014) comenta que un OVA adquiere un valor pedagógico cuando se contemplan los siguientes componentes

- **Objetivos:** Expresan de manera explícita lo que el estudiante va a aprender.
- **Contenidos:** Se refiere a los tipos de conocimiento y sus múltiples formas de representarlos, pueden ser: definiciones, explicaciones, artículos, videos, entrevistas, lecturas, opiniones, incluyendo enlaces a otros objetos, fuentes, referencias, etc.
- **Tareas de aprendizaje:** Que guían al estudiante para alcanzar los objetivos propuestos.
- **Evaluación:** Herramienta que permite verificar el aprendizaje logrado. Están en concordancia con los objetivos propuestos y por el tipo de contenido presentado.
- **Elementos de contextualización - Metadatos:** Hacen referencia a los datos que describen el OVA, como título, idioma, versión, información relacionada con los derechos de autor. Esta información permitirá reutilizar el objeto en otros escenarios.

6.5.3. Ventajas y desventajas del uso de los OVA

Cabrera et al (2016) reportan algunas ventajas y desventajas a la hora de trabajar con un OVA las cuales pueden presentarse en el profesor o el estudiante; estas se muestran en las Tablas 8 y 9 respectivamente.

Tabla 8. *Ventajas y desventajas del uso de los OVA para el profesor*

Ventajas	Desventajas
Reutilizables en diferentes contextos educativos y para diferentes alumnos.	Requiere considerable apoyo tecnológico.
Capaz de supervisar el uso de los materiales por los alumnos.	Falta de experiencia en la evaluación de los objetos de aprendizaje.
Estandariza contenidos para un uso extendido.	Puede fomentar la pereza y la desigualdad.
Complementa, apoya o media el proceso de enseñanza.	Falta de capacitación de profesores en el manejo de las TIC y herramientas educativas.

Fuente: Tomada y adaptada de Cabrera et al. (2016)

Tabla 9. *Ventajas y desventajas del uso de los OVA para el estudiante*

Ventajas	Desventajas
La apariencia de los recursos instruccionales promueve la comodidad.	Falta de familiaridad con el proceso de instrucción.
Promueve el aprendizaje autónomo.	Requiere que el alumno desarrolle un nivel de comodidad con el computador como herramienta de instrucción.
Propicia el aprendizaje colaborativo y significativo.	Requiere apoyo tecnológico, internet y TIC
Facilita la comunicación con los profesores y entre pares.	Falta de hábitos de trabajo autónomo y a través de internet.

Fuente: Tomada y adaptada de Cabrera et al. (2016)

6.6. Exelearning

Con el fin de involucrar las TIC en la propuesta, se utilizó la herramienta exelearning para la creación del OVA, este es un programa gratuito de código abierto⁴ en línea el cual combina características de la educación a distancia y la enseñanza presencial. Promueve la creación y difusión de recursos educativos abiertos puesto que, al ser libre y gratuito, permite

⁴ El término "código abierto" se refiere al software cuyo código fuente es accesible y puede ser examinado, modificado y distribuido por cualquier persona.

que cualquier usuario pueda acceder a la herramienta, y pueda crear, modificar y redistribuir contenidos creados con la misma, fomentando el conocimiento compartido.

Figura 4. *Logo exelearning*



Fuente. Tomada del manual de exelearning.

Proporciona a los estudiantes un entorno virtual interactivo para acceder a materiales de aprendizaje, participar en actividades interactivas y colaborar con sus compañeros y profesores. Las principales características del programa son

- **Contenido multimedia:** Contiene varios recursos educativos, como contenidos con texto, imágenes, vídeos, audios, animaciones, recursos web 2.0⁵, presentaciones interactivas, aplicaciones que estén publicadas en Internet y que pueden ser compartidas, entre otros medios que enriquecen el proceso de aprendizaje y lo hacen más dinámico.
- **Personalización:** Permite adaptar el contenido y los distintos recursos digitales según las necesidades de los estudiantes, lo que facilita el aprendizaje autónomo y personalizado.
- **Evaluación en línea:** Proporciona diversas opciones para realizar evaluaciones y exámenes en línea y también generar retroalimentación de estas mismas. Sin embargo, no permite guardar las respuestas de los estudiantes para calificarlos ni para un posterior análisis, a menos que se vincule el recurso creado con algún sistema de gestión de aprendizaje (Moodle, Google Classroom, Blackboard, entre otros).

⁵ El término “Web 2.0” se utiliza para referirse a una nueva generación de sitios web que permiten a las personas colaborar y compartir información en línea de formas que antes no eran posibles.

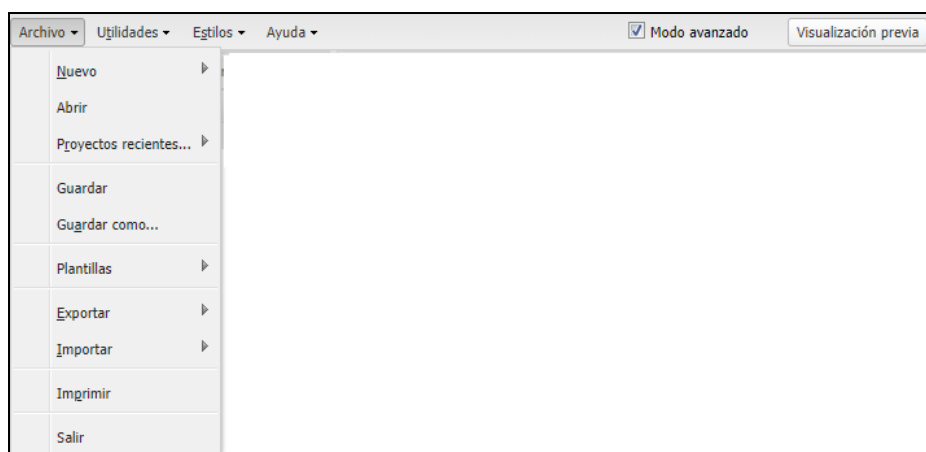
- **Acceso desde cualquier lugar y dispositivo:** Los estudiantes pueden acceder a Excelearning 2.8 desde cualquier dispositivo con conexión a internet, lo que brinda flexibilidad y comodidad en el proceso de aprendizaje.

6.6.1. El entorno de trabajo⁶

A continuación se describen los componentes principales del entorno de trabajo

Menú principal: en esta sección se pueden gestionar los archivos, la impresión, las exportaciones, los estilos, las preferencias de usuario y la ayuda. A la derecha aparece el botón de "Previsualización" y la opción de activar el "Modo avanzado", que mostrará más opciones en los menús.

Figura 5. *Menú principal de exelearning*

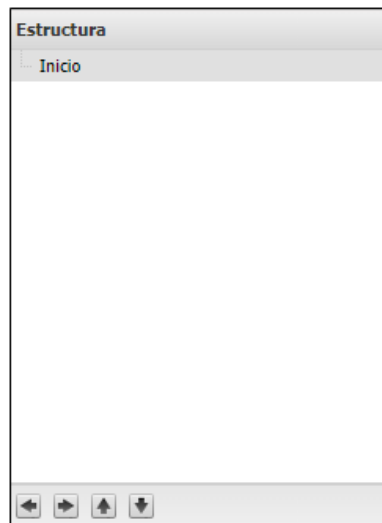


Fuente: Programa exelearning

Estructura: en esta sección se crea el índice de los contenidos de forma jerárquica.

⁶ Tomado de https://descargas.intef.es/cedec/exe_learning/Manuales/manual_exe28/entorno_de_trabajo.html

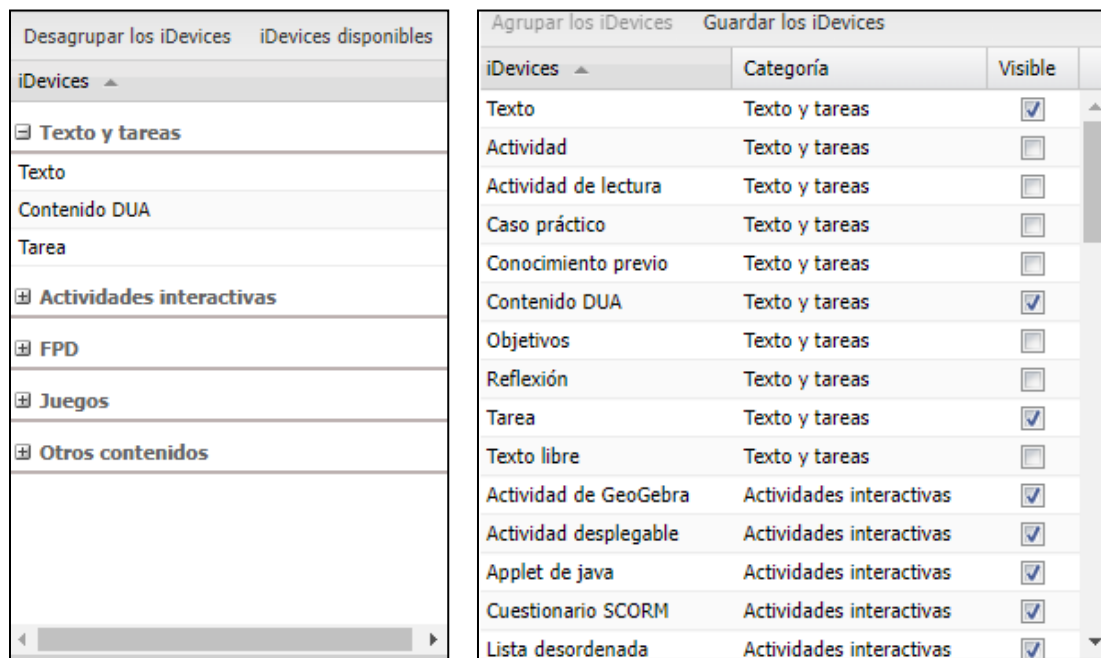
Figura 6. Estructura de exelearning



Fuente: Programa exelearning

iDevices: en este apartado se pueden elegir diferentes elementos ("iDevices") que permiten incluir diversos tipos de contenidos y actividades.

Figura 7. iDevices de exelearning



Fuente: Programa exelearning

Área de trabajo: en esta parte se encuentran dos pestañas: en la pestaña "Contenido" se visualizan los contenidos que se van creando y en "Propiedades" se pueden incluir metadatos referentes a nuestras creaciones.

Figura 8. Área de trabajo exelearning

Fuente: Programa exelearning

6.6.2. Ventajas y desventajas de exelearning

A continuación, se describen algunas de las ventajas y desventajas que se pueden tener en cuenta al utilizar exelearning en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Tabla 10. Ventajas y desventajas de exelearning

Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> • Flexibilidad horaria: Los estudiantes pueden acceder al material de aprendizaje y realizar actividades en su propio horario, lo que les brinda mayor autonomía y les permite adaptar el aprendizaje a sus necesidades y responsabilidades. • Acceso a recursos variados: La plataforma ofrece varios recursos multimedia y herramientas interactivas que enriquecen el proceso de aprendizaje y facilitan la comprensión de los conceptos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Dependencia de la conectividad: El acceso a exelearning 2.8 requiere una conexión a Internet estable, por lo que los estudiantes pueden experimentar limitaciones si no tienen acceso constante a una conexión. • Uso de recursos tecnológicos tangibles que permitan el acceso a exelearning: Tablet, computador, celular entre otros, por lo que los estudiantes pueden experimentar limitaciones si no tienen acceso algunos de estos. • Requiere autodisciplina: El aprendizaje en línea requiere que los estudiantes

<ul style="list-style-type: none">• Comunicación y colaboración: Los estudiantes pueden interactuar con sus compañeros y profesores, lo que fomenta la colaboración y el intercambio de ideas.• Retroalimentación inmediata: Los estudiantes reciben retroalimentación instantánea en las actividades y evaluaciones, lo que les permite identificar rápidamente sus fortalezas y áreas de mejora.	<p>sean responsables y auto disciplinados para cumplir con los plazos y mantenerse motivados sin la supervisión constante de un profesor.</p>
---	---

Fuente: Tomada y adaptada del manual de exelearning

7. Diseño del OVA

Para la elaboración del OVA se contemplaron dos momentos. En un primer momento se presenta el diseño de las tareas que se pueden realizar en el OVA. Luego se muestra la estructura del OVA y se describe en detalle sus componentes.

7.1. Diseño de tareas

Llevando a cabo la revisión de las propuestas que se presentan para la enseñanza y el aprendizaje de las medidas de dispersión, se logra identificar que en estas se limitan al cálculo y el uso de fórmulas; como lo mencionan Loosen et al (1985) "aunque los estudiantes saben calcular la desviación, no entienden su significado". Por lo anterior, para la construcción del OVA se proponen tres secuencias de tareas que permiten contribuir no solamente a la cuantificación de dichas medidas, sino también a comprender por qué, para qué y en qué situaciones resulta importante realizar esto.

A continuación, se describen cada una de las tareas contempladas en las secuencias mencionadas anteriormente; para esto se utilizarán los siete elementos que Gómez et al. (2018) proponen y se describieron en la sección 6.2.2. Sin embargo, se contempla un octavo elemento que hará referencia al componente de la cultura estadística, el cual se pretende potenciar en el desarrollo de cada una de las tareas. Con el fin de no reiterar en cada una de las tareas algunos elementos, se procede a mencionar aquellos que se repiten en cada una de las secuencias:

- **Materiales y recursos:** Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA).
- **Agrupamiento:** Individual.
- **Interacción y comunicación:** Estudiante y OVA.
- **Temporalidad:** Diez minutos para cada tarea; sin embargo, es susceptible a cambios.

Finalmente, se realiza un análisis a priori en cada tarea propuesta, en el que se exponen tanto las respuestas correctas como las posibles, que se podrían presentar por parte de los estudiantes para dar solución a la tarea abordada.

7.1.1 Secuencia de Tareas 1

En la primera secuencia se presentan cuatro tareas con las que se espera que el estudiante reconozca la noción de la dispersión utilizando diferentes tipos de representaciones, puesto que según Duval (2004) el reconocer las distintas representaciones semióticas, en este caso el lenguaje común y los esquemas gráficos, ayudan a comprender un concepto. Cabe aclarar que se involucraron los dos tipos de tarea que se describieron en el apartado 6.2.1, tarea de aprendizaje y de evaluación.

7.1.1.1 Tareas 1 y 2. Tareas de Aprendizaje

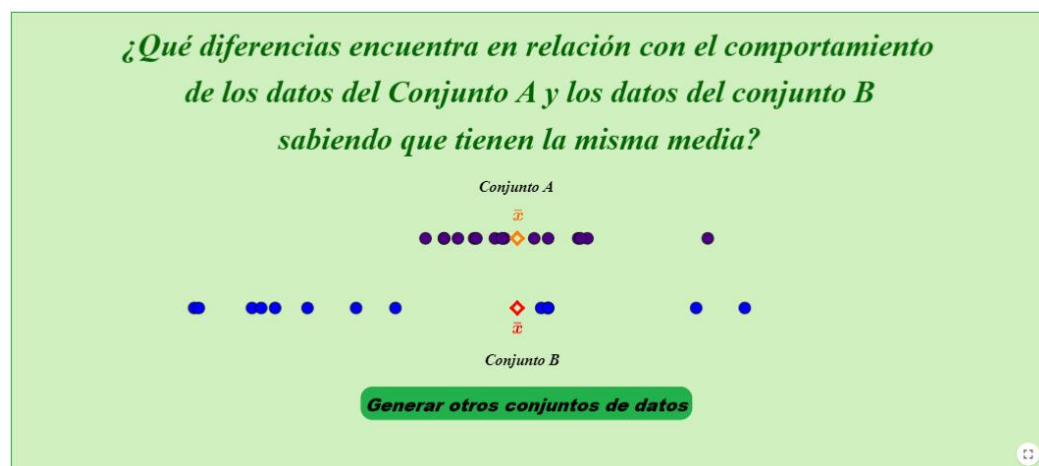
En este apartado se presenta la descripción de las tareas 1 y 2 teniendo en cuenta los ocho elementos mencionados anteriormente. No obstante, solamente se mostrarán tres de los elementos que no se contemplaron en la sección 7.1, que son los que comparten ambas tareas (requisitos, metas y componente de la cultura estadística). Luego se describirán para cada tarea la formulación (cuarto elemento) seguido de su respectivo análisis a priori.

- **Requisitos:** Medidas de tendencia central (media).
- **Meta:** Al finalizar la tarea los estudiantes estarán en capacidad de comparar dos conjuntos de datos e identificar cuál de estos presenta mayor o menor dispersión, utilizando expresiones de su cotidianidad (cerca, lejos, juntos, separados).
- **Componente de la cultura estadística:** Comprensión, Interpretación y Argumentación de la información.
- **Formulación Tarea 1:**

A continuación, se presentan dos conjuntos de datos:

- I. Los datos del conjunto A se representarán con puntos morados y su media de color naranja.
- II. Los datos del conjunto B se representarán con puntos azules y su media de color rojo

Figura 9. Tarea 1 de la secuencia 1 del OVA



Fuente: Elaboración propia

7.1.1.1.1 Análisis a priori Tarea 1

Tabla 11. Análisis a priori tarea 1 de la secuencia 1 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
¿Qué diferencias encuentra en relación con el comportamiento de los datos del Conjunto A y los datos del conjunto B, sabiendo que ambos conjuntos tienen la misma media?	Se espera que los estudiantes comparen los dos conjuntos representados y utilicen frases clave como “ <i>los puntos del conjunto A siempre están más cerca (más agrupados, más juntos) a la media que los puntos del conjunto B</i> ”; “ <i>el conjunto B siempre tiene los puntos más alejados (más lejos, más separados, menos agrupados) a la media que los puntos del conjunto A</i> ”; “ <i>puntos del conjunto A menos dispersos que los puntos del conjunto B</i> ”; “ <i>puntos del conjunto B más dispersos que los puntos del conjunto A</i> ”.	<ul style="list-style-type: none"> - No sabe. - No se entiende la pregunta. - No se entiende el gráfico. - No saben que es la media. - Datos mayores y menores a la media. - Los puntos son consecutivos. - Conceptos asociados a la geometría. - Características de los puntos (color, tamaño y forma) - Alguna de las expresiones que se consideraron en el apartado de las “respuestas esperadas”.

Fuente: Elaboración propia

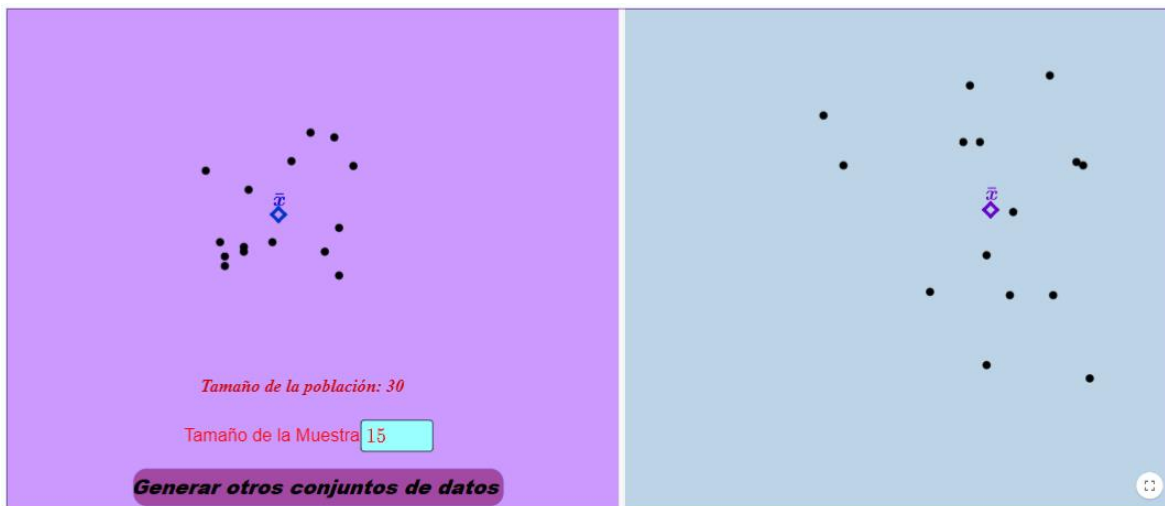
- **Formulación Tarea 2:**

A continuación, se presentan dos conjuntos de datos en el plano:

- I. Los datos del conjunto A (conjunto izquierdo) se representarán con puntos negros, y el punto azul será la media del conjunto.
- II. Los datos del conjunto B (conjunto derecho) se representarán con puntos negros, y el punto morado será la media del conjunto.

Nota: Cambie el tamaño de la muestra de los conjuntos ingresando el valor en el rectángulo azul y luego haga clic en el botón generar otro conjunto de datos. Repita el ejercicio las veces que considere necesario.

Figura 10. Tarea 2 de la secuencia 1 del OVA



Fuente: Elaboración propia

7.1.1.1.2 Análisis a priori Tarea 2

Tabla 12. Análisis a priori tarea 2 de la secuencia 1 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
Teniendo lo anterior en cuenta responda: ¿Qué diferencias encuentra en la relación con el comportamiento de	Se espera que los estudiantes comparen los dos conjuntos representados y utilicen algunas frases clave como “los puntos del conjunto A siempre están más cerca (más agrupados, más juntos)	<ul style="list-style-type: none"> - No sabe. - No se entiende la pregunta. - No se entiende el gráfico. - No saben que es la media. - Datos superiores e inferiores a la media.

<p>los datos del Conjunto A y los datos del Conjunto B, teniendo en cuenta su respectiva media en cada uno de los conjuntos?</p>	<p><i>a la media que los puntos del conjunto B”; “el conjunto B siempre tiene los puntos más alejados (más lejos, más separados, menos agrupados) a la media que los puntos del conjunto A”; “puntos del conjunto A menos dispersos que los puntos del conjunto B”; “puntos del conjunto B más dispersos que los puntos del conjunto A”.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Cuando la muestra es muy pequeña no se puede determinar diferencias en el comportamiento de los conjuntos. - Conceptos asociados a la geometría. - Características de los puntos (color, tamaño y forma) - Alguna de las expresiones que se consideraron en el apartado de las “respuestas esperadas”.
--	--	---

Fuente: Elaboración propia

7.1.1.2. Tarea 3 y 4. Tareas de Evaluación

Al igual que en las tareas anteriores, a continuación se realiza la descripción de los elementos que no se contemplaron en la sección 7.1 y que comparten ambas tareas (requisito, componente de la cultura estadística). Luego se presenta la meta, la formulación y el análisis a priori de cada tarea.

- **Requisitos:** Tareas 1 y 2
- **Componente de la cultura estadística:** Comprensión, Interpretación y Argumentación de la información.
- **Meta Tarea 3:** Se busca que los estudiantes definan con sus propias palabras el concepto de dispersión, utilizando para esto expresiones de su cotidianidad (cerca, lejos, juntos, separados) que se refieran al comportamiento entre los puntos o bien, entre los puntos y la media del conjunto de datos.
- **Formulación Tarea 3:**

De acuerdo con sus respuestas anteriores y a la concepción que usted generó por medio de la manipulación de los aplicativos responda con sus propias palabras:

Figura 11. Tarea 3 de la secuencia 1 del OVA

The screenshot shows a Google Classroom assignment interface. At the top, the title is "¿Qué es dispersión?". Below the title, the user's email "ovamediasdedispersion@gmail.com" is visible with a "Cambiar cuenta" link. A status bar indicates "No compartido". A red asterisk note states "* Indica que la pregunta es obligatoria". The assignment contains two questions, each with a "Tu respuesta" input field:

- Question 1: "Nombre completo *" with a "Tu respuesta" field below it.
- Question 2: "Describa para usted ¿Qué es la dispersión? *" with a "Tu respuesta" field below it.

Fuente: Elaboración propia

7.1.1.2.1. Análisis a priori Tarea 3

Tabla 13. Análisis a priori tarea 3 de la secuencia 1 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
Describa para usted ¿Qué es la dispersión? *	<p>La dispersión es cuando se puede comparar dos conjuntos de datos y tomar la decisión sobre en cuál de los conjuntos los datos están más “cerca”, “lejos”, “juntos”, “separados” entre ellos.</p> <p>La dispersión es cuando se puede comparar dos conjuntos de datos y tomar la decisión sobre en cuál de los conjuntos los datos están más “cerca”, “lejos”, “juntos”, “separados” a la media.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - No sabe. - No se entiende la pregunta. - La dispersión es cuando hay datos superiores e inferiores a la media. - El estudiante solo contempla que pueda suceder únicamente uno de los comportamientos estar

	<p>La dispersión es cuando los datos están más “cerca”, “lejos”, “juntos”, “separados” entre ellos.</p> <p>La dispersión es cuando los datos están más “cerca”, “lejos”, “juntos”, “separados” a la media.</p>	<p>cerca o lejos de los otros datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - El estudiante solo contempla que pueda suceder únicamente uno de los comportamientos estar cerca o lejos de la media. - Alguna de las expresiones que se consideraron en el apartado de las “respuestas esperadas”.
--	--	---

Fuente: Elaboración propia

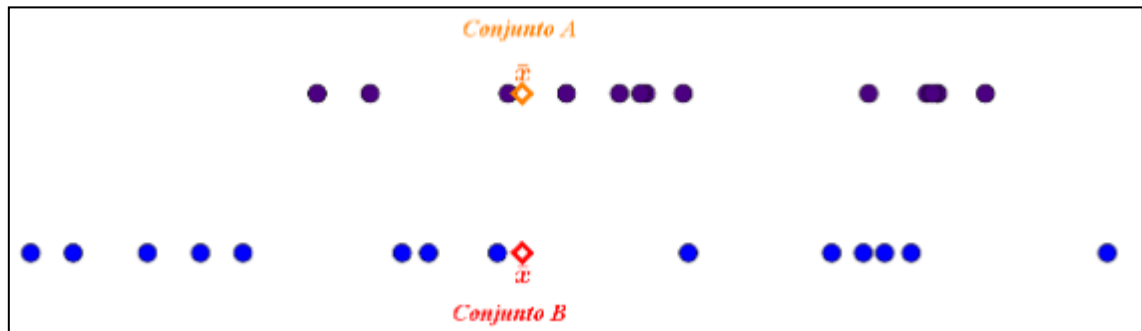
- **Meta Tarea 4:** Se pretende que los estudiantes comparen dos conjuntos de datos y tomen la decisión sobre cual conjunto presenta mayor o menor dispersión dependiendo de la instrucción propuesta.

En esta tarea se proponen 8 preguntas de selección múltiple con única respuesta donde se pregunta en cada caso cual conjunto presenta mayor o menor dispersión. Sin embargo, tanto para la formulación como para el análisis se presentan solo dos ejemplos.

- **Formulación Tarea 4:**

Ejemplo 1: Seleccione el conjunto **MÁS** disperso, teniendo en cuenta que, el promedio de ambos conjuntos es **igual**.

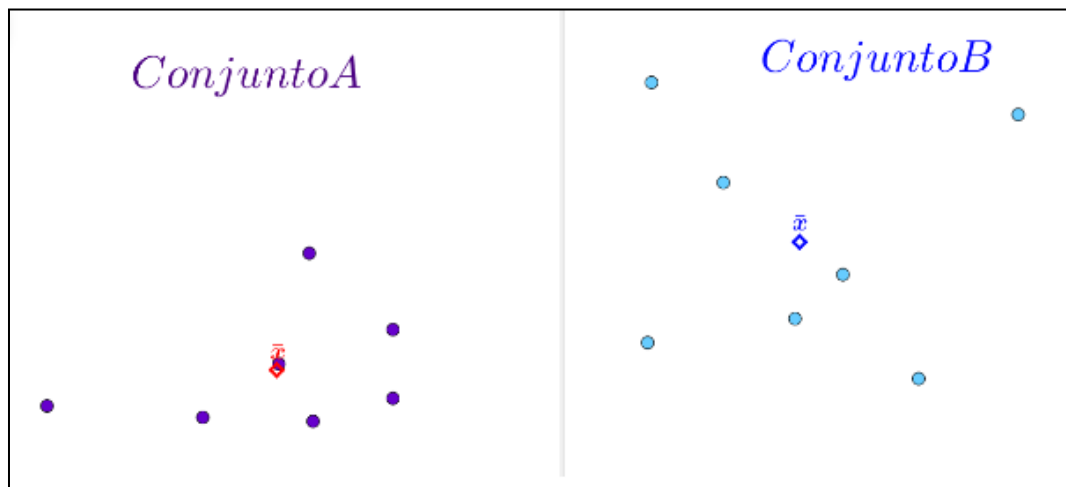
Figura 12. Ejemplo 1 de la tarea 4 de la secuencia 1 del OVA



Fuente: Elaboración propia

Ejemplo 2: Seleccione el conjunto **MÁS** disperso.

Figura 13. Ejemplo 2 de la tarea 4 de la secuencia 1 del OVA



Fuente: Elaboración propia

7.1.1.2.2. Análisis a priori Tarea 4

Tabla 14. Análisis a priori tarea 4 de la secuencia 1 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
Ejemplo 1: Seleccione el conjunto MÁS disperso, teniendo en cuenta que, el promedio de ambos conjuntos es igual .	Respuesta correcta - Conjunto B	- Conjunto A - Conjunto B
Ejemplo 2:	Respuesta correcta	- Conjunto A

Seleccione el conjunto MENOS disperso, teniendo en cuenta que, el promedio de ambos conjuntos es igual .	- Conjunto A	- Conjunto B
--	--------------	--------------

Fuente: Elaboración propia

7.1.2. Secuencia de Tareas 2

En la segunda secuencia se exponen tres tareas de aprendizaje, las cuales se centran en reconocer las MD (varianza, desviación estándar y coeficiente de variación) que a lo largo del OVA se utilizarán; en cada tarea se involucra un contexto en el que se presentan datos estadísticos y simultáneamente, temas de interés para el estudiante como lo son la música y los videojuegos, pues según Schoenfeld (2014)

Los problemas en un contexto bien diseñado tienen el potencial de motivar a los estudiantes y de proporcionarles información relevante que pueda reducir la complejidad del problema. Además, el contexto puede servir como un marco que permita a los estudiantes hacer conexiones entre la matemática que están aprendiendo y su propio mundo. (p. 181).

7.1.2.1. Tareas 1. Tarea de Aprendizaje

A continuación, se presenta la descripción de la tarea teniendo en cuenta los ocho elementos mencionados anteriormente. Sin embargo, solamente se mostrarán los cuatro elementos que no se contemplaron en la sección 7.1, luego se realizará su respectivo análisis a priori.

- **Requisitos:** Secuencia 1
- **Meta:** Reconocer la fórmula de la varianza (promedio de las diferencias entre cada dato y la media elevadas al cuadrado) y aplicarla para cuantificar la dispersión existente en un conjunto de datos.
- **Componente de la cultura estadística:** Contexto y destrezas matemáticas.
- **Formulación:** Miguel es un aficionado del rock y todos los días escucha canciones de este género musical. Su reproductor de música decide mostrarle la cantidad de

canciones que ha escuchado en el último mes y las respectivas bandas a las que pertenecen estas.

Tabla 15. Datos formulación Tarea 1 secuencia 2

Arctic Monkeys	Queen	Metallica	Soda Stereo	Muse
22	8	25	20	23

Fuente. Elaboración propia

Calcule la varianza de la cantidad de canciones escuchadas por Miguel.

- a) 36,24 canciones²
- b) 19,6 canciones
- c) 19,6 canciones²
- d) 36,24 canciones

7.1.2.1.1. Análisis a priori Tarea 1

Tabla 16. Análisis a priori tarea 1 de la secuencia 2 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
¿Cuál es la varianza de canciones escuchadas por Miguel?	La varianza de las canciones escuchadas por Miguel es: - 36,24 canciones ²	- Calcula la media 19,6 canciones - Expresa las unidades elevadas al cuadrado de la media 19,6 canciones ² - No expresa las unidades de la varianza al cuadrado 36,24 canciones. - No se entiende la pregunta.

Fuente: Elaboración propia

7.1.2.2. Tarea 2. Tarea de Aprendizaje

A continuación, se presenta la descripción de la tarea teniendo en cuenta los ocho elementos mencionados anteriormente. Sin embargo, solamente se mostrarán los cuatro elementos que no se contemplaron en la sección 7.1, luego se realizará su respectivo análisis a priori.

- **Requisitos:** Tarea 1 de la secuencia 2.
- **Meta:** Reconocer la fórmula de la desviación estándar (raíz cuadrada de la varianza) y aplicarla para cuantificar la dispersión existente en dos conjuntos de datos, para decidir sobre qué conjunto se encuentra más disperso de su media, y así interpretar su funcionalidad en un contexto.
- **Componente de la cultura estadística:** Contexto, destrezas matemáticas, comprensión, interpretación y argumentación de la información estadística.
- **Formulación:** God of War y The Last of Us son dos de los videojuegos más populares de la consola PlayStation 4. Ambos juegos tuvieron un gran número de ventas en el año 2018. Por tal razón, se quiere comparar las ventas realizadas alrededor del mundo en las últimas 10 semanas de su estreno para evaluar la variabilidad en las ventas de ambos juegos.

Tabla 17. Datos formulación Tarea 2 secuencia 2

Ventas de los videojuegos en millones de copias

God of War	The Last of Us
2,1	2,8
1,9	1,7
2,5	2,7
2,3	1,8
2	2,9
2,2	1,7
2,4	2,7
2,1	1,8
2,3	1,9
2	1,8

Fuente. Elaboración propia

7.1.2.2.1. Análisis a priori Tarea 2

Tabla 18. Análisis a priori tarea 2 de la secuencia 2 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
----------	--------------------	---------------------

<p>¿Cuál juego tuvo mayor variabilidad en sus ventas?</p> <p>¿por qué?</p>	<p>The Last of Us con una desviación estándar de</p> $\sigma = 0,491$ <p>Por qué al comparar los valores de las desviaciones de las ventas de los dos juegos se puede evidenciar que las ventas The Last of Us presenta una mayor dispersión que God of War</p>	<p>- Ambos juegos presentan la misma variabilidad porque su media es la misma</p> $\bar{x}_{god} = 2,18 \text{ y } \bar{x}_{last} = 2,18$ <p>- God of War con una desviación estándar de</p> $\sigma = 0,183$
--	---	---

Fuente: Elaboración propia

7.1.2.3. Tarea 3. Tarea de Aprendizaje

Para finalizar la secuencia, se presenta la descripción de la tercera tarea teniendo en cuenta los ocho elementos mencionados anteriormente. Sin embargo, solamente se mostrarán los cuatro elementos que no se contemplaron en la sección 7.1, luego se realizará su respectivo análisis a priori.

- **Requisitos:** Tarea 2 de la secuencia 2.
- **Meta:** Reconocer la fórmula del coeficiente de variación (cociente entre la desviación estándar sobre el promedio) y aplicarla para comparar la dispersión entre dos conjuntos de datos que presentan diferentes unidades de medida y así decidir sobre qué conjunto presenta una menor variabilidad.
- **Componente de la cultura estadística:** Contexto, destrezas matemáticas y comprensión, interpretación y argumentación de la información estadística.
- **Formulación:** Un Climatólogo decide comparar el clima de Egipto y Canadá durante el año 2020. Encontró que las temperaturas de Egipto se distribuyen con una media de $\bar{x} = 68,5^{\circ}\text{F}$ y una desviación estándar de $\sigma = 10,17^{\circ}\text{F}$; por su parte las temperaturas de Canadá se distribuyen con una media de $\bar{x} = 17,7^{\circ}\text{C}$ y una desviación estándar de $\sigma = 6^{\circ}\text{C}$.

7.1.2.3.1. Análisis a priori Tarea 3

Tabla 19. Análisis a priori tarea 3 de la secuencia 2 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
<p>¿Cuál es el país que presenta menores cambios en sus temperaturas? Explique su respuesta.</p>	<p>Egipto con un coeficiente de variación de $CV = 15\%$ Porque al comparar los coeficientes de variación que presenta cada país se logra evidenciar que Egipto presenta menor variabilidad en sus datos que Canadá.</p>	<p>Canadá con un coeficiente de variación de $CV = 34\%$ Comparan los conjuntos de datos sin importar que tengan distintas unidades (usan la media o la desviación estándar)</p>

Fuente: Elaboración propia

7.1.3. Secuencia de Tareas 3

Para la secuencia final, se presentan cinco tareas de evaluación en las que se busca que el estudiante ponga a prueba sus conocimientos sobre el uso y la interpretación de las medidas de dispersión; al igual que en la segunda secuencia, se involucran contextos de interés para los estudiantes como lo son superhéroes y los deportes.

En este apartado se presenta la descripción de las cinco tareas teniendo en cuenta los ocho elementos mencionados anteriormente. No obstante, solamente se mostrarán tres de los elementos que no se contemplaron en la sección 7.1, que son los que comparten ambas tareas (requisitos, metas y componente de la cultura estadística). Luego se describirán para cada tarea la formulación (cuarto elemento) y su respectivo análisis a priori.

- **Requisitos:** Secuencia de tareas 2.
- **Meta:** Reconocer el contexto y las situaciones que se presentan e identificar cuál de las medidas de dispersión les permite cuantificar la variabilidad de los datos y lograr tomar una decisión para dar respuesta a la tarea.
- **Componente de la cultura estadística:** Contexto, destrezas matemáticas y comprensión, interpretación y argumentación de la información estadística.

7.1.3.1. Tarea 1. Tarea de Evaluación

- **Formulación:** Dos sucursales de la tienda “Kwik-E-Mart” ubicadas en Nueva York y Londres respectivamente, decidieron comparar las ventas realizadas en la semana de navidad del año 2022 y obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 20. Datos formulación Tarea 1 secuencia 3

Ventas en Nueva York (en dólares)	Ventas en Londres (en euros)
\$ 1000	€ 800
\$ 1200	€ 900
\$ 900	€ 700
\$ 1100	€ 1000
\$ 950	€ 850

Fuente: *Elaboración propia*

7.1.3.1.1. Análisis a priori Tarea 1

Tabla 21. Análisis a priori tarea 1 de la secuencia 3 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
¿Cuál de las dos ventas presentó mayores cambios en sus ventas? Explique su respuesta.	Londres (euro) con un coeficiente de variación de $CV = 11,8 \%$ Porque al comparar los coeficientes de variación que presenta cada sucursal se logra evidenciar que las de Londres presenta mayor variabilidad en sus datos que New York.	Nueva York (dólares) con un coeficiente de variación de $CV = 10,45\%$ Comparan los conjuntos de datos sin importar que tengan distintas unidades (usan la media o la desviación estándar)

Fuente: *Elaboración propia*

7.1.3.2. Tarea 2. Tarea de Evaluación

- **Formulación:** Manchester City y Manchester United son dos equipos de fútbol con una larga historia de rivalidad en la Premier League, considerada la máxima competición de fútbol en Inglaterra. Ambos equipos han competido en la liga durante

varios años y ahora quieren comparar su rendimiento en términos de los últimos goles que han anotado a lo largo de los años. A continuación, se presentan los datos:

Tabla 22. Datos formulación tarea 2 secuencia 3

Manchester City	25	24	27	24	26	25	27	22
Manchester United	20	30	21	23	25	24	27	30

Fuente. Elaboración propia.

7.1.3.2.1. Análisis a priori Tarea 2

Tabla 23. Análisis a priori tarea 2 de la secuencia 3 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
¿Cuál de los dos equipos es más constante en su desempeño? Explique su respuesta.	Manchester City con una desviación estándar de $\sigma = 1,581$ Por qué al comparar los valores de las desviaciones de los goles de los dos equipos se puede evidenciar que Manchester City presenta una menor dispersión que Manchester United	- Ambos equipos tienen el mismo comportamiento porque su media es la misma $\bar{x}_{MC} = 25$ y $\bar{x}_{MU} = 25$ - Manchester United con una desviación estándar de $\sigma = 3,536$

Fuente: Elaboración propia

7.1.3.3. Tarea 3. Tarea de Evaluación

- **Formulación:** En la semana de estreno de la película “Spider-Man: No Way Home” se registraron los siguientes ingresos (en dólares) obtenidos en una hora, en uno de los cines en los que se proyectó la película:

Tabla 24. Datos formulación tarea 3 secuencia 3.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
\$350	\$1200	\$1000	\$700	\$1800	\$2500	\$2000

Fuente. Elaboración propia

7.1.3.3.1 Análisis a priori Tarea 3

Tabla 25. Análisis a priori tarea 3 de la secuencia 3 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
Calcule la varianza de los ingresos del cine en esa semana de estreno.	La varianza de los ingresos en la semana de estreno fue de: $\sigma^2 = 501938,776 \text{ dolares}^2$	<ul style="list-style-type: none"> - Calcula la media $\bar{x} = 1363,286$ - Calcula la desviación estándar $\sigma = 708,4763$ - No coloca las unidades de la varianza elevadas al cuadrado 501938,776 dolares. - No se entiende la pregunta.

Fuente: Elaboración propia

7.1.3.4. Tarea 4. Tarea de Evaluación

- **Formulación:** El científico Rick Sánchez decide investigar dos características de los superhéroes más reconocidos del universo Marvel y de los comics DC, con el fin de realizar comparaciones entre estas dos cualidades. A continuación, se presentan los datos:

Tabla 26. Datos formulación tarea 4 secuencia 3.

Superhéroe	Peso (en kg)	Superhéroe	Altura (en cm)
Superman	101	Superman	191
Iron Man	193	Iron Man	198
Batman	95	Batman	188
Capitán América	108	Capitán América	188
Mujer Maravilla	74	Mujer Maravilla	183
Black Widow	59	Black Widow	170
Thor	290	Thor	198
Aquaman	146	Aquaman	185
Flash	52	Flash	157
Spider-Man	74	Spider-Man	178

Fuente. Elaboración propia

7.1.3.4.1. Análisis a priori Tarea 4

Tabla 27. Análisis a priori tarea 4 de la secuencia 3 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
Se desea seleccionar la característica de los superhéroes que presente menores cambios. ¿Cuál de las dos seleccionarías?	<p>Altura con un coeficiente de variación de</p> <p style="text-align: center;">$CV = 6,45 \%$</p> <p>Porque al comparar los coeficientes de variación que presenta cada característica de los super héroes se logra evidenciar que las alturas presentan menor variabilidad que la de los pesos.</p>	<p>Peso con un coeficiente de variación de</p> <p style="text-align: center;">$CV = 58,5\%$</p> <p>Comparan los conjuntos de datos sin importar que tengan distintas unidades (usan la media o la desviación estándar)</p>

Fuente: Elaboración propia

7.1.3.5. Tarea 5 Tarea de Evaluación

- Formulación:** El Ministerio de Educación Nacional quiere comparar el desempeño de dos de los mejores colegios del país en las pruebas ICFES del año 2022 con el fin de identificar quien ocupó un mejor puesto a nivel nacional. Para esto, se analizaron los puntajes obtenidos por los estudiantes de ambos colegios.

Tabla 28. Datos formulación tarea 5 secuencia 3.

Colegio A	410	445	420	480	390	470	420	440	350	450	425	445	430	410
Colegio B	420	385	400	410	435	460	440	410	420	450	430	395	470	455

Fuente: Elaboración propia

7.1.3.5.1. Análisis a priori Tarea 5

Tabla 29. Análisis a priori tarea 5 de la secuencia 3 del OVA.

Pregunta	Respuesta esperada	Posibles respuestas
----------	--------------------	---------------------

<p>¿Cuál obtuvo mejores resultados? Explique su respuesta.</p>	<p>El colegio B con una desviación estándar en sus datos de $Cv = 24,908$ puntos</p> <p>Por qué al comparar los valores de las desviaciones de los resultados de los dos colegios se puede evidenciar que el colegio B presenta una menor dispersión que Colegio A.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Ambos colegios tienen el mismo comportamiento porque su media es la misma - $\bar{x}_{CA} = 427,5$ y $\bar{x}_{CB} = 427,14$ - Colegio A con una desviación estándar de $\sigma = 31,609$
--	--	--

Fuente: Elaboración propia

7.2. Estructura del OVA

En este capítulo se presentan las secciones que conforman el OVA construido. Para esto se consideraron los componentes que el recurso debe poseer para que obtenga un valor pedagógico, los cuales se mencionaron en el apartado 7.2; además se utilizaron las diferentes “IDevices” que el aplicativo exelearning brinda para construir los diferentes contenidos planeados para contribuir a la enseñanza y el aprendizaje de la noción de dispersión y sus medidas para cuantificarla.

Elementos de contextualización: En la sección de inicio del OVA que se muestra en la figura 13 se incluyó información básica que describe el recurso, como el título, los autores, el tipo de recurso y el área de conocimiento. No obstante, se utilizó el apartado de los metadatos que ofrece exelearning para ampliar la información, tal y como se muestra en la figura 14.

Figura 14. Sección inicio OVA



Fuente: Elaboración propia.

Figura 15. Otros metadatos que se incluyeron

Metadatos Dublin Core	
Título:	Objeto Virtual de Aprendizaje como medio para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Medidas de Dispersión.
Creador:	Duván García y Valentina Sánchez
Tema:	Concepto de dispersión, Medidas de dispersión (varianza, desviación estándar y coeficiente de variación)
Descripción:	En este recurso se encontrarán distintas tareas y materiales de apoyo que giran en torno a la comprensión de la noción de dispersión y a la cuantificación e interpretación de ciertas medidas de variabilidad (varianza, desviación estándar y coeficiente de variación).
Editor:	Valentina Sánchez y Duván García
Colaboradores:	Santiago Cardozo Fajardo
Fecha:	2022-10-03
Tipo:	Objeto Virtual de Aprendizaje
Formato:	Web Site
Identificador:	4a7d755e-34a5-410a-a7d4-601881136623
Fuente:	
Idioma:	Español
Relación:	
Cobertura:	
Derechos:	Duvan García y Valentina Sánchez

Fuente: Elaboración propia.

Objetivos: En la sección del OVA nombrada de esta manera se contemplaron los distintos objetivos que se querían lograr al desarrollar el recurso.

Figura 16. *Objetivos OVA*

menú

Objetivos

- Generar la noción de dispersión por medio de distintas tareas.
- Calcular e interpretar las medidas de dispersión a partir de la solución de ciertas tareas que presentan distintos contextos de interés para el estudiante.
- Promover los componentes de la cultura estadística de la comprensión, interpretación y argumentación de la información, las destrezas matemáticas y el contexto a lo largo de las secuencias de tareas propuestas.

Haga clic en la "Tarea 1" o en el botón de siguiente para iniciar.

Licencia: dominio público

Fuente: Elaboración propia.

Contenido y tareas de aprendizaje: Para construir estos dos componentes se dividió el OVA en dos secciones: Para la primera sección se presenta la secuencia 1 de tareas de aprendizaje, conformadas por las tareas 1,2 y 3; seguido de esto se incluye un video de apoyo, con el fin de formalizar el contenido abordado a lo largo de la secuencia.

Figura 17. *Tarea 1 de la primera sección del OVA*

tarea 1

A continuación, se presentan dos conjunto de datos:

- Los datos del conjunto A se representarán con puntos morados y su media de color naranja.
- Los datos del conjunto B se representarán con puntos azules y su media de color rojo.

¿Qué diferencias encuentra en relación con el comportamiento de los datos del Conjunto A y los datos del conjunto B sabiendo que tienen la misma media?

Conjunto A

Conjunto B

Generar otros conjuntos de datos

Responde la siguiente pregunta:

Tarea 1

¿Qué diferencias encuentra en relación con el comportamiento de los datos del Conjunto A y los datos del conjunto B, sabiendo que ambos conjuntos tienen la misma media?

Tu respuesta

Ahora regrese a la tarea de Sesión 1 y haga clic en el botón "Generar otro conjunto de datos" y observe si lo que respondió ocurre también en el nuevo conjunto de datos. Repite el ejercicio las veces que considere necesario y responda nuevamente el formulario si identifica alguna novedad.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 18. Tarea 2 de la primera sección del OVA

menú

Tarea 2

A continuación, se presentan dos conjuntos de datos en el plano:

- Los datos del conjunto A (conjunto izquierdo) se representarán con puntos negros, y el punto azul será la media del conjunto.
- Los datos del conjunto B (conjunto derecho) se representarán con puntos negros, y el punto morado será la media del conjunto.

Teniendo lo anterior en cuenta responde:

- ¿Qué diferencias encuentras en relación con el comportamiento de los datos del Conjunto A y los datos del conjunto B, teniendo en cuenta su respectiva media en cada uno de los conjuntos?

Nota: Cambie el tamaño de la muestra de los conjuntos ingresando el valor en el rectángulo azul y luego haga clic en el botón generar otro conjunto de datos. Repita el ejercicio las veces que considere necesario.

Estudio de la población: JP
Tamaño de la Muestra: 15
Generar otros conjuntos de datos

Compare el comportamiento de los dos conjuntos y responda la siguiente pregunta:

Tarea 2

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

¿Qué diferencias encuentras en relación con el comportamiento de los datos del Conjunto A y los datos del conjunto B, teniendo en cuenta su respectiva media en cada uno de los conjuntos? *

Tu respuesta

Enviar Borrar formulario

Forma entre corchetes el medio de Formulario de Google
Google Formulario Google no está en línea para este contenido

Fuente: Elaboración propia.

Figura 19. Tarea 3 de la primera sección del OVA

menú

Tarea 3

Las tareas 1 y 2 pretenden generar la noción de dispersión. De acuerdo a sus respuestas anteriores y a la concepción que usted generó por medio de la manipulación de los aplicativos responda con sus propias palabras:

¿Qué es dispersión?

[Acceder a Google para guardar el progreso. Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

Describe para usted ¿Qué es la dispersión? *

Tu respuesta

Enviar Borrar formulario

Fuente: Elaboración propia.

Figura 20. Video de la primera sección del OVA



Fuente: Elaboración propia.

En la segunda sección denominada “medidas de dispersión” se muestra en primer lugar diapositivas realizadas en PowerPoint que tienen como objetivo explicar a los estudiantes para qué son utilizadas estas medidas y cuáles son las que se trabajan a lo largo del OVA.

Figura 21. Presentación medidas de dispersión segunda sección del OVA



Fuente: Elaboración propia.

Seguido de esto, en el inicio de cada una de las secciones de “varianza”, “desviación estándar” y “coeficiente de variación” se muestran videos en los que se explica para qué es utilizada cada medida, la fórmula para calcularla y un pequeño ejemplo.

Figura 22. Video de la varianza de la segunda sección del OVA



Fuente: Elaboración propia.

Figura 23. Video de la Desviación Estándar de la segunda sección del OVA



Fuente: Elaboración propia.

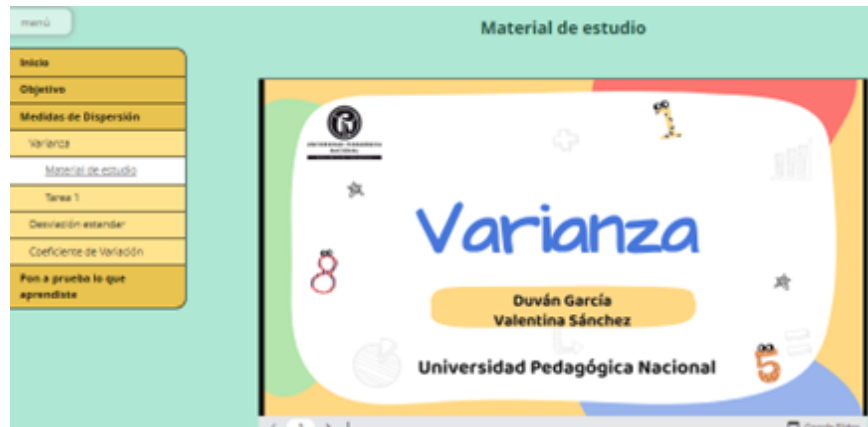
Figura 24. Video del coeficiente de variación.



Fuente: Elaboración propia.

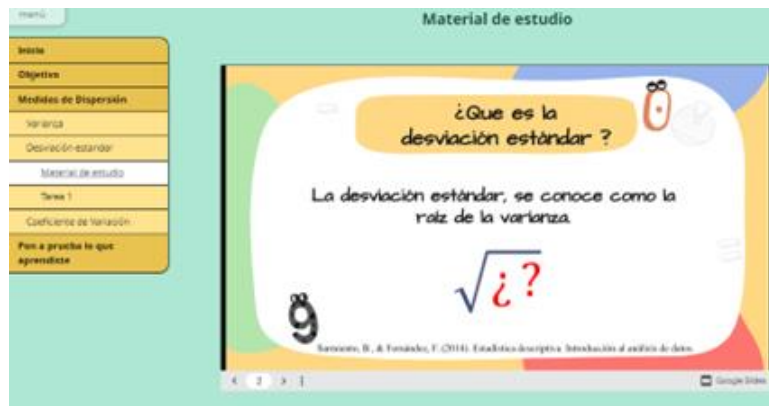
Luego en las secciones denominadas “material de estudio” se presentan diapositivas elaboradas en PowerPoint que resumen la información presentada en los videos.

Figura 25. Presentación de la varianza.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 26. Presentación de la desviación estándar.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 27. Presentación del coeficiente de variación.



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente en los apartados denominados “tarea 1” se presentan las tareas de aprendizaje acordes a cada una de las medidas de dispersión presentadas. Cabe resaltar que luego de constestar la tarea se muestra si el estudiante contesta de manera correcta o no; en el caso en que sea incorrecto, el alumno debe hacer clic en un link que lo redirige a la retroalimentación de la tarea para que observe la manera en que se debía resolver (ver las retroalimentaciones en anexos).

Figura 28. Tarea de aprendizaje de la varianza.

Tarea 1

Miguel es un aficionado del rock y todos los días escucha canciones de este género musical. Su reproductor de música decide mostrarle la cantidad de canciones que ha escuchado en el último mes y las respectivas bandas a las que pertenecen estas.

Arctic Monkeys	Queen	Metallica	Soda Stereo	Muse
22	8	25	20	23

Calcule la varianza de la cantidad de canciones escuchadas por Miguel.

Tarea 1
Varianza

[Acceder a Google para guardar el progreso. Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

¿Cuál es la varianza de la cantidad de canciones escuchadas por Miguel? *

$19,6 \text{ canciones}^2$

$36,24 \text{ canciones}$

Opción 1

Opción 2

$19,6 \text{ canciones}$

$36,24 \text{ canciones}^2$

Opción 3

Opción 4

Enviar [Borrar formulario](#)

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 29. Retroalimentación tarea de aprendizaje de la varianza.

Retroalimentación

Tarea 1

¿Cuál es la varianza de la cantidad de canciones escuchadas por Miguel?

Para calcular la varianza de un conjunto de datos es necesario primero conocer su media.

Arctic Monkeys	Queen	Metallica	Soda Stereo	Muse
22	8	25	20	23

Ahora para calcular la varianza debemos recordar la formula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Haciendo uso de la formula tenemos

Media	19,6
Varianza	36,24

Recordando que la unidades de la varianza quedan elevadas al cuadrado tendríamos

POR ESTE MOTIVO LA RESPUESTA CORRECTA ES 36,24 CANCIONES²

Fuente: Elaboración propia.


Figura 30. Tarea de aprendizaje de la desviación estándar.

menú

- Inicio
- Objetivo
- Medidas de Dispersión
- Varianza
- Desviación estandar
- Material de estudio
- Tarea 1
- Coefficiente de Variación
- Pon a prueba lo que aprendiste

Tarea 1

God of War y The Last of Us son dos de los videojuegos más populares de la consola PlayStation 4. Ambos juegos tuvieron un gran número de ventas en el año 2018. Por tal razón, se quiere comparar las ventas realizadas alrededor del mundo en las últimas 10 semanas de su estreno para evaluar la variabilidad en las ventas de ambos juegos.



Ventas de los videojuegos en millones de copias										
God of War	2,1	1,9	2,5	2,3	2,0	2,2	2,4	2,1	2,3	2,0
The Last of Us	2,8	1,7	2,7	1,8	2,9	1,7	2,7	1,8	1,9	1,8

Con base en los datos, responde la pregunta que se presenta en el formulario

Tarea 1

Desviación Estándar

[Acceder a Google](#) para guardar el progreso. [Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

¿Cuál juego presentó mayores cambios en sus ventas? *

God of War

The Last of Us

Ambos juegos presentan la misma variabilidad en sus ventas

Explique su respuesta *

Tu respuesta

Enviar Borrar formulario

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

Google Formularios Google no creó ni aprobó este contenido.

Fuente: Elaboración propia.



Figura 31. Tarea de aprendizaje del coeficiente de variación.

menú

- Inicio
- Objetivo
- Medidas de Dispersión
 - Varianza
 - Desviación estandar
 - Coefficiente de Variación
 - Material de estudio
- Tarea 1
- Pon a prueba lo que aprendiste

Tarea 1

Un Climatólogo decide comparar el clima de Egipto y Canadá durante el año 2020. Encontró que las temperatura de Egipto se distribuyen con una media de $68,5^{\circ}\text{F}$ y una desviación estándar de $10,17^{\circ}\text{F}$; por su parte, las temperaturas de Canadá se distribuyen con una media de $17,7^{\circ}\text{C}$ y una desviación estándar de 6°C .

Con base en los datos presentados, responda la pregunta del formulario

¿Cuál es el país que presenta menores cambios en sus temperaturas? *

Egipto

Canadá

La variación de temperaturas en Egipto y Canadá es igual

Explique su respuesta. *

Tu respuesta

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

Google Formularios Google no creó ni aprobó este contenido.

Fuente: Elaboración propia.

Evaluación: En este espacio el estudiante pone a prueba los conocimientos desarrollados en las tareas de aprendizaje propuestas. En la primera evaluación denominada “pon a prueba tus conocimientos” el alumno debe observar detenidamente cada una de las imágenes que se le presentan y comparar ambos conjuntos e identificar características y diferencias de estos, con el fin de tomar una decisión dependiendo de lo que se le solicite en cada pregunta.

Figura 32. Primera evaluación.

Evaluemos lo aprendido

Noción de dispersión

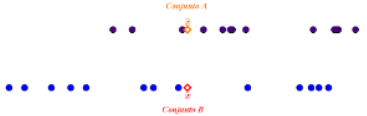
[Acceder a Google](#) para guardar el progreso. [Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

Seleccione el conjunto **MÁS** disperso, teniendo en cuenta que, el promedio de ambos conjuntos es **igual** *




Conjunto A


Conjunto B

Seleccione el conjunto **MÁS** disperso *

Conjunto A



Conjunto B




Conjunto A


Conjunto B

Seleccione el conjunto **MENOS** disperso *

Conjunto A



Conjunto B



Conjunto A

Conjunto B

Fuente: Elaboración propia.

Para la segunda evaluación denominada “pon a prueba lo que aprendiste” se presentan cinco tareas en las que el estudiante deberá identificar qué tipo de medida de dispersión utilizar para calcular la variabilidad de cada conjunto de datos y en el caso en que sea necesario tomar una decisión respecto a lo que se le pregunta, esto con base en los conocimientos adquiridos en el desarrollo de la segunda sección.

Figura 33. Segunda evaluación.

menú

Inicio

Objetivo

Medidas de Dispersión

Pon a prueba lo que aprendiste

Tarea 1

Tarea 2

Tarea 3

Tarea 4

Tarea 5

Pon a prueba lo que aprendiste

En el último apartado encontrarán cinco tareas finales que pondrán a prueba sus conocimientos. En cada tarea debe decidir qué medidas de dispersión utilizar y, explicar su respuesta. Lea con atención y tome el tiempo que considere necesario para solucionar cada una.

Muchos éxitos.

Haga clic en "Tarea 1" para iniciar.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 34. Tarea 1 de la segunda evaluación.

menú

Inicio

Objetivo

Medidas de Dispersión

Pon a prueba lo que aprendiste

Tarea 1

Tarea 2

Tarea 3

Tarea 4

Tarea 5

Tarea 1

Dos sucursales de la tienda "Kwik-E-Mart" ubicadas en Nueva York y Londres respectivamente, decidieron comparar las ventas realizadas en la semana de navidad del año 2022 y obtuvieron los siguientes datos:

Ventas de Nueva York (en dólares)	Ventas de Londres (en euros)
\$ 1000	€ 800
\$ 1200	€ 900
\$ 900	€ 700
\$ 1800	€ 1000
\$ 950	€ 850

Con base en los datos presentados, responda la pregunta del formulario

Evaluemos lo aprendido

Tarea 1

Acceder a Google para guardar el progreso. Más información

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

¿Cuál de las dos sucursales presentó mayores cambios en sus ventas? *

Nueva York

Londres

El comportamiento de las ventas en ambas sucursales es igual

Explique su respuesta. *

Tu respuesta

Enviar

Enviar formulario

Haz clic en las contraseñas a través de Formularios de Google.

Google Formularios Google no crea ni aprueba este contenido.

Licencia: dominio público

Fuente: Elaboración propia.

Figura 35. Tarea 2 de la segunda evaluación.

menú

- Inicio
- Objetivo
- Medidas de Dispersión
- Pon a prueba lo que aprendiste
- Tarea 1
- Tarea 2
- Tarea 3
- Tarea 4
- Tarea 5

Tarea 2

Manchester City y Manchester United son dos equipos de fútbol con una larga historia de rivalidad en la Premier League, considerada la máxima competición de fútbol en Inglaterra. Ambos equipos han competido en la liga durante varios años y ahora quieren comparar su rendimiento en términos de los últimos goles que han anotado a lo largo de los años. A continuación se presentan los datos

Manchester City	25	24	27	24	26	25	27	22
Manchester United	20	30	21	23	25	24	27	30

Con base en los datos presentados, responda la pregunta del formulario

Evaluemos lo aprendido

Tarea 2

[Acceder a Google para guardar el progreso. Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

¿Cuál de los dos equipos es más constante en su desempeño? *

Ambos equipos tienen el mismo desempeño
 Manchester City
 Manchester United

Explique su respuesta. *

Tu respuesta

Enviar
Borrar formulario

Fuente: Elaboración propia.

Figura 36. Tarea 3 de la segunda evaluación.

menú

- Inicio
- Objetivo
- Medidas de Dispersión
- Pon a prueba lo que aprendiste
- Tarea 1
- Tarea 2
- Tarea 3
- Tarea 4
- Tarea 5

Tarea 3

En la semana de estreno de la película "Spider-Man: No Way Home" se registraron los siguientes ingresos (en dólares) obtenidos en una hora, en uno de los cines en los que se proyectó la película

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
\$350	\$1200	\$1000	\$700	\$1800	\$2500	\$2000

Calcule la varianza de los ingresos del cine en esa semana de estreno.

Evaluemos lo aprendido

Tarea 3

[Acceder a Google para guardar el progreso. Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

¿Cuál es la varianza de los ingresos del cine en esa semana de estreno? *

1,364 dolares

Opción 1

1,364 dolares²

Opción 2

501938,776 dolares

Opción 3

501938,776 dolares²

Opción 4

Enviar
Borrar formulario

Fuente: Elaboración propia.


Figura 37. Tarea 4 de la segunda evaluación.

menú

- Inicio
- Objetivo
- Medidas de Dispersión
- Pon a prueba lo que aprendiste
- Tarea 1
- Tarea 2
- Tarea 3
- Tarea 4**
- Tarea 5

Tarea 4

El científico Rick Sánchez decide investigar dos características de los superhéroes más reconocidos del universo Marvel y de los comics DC, con el fin de realizar comparaciones entre estas dos cualidades. A continuación se presentan los datos



Superhéroe	Peso (en kg)	Superhéroe	Altura (en cm)
Superman	211	Superman	231
Iron Man	245	Iron Man	267
Batman	144	Batman	223
Capitán América	156	Capitán América	227
Mujer Maravilla	104	Mujer Maravilla	104
Black Widow	105	Black Widow	103
Thor	245	Thor	250
Aquaman	136	Aquaman	199
Flash	107	Flash	183
Ant-Man	124	Ant-Man	119

El científico desea seleccionar la característica de los superhéroes que presente menores cambios. ¿Cuál de las dos características debería seleccionar? ¿Por qué?

Evaluemos lo aprendido

Tarea 4

[Acceder a Google para guardar el progreso. Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

El científico desea seleccionar la característica de los superhéroes que presente menores cambios. ¿Cuál de las dos características debería seleccionar? *

Peso

Altura

Los cambios asociados a ambas características son iguales

Explique su respuesta. *

Tu respuesta

Enviar
Borrar formulario

Fuente: Elaboración propia.


Figura 38. Tarea 5 de la segunda evaluación.

menú

- Inicio
- Objetivo
- Medidas de Dispersión
- Pon a prueba lo que aprendiste
- Tarea 1
- Tarea 2
- Tarea 3
- Tarea 4
- Tarea 5**

Tarea 5

El Ministerio de Educación Nacional quiere comparar el desempeño de dos de los mejores colegios del país en las pruebas Saber 11° del año 2022 con el fin de identificar quién obtuvo mejores resultados a nivel nacional. Para esto, se analizaron los puntajes obtenidos por los estudiantes de ambos colegios



Colegio A	410	445	420	480	390	470	420	440	350	450	425	445	430	410
Colegio B	420	385	400	410	435	460	440	410	420	450	430	395	470	455

¿Cuál colegio tuvo mejores resultados? Explique su respuesta.

Evaluemos lo aprendido

Tarea 5

[Acceder a Google para guardar el progreso. Más información](#)

* Indica que la pregunta es obligatoria

Nombre completo *

Tu respuesta

¿Qué colegio obtuvo mejores resultados? *

Colegio A

Colegio B

Los dos colegios obtuvieron los mismos resultados

Explique su respuesta. *

Tu respuesta

Enviar
Borrar formulario

Fuente: Elaboración propia.

Para visualizar en detalle los componentes que conforman el OVA se sugiere ingresar al siguiente enlace: https://vlrjxs7ijqsbmemuwt4zsa.on.driv.tw/OVA_final_MD/

8. Análisis de actuación

En este capítulo se muestra el análisis de actuación a partir de la puesta en práctica del OVA, el cual se divide en dos momentos. En un primer momento se realiza una breve descripción de las instituciones y el tipo de muestra con la cual se realizó la implementación, así como algunos aspectos relevantes que sucedieron en la experiencia. Luego, en el segundo momento se expone el análisis respecto a las respuestas obtenidos por parte de los estudiantes en cada una de las tareas realizadas.

8.1. Experiencia en aula

Con el fin de llevar a la práctica el OVA diseñado se realizó la experiencia en aula con dos instituciones educativas: Gimnasio Moderno Santa Margarita e Isabel II. A continuación se realizará una breve descripción de cada institución, la muestra con la que se trabajó y de algunas particularidades de la intervención realizada en ambos colegios.

El colegio Gimnasio Moderno Santa Margarita es una institución educativa mixta de carácter privado, la cual se encuentra ubicada en el barrio San Francisco de la localidad de Ciudad Bolívar (localidad 12) y ofrece educación en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media académica en una única jornada. Las instalaciones del colegio cuentan con dos bloques de salones y cada aula cuenta con un televisor, tablero, marcadores, borrador de tablero, puestos individuales y un escritorio para el docente. También tiene un laboratorio de química y una sala de informática con alrededor de treinta y cinco computadores de mesa, todos con conexión a internet.

Para la intervención se contó con la participación del grado 11° conformado por 19 estudiantes en un rango de edad entre los 16 y 18 años; se utilizó solamente una hora y veinte minutos del último espacio de la jornada escolar por lo tanto algunos estudiantes se encontraban cansados, con pereza y sueño. Antes de presentarles el OVA a los alumnos se indagó sobre sus conocimientos respecto a las medidas de dispersión y las respuestas que se obtuvieron fueron que eran “la moda, la media y la mediana”.

En cuanto a la puesta en práctica del OVA cada estudiante lo abordó a su propio ritmo, pues todos contaban con los materiales para hacerlo (computador de la sala de informática y audífonos); no obstante algunos estudiantes no visualizaron por completo los videos ni las

presentaciones, esto porque el tiempo para abordar en su totalidad el OVA era limitado y priorizaron realizar las tareas, pero se dieron cuenta que algunas de sus respuestas no eran correctas, esto porque no observaron el material y omitieron información importante que les servía para contestar cada tarea de forma correcta.

Por otro lado, el colegio Isabel II es una institución pública de carácter oficial que se encuentra ubicada en la avenida Américas cerca de la plaza de mercado de Corabastos, en la localidad de Kennedy (localidad 8). La jornada académica se desarrolla de lunes a viernes, jornada mañana con horario de 6:00 a.m. a 12:00 p.m. y jornada de la tarde con horario de 12:00 p.m. a 06:30 p.m. Es una institución de educación media, maneja calendario A y el año académico se divide en cuatro periodos. Las instalaciones del colegio cuentan con algunos salones equipados con televisor y en algunos casos especiales un tablero inteligente, cada aula cuenta con tablero, marcadores, borrador de tablero, puestos individuales y un escritorio para el docente. También tiene dos salas de informática una con treinta y dos portátiles y la otra con veintisiete computadores de mesa, la mayoría con conexión a internet.

Para la intervención se contó con la participación del grado 1001, el cual está conformado por 34 estudiantes que se encuentran en un rango de edad entre los 15 y 18 años. En general, los estudiantes presentan un comportamiento aceptable durante la clase, son juiciosos durante el trabajo individual como en el grupal y participan activamente sin temor a equivocarse, el bloque que se tenía para el desarrollo de la actividad era el del espacio académico que queda antes de salir al descanso, por lo tanto, algunos estudiantes se encontraban inquietos, con ganas de comer su refrigerio, con pereza y ganas de salir al descanso.

Antes de presentarles el OVA a los alumnos se indagó sobre sus conocimientos respecto a la dispersión y las respuestas que se obtuvieron fueron que era “la separación de ondas, separación de algo, algo que se esparce” entre otras respuestas. No obstante, a la hora de preguntarles si conocían las medidas de dispersión no se obtuvo respuesta.

En cuanto a la aplicación del OVA se contó con una hora y cincuenta minutos, donde en las tres primeras tareas de la primera secuencia cada estudiante las abordó a su propio ritmo, algunos las realizaron más rápidos que otros, sin embargo, la instrucción era no continuar hasta que se les permitiera hacerlo, esto para poder proyectar el primer video y

asegurar que todos lo vieran y escucharan, puesto que no todos los estudiantes contaban con audífonos. Luego de terminar el video sí podían responder la cuarta tarea para finalizar la secuencia 1. Para la secuencia 2 se repitió el proceso descrito anteriormente, los estudiantes debían poner atención al tablero inteligente para visualizar los videos y responder las tareas que se les proponían.

Sin embargo, para la secuencia 3 no se alcanzó a realizar en el tiempo que se contaba, por lo tanto, se les dejó a los estudiantes como tarea culminar el OVA, lo cual solo 4 estudiantes realizaron. Por último, es importante mencionar que muchos de los estudiantes omitieron la recomendación de revisar la retroalimentación que tenía cada tarea, solo se limitaron a responder la tarea sin preocuparse por el resultado.

8.2. Análisis de resultados

A continuación, se procede a realizar el análisis de las respuestas logradas por los estudiantes. Para esto, se proponen ciertas categorías en cada una de las tareas, que atienden al uso del concepto de dispersión (secuencia de tareas 1) o de las medidas de dispersión (secuencia de tareas 2 y 3); luego se contempla el número de respuestas que hacen parte de cada una de estas y finalmente, se presenta el análisis del cumplimiento de las metas propuestas en cada tarea.

8.2.1. Secuencia 1

Para las tareas 1 y 2 de la primera secuencia se contempló que la meta planteada para ambas tareas era igual, por lo tanto, se propusieron las mismas categorías para realizar su análisis. Las categorías utilizadas son las siguientes:

1. Utiliza el término de dispersión o palabras asociados (agrupados, alejados, cercanos, separados, ...) sin tener en cuenta la media de los datos y toma decisiones sobre los conjuntos de datos.
2. Utiliza el término de dispersión o palabras asociadas (agrupados, alejados, cercanos, separados, ...) teniendo en cuenta la media de los datos y toma decisiones sobre los conjuntos de datos.
3. Utiliza el término de dispersión o palabras asociadas (agrupados, alejados, cercanos, separados, ...) sin realizar la comparación entre los conjuntos de datos.

En la tabla 30 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas que hacen parte de cada una de ellas, tanto de la tarea 1 como de la tarea 2.

Tabla 30. *Categorías correspondientes a las tareas 1 y 2.*

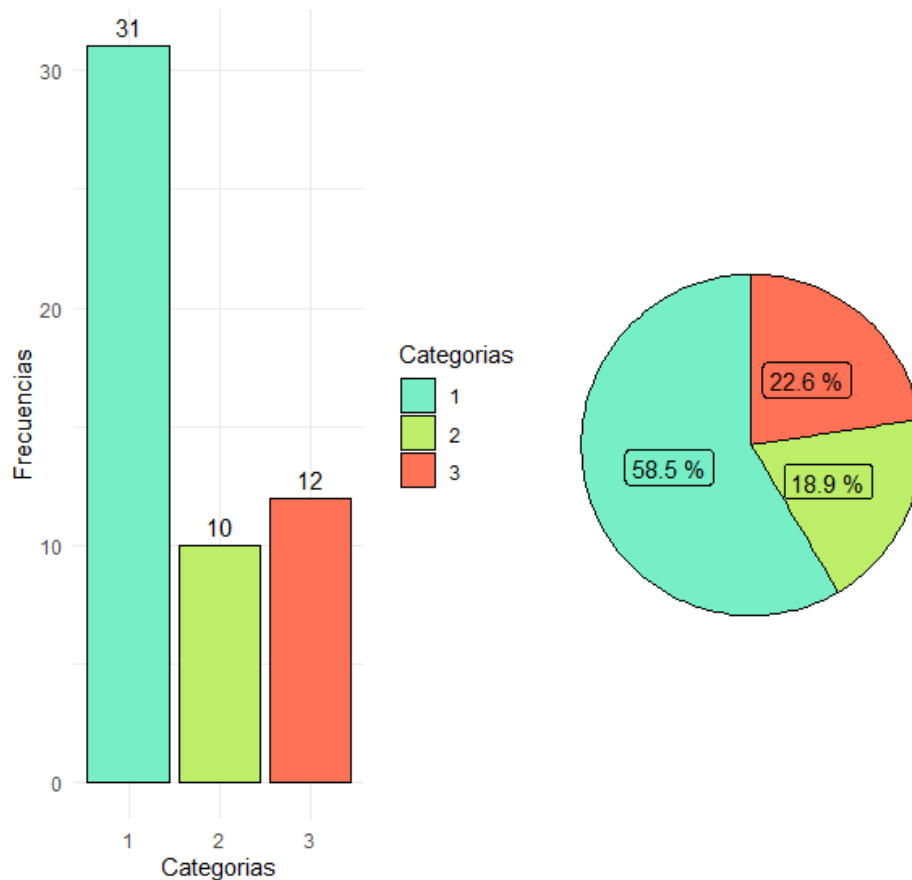
Categoría		Tarea 1 Número de respuestas	Tarea 2 Numero de respuestas
1	Utiliza el término de dispersión o palabras asociados (agrupados, alejados, cercanos, separados, ...) sin tener en cuenta la media de los datos y toma decisiones sobre los conjuntos de datos.	31	20
2	Utiliza el término de dispersión o palabras asociadas (agrupados, alejados, cercanos, separados, ...) teniendo en cuenta la media de los datos y toma decisiones sobre los conjuntos de datos.	10	20
3	Utiliza el término de dispersión o palabras asociadas (agrupados, alejados, cercanos, separados, ...) sin realizar la comparación entre los conjuntos de datos	12	6
Total		53	46

Fuente: Elaboración propia.

8.2.1.1 Tarea 1

A continuación, se muestran dos gráficos que representan tanto la información de las categorías como los porcentajes que se alcanzaron en cada una de estas.

Figura 39. *Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 1*



Fuente: Elaboración propia.

Es importante mencionar que a partir de la información presentada en la figura 39, se puede inferir que el 100% de las respuestas de los estudiantes aluden a la noción de dispersión o bien utilizan palabras asociadas a este concepto (cerca, lejos, separados, agrupados...). Sin embargo, en el 77.4% de las respuestas se muestra que los estudiantes utilizaron la noción de dispersión o palabras asociadas para comparar los conjuntos de datos que se presentaban y tomar decisiones sobre estos. A continuación se exponen algunas de las respuestas que se obtuvieron y dan evidencia a lo anteriormente mencionado.

Evidencia 1. *Que los puntos del conjunto A están más unidos mientras que los del B son más disperso.*

Se observa que el estudiante usa las expresiones “*más unidos, más disperso*” para comparar los conjuntos A y B respectivamente, por lo tanto, la respuesta pertenece a la categoría 1.

Evidencia 2. *Los datos del grupo A están más cercanos a la media mientras que los datos del conjunto B están mucho más separados.*

El estudiante utiliza las expresiones “*más cercanos a la media, más separados a la media*” para comparar los conjuntos A y B respectivamente; como hace alusión al estimador (media) el alumno pertenece a la categoría 2.

Igualmente se evidencia que la tarea propuesta desarrolló en los estudiantes el componente de la cultura estadística que en la descripción de esta tarea se había proyectado: “*comprensión, interpretación y argumentación de la información estadística*” puesto que este componente hace referencia a las capacidades que el individuo debe poseer como leer, interpretar y evaluar la información presentada en diferentes medios y representaciones, lo cual se identificó en el momento en que los alumnos utilizaron los diferentes conjuntos de datos propuestos para compararlos y finalmente describir las características y diferencias presentes en cada uno de estos.

No obstante, el resto de las respuestas que corresponden a un 22.6% no realizan comparaciones entre los conjuntos de datos (categoría 3), esto es evidenciado en la siguiente respuesta.

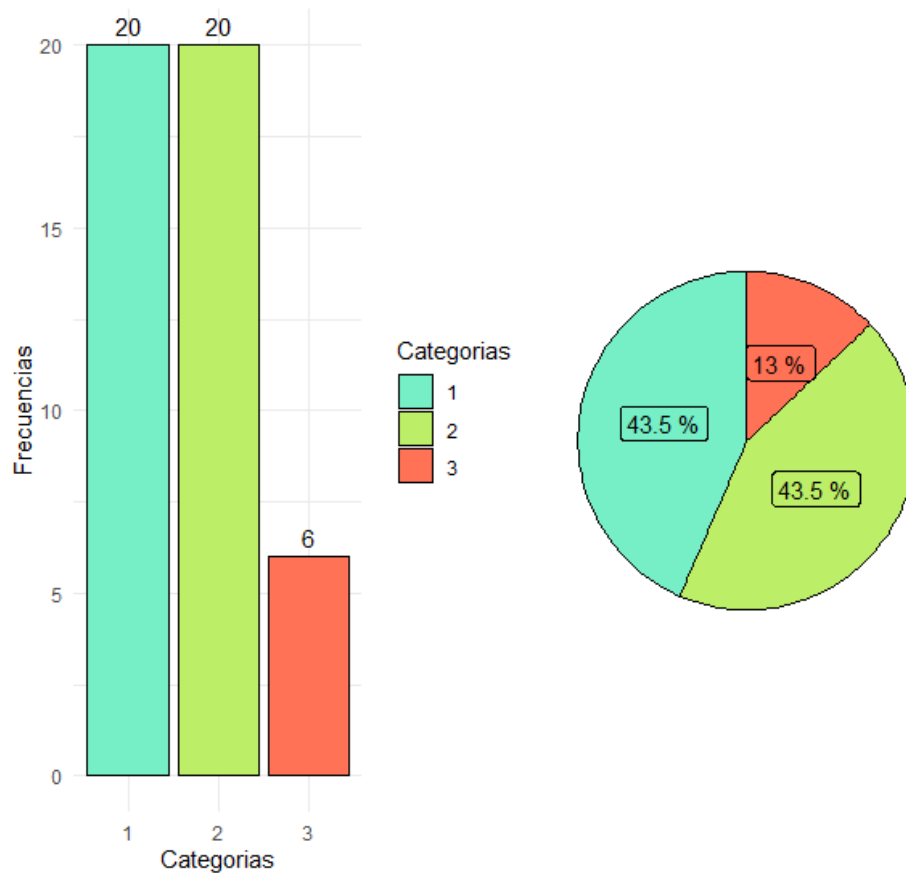
Evidencia 3. *Se puede llegar a evidenciar la separación de los datos en ambos conjuntos, a lo que se puede llamar cierta dispersión.*

Teniendo en cuenta la experiencia en aula se logra identificar que este porcentaje se presentó debido a ciertos factores disciplinares manifestados en los estudiantes (cansancio, pereza, desinterés, entre otros) y las limitaciones de tiempo que existieron en la intervención.

8.2.1.2. Tarea 2

A continuación se exponen dos gráficos que representan la información de las categorías y los porcentajes que tuvieron cada una de ellas.

Figura 40. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 2



Fuente: Elaboración propia

Al igual que la tarea 1, en esta tarea se puede inferir que el 100% de las respuestas de los estudiantes aluden a la noción de dispersión o bien utilizan palabras asociadas a este concepto (cerca, lejos, separados, agrupados...). Igualmente se logra evidenciar que las respuestas para la categoría 2 aumentaron de un 18.87% a un 24.61% respecto a la tarea anterior, lo que muestra que los estudiantes, luego de haber desarrollado la tarea 1, aluden más a la media para realizar las comparaciones entre los conjuntos de datos en la tarea 2 (categoría 2), tal y como se muestra en las siguientes respuestas

Evidencia 4. *Los datos del conjunto A por más de que cambiemos su cantidad siempre se encuentran más cerca de su media mientras que el conjunto B siempre están más alejados.*

Evidencia 5. *Que en el conjunto A los datos se mantienen más agrupados, al lado donde está el punto de la media y en el conjunto B están más distribuidos y ocupan más espacio, estos se encuentran más alejados de la media.*

El 87% de las respuestas pone en evidencia que los estudiantes utilizaron el concepto de dispersión o palabras asociadas a esta para comparar los conjuntos de datos y tomar decisiones sobre los conjuntos. En comparación con la tarea 1 el porcentaje de respuestas aumentó en un 9.6% lo que evidencia que las respuestas no solo aumentaron para la categoría 2, sino que en la categoría 3 disminuyó el porcentaje de estudiantes que no realizaban la comparación entre los conjuntos de datos a un 13%.

Los resultados anteriores muestran que la tarea 2 potenció el componente de la cultura estadística de la “*comprensión, interpretación y argumentación de la información estadística*” puesto que al igual que en la tarea 1 se logra evidenciar por medio de las respuestas, que los estudiantes utilizaron los distintos conjuntos de datos que se presentaban para identificar y describir características o diferencias de dichos conjuntos.

Por otro lado, es importante mencionar que el total de respuestas que se obtuvieron en las tareas 1 y 2 fue diferente (53 y 46 respuestas respectivamente); esto sucedió porque algunos estudiantes registraron su respuesta dos veces, y en algunos momentos de la intervención se presentaron inconvenientes con la conexión a internet.

Para finalizar, se logra establecer que la meta planteada para ambas tareas se cumplió, puesto que los alumnos lograron utilizar palabras relacionadas con la dispersión (cerca, lejos, juntos, separados, disperso, ...) para comparar los conjuntos de datos que se presentaban. En particular, se reconoce que la disminución del porcentaje de respuestas donde los estudiantes no realizaron la comparación entre los conjuntos de datos para la tarea 2 se presentó debido a la ubicación de los datos en esta tarea (puntos ubicados en el plano), pues se infiere que resultó más sencillo para los estudiantes visualizar los conjuntos de esta manera y hacer referencia a sus diferencias en sus respuestas.

8.2.1.3. Tarea 3

Para realizar el análisis de la tarea 3 que hace parte de la primera secuencia, se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. Las categorías utilizadas son las siguientes:

1. Hace alusión de la dispersión del conjunto de datos respecto a los datos sin tener en cuenta la media.
2. Hace alusión de la dispersión del conjunto de datos teniendo en cuenta la media
3. No responde la pregunta
4. Responde de manera incorrecta

En la tabla 31 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

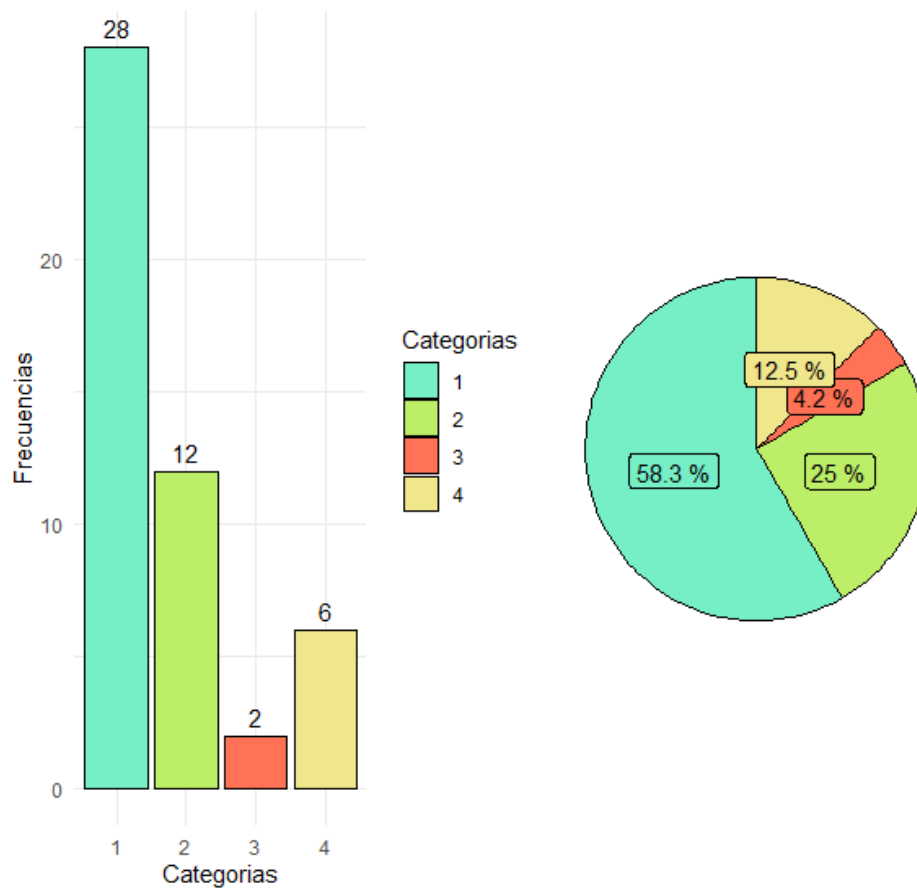
Tabla 3131. *Categorías correspondientes a la tarea 3.*

Categoría		Tarea 3 Número de respuestas
1	Hace alusión de la dispersión del conjunto de datos respecto a los datos sin tener en cuenta la media	28
2	Hace alusión de la dispersión del conjunto de datos teniendo en cuenta la media	12
3	No responde la pregunta	2
4	Responde de manera incorrecta	6
Total		48

Fuente: Elaboración propia.

En los gráficos se representa la información de las categorías y los porcentajes de las respuestas que tuvieron cada una de estas.

Figura 41. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 3



Fuente: Elaboración propia.

A partir de la información presentada en el gráfico anterior, se puede inferir que en el 83.3% de las respuestas, los estudiantes definen el concepto de dispersión utilizando palabras asociadas a esta noción (cerca, lejos, separados, agrupados...). Sin embargo, solo el 25% de las respuestas evidencian que los estudiantes hablan de dispersión teniendo en cuenta el estimador (media) de los conjuntos de datos (categoría 2). Resulta importante mencionar que con esta tarea se desarrolló el componente de la cultura estadística que en la descripción de la tarea se había contemplado: “*comprensión, interpretación y argumentación de la información*”, en particular el elemento de la “*interpretación*”, pues los alumnos lograron interpretar la información que se presentaba en los conjuntos de datos de las tareas 1 y 2, y utilizaron estas ideas para definir con sus palabras el concepto de dispersión solicitado en la tarea. Estas son algunas de las respuestas que se obtuvieron y dan evidencia de lo anteriormente mencionado

Evidencia 7. *La dispersión es la separación entre distintos números de su media, es la medida a la que están separados unos de otros.*

Evidencia 8. *La dispersión es que tan alejados se encuentran los datos de la media.*

Por otro lado, el 16.6% de las respuestas obtenidas hacen referencia a la cantidad de estudiantes que no respondieron la tarea o que en sus respuestas no especificaron que era la dispersión (categoría 3), pues hablaban de características físicas de los conjuntos de datos presentados en las tareas 1 y 2 (color y tamaño de los puntos) y en el caso de algunos estudiantes solamente se limitaron a buscar en internet y copiar la definición, pero esta hacía referencia al área de la física, tal y como se muestra en las siguientes respuestas

Evidencia 9. *Es como cuando esparcimos algo como por ejemplo cuando tenemos en una bolsa varias pepitas, cuando sacamos las pepitas de la bolsa o las tiramos en una mesa o piso se van a esparcir.*

Evidencia 10. *La dispersión es el fenómeno de separación o se comprime las ondas de distintas frecuencias al atravesar una materia.*

Cabe mencionar que el total de respuestas para esta tarea fue de 48 estudiantes que difiere respecto al total de respuestas de las tareas 1 y 2, pues como se había mencionado anteriormente, en la intervención se presentaron algunos inconvenientes con la conexión a internet. Para finalizar se logra establecer por medio de las respuestas logradas por los estudiantes que la meta propuesta para la tarea 3 se cumplió, pues la mayor parte de los alumnos lograron utilizar palabras relacionadas con la dispersión (cerca, lejos, juntos, separados, disperso, ...) para definir este concepto teniendo en cuenta la relación existente entre los datos, o bien, entre los datos y el estimador (media).

8.2.1.4. Tarea 4

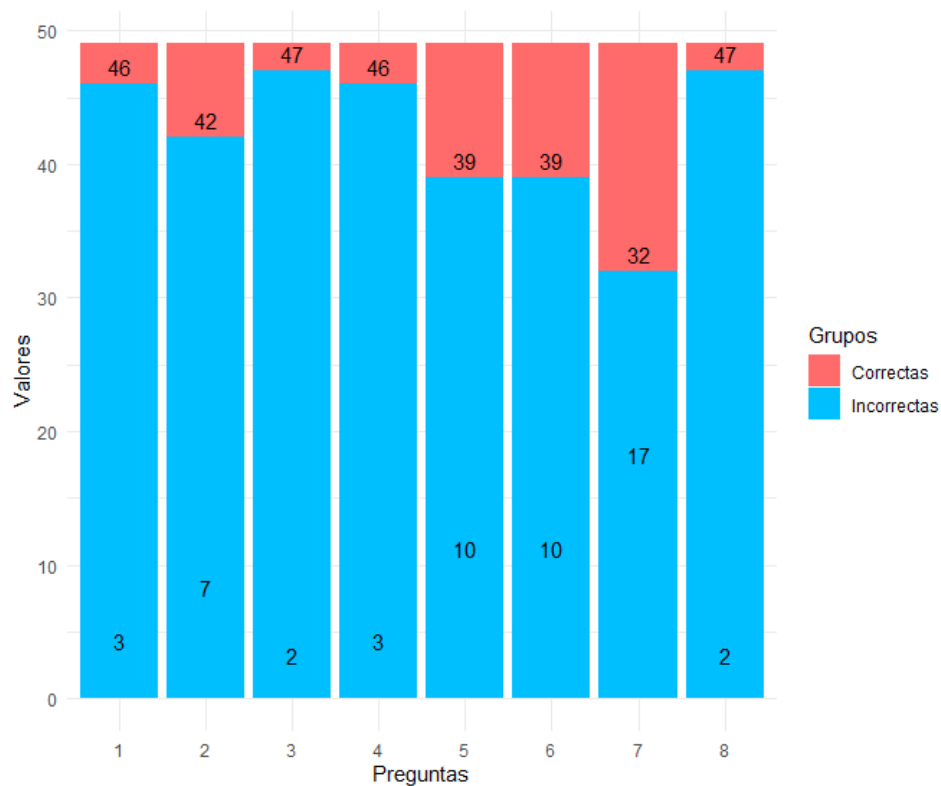
Para realizar el análisis de la tarea 4 de la primera secuencia, en la tabla 31 se contemplan las ocho preguntas que se plantearon, las posibles opciones de respuesta y su respectivo número de respuestas logradas en cada caso. De color rojo se muestra la opción correcta para cada pregunta.

Tabla 32. *Respuestas registradas en las preguntas de la tarea 4.*

Respuestas registradas por los estudiantes		
Número de Pregunta	Opción A	Opción B
1	3	46
2	42	7
3	2	47
4	46	3
5	39	10
6	39	10
7	32	17
8	2	47

Fuente: Elaboración propia.

A continuación se muestra un gráfico de barras apiladas donde se representa la información de la tabla 31 con las frecuencias de las respuestas correctas (representadas con color rojo) e incorrectas (mostradas de color azul) por cada una de las ocho preguntas.

Figura 42. *Gráficos de barras apiladas preguntas vs respuestas de la tarea 4*

Fuente: Elaboración propia.

En las preguntas 1, 2, 3, 4 y 8 se logra evidenciar que la mayor parte de los estudiantes respondieron de manera correcta, sin importar que los conjuntos de datos se representaran en el plano o de forma lineal, o si se preguntaba por el conjunto que presentaba mayor o menor dispersión dependiendo el caso.

En esta tarea también se desarrolló el componente de la cultura estadística “comprensión, interpretación y argumentación de la información” que se había expuesto en la descripción, en particular del componente se promovieron los elementos “comprensión e interpretación” pues el estudiante los pone en evidencia cuando logra comprender el enunciado e interpretar la información presentada en las distintas representaciones, ya sea en el plano o en la recta, para tomar una decisión sobre cuál conjunto presentaba la característica que se le pedía (ser menos o más disperso).

En cuanto las preguntas 5, 6 aumentó el número de respuestas incorrectas, esto puesto que se logra identificar que las representaciones de los conjuntos de datos en las rectas generaron mayor dificultad que las representaciones de los conjuntos en el plano. Por otro lado, aunque para la pregunta 7 la representación utilizada era el plano, se presentaron inconvenientes en los estudiantes porque la cantidad de datos que se utilizaron eran alrededor de 30 lo que aumentaba el nivel de complejidad para determinar en qué conjunto se presentaba menos dispersión.

Para concluir el análisis cabe mencionar que se contó con 49 estudiantes que dieron solución a la tarea 4; estos conforman el 100% de las personas que hicieron parte de la experiencia en aula. Por otro lado, se logra evidenciar que la meta propuesta se cumplió debido a que el 86.22% de las respuestas fueron correctas, mostrando así que los estudiantes logran comparar los distintos conjuntos de datos y tomar una decisión sobre cuál de ellos presenta una mayor o menor dispersión según el caso que se les preguntaba. Para disminuir el 13.78% de respuestas en las que no consiguieron identificar cual conjunto presentaba una mayor o menor variabilidad, se podrían incluir otras representaciones en donde la dispersión en alguno de los dos conjuntos sea más evidente para que resulte más sencillo tomar la respectiva decisión.

8.2.2 Secuencia 2

8.2.2.1. Tarea 1

Para realizar el análisis de la tarea 1 de la segunda secuencia se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. Las categorías utilizadas son las siguientes:

1. Halla la media del conjunto de datos.
2. Identifica las unidades de la varianza, pero calcula la media del conjunto de datos.
3. Calcula el valor de la varianza, pero no tiene en cuenta las unidades del estimador.
4. Calcula el valor de la varianza e identifica las unidades asociadas al estimador.

En la tabla 33 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

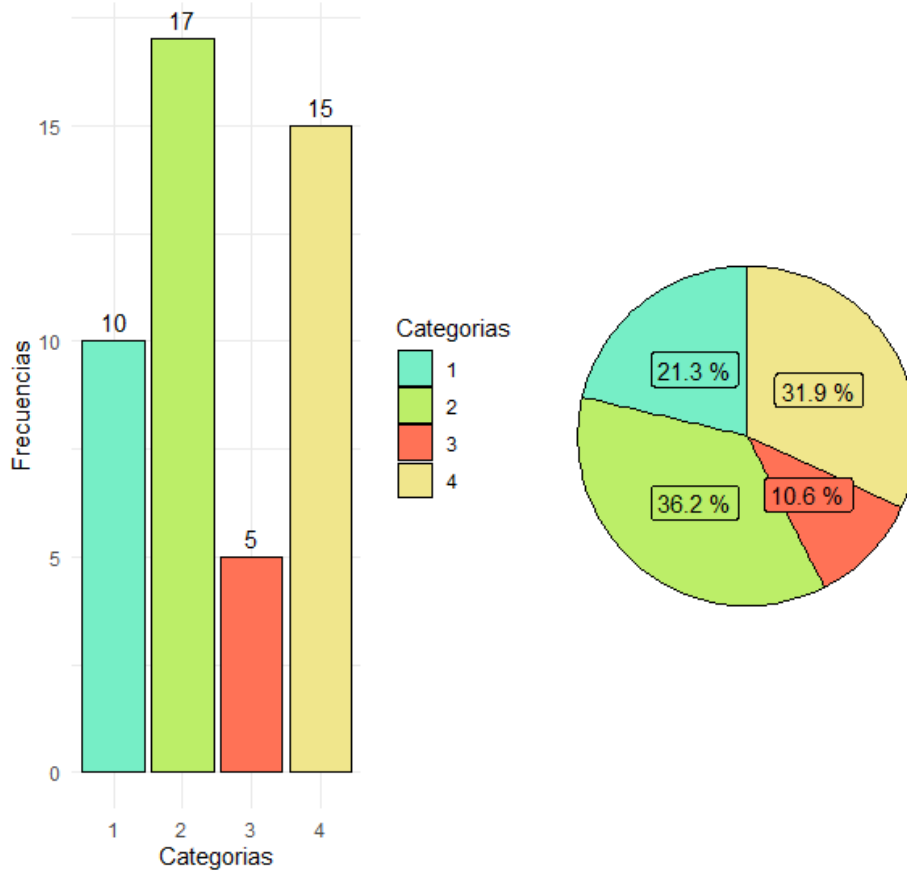
Tabla 33. *Categorías correspondientes a la tarea 1 de la secuencia 2.*

Categoría		Tarea 1 Número de respuestas
1	Halla la media del conjunto de datos	10
2	Identifica las unidades de la varianza, pero calcula la media del conjunto de datos	17
3	Calcula el valor de la varianza, pero no tiene en cuenta las unidades del estimador	5
4	Calcula el valor de la varianza e identifica las unidades asociadas al estimador	15
Total		47

Fuente: Elaboración propia.

A continuación se expone dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que se obtuvieron en cada una de estas.

Figura 43. *Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 1 de la secuencia 2*



Fuente: Elaboración propia.

A partir de la información presentada en el gráfico anterior se puede inferir que el 57.5% de las respuestas de los estudiantes aluden al cálculo de la media, pues según la intervención realizada se evidenció que los estudiantes realizaban este cálculo y al observar que su valor coincidía con el de las opciones 1 y 3 se conformaban con este resultado. También se muestra que una parte de este porcentaje, el cual equivale al 36.2% calcula la media, pero se infiere que gracias al material de apoyo lograron recordar que las unidades de la varianza debían estar elevadas al cuadrado. En la figura 44 se presenta el resultado de un estudiante donde se puede observar que presenta el resultado de la media y usa las unidades de la varianza.

Figura 44. Evidencia 11

varianza de las canciones escuchadas por Miguel: 19,6 canciones²

Fuente. Elaboración propia.

Por otro lado, el 42.5% realiza de manera correcta los cálculos para hallar la varianza de los datos, sin embargo, el 31.9% logra calcular correctamente la varianza y además elevar al cuadrado sus unidades, tal y como se observa en la figura 45.

Figura 45. Evidencia 12

Varianza

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{22 + 8 + 25 + 20 + 23}{5}$$

$$\bar{x} = 19,6$$

$$\sigma^2 = \frac{(22 - 19,6)^2 + (8 - 19,6)^2 + (25 - 19,6)^2 + (20 - 19,6)^2 + (23 - 19,6)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{5,76 + 134,56 + 10,8 + 0,16 + 11,56}{5}$$

$$\sigma^2 = 32,568 \text{ conciones}^2 \text{ aprox.}$$

Fuente. Elaboración propia.

El 10.6% restante, aunque halla la varianza de los datos no expresa las unidades al cuadrado, tal y como se muestra en la ilustración 46.

Figura 46. Evidencia 13

$$\frac{(22 - 19,6)^2 + (8 - 19,6)^2 + (25 - 19,6)^2 + (20 - 19,6)^2 + (23 - 19,6)^2}{5}$$

$$\frac{(2,4)^2 + (-11,6)^2 + (5,4)^2 + (0,4)^2 + (3,4)^2}{5}$$

$$\frac{5,76 + 134,56 + 29,16 + 0,16 + 11,56}{5}$$

$$36,24$$

Fuente. Elaboración propia.

Para finalizar el análisis de la tarea es importante mencionar que se contó con un total de 47 respuestas, pues al igual que en las tareas de la primera secuencia se presentaron inconvenientes con la conexión a internet. Estas respuestas muestran que la mayoría de los estudiantes no calcularon la varianza, por tal razón, el componente de la cultura estadística “*destrezas matemáticas*” se debe reforzar, puede ser a partir de la incorporación de otras tareas enfocadas al cálculo de la varianza.

8.2.2.2 Tarea 2

Para realizar el análisis de la tarea 2 de la segunda secuencia, se proponen tres categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. A continuación, se presentan las categorías utilizadas:

1. Calcula una medida de dispersión e interpreta su resultado para tomar decisiones adecuadas
2. Calcula de manera incorrecta alguna de las medidas de dispersión
3. No responde

En la tabla 34 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

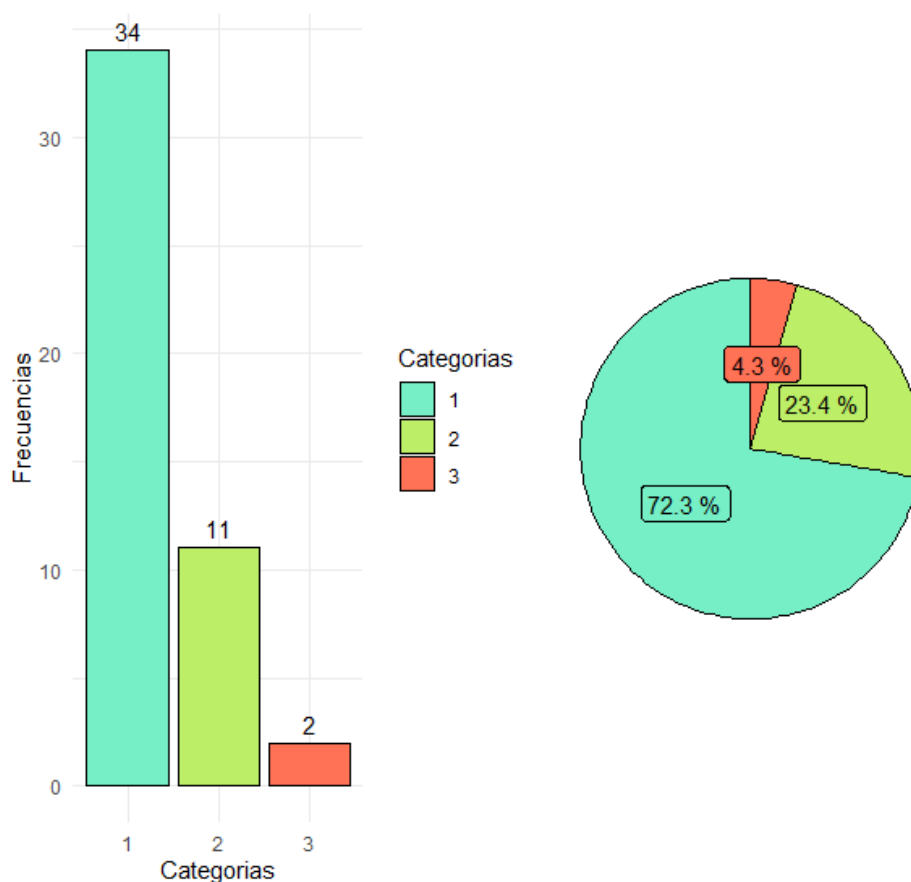
Tabla 34. *Categorías correspondientes a la tarea 2 de la secuencia 2.*

Categoría		Tarea 2 Número de respuestas
1	Calcula una medida de dispersión e interpreta su resultado para tomar decisiones adecuadas	34
2	Calcula de manera incorrecta alguna de las medidas de dispersión	11
3	No responde	2
Total		47

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que tuvieron cada una de estas.

Figura 47. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 2 de la secuencia 2



Fuente: Elaboración propia.

A partir de la información presentada se puede inferir que el 72.3% de las respuestas de los estudiantes fueron correctas y además utilizaron alguna medida de dispersión para responder la tarea; no obstante, además de la información presentada en el gráfico anterior se logra evidenciar que 21.28% de los estudiantes que pertenecen a la categoría 1, mencionan hacer el cálculo de la varianza; el 34% calcula la desviación estándar; el 6,38% de los estudiantes utiliza el rango y finalmente el 10.64% de los estudiantes utilizó la noción de dispersión aprendida en la primera secuencia de tareas.

Para el caso de la varianza y la desviación estándar los estudiantes cuantifican en ambos conjuntos dichos valores y toman la decisión correspondiente utilizando el mayor valor calculado, tal y como se muestra así en los siguientes procedimientos y justificaciones de los estudiantes.

En relación con la categoría 2, el 23.4% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, no obstante, calcularon alguna medida de dispersión; el 14.89% utilizó la desviación estándar y el 8.51% de los estudiantes usaron la noción de dispersión, tal y como se expone en las siguientes justificaciones de los alumnos:

Evidencia 19. *La desviación estándar de los dos juegos es aproximadamente la misma para la primera (1.51) y para la segunda (1,53) por lo que sus datos no están tan alejados de la media que es para ambos juegos 2.18.*

Evidencia 20. *god of war se mantuvo arriba de su media mientras que te last of us se alejó mucho de su media.*

Por último, en la categoría 3 el 4.3% de los estudiantes no respondieron la tarea.

Con el fin de concluir el análisis para esta tarea, es importante mencionar que se contó con 47 respuestas, pues al igual que en las tareas de la primera secuencia, se presentaron inconvenientes con la conexión a internet. Respecto al cumplimiento de la meta se puede decir que esto se debe mejorar, puede ser a partir de la incorporación de otras tareas enfocadas al uso de la desviación estándar que sirvan para potenciar un poco más el componente de la cultura estadística de las “destrezas matemáticas”. Sin embargo, con respecto al componente de “*comprensión, interpretación y argumentación de la información*”, en particular el elemento de la “*interpretación*” que también se quería promover en los estudiantes si se logró llevar a cabo, pues a lo largo de las respuestas los estudiantes no solamente se dedicaron a calcular (sin importar que los resultados fueran correctos o no), sino que los resultados que obtuvieron los interpretaron teniendo en cuenta tanto lo que se preguntaba (juego con más cambios en sus ventas) como el contexto presentado para decidir entre alguno de los dos juegos.

8.2.2.3. Tarea 3

Para realizar el análisis de la tarea 3 de la segunda secuencia, se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. A continuación, se presentan las categorías utilizadas:

1. Toma decisiones utilizando la desviación estándar sin tener en cuenta las unidades de ambos conjuntos de datos.
2. Utiliza el coeficiente de variación para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos con distintas unidades
3. Utiliza el coeficiente de variación de manera incorrecta
4. No presenta una justificación asociada a una medida de dispersión.

En la tabla 35 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

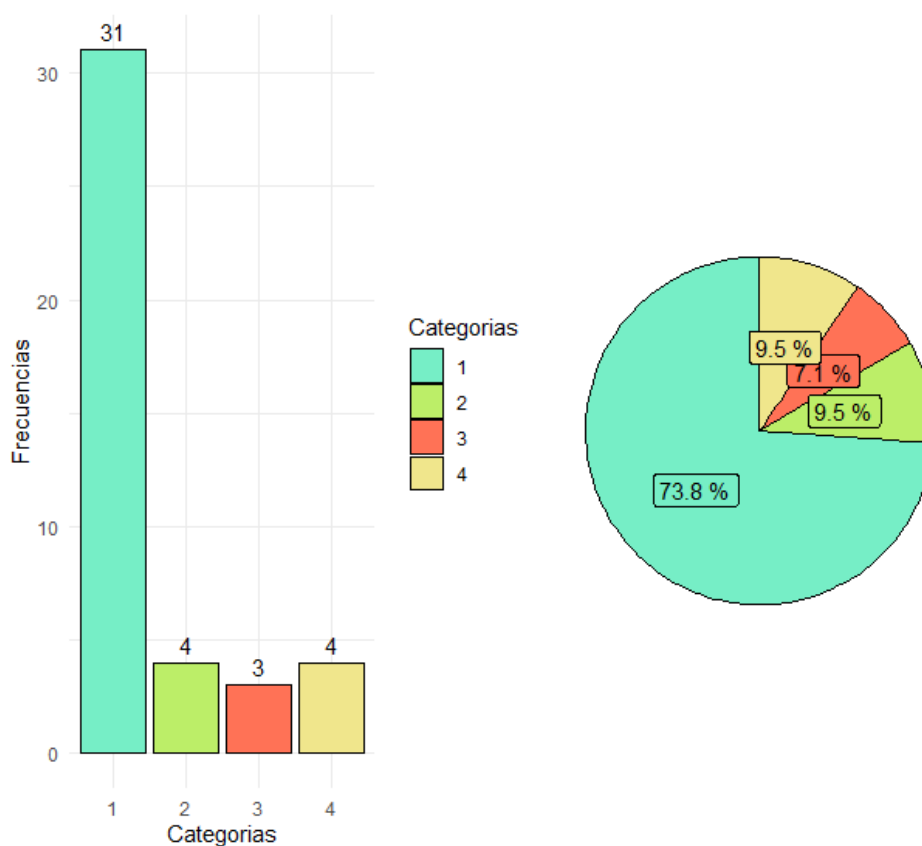
Tabla 35. *Categorías correspondientes a la tarea 3 de la secuencia 2.*

Categoría		Tarea 2 Número de respuestas
1	Toma decisiones utilizando la desviación estándar sin tener en cuenta las unidades de ambos conjuntos de datos.	31
2	Utiliza el coeficiente de variación para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos con distintas unidades	4
3	Utiliza el coeficiente de variación de manera incorrecta	3
4	No presenta una justificación asociada a una medida de dispersión.	4
Total		42

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que tuvieron cada una de estas.

Figura 49. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 3 de la secuencia 2



Fuente: Elaboración propia.

De la información presentada en el gráfico anterior, se puede inferir que el 73.8% de las respuestas no tuvieron en cuenta las unidades y compararon los conjuntos de datos usando la desviación estándar, además de la información anterior se puede mencionar que el 64.3% respondió de manera incorrecta. A continuación, se presentan algunas respuestas que dan evidencia a lo anterior.

Evidencia 21. *Es Canadá ya que presenta una mayor temperatura y una menor desviación estándar por lo tanto su temperatura se mantiene un poco más estable.*

Evidencia 22. *Ya que en Canadá la desviación estándar es mucho menor lo que quiere decir que los datos están más juntos.*

Aunque las respuestas anteriores fueron incorrectas se rescata que los estudiantes realizan de manera correcta la comparación de las desviaciones estándar en cuanto a cuál presenta una menor variabilidad, es decir, los estudiantes tienen clara la noción de dispersión,

pues comparan dos conjuntos de datos contrastando la desviación estándar, sin embargo, no tienen en cuenta las unidades y esto hace que tomen la decisión incorrecta.

El 9.5% de las respuestas en la que se comparó la desviación estándar de ambos conjuntos sin tener en cuenta las unidades de cada uno, respondió de manera acertada, no obstante, en su justificación se evidencia que no interpretaron de manera correcta el enunciado de la tarea, tal y como se muestra en la siguiente justificación.

Evidencia 23. *El país es Egipto ya que así su temperatura sea mayor, la desviación estándar también es mayor, por lo tanto, presenta más cambios en su temperatura.*

El 9.5% de las respuestas correspondientes a la categoría 2 evidencian que los estudiantes utilizaron el coeficiente de variación para comparar ambos conjuntos y así contestar de manera correcta. A continuación, se presenta la justificación y el procedimiento (Figura 50) realizado por dos estudiantes que pertenecen a este porcentaje.

Evidencia 24. *Porque Egipto presenta un coeficiente de variación de 15,1 que es menor al coeficiente de Canadá que ese 33,8*

Figura 50. Evidencia 25

The image shows two handwritten calculations on a grid background. The first calculation is for Egipto (labeled 'Eg'), showing the fraction $\frac{10.17}{68.5} \cdot 100 = 14.8$. The second calculation is for Canada (labeled 'CA'), showing the fraction $\frac{11.7}{34.7} \cdot 100 = 33.8$. The numbers 11.7 and 34.7 in the second calculation are written over a crossed-out 17.7.

Fuente. Elaboración propia.

El 7.1% de las respuestas correspondientes a la categoría 3 utilizaron la noción del coeficiente de variación para calcular y comparar los conjuntos de datos, sin embargo, en el momento de utilizar la fórmula la invirtieron, pues realizaron el cociente entre la media y la desviación estándar, como se muestra en las ilustraciones 51, 52 y 53.

Figura 51. Evidencia 26

Egipto

$$\frac{68.5}{10.17} \cdot 100 = 673.5^{\circ}F$$

media 68.5
estándar 10.17

Canada

$$\frac{17.7}{6} \cdot 100 = 295^{\circ}C$$

media 17.7
estándar 6

Fuente. Elaboración propia.

Figura 52. Evidencia 27

Egipto

medio de 68,5° F

desviación 10,17° F

$$\frac{68,5^{\circ}F}{10,17^{\circ}F} \times 100 = 673,54 \times 100 = 67354$$

Fuente. Elaboración propia.

Figura 53. Evidencia 28

Canada

$$\frac{17,7^{\circ}C}{6^{\circ}C} \times 100 = 295 \times 100 = 2950$$

Fuente. Elaboración propia.

Por último, el 9.5% de los estudiantes no presentan una justificación que permita evidenciar el procedimiento que utilizaron para responder la tarea (categoría 4).

Evidencia 29. *Egipto es un país con poco cambio de temperatura frente Canadá*

Con el fin de concluir el análisis para esta tarea, es importante mencionar que se contó con 42 respuestas, pues al igual que en las tareas de la primera secuencia se presentaron inconvenientes con la conexión a internet. Respecto al cumplimiento de la meta se puede decir que esto se debe mejorar, puede ser a partir de la incorporación de otras tareas enfocadas al uso del coeficiente de variación para la comparación de dos conjuntos de datos que presenten diferentes unidades de medida y a su vez que permitan potenciar el componente de

la cultura estadística de las “destrezas matemáticas”. Sin embargo, con respecto al componente de “*comprensión, interpretación y argumentación de la información*”, en particular el elemento de la “*interpretación*” que también se quería promover en los estudiantes si se logró llevar a cabo, pues a lo largo de las respuestas los estudiantes no solamente se dedicaron a calcular (sin importar que los resultados fueran correctos o no), sino que interpretaron los valores obtenidos teniendo en cuenta tanto lo que se preguntaba (país con menos cambios de temperatura) como el contexto presentado para decidir entre algún país.

Para finalizar el análisis de la secuencia 2 es importante resaltar que se deben incluir más tareas que refuercen el cálculo y la interpretación de las medidas utilizadas, además se debería contar con más tiempo para visualizar el material de apoyo en detalle, pues en algunos casos los estudiantes no lograron ver los videos ni las presentaciones por completo.

8.2.3 Secuencia 3

8.2.3.1 Tarea 1

Para realizar el análisis de la tarea 1 de la tercera secuencia, se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. A continuación, se presentan las categorías utilizadas:

1. Toma decisiones utilizando la desviación estándar sin tener en cuenta las unidades de ambos conjuntos de datos.
2. Utiliza el coeficiente de variación para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos con distintas unidades
3. Utiliza el coeficiente de variación de manera incorrecta
4. No presenta una justificación asociada a una medida de dispersión.

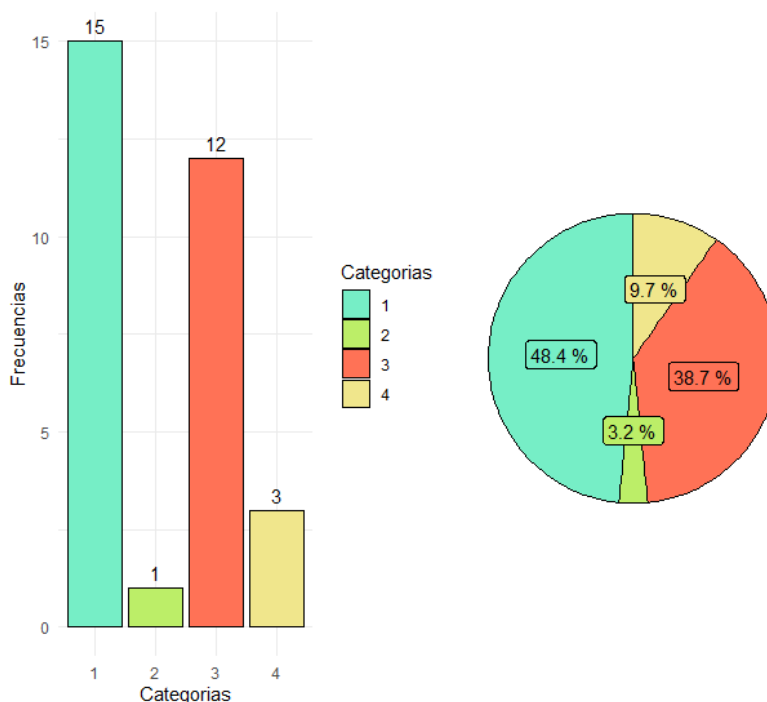
En la tabla 36 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

Tabla 36. Categorías correspondientes a la tarea 1 de la secuencia 3.

Categoría		Tarea 2 Número de respuestas
1	Toma decisiones utilizando alguna medida de dispersión sin tener en cuenta las unidades de ambos conjuntos de datos.	15
2	Utiliza el coeficiente de variación para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos con distintas unidades	1
3	Utiliza el coeficiente de variación de manera incorrecta	12
4	No presenta una justificación asociada a una medida de dispersión.	3
Total		31

Fuente: Elaboración propia.

A continuación se muestran dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que tuvieron cada una de estas.

Figura 54. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 1 de la secuencia 3

Fuente: Elaboración propia.

De la información presentada en el gráfico anterior, se puede inferir que el 48.4% de las respuestas no tuvieron en cuenta las unidades y compararon los conjuntos de datos utilizando la desviación estándar o la varianza (categoría 1), además de la información anterior se puede mencionar que el 19.4% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta. A continuación, se presentan algunas respuestas que dan evidencia a lo anterior.

Evidencia 30. *Ya que al hacer la operación de la desviación estándar Nueva York tiene menos desviación.*

Evidencia 31. *Al aplicar la medida de dispersión, varianza podemos ver el cambio en las ventas.*

El 29% de los estudiantes restantes que utilizaron la desviación estándar o la varianza respondieron de manera correcta, sin embargo, las justificaciones que presentaron no eran apropiadas, tal y como se muestra en las siguientes respuestas.

Evidencia 32. *Los valores que están en Londres son más lejanos que los que están en Nueva York*

Evidencia 33. *La sucursal de Londres presentó mayores cambios en sus ventas, basándose en la desviación de las ventas.*

El 3.2% de las respuestas correspondientes a la categoría 2 utilizaron el coeficiente de variación para solucionar la tarea, sin embargo, los estudiantes calcularon de manera incorrecta esta medida y a la hora de tomar la decisión esta no fue la adecuada, tal y como se muestra en la siguiente evidencia.

Evidencia 34. *Porque su coeficiente de variación es mayor que en el de Londres*

El 38.7% hace uso del estimador (media) para comparar la dispersión en ambos conjuntos (categoría 3), no obstante, utilizan la noción de dispersión al asociar la “cantidad mayor” con “mayores cambios” como se presenta en las siguientes justificaciones.

Evidencia 35. *Al sacar la media de los datos Nueva York dio un total de 1030 dólares y Londres dio un total de 850 euros. Por eso Nueva York tuvo mayores cambios en sus ventas.*

Evidencia 36. *Usando la media en Nueva York el cambio es de 1030 y el de Londres es el de 850 por lo que se puede ver cual presenta más cambio.*

Por último, el 9.7% de los estudiantes no presentan una justificación que permita evidenciar el procedimiento que utilizaron para responder la tarea (categoría 4).

Con el fin de concluir el análisis para esta tarea, es importante mencionar que se contó con 31 respuestas, esto por la falta de tiempo para realizar por completo la intervención en el aula.

8.2.3.2. Tarea 2

Para realizar el análisis de la tarea 2 de la tercera secuencia, se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. A continuación, se presentan las categorías utilizadas:

1. Utiliza la media para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos.
2. Calcula una medida de dispersión e interpreta su resultado para tomar decisiones adecuadas.
3. Calcula de manera incorrecta la desviación estándar.
4. No responde.

En la tabla 37 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

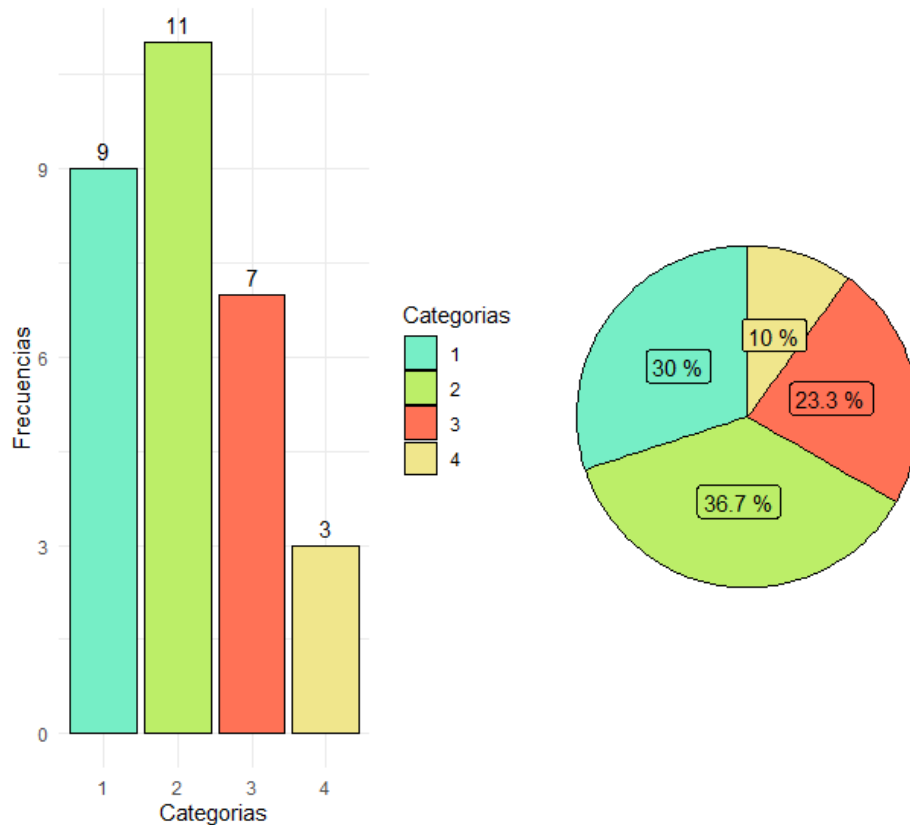
Tabla 37. *Categorías correspondientes a la tarea 2 de la secuencia 3.*

Categoría		Tarea 2 Número de respuestas
1	Utiliza la media para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos.	9
2	Calcula una medida de dispersión e interpreta su resultado para tomar decisiones adecuadas.	11
3	Calcula de manera incorrecta la desviación estándar.	7
4	No responde.	3
Total		30

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que tuvieron cada una de estas.

Figura 55. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 2 de la secuencia 3.



Fuente: Elaboración propia.

Además de la información presentada en el gráfico anterior se puede inferir que el 53.3% de las respuestas de los estudiantes fueron incorrectas, en donde se evidencia que el 30% de los estudiantes que pertenecen a la categoría 1, toman su decisión basándose en la media de los conjuntos, sin embargo, como la media de ambos conjuntos de datos resultaba ser la misma, los estudiantes asociaron esto con que el rendimiento de ambos equipos era igual, tal y como se muestra en las siguientes justificaciones.

Evidencia 37. *ya que al calcular la media los dos equipos presentan igual desempeño*

Evidencia 38. *el de los dos es 25.* El estudiante alude a que la media para ambos conjuntos es de 25.

El 23.3% utilizan la desviación estándar para comparar los conjuntos de datos (categoría 2), sin embargo, la calculan de manera incorrecta, lo que se refleja a la hora de tomar la decisión pues esta no fue la adecuada, como se muestra a continuación.

Evidencia 39. *Al hacer los cálculos de la media, la varianza y la desviación estándar me dio como resultado que el Manchester City tiene una desviación estándar de 1,58 y el Manchester United de 3,53*

Evidencia 40. *El Manchester United ya que su desviación estándar es de 3,53*

El 36,7% de las respuestas donde los estudiantes calculan alguna medida de dispersión e interpretan su resultado para tomar una decisión fueron correctas; el 3.3% calcularon la varianza, el 13.4% la desviación estándar y 20% utilizaron el concepto de dispersión.

En relación con la varianza y la desviación estándar los estudiantes asocian la expresión “más constante” del enunciado de la tarea con el menor valor cuantificado, tal y como se muestra en las siguientes justificaciones.

Evidencia 41. *Manchester City puesto que la varianza en sus datos es menor.*

Evidencia 42. *Manchester City ya que los resultados de la desviación estándar son menores en el primer equipo.*

En cuanto a la noción de dispersión se logra identificar que los estudiantes compararon en ambos conjuntos la separación existente entre los datos para finalmente tomar su decisión, tal como se muestra a continuación.

Evidencia 43. *Porque así el Manchester United tenga mejores puntajes, el Manchester City mantiene sus puntajes en un rango más constante y estos no varían con gran diferencia.*

Finalmente, el 10% de los estudiantes correspondientes a la categoría 4 no respondieron la tarea.

Para concluir el análisis de esta tarea, es importante mencionar que se contó con 30 respuestas, esto por la falta de tiempo para realizar por completo la intervención en el aula.

8.2.3.3. Tarea 3

Para realizar el análisis de la tarea 3 de la tercera secuencia se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. Las categorías utilizadas son las siguientes:

1. Halla la media del conjunto de datos.
2. Identifica las unidades de la varianza, pero calcula la media del conjunto de datos.
3. Calcula el valor de la varianza, pero no tiene en cuenta las unidades del estimador.
4. Calcula el valor de la varianza e identifica las unidades asociadas al estimador.

En la tabla 38 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

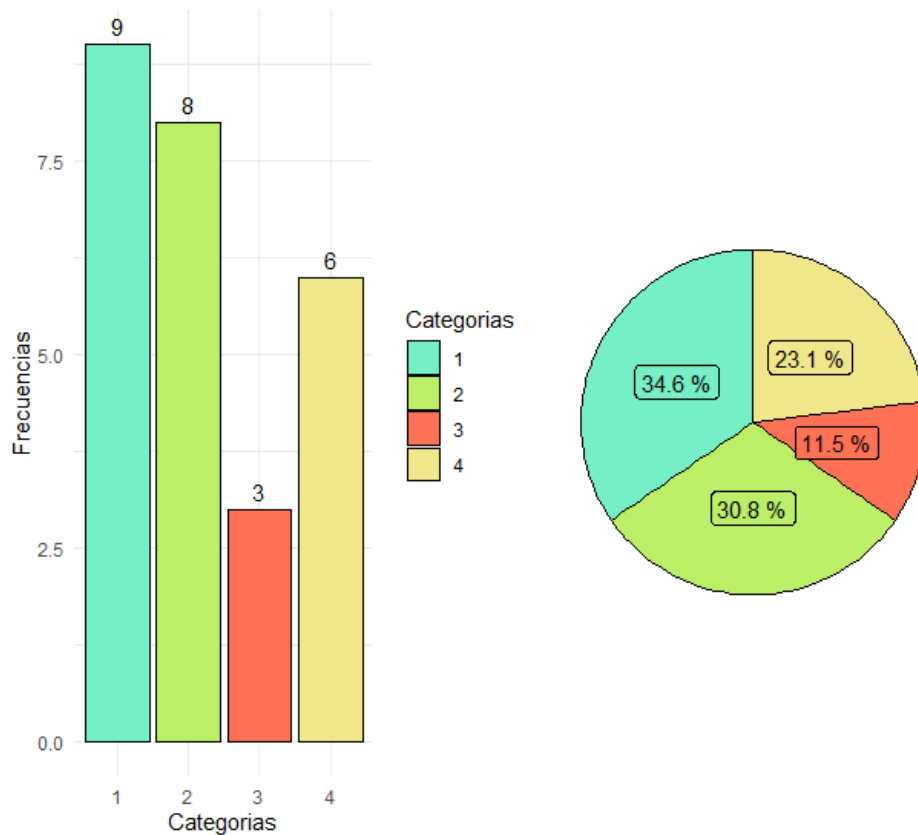
Tabla 38. *Categorías correspondientes a la tarea 3 de la secuencia 3.*

Categoría		Tarea 1 Número de respuestas
1	Halla la media del conjunto de datos	9
2	Identifica las unidades de la varianza, pero calcula la media del conjunto de datos	8
3	Calcula el valor de la varianza, pero no tiene en cuenta las unidades del estimador	3
4	Calcula el valor de la varianza e identifica las unidades asociadas al estimador	6
Total		26

Fuente: Elaboración propia.

A continuación se expone dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que se obtuvieron en cada una de estas.

Figura 56. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 3 de la secuencia 3.



Fuente: Elaboración propia.

A partir de la información presentada en el gráfico anterior se puede inferir que el 65.4% de las respuestas de los estudiantes aluden al cálculo de la media, pues según la intervención realizada se evidenció que los estudiantes realizaban este cálculo y al observar que su valor coincidía con el de las opciones 1 y 2 se conformaban con este resultado. También se muestra que una parte de este porcentaje, el cual equivale al 30.8% calcula la media, pero se infiere que gracias al material de apoyo lograron recordar que las unidades de la varianza debían estar elevadas al cuadrado.

Por otro lado, el 34.6% realiza de manera correcta los cálculos para hallar la varianza de los datos, sin embargo, el 23.07% logra calcular correctamente la varianza y además elevar al cuadrado sus unidades (categoría 4) y el 11,53% restante olvida asociar las unidades al cuadrado al valor calculado.

Para finalizar el análisis de esta tarea es importante mencionar que se contó con un total de 26 respuestas, esto por la falta de tiempo para realizar por completo la intervención en el aula.

8.2.3.4. Tarea 4

Para realizar el análisis de la tarea 4 de la tercera secuencia, se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. A continuación, se presentan las categorías utilizadas:

1. Toma decisiones utilizando la desviación estándar sin tener en cuenta las unidades de ambos conjuntos de datos.
2. Utiliza el coeficiente de variación para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos con distintas unidades
3. Utiliza el coeficiente de variación de manera incorrecta
4. No presenta una justificación asociada a una medida de dispersión.

En la tabla 39 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

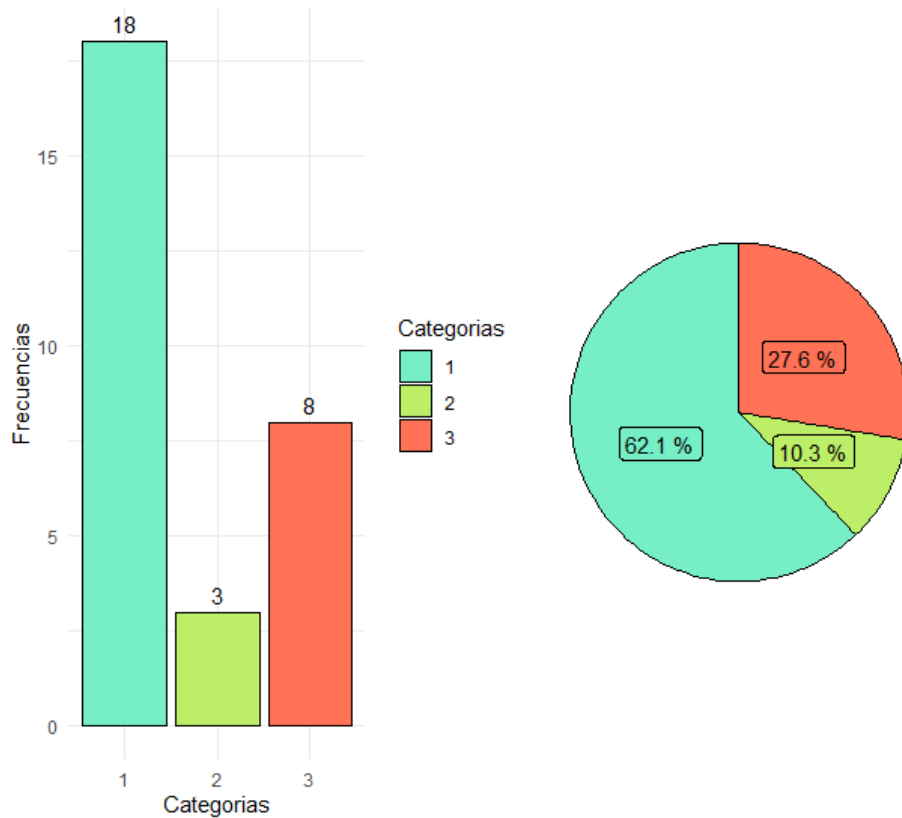
Tabla 39. *Categorías correspondientes a la tarea 4 de la secuencia 3.*

Categoría		Tarea 2 Número de respuestas
1	Toma decisiones utilizando una medida de dispersión sin tener en cuenta las unidades de ambos conjuntos de datos	18
3	Utiliza el coeficiente de variación de manera incorrecta	3
4	No presenta una justificación asociada a una medida de dispersión.	8
Total		29

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que tuvieron cada una de estas.

Figura 57. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 4 de la secuencia 3.



Fuente: Elaboración propia.

De la información presentada en el gráfico anterior, se puede inferir que el 62.1% de las respuestas no tuvieron en cuenta las unidades y compararon los conjuntos de datos utilizando alguna medida de dispersión (categoría 1); además de la información anterior se puede mencionar que el 31.07% respondió de manera incorrecta. A continuación se presentan algunas respuestas que dan evidencia de lo mencionado anteriormente.

Evidencia 44. *El peso ya que en esta los datos de altura se encuentran más separados entre el menor y el mayor en cambio en el peso estos presentan menores cambios.*

Evidencia 45. *Al sacar la media de los datos el peso me dio un total de 157,7 y los datos de la altura 190,6 entonces el peso al ser la medida con menor dispersión es como la indicada para lo que nos están pidiendo.*

El 31.03% de las respuestas que utilizaron la noción de dispersión o la desviación estándar para comparar los conjuntos de datos (categoría 1) respondieron de manera correcta,

sin embargo, su justificación no era adecuada. El 24.13% utilizó la noción de dispersión y el 6.90% calcularon la desviación estándar.

En cuanto a la noción de dispersión se logra identificar que los estudiantes compararon en ambos conjuntos la separación existente entre los datos para finalmente tomar su decisión, tal como se muestra a continuación.

Evidencia 46. *las alturas de los superhéroes presentan menores cambios al no tener sus valores tan alejados las unas con las otras.*

Para el caso de la desviación estándar, los estudiantes asocian el menor valor con la expresión “menores cambios” del enunciado de la tarea, como se logra evidenciar en la siguiente justificación.

Evidencia 47. *La altura ya que es la que menos desviación tiene.*

En cuanto a la categoría 2, el 10.3% de las respuestas utilizaron la noción del coeficiente de variación para comparar los conjuntos de datos, sin embargo, los estudiantes cuantifican de manera incorrecta la medida, tal y como se muestra en la siguiente respuesta.

Evidencia 48. *Peso ya que su coeficiente de variación es de 1,8.*

Finalmente, el 27.6% de los estudiantes correspondientes a la categoría 3 no presentan una justificación que permita evidenciar el procedimiento que utilizaron para responder la tarea.

Con el fin de concluir el análisis para esta tarea, es importante mencionar que se contó con 29 respuestas, esto por la falta de tiempo para realizar por completo la intervención en el aula.

8.2.3.5. Tarea 5

Para realizar el análisis de la tarea 5 de la tercera secuencia, se proponen cuatro categorías para clasificar las respuestas producidas por los estudiantes. A continuación, se presentan las categorías utilizadas:

1. Utiliza la media para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos.
2. Calcula una medida de dispersión e interpreta su resultado para tomar decisiones adecuadas.

3. Calcula de manera incorrecta la desviación estándar.
4. No responde.

En la tabla 40 se presentan las categorías contempladas junto con el número de respuestas en cada una de ellas.

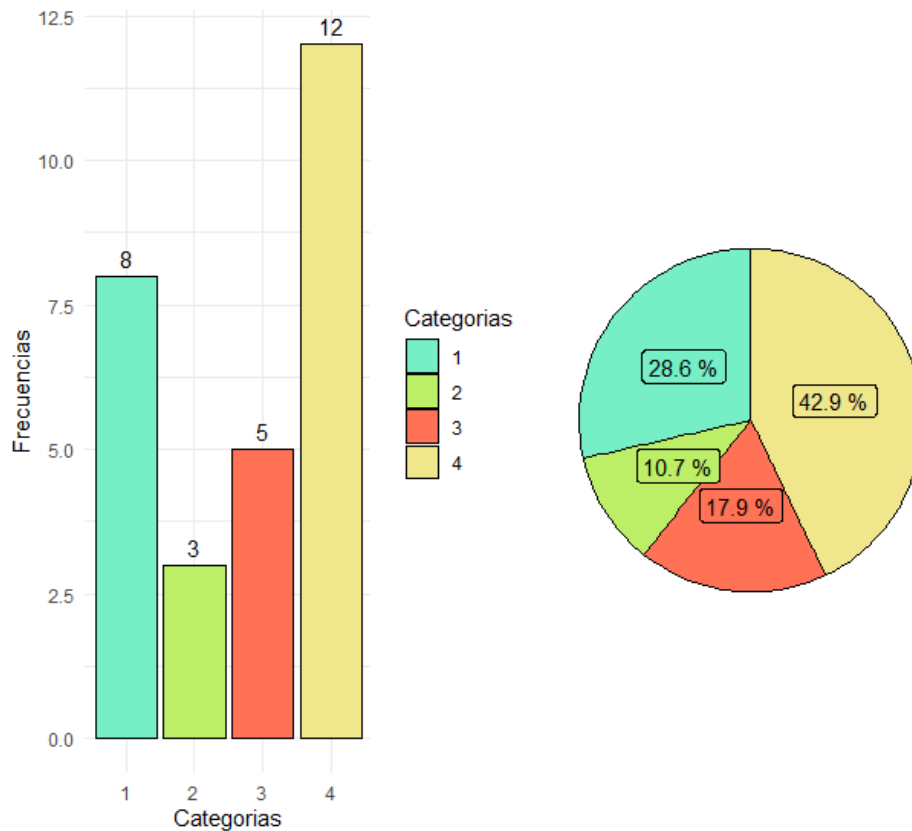
Tabla 40. *Categorías correspondientes a la tarea 5 de la secuencia 3.*

Categoría		Tarea 2 Número de respuestas
1	Utiliza la media para tomar decisiones sobre los conjuntos de datos.	8
2	Calcula una medida de dispersión e interpreta su resultado para tomar decisiones adecuadas.	3
3	Calcula de manera incorrecta la desviación estándar.	5
4	No responde.	12
Total		28

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestran dos gráficos en los que se representa la información de las categorías y los porcentajes que tuvieron cada una de estas.

Figura 58. Gráficos estadísticos categorías vs respuestas de la tarea 5 de la secuencia 3.



Fuente: Elaboración propia.

Además de la información presentada en el gráfico anterior se puede inferir que el 82.2% de las respuestas de los estudiantes fueron incorrectas, en donde se evidencia que el 28.6% de los estudiantes pertenecen a la categoría 1, toman su decisión basándose en la media de los conjuntos y eligen el conjunto de datos en donde el valor de la media sea mayor, tal y como se muestra en la siguiente respuesta.

Evidencia 49. *Ya que al calcular los resultados nos da el colegio A, al sacar el promedio el colegio A gana por 5 puntos 5980 para el B y 5985 para el A.*

Del 10.7% que pertenecen a la categoría 2, el 3.57% utilizó desviación estándar para comparar los conjuntos de datos y responder de manera correcta relacionando el menor valor con la expresión “tener mejores resultados”, como se muestra a continuación.

Evidencia 50. *Porque al hacer los cálculos de la media, la varianza y la desviación estándar, el resultado de la desviación estándar del colegio A es de 31,581 y la del colegio B es de 344,324. Entonces por eso el colegio B obtuvo mejores resultados.*

El 7.13% usó la noción de dispersión para comparar los conjuntos de datos y responder de manera correcta, como se muestra a en la siguiente respuesta.

Evidencia 51. *El colegio B Solo tiene a dos estudiantes con 385 y 395, mientras que el A tiene 2 con 390y 350.*

Para la categoría 3, el 21.43% de las respuestas fueron incorrectas, pues los estudiantes calcularon la desviación estándar o la varianza e interpretaron de manera errónea su resultado; el 3.57% calcula la varianza, tal y como se muestra a continuación.

Evidencia 52. *Utilizamos la varianza;* Los estudiantes afirman que la varianza para ambos colegios es la misma.

El 14.29% de los estudiantes calcula la desviación estándar y relaciona la expresión “mejores resultados” del enunciado de la tarea con el de “mayor valor” cuantificado, como se muestra a continuación.

Evidencia 53. *Porque sus datos son mayores por ende su desviación es mayor.*

El 3.57% restante utiliza del concepto de dispersión pues se logra identificar se cómo el estudiante hace referencia a la separación existente entre los datos de ambos conjuntos y con base en lo anterior toma su decisión, tal como se muestra en la siguiente justificación.

Evidencia 54. *Porque sus notas están menos dispersas que en el colegio B.*

Por último, el 39.29% de los estudiantes ubicados en la categoría 4 no responden.

Para finalizar con el análisis de esta tarea, es importante mencionar que se contó con 28 respuestas, esto por la falta de tiempo para realizar por completo la intervención en el aula.

Para concluir el análisis de la tercera secuencia resulta interesante resaltar distintos aspectos que surgieron a lo largo del abordaje de las tareas planteadas: en relación con el número de respuestas recibidas en las tareas se logra observar que estas disminuyeron en comparación con las de las otras secuencias, esto porque algunos estudiantes no contestaron las tareas

debido a que el tiempo de la intervención en el aula ya se había acabado. Por otro lado, respecto al cumplimiento de la meta en cada tarea se puede decir que esto se debe mejorar, puede ser a partir de la incorporación de otras tareas que permitan potenciar la toma de decisiones y el componente de la cultura estadística de las “destrezas matemáticas”. Por último, se resalta que en cuatro tareas el componente de la cultura estadística “*comprensión, interpretación y argumentación de la información*” en particular el elemento de la “*interpretación*” se logró potenciar en la mayor parte de los estudiantes, pues las tareas no solamente se limitaban a la cuantificación de la dispersión, sino que se buscaba que el alumno interpretara los resultados que obtuvieron acorde al contexto que se le estaba presentando para finalmente tomar una decisión.

Conclusiones

Aludiendo al objetivo general propuesto en relación con promover la noción de dispersión y el uso de las medidas de dispersión, es importante mencionar que este objetivo se cumplió al 100% puesto que los estudiantes lograron construir la noción de dispersión y a partir de este concepto fueron capaces de comparar y contrastar distribuciones de datos. En términos de la interpretación de las MD, se puede evidenciar que los estudiantes también lograron interpretar algunas de estas medidas, en particular la desviación estándar, sin embargo, presentan algunas dificultades cuando se requiere usar el coeficiente de variación para comparar conjuntos de datos que presentan unidades diferentes, por lo tanto, es importante seguir trabajando, como se ha mencionado a lo largo del análisis de cada una de las secuencias de tareas, en el reconocimiento de las unidades de las distribuciones de datos para determinar si es necesario aplicar esta MD o no. Lo anterior evidencia que el OVA cumplió con lo propuesto en el objetivo, dado que se logró desarrollar en los estudiantes la noción de dispersión y la importancia de no solamente calcular las MD sino de interpretar estos resultados en los contextos que se les presentaban, aspectos que se querían trabajar a lo largo de la propuesta.

En relación con los objetivos específicos, es importante mencionar que las tareas planteadas en la primera secuencia permitieron la génesis de la noción de dispersión por parte de los estudiantes, cumpliendo así el primer objetivo propuesto.

Adicionalmente se puede mencionar que en relación con el segundo y tercer objetivo específico se pueden ver cumplidos en el diseño de los distintos recursos que conforman el OVA, es decir, en el diseño de los videos explicativos y las presentaciones de PowerPoint que mostraban información relacionada con las MD, las distintas tareas de aprendizaje y evaluación que conforman las tres secuencias de tareas propuestas y finalmente, la retroalimentación de las tareas de evaluación de la secuencia final, todos estos contenidos integrados en la respectiva página web asociada; sin embargo, se resalta que el contenido del OVA, en particular las secuencias de tareas, son susceptibles a ser mejoradas en relación con las dificultades evidenciadas por los estudiantes.

Con respecto al último objetivo específico: validar si los objetos virtuales diseñados aportaban en el aprendizaje de las medidas de dispersión, se señala que cuando se realizó

la puesta en práctica del OVA en las dos instituciones educativas y se analizaron los resultados obtenidos en cada secuencia de tareas, se puede ver el cumplimiento de este objetivo; respecto a la contribución en el aprendizaje de los estudiantes se destacan tres aspectos: en primer lugar, la apropiación de los alumnos de la noción de dispersión, pues lograron identificar, a lo largo de las tareas propuestas, cuando un conjunto de datos era más disperso a otro y utilizaron palabras asociadas a esto como “más cerca”, “más lejos” y en algunos casos aludían a un estimador (la media). En segundo lugar, es importante recalcar que, aunque existen dificultades en relación con el cálculo de las MD presentadas, los estudiantes interpretaron dichos valores relacionando mayor dispersión con el mayor valor y menor dispersión en caso contrario. Por último, se deben mejorar los resultados en torno a el coeficiente de variación, pues se debe hacer énfasis en que dos conjuntos no se pueden comparar solo con la desviación estándar cuando sus unidades son diferentes.

Por otro lado, es importante mencionar que en la actualidad el desarrollo tecnológico nos exige como docentes actualizarnos en todas estas nuevas herramientas que pueden ser utilizadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. El diseñar el OVA como medio para la enseñanza de las MD permitió la consolidación de la información más relevante entorno a estas medidas a través de los diferentes recursos realizados, como lo fueron los videos, las presentaciones, las tareas de aprendizaje, de evaluación y las retroalimentaciones. Para el caso de las tareas que buscaban generar la noción de dispersión en los estudiantes fue fundamental la presencia de la tecnología, en particular el utilizar GeoGebra fue de gran ayuda para presentar con facilidad varias representaciones a los estudiantes para que interactuaran con las distribuciones de datos e identificaran en qué casos los puntos se encontraban cercanos o lejanos entre sí, o bien, entre los puntos y el estimador, y como lo menciona Gómez (1997) las TIC ayudaron a los estudiantes a visualizar y comprender de mejor manera un objeto matemático para identificar distintas características de este.

Adicionalmente, a través de la experiencia en aula vivida se logró constatar que es una realidad la poca incidencia de la estadística en las instituciones educativas, pues al realizar la puesta en práctica tanto en un colegio oficial como en uno privado se pudo observar que los conocimientos de los estudiantes en torno a las MD eran nulos, dando a entender que

el trabajo en esta área gira en torno al tratamiento del cálculo de las MTC o simplemente se deja a un lado para priorizar el estudio de áreas como el Cálculo y el Álgebra.

Con el fin de contribuir a la problemática expuesta en relación con el poco abordaje de la estadística en las instituciones educativas, se puede pensar en realizar una propuesta en la que se involucren los recursos plasmados en este trabajo entorno a las medidas de dispersión, los diferentes elementos planteados por Farigua (2016) para el tratamiento de las medidas de tendencia central y construir otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las medidas de localización más representativas (cuartiles y percentiles), para así lograr trabajar por completo los diferentes objetos estadísticos utilizados en el análisis de datos.

Con respecto a los aprendizajes adquiridos a lo largo de la construcción de esta propuesta, ampliamos el panorama entorno al trabajo que se puede realizar con las MD, pues en nuestra formación como educadores matemáticos estábamos acostumbrados simplemente a calcular estas medidas y nunca nos preguntábamos para qué eran utilizadas estas, o porqué resultaban tan importantes en el análisis de distribuciones de datos, tampoco cuestionamos porqué debíamos reemplazar en aquellas formulas, ni reparábamos en las diferencias que se encontraban en estas respecto a la población y a la muestra, mucho menos éramos conscientes de las posibles interpretaciones que se podían realizar teniendo en cuenta el contexto con el que se trabajara.

Por otro lado, se propone incluir otras tareas con las que se logre potenciar en los estudiantes los componentes de la cultura estadística que no se trabajaron a lo largo de esta propuesta, además de seguir reforzando el componente de las destrezas matemáticas en el que se presentaron inconvenientes por parte de los estudiantes.

Finalmente, como recomendación se sugiere implementar el OVA en los espacios asociados a la línea de estadística de la LM, pues para la construcción de esta propuesta se realizó una indagación con algunos compañeros de la Licenciatura que ya habían cursado estos tópicos respecto a sus conocimientos entorno a la noción de dispersión y la interpretación de algunas medidas para su cálculo, encontrando que los estudiantes presentaron dificultades para definir el concepto de dispersión e interpretar los valores que se calculaban utilizando estas medias.

Bibliografía

Albarracín, A. (2019). Análisis e interpretación de las medidas descriptivas con estudiantes de ciclo V mediante el trabajo por proyectos.

Álvarez, I. (2018). Memorias del III Encuentro Colombiano de Educación Estocástica. Popayán, Colombia: Asociación Colombiana de Educación Estocástica.

Álvarez, I. & Romero, V. (2019). Enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad, Propuesta de intervención en el aula.

Anderson, D. R., Sweeney, D. J., & Williams, T. A. (2008). Estadística Para Administración Y Economía, 10a. Ed. Cengage Learning Editores.

Ávila, W. (2013). Hacia una reflexión histórica de las TIC. *Hallazgos*, 10 (19). pp. 213 – 233.

Barragán, F. & Barrera, J (2021). El concepto estadístico de dispersión: una caracterización a partir de textos escolares colombianos. Universidad Pedagógica Nacional.

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Universidad de Granada. España.

Batanero, C. & Godino, J. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros. Universidad de Granada. España.

Batanero, C., Godino, J., Vallecianos, A., Green, D., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding Elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), (pp 527-547).

Belfiori, L. (2014). Enseñanza de estadística con recursos TIC. Congreso Iberoamericano de Ciencia.

Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). Dordrecht: Springer.

Bravo, R. (1991). Diccionario práctico de estadística y técnicas de investigación científica. Ediciones Paraninfo.

Cabrera, J., Sánchez, I., & Rojas, F. (2016). Uso de objetos virtuales de aprendizaje OVAS como estrategia de enseñanza-aprendizaje inclusivo y complementario a los cursos teóricos-prácticos. Una experiencia con estudiantes del curso de física de ondas. *Revista educación en ingeniería*. Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Carvajal, T. (2018). Elemento del razonamiento estadístico visibles en los estudiantes de décimo grado, al desarrollar un proyecto de trabajo estadístico, alrededor de algunas medidas de dispersión.

Castañeda, D (2014). Objeto virtual de aprendizaje como estrategia para la enseñanza de la materia y sus propiedades en los estudiantes de grado 10°. Universidad Nacional de Colombia. Manizales.

Castaño, E. (2016). Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de la estadística de la estadística descriptiva a través de situaciones en el grado 11.

Cobo, J. C. (2011). El concepto de tecnologías de la información. Benchmarking sobre las definiciones de las TIC en la sociedad del conocimiento. En *Zer-Revista de Estudios de Comunicación*, 14(27), 295-318.

Contreras, J. M., & Molina-Portillo, E. (2019). Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos. En M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.

Del-Pino, J. Las medidas de dispersión en la educación secundaria obligatoria: Análisis de libros de textos y de la comprensión de los estudiantes. Tesis doctoral. Universidad de Jaén.

Del-Puerto, S., Seminara, S., & Minnaard, C. (2007). Identificación y análisis de los errores cometidos por los alumnos en Estadística Descriptiva. *Revista Iberoamericana de educación*.

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidad del Valle. Colombia.

Farigua, K. (2016). *Propuesta de enseñanza para medidas de tendencia central a través de objetos virtuales de aprendizaje*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/2245>.

Feria, M. & Zúñiga, L. (2016). Objetos virtuales de aprendizaje y el desarrollo de aprendizaje autónomo en el área de inglés. *Praxis*. Vol. 12, 63 – 77.

Fernández, S., Cordero, J., & Córdoba, A. (2022). *Estadística descriptiva*. Segunda edición. Editorial escuela superior de gestión comercial y marketing.

Fisher, R. (1925). *Métodos estadísticos para investigadores*. Angular, S. A. de ediciones.

FUNDESCO (1986). *Formación de técnicos e investigadores en tecnologías de la información: análisis de la oferta y la demanda de estos profesionales en España*. Madrid: FUNDESCO.

Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

Garzón, D. (2018). Análisis de materiales y recursos informáticos para la enseñanza de la estocástica en la educación básica y media en Colombia. Universidad Pedagógica Nacional.

Garzón, M. & Gordillo, M. (2012). Diseño de un programa de apoyo para determinar el nivel de cultura estadística de un estudiante de grado undécimo en el tema medidas de dispersión.

Gómez, P (1997). Tecnología y Educación Matemática. *Revista Información Educativa*. Universidad de los Andes.

Gómez, P., Mora, M. & Velasco, C. (2018). Formación de profesores de matemáticas y prácticas de aula: conceptos y técnicas curriculares. Capítulo 5. Análisis de Instrucción. Ediciones Uniandes-Universidad de los Andes.

González, I., Batanero, C., López, M., & Contreras, J. (2016). El sentido de la dispersión y su desarrollo en el currículo. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*.

Gutiérrez, A. (1997). *Educación Multimedia y Nuevas Tecnologías*. Madrid: Ediciones de la Torre.

Loose, F., Lioen, M., & Lacante, M. (1985). The Standard Deviation: Some Drawbacks of an Intuitive Approach. *Journal: Teaching Statistic*.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá D.C., Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas,*

MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V.2*. Bogotá D.C., Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Molina, G., & Rodrigo, M. (2010). *Estadística descriptiva en Psicología*. Universidad de Valencia.

Monje, A. (s.f.). *Manual de exelearning*. Recuperado de exelearning.net: https://exelearning.net/html_manual/exe_es/index.html.

Moreira, J., Mera, C., & Vera, F. (2021). Objetos virtuales de aprendizaje como estrategia didáctica de enseñanza aprendizaje en la educación superior. *Revista científica dominio de las ciencias*. 7(3). (pp. 926-934).

Pearson, K. (1938). *An Appreciation of Some Aspects of His Life and Work*, Cambridge: Cambridge University Press.

Pineda, D. (2018). Propuesta de la enseñanza de la estadística a través de la hoja de cálculo de Excel en grado décimo de la IE Santa Elena de El Cerrito, Valle del Cauca.

Posada, G. (2016). Elementos básicos de estadística descriptiva para el análisis de datos. Fundación universitaria Luis Amigó.

Ross, S. (2005). Introducción a la estadística descriptiva. Editorial Reverté.

Sarmiento, B., & Fernández, F. (2014). Estadística descriptiva: Introducción al análisis de datos. Primera edición. Ediciones de la U.

Schoenfeld, A. (2014). What Makes for Powerful Classrooms, and How Can We Support Teachers in Creating Them? A Story of Research and Practice, Productively Intertwined. *Journal: Educational Researcher*.

Vargas, C., Molina, O., Samper, C., Perry, P. y Camargo, L. (2022). Tareas de argumentación: ¿por qué un “por qué” no es necesario ni suficiente? En P. Perry (ed.), *Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, 25, 101-113. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Veytia, M., Pérez, C., Belver, J., Moreno, J., García, O., Lara, R., De Fuente, A. & Cáceres, M. (2019). Aproximación didáctica a los Objetos Virtuales de Aprendizaje. Universidad Autónoma del estado de Hidalgo. México.

Wallman, K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.

Watson, J. M. (1997). Assessing statistical literacy using the media. En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107–121). Amsterdam, the Netherlands: IOS Press e International Statistical Institute.

Anexos

Retroalimentación

Tarea 3

¿Cuál es el país que presenta menores cambios en sus temperaturas?

Para poder identificar cuál de los dos países presenta menores cambios en sus temperaturas es necesario ver el tipo de información que tenemos.

1. La temperatura en Egipto se mide en grados Fahrenheit mientras la temperatura en Canadá se mide en grados Centígrados.
2. ¿Cuál de las medidas de dispersión que se han visto, permite comparar dos conjuntos de datos con unidades de medida diferente.

- a. Varianza
- b. Desviación estándar
- c. Coeficiente de variación.

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

3. Ahora como el enunciado brinda la media y la desviación estándar de cada conjunto de datos, se puede calcular el coeficiente de variación y luego se pueden comparar los conjuntos a ver cuál presenta un menor cambio en su temperatura.

	Egipto	Canadá
Media	68,5	17,7
Desviación	10,17	6
Coeficiente	15%	34%

4. Como se puede ver la media y la desviación estándar de la temperatura en Egipto es mayor a la media y la desviación estándar de la temperatura en Canadá.

Sin embargo, esto no quiere decir que Egipto presentara mayores cambios en su temperatura que la de Canadá, ya que al calcular el coeficiente de variación para cada uno de los países se puede identificar que Egipto presenta no más un 15% de variabilidad en sus temperaturas, mientras que Canadá solo presenta un 34% de variabilidad en sus temperaturas.

POR ESTE MOTIVO LA RESPUESTA CORRECTA ES EGIPTO

Retroalimentación

Tarea 1

¿Cuál de las dos sucursales presentó mayores cambios en sus ventas?

Para poder identificar cuál de las dos sucursales presento mayores cambios en sus ventas es necesario ver el tipo de información que tenemos.

1. Las ventas en Nueva York son en Dólares mientras que las ventas en Londres son en Euros.
2. ¿Cuál de las medidas de dispersión que se han visto, permite comparar dos conjuntos de datos con unidades de medida diferente?
 - a. Varianza
 - b. Desviación estándar
 - c. **Coefficiente de variación.**

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

3. Ahora se debe hallar la media y la desviación estándar de cada conjunto de datos para poder calcular el coeficiente de variación y poder compararlos.

	Ventas de Nueva York (en dólares)	Ventas de Londres (en euros)
	\$ 1.000	€ 800
	\$ 1.200	€ 900
	\$ 900	€ 700
	\$ 1.100	€ 1.000
	\$ 950	€ 850
Media	1030,000	850,000
Varianza	11600	10000
Desviación	107,703	100
Coefficiente	10%	12%

4. Como se puede ver la media y la desviación estándar de la sucursal de Nueva York es mayor a la media y la desviación estándar de la sucursal en Londres.

Sin embargo, esto no quiere decir que la sucursal del Nueva York presentara mayores cambios en sus ventas que la sucursal de Londres ya que al calcular el coeficiente de variación para cada una de las sucursales se puede identificar que la sucursal de Londres presenta un 12% de variabilidad en sus ventas, mientras que la sucursal de Nueva York solo presenta un 10% de variabilidad en sus ventas.

POR ESTE MOTIVO LA RESPUESTA CORRECTA ES LONDRES

Retroalimentación

Tarea 2

¿Cuál de los dos equipos es más constante en su desempeño?

Para poder identificar cuál de los dos equipos se mantuvo más constante en su desempeño, se puede realizar calculando la media de cada conjunto de datos e identificar cual es mayor o menor.

1. Media

Manchester City	25	24	27	24	26	25	27	22
Manchester United	20	30	21	23	25	24	27	30

	Manchester City	Manchester United
Media	25	25

2. Como la media de ambos equipos es igual ¿Cuál de las medidas de dispersión que se han visto permite comparar la dispersión de los datos?

- Varianza
- Desviación estándar
- Coficiente de variación.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

3. Como ya se tienen la media de cada equipo, se puede hacer uso de esta y encontrar la desviación estándar de cada conjunto de datos, para luego poder compararlos e identificar cuál de ellos presenta menor variabilidad en sus datos (ya que entre menor sea la variabilidad, los datos estarán más cercanos a la media).

	Manchester City	Manchester United
Media	25	25
Varianza	2,5	12,5
Desviación	1,581	3,536

4. Al calcular las desviaciones de los dos equipos, se logra identificar que Manchester City presenta una dispersión de 1,581 goles entre la media y los otros datos mientras Manchester United presenta una dispersión mayor de 3,536 goles entre la media y los otros datos.

POR ESTE MOTIVO LA RESPUESTA CORRECTA ES MANCHESTER CITY

Retroalimentación

Tarea 3

¿Cuál es la varianza de los ingresos del cine en esa semana de estreno?

Para calcular la varianza de un conjunto de datos es necesario primero conocer su media.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
\$ 350	\$ 1.200	\$ 1.000	\$ 700	\$ 1.800	\$ 2.500	\$ 2.000

Ahora para calcular la varianza debemos recordar la fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Usando la fórmula tenemos

Media	\$ 1.364
Varianza	501938,776

Recordando que la unidades de la varianza quedan elevadas al cuadrado tendríamos

POR ESTE MOTIVO LA RESPUESTA CORRECTA ES 501938,776 DOLARES²

Retroalimentación

Tarea 4

El científico desea seleccionar la característica de los superhéroes que presente menores cambios.
¿Cuál de las dos características debería seleccionar?

Para poder identificar cuál característica presenta menores cambios es necesario ver el tipo de información que tenemos.

- Las alturas de los superhéroes está medida en metros y los pesos de estos mismos está medida en kilogramos.
- ¿Cuál de las medidas de dispersión que se han visto permite comparar dos conjuntos de datos con unidades de medida diferente?
 - Varianza
 - Desviación estándar
 - Coefficiente de variación.**

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

- Ahora se debe hallar la media y la desviación estándar de cada conjunto de datos para poder calcular el coeficiente de variación y poder compararlos.

Superhéroe	Peso (en kg)	Superhéroe	Altura (en cm)
Superman	211	Superman	231
Iron Man	245	Iron Man	267
Batman	144	Batman	223
Captain América	156	Captain América	227
Wonder Woman	104	Wonder Woman	104
Black Widow	105	Black Widow	103
Thor	245	Thor	250
Aquaman	136	Aquaman	199
Flash	107	Flash	183
Spider-Man	124	Spider-Man	119
Media	157,7	Media	190,6
Varianza	2811,21	Varianza	3380,04
Desviación	53,02	Desviación	58,14
Coefficiente	34%	Coefficiente	31%

- Como se puede ver la media y la desviación estándar de las alturas de los superhéroes son mayores a la media y la desviación estándar de los pesos de los superhéroes.

Sin embargo, esto no quiere decir que las alturas de los superhéroes presentaran mayores cambios que los pesos de estos mismos, ya que al calcular el coeficiente de variación para cada una de las características se puede identificar que las alturas de los superhéroes presentan no más un 31% de variabilidad en sus datos, mientras que los pesos de los superhéroes presentan un 34% de variabilidad en sus datos.

POR ESTE MOTIVO LA RESPUESTA CORRECTA ES ALTURA

Retroalimentación

Tarea 5

¿Qué colegio obtuvo mejores resultados?

Para poder identificar cuál de los dos colegios presenta mejores resultados, podríamos hacerlo calculando la media de cada conjunto de datos e identificar cual es mayor.

1. Media

Colegio A	Colegio B
410	420
445	385
420	400
480	410
390	435
470	460
420	440
440	410
350	420
450	450
425	430
445	395
430	470
410	455

Media	427,5	427,14
-------	-------	--------

2. Como podemos ver la media de los resultados del Colegio A es mayor que la media de los resultados del Colegio B, sin embargo, esto no quiere decir que los resultados del colegio A sean mejores que los del colegio B, entonces ¿Cuál de las medidas de dispersión que se han visto nos sirve para identificar cual colegio tuvo mejores resultados?

- a. Varianza
- b. **Desviación estándar**
- c. Coeficiente de variación.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

3. Ahora debemos hallar la desviación estándar de cada conjunto de datos para poder identificar cuál de ellos presenta menor variabilidad en sus datos (ya que entre menor sea la variabilidad, los datos estarán más cercanos a la media).

	Colegio A	Colegio B
Media	427,5	427,14
Varianza	999,1071429	620,408163
Desviación	31,609	24,908

4. Al calcular las desviaciones de los resultados de los colegios A y B tenemos que:

Esto quiere decir que los resultados del colegio B son mejores que los del colegio A, ya que los resultados del colegio B presentan una dispersión de 24,908 puntos entre ellos y su media, mientras que los resultados del colegio A presentan una dispersión de 31,609 puntos.

$$24,908 \text{ puntos} < 31,609 \text{ puntos}$$

$$\text{Colegio B} < \text{Colegio A}$$

POR ESTE MOTIVO LA RESPUESTA CORRECTA ES COLEGIO B