

**Los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de
números del sistema de numeración decimal al sistema binario y
viceversa**

Rafael Ernesto Rozo Tibavisco
Código 2022290024

Proyecto para optar al título de
Especialista en Pedagogía
Asesor: Carmenza Sánchez Rodríguez

Universidad Pedagógica Nacional
Departamento de Posgrados
Especialización en Pedagogía
2023.

Dedicatoria

Podría decir, desde un enfoque cuantitativo, que dedico esta investigación a mi familia cercana: Tercer grado de consanguinidad, segundo de afinidad o primer civil, pero, desde un punto de vista cualitativo, dedico el documento especialmente a las personas que más amo en el mundo, a mis dos hijas: Gabriela y Paris Michelle, quienes son mi fuente permanente de luz, inspiración, ganas de vivir y deseos de superación. Espero que de alguna manera yo las pueda corresponder, convertirme en su “cuerda”, y tener algo de efecto pigmalión positivo en sus proyectos de vida.

Agradecimientos

Primero que todo a la Universidad Pedagógica Nacional, estoy seguro de que designaron a mi asesor de formulación de proyectos y trabajo de grado según mis fortalezas y debilidades. En el tema de la investigación, conscientemente creo que el listado de debilidades es muchísimo más amplio que el de fortalezas, luego estoy seguro de que en la UPN me supieron leer perfectamente y encaminar por el camino cierto.

Mis agradecimientos muy especiales a la Docente Carmenza Sánchez Rodríguez, quien como asesora de este trabajo de grado, con toda la experiencia y profesionalismo, me acogió con mucha humildad y sobre todo con mares de paciencia, podría decir que me trajo casi de la mano hasta este punto. Usted es en realidad uno de esos "maestros que dejan huella". Espero que en mi práctica pedagógica futura poder reflejar, aunque sea solo un poco en los estudiantes, de lo mucho que usted proyecto y despertó en mí, con eso creo que ya ha valido la pena este camino. Mil y mil gracias.

Contenido

Contenido	iv
Resumen	5
Descripción del Contexto Problemático	6
Objetivo General	8
Objetivo Específico	8
Justificación	9
Antecedentes	13
Modalidad de Trabajo	20
Enfoque Epistemológico de la Investigación	21
Ruta Metodológica	25
Fases Ruta Metodológica:	25
LOS PROBLEMAS RELACIONADOS CON EL APRENDIZAJE DE LA CONVERSIÓN DE NÚMEROS DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL AL SISTEMA BINARIO Y VICEVERSA	27
Problema Didáctico	30
¿Por qué los niños deben aprender sistemas de numeración?	31
El sistema de numeración como un objeto	33
¿Por qué enseñar Matemáticas?	34
Algo de Historia de los Sistemas de Numeración	36
Sistema de Numeración Decimal	39
Sistema de Numeración Binario	44
Conversión de un número del Sistema de Numeración Decimal al Sistema Binario	45
Conversión de un número del Sistema de Numeración Binario al Sistema de Numeración Decimal	46
Didáctica	47
Transposición Didáctica	48
El saber matemático y la transposición didáctica	49
Los cinco procesos generales de la actividad matemática	50
Los cinco tipos de pensamiento matemático	51
El pensamiento numérico y los sistemas numéricos	51
Los problemas de los estudiantes para el aprendizaje del sistema de numeración decimal	52
Falta de comprensión conceptual:	52
Dificultades para identificar los valores posicionales:	53
Problemas de memoria:	54
Falta de práctica y repetición:	54
Dificultades de lectoescritura:	54
	iv

Dificultades para relacionar números decimales:	55
Los problemas de los estudiantes para el aprendizaje del sistema de numeración binario	55
Dificultad para comprender la base conceptual del sistema binario:	55
Falta de familiaridad con la notación y terminología del sistema binario:	55
Dificultades en la Abstracción:	56
Dificultades para visualizar:	56
Falta de práctica:	57
Problemas de conversión:	57
Falta de recursos:	57
Los problemas de los estudiantes para convertir un número del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario	57
Entender el sistema binario:	58
Falta de práctica:	58
Error humano:	58
Dificultades matemáticas:	59
Complejidad de los números grandes:	59
Una herramienta didáctica para la comprensión de la conversión de números decimales a binarios	60
Conclusiones	66
Recomendaciones	71
Índice de Tablas	73
Lista de referencias	74

Resumen

La presente investigación tiene como propósito develar las problemáticas a las que se enfrentan los estudiantes de 8 y 9 grado de educación básica, en el problema de aprendizaje que tiene que ver con, la conversión de los números de números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario y viceversa. Adicionalmente y según los resultados obtenidos de la investigación se desarrolla un software a manera de herramienta de didáctica, que intenta más que solucionar algunos de los problemas encontrados en el transcurso de la investigación, ejemplificar herramientas interactivas que se pueden desarrollar en el futuro con el uso de la tecnología de información, para pensar e intentar solucionar diferentes tipos de problemas planteados en gran variedad de disciplinas científicas.

Descripción del contexto problemático

Este trabajo de grado nace, en primer lugar, de la reflexión sobre mi propia experiencia, tanto de mi época de primer aprendizaje sobre el tema, como un estudiante de bachillerato y luego como estudiante de ingeniería de sistemas; como también del recuerdo de algunas vivencias en mi práctica profesional, debido a situaciones en que me he percatado que colegas, tienen dificultades en lo que tiene que ver con la conversión de números del sistema de numeración decimal al sistema binario y viceversa. Los problemas principales pueden nacer del desconocimiento de lo que significa realmente un sistema de numeración en base diez (decimal) y en uno en base dos (binario) y en todos los conceptos relacionados con estos aspectos del saber. Según Franco, A. (2008): "El conocimiento y manejo del sistema binario ayuda al estudiante a resolver múltiples situaciones que se le plantean con matemáticas binarias y a comprender mejor la ciencia y la tecnología que hace funcionar la mayoría de los dispositivos que nos rodean" (p. 104), el mismo autor aclara la problemática: "el aprendizaje en educación secundaria de los números binarios, un sistema de numeración, en el que el alumnado encuentra grandes dificultades para su comprensión y al que el actual currículo de esta etapa educativa no le presta la importancia que se merece" (p. 103). Benimeli, E. (2017, 9 de octubre) en su artículo menciona que "La informática son unos y ceros", resume el problema en esta frase que repiten una y otra vez quienes intentan (no siempre con éxito) explicar el funcionamiento interno de cualquier dispositivo electrónico digital", y deja ver cómo se hace tan necesario el poder comprender esta temática para quienes están

involucrados en esta disciplina del saber. Este trabajo busca, habiendo construido un conocimiento previo, apropiarse de conocimiento, para abordar mejor estos temas y así poder diseñar y construir, o seleccionar y utilizar las herramientas didácticas apropiadas según la situación que se presente. Hernández, V. (2017), en el contexto de la educación primaria afirma: “La introducción de los números binarios en esta etapa temprana permite abrir la mente a los escolares a una nueva manera de ver los sistemas de numeración, ampliando de esta manera la limitación a la tradicional base diez" (p. 177). Esto significa que este tema se podría empezar a trabajar en grados anteriores.

Según Martínez, M. (2012) “Las dificultades que presentan los estudiantes en su aprendizaje en los primeros años de estudio se reflejan en un deficiente manejo de los sistemas de numeración (decimal y binario) y en la poca comprensión de los procesos que se deben seguir para la obtención de un resultado cuando se realiza cualquier operación básica de la aritmética con los números naturales” (p. 9), podemos ver entonces la importancia de abordar esta problemática y brindar herramientas que puedan solucionarla desde edades tempranas, lo cual puede ser fundamental para un mejor relacionamiento de los estudiantes con los números o las matemáticas.

Una vez presentado el panorama de la situación problemática se realiza la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de números del sistema de numeración decimal al sistema binario y viceversa? Esta pregunta

busca establecer las condiciones para el diseño de una herramienta didáctica, dirigida a estudiantes de octavo y noveno de educación básica.

Y se plantean los siguientes objetivos:

Objetivo General

El objetivo general es identificar, los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de números del sistema de numeración decimal al sistema binario y viceversa, para más adelante construir una propuesta que contribuya a solucionar los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de números entre el sistema de numeración decimal al binario, teniendo en cuenta los hallazgos de las investigaciones sobre las posibles problemáticas de los estudiantes, relacionadas con su aprendizaje en el campo de las matemáticas.

Objetivo Específico

Caracterizar los problemas de los estudiantes para el aprendizaje de la conversión de los números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario, en el grado 8 y 9 de educación básica.

Es pertinente, plantear o diseñar una propuesta que permita facilitar el aprendizaje de la conversión de los números del sistema decimal al binario en el grado 8 y 9 de educación básica.

Justificación

Martínez, M. (2012) citando a Pérez, G. (1986) afirma que, “se ha puesto de manifiesto la escasa efectividad de la enseñanza para la comprensión de conceptos fundamentales” (p. 1).

Adicionalmente Franco, A. (2008) citando a: Niskizaki (1990), Raft (2003, 2004), Paenza (2005), concluye que, "Desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, existen muy pocos recursos para el aprendizaje en el aula de los números binarios en secundaria, lo que contribuye a la dificultad de su aprendizaje” (p. 104).

Se podría entonces especular, probablemente sin temor a cometer una equivocación y manifestar que, la enseñanza de la conversión de los números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario es un tema relativamente nuevo y, a su vez muy importante, (proveniente seguramente de la necesidad de educación en el área de la Informática), que comenzó a incorporarse en los contenidos de enseñanza de educación secundaria desde la década de 1990. Pero esta aparente juventud y relevancia de la problemática no implica que se haya abordado con algunas formas nuevas de enseñanza o diferentes tipos de herramientas, con el objetivo de que los estudiantes puedan alcanzar los aprendizajes propuestos o apropiarse de ellos de manera significativa, sino que se heredaron en primera instancia de esos libros de texto probablemente densos, para intentar construir conocimiento en el estudiante. De esa época para acá, ha habido muchos cambios, sobre todo en lo que tiene que ver con tecnologías de información, que podrían también ayudar a construir conocimiento en

todas las disciplinas del saber. Es allí donde se puede pensar también en diseñar unas herramientas didácticas usando nuevas tecnologías, en donde el estudiante pueda interactuar fácil y amablemente con la solución, donde se genere un ambiente de aprendizaje favorable, que ayude a mejorar las formas de comunicación entre estudiantes y profesores y, finalmente, estas herramientas logren ser muy fáciles de interpretar, manipular y entender.

Sin embargo, esta indagación debe ir más lejos y no suponer simplemente que porque ya existen unas herramientas, estas son, de por sí, eficaces, o que al ser construidas se tuvieron en cuenta todos los aspectos que deben ser abordados, para que el estudiante logre comprender e interiorizar los saberes y así poder construir conocimiento. Bolívar, A. (2005) toca el tema de las didácticas específicas en donde podríamos ubicar la problemática tratada así: “En segundo lugar, analiza en qué medida puede servir para (al igual que la “transposición didáctica”) fundamentar las didácticas específicas, así como sus implicaciones para la formación del profesorado especialista en un ámbito disciplinar” (p. 1).

Con la definición de las características de la herramienta didáctica, se van a poner a prueba seguramente “estrategias instruccionales”, según Feo, R (2010)

Donde la interrelación presencial entre el docente y estudiante no es indispensable para que el estudiante tome conciencia de los procedimientos escolares para aprender, este tipo de estrategia se basa en materiales impresos donde se establece un diálogo didáctico simulado, estos procedimientos de forma general van

acompañados con asesorías no obligatorias entre el docente y el estudiante, además, se apoyan de manera auxiliar en un recurso instruccional tecnológico. (p. 222)

Menciona Chevallard, Y. (1991). “... en nuestras clases concretas- entre un docente, los alumnos y un saber matemático. Tres lugares, pues: es el sistema didáctico” (p. 15). Las características encontradas, servirán también para que el profesor pueda trabajar sobre ejemplos reales, en el futuro pueda reflexionar sobre problemáticas propias, especialmente en la disciplina de las matemáticas básicas, que estas lo lleven a diseñar, y por qué no, a construir sus propias estrategias o herramientas didácticas.

Indagando en los lineamientos curriculares - matemáticas del ministerio de educación nacional, se puede observar que no se encuentra ningún aparte que cite a los números o representación binaria. Cabe mencionar que este documento, más que establecer temáticas específicas, se centran en reflexionar sobre las siguientes preguntas, MEN (2006):

¿Qué son las matemáticas?, ¿En qué consiste la actividad matemática en la escuela?, ¿Para qué y cómo se enseñan las matemáticas?, ¿Qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura?, ¿Cómo se puede organizar el currículo de matemáticas?, ¿Qué énfasis es necesario hacer?, ¿Qué principios, estrategias y criterios orientarían la evaluación del desempeño matemático de los alumnos? (p. 9)

Por lo tanto, allí no se menciona en qué grado o cómo se debe aprender la conversión de los números del sistema de numeración decimal al binario; el maestro

podría entonces decidir abiertamente en qué grado abordar el tema, y también con qué nivel de profundidad hacerlo, o simplemente si pensamos en un escenario más pesimista, el maestro podría simplemente decidir nunca abordar el tema y esto sería más lamentable.

En el *documento* del ministerio de educación nacional - MEN (2006), estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar! (s.f.), se menciona el tipo de numeración binaria, pero como parte de la historia, “Históricamente, las operaciones usuales de la aritmética eran muy difíciles de ejecutar con los sistemas de numeración griegos o con el romano, y sólo en el Siglo XIII se empezó a adoptar en Europa el sistema de numeración indo-arábigo” (p. 59), y más adelante ya se hace una breve mención a los números binarios “... se empezaron a estudiar los sistemas numéricos de los enteros, los racionales, los reales y los complejos, y otros sistemas de numeración antiguos y nuevos (como el binario, el octal, el hexadecimal, el vigesimal y el sexagesimal para los naturales y sus extensiones a los racionales)” (p. 59), pero como se puede observar no hay una recomendación puntual sobre su enseñanza.

Haciendo búsquedas en la red de internet sobre proyectos educativos institucionales “PEI”, de instituciones de carácter público, podemos ver que, solo en muy pocas se menciona o son tenidas en cuenta las operaciones con números binarios y la conversión de los números decimales a binarios, como en el Colegio Instituto Técnico Internacional IED (2021). Esta mención se hace como una prueba diagnóstica, para estudiantes que arriban al grado sexto, estudiantes de baja edad, donde estas instituciones

consideran deben tener cierta destreza en el tema y debe ser evaluado su conocimiento construido hasta el momento. Luego se devela una gran problemática, los alumnos son evaluados en la adquisición de una serie de “supuestos” conocimientos previos, que en muchos casos nunca fueron enseñados, pero que son muy importantes, sobre todo en esta época de la humanidad, donde las tecnologías de información y los conocimientos matemáticos específicos que estas implican son tan esenciales para su adquisición, dominio y evolución.

Por otro lado, autores como Córdoba, S. (2020) expone que "... es fundamental el uso de recursos y herramientas didácticas dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y esto se deduce del gusto que genera en el estudiantado el aprender haciendo, ya que, del uso del material didáctico palpable, manipulable, práctico y entretenido, evidencia un incremento en el desarrollo de las competencias” (p. 30). Se nota claramente cómo el uso de herramientas didácticas es de carácter fundamental, cuando se involucran en los procesos de enseñanza - aprendizaje, para nuestro caso en la disciplina de las matemáticas, luego es totalmente pertinente profundizar en el tema y presentar nuevas propuestas.

Antecedentes

Granda, L. (2019) menciona:

Los hallazgos realizados a través de la revisión documental develan que las TIC son sustento material de los nuevos paradigmas educativos; consideradas y tenidas en cuenta por muchos docentes como herramientas didácticas; dadas sus

características de multimedia, interactividad y asincronismo, que favorecen la motivación, atención a las diferencias individuales, el trabajo cooperativo y colaborativo, el aprendizaje autónomo y continuo; la autoevaluación, evaluación y control de los procesos instructivos y educativos. (p.104)

En esa investigación Granda quiere caracterizar el empleo de las herramientas TIC en los procesos de enseñanza - aprendizaje.

Franco, A. (2008), hablando sobre el tema desde una perspectiva española, en un artículo denominado: *Uno más uno son diez: recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje de los números binarios en educación secundaria*, devela y explica de manera resumida varias herramientas didácticas sobre la enseñanza y aprendizaje de los números binarios en educación secundaria. El análisis de todas estas herramientas didácticas, rescatando sus pros y sus contras, podrían ayudar en el futuro a diseñar algunas otras herramientas didácticas, más acordes con las herramientas tecnológicas que se tienen a la mano por esta época.

El artículo tratado anteriormente se sitúa en el contexto español, menciona también Franco, A. (2008), “El currículo que establece las enseñanzas mínimas para la etapa de secundaria en España introduce los contenidos matemáticos asociados al sistema binario de una manera práctica, al estudiar las aplicaciones de este sistema de numeración en la informática del tercer y cuarto cursos de secundaria.” (p. 104), esto indica que en España estos conocimientos se manejan en 8 y 9 grado de educación básica, es decir *ad*

portas de la educación media, este podría ser un punto de partida para abordar la problemática en los niños.

Ahora, Hernández, V., Morales, A., y Quevedo E. (2017), en su artículo: *Un Mundo De Unos Y Ceros. Nuevos Recursos Didácticos Del Sistema De Numeración Binario En Educación Primaria*, afirman que, “Si bien la comprensión detallada del sistema de numeración binario requiere un nivel de educación secundaria, el trabajo con números binarios desde la etapa de primaria permite mostrar al alumnado cómo el mundo de las matemáticas se conecta con la ciencia y la tecnología” (p. 177), los autores se sitúan en un contexto también español y aunque presentan herramientas o como ellos los denominan: “recursos” didácticos para el desarrollo del problema, están enfocados más en niños que cursan la educación primaria, pero dan un punto de partida para pensar en didácticas diferentes enfocadas en un sujeto de más edad y conocimiento previo, utilizando en primera instancia el método socrático. Se devela también cómo los autores justifican las reflexiones sobre la temática y también ubican las edades tempranas (educación primaria), como la base de todo el aprendizaje de este sistema, Hernández, V., Morales, A., y Quevedo E. (2017), “El sistema binario se encuentra en un contexto claro de interrelación con la vida cotidiana del alumno desde edades tempranas. Tal como ha demostrado la educación matemática realista, que se centra en qué matemáticas enseñar y cómo enseñarlas, las situaciones de la vida cotidiana se encuentran en la base de la pirámide de los contextos de aprendizaje” (p. 178). El construir conocimiento en este tema, tiene como objetivo futuro, permitir que el estudiante de pregrado en carreras de

tecnologías de información en materias como programación o robótica, muy alineadas con el llamado “pensamiento computacional”, llegue con unas bases sólidas, y así pueda comprender los conceptos nuevos de una forma más fácil.

Terigi, F. y Wolman, S. (2007), a quienes el contexto de su artículo las ubica en Buenos Aires Argentina, analizando específicamente el contexto latinoamericano, afirman que:

En el inicio de la formación matemática escolar, el sistema de numeración es el elemento clave. ... analiza las maneras en que la enseñanza usual del sistema de numeración puede estar contribuyendo a la producción de fracaso escolar, y considera las condiciones que deben reunir las propuestas de enseñanza a fin de colocar a los niños en una posición de creciente dominio en esta herramienta cultural. (p. 59)

El documento anterior devela, no solo la importancia de la enseñanza temprana de la matemática, sino también la enseñanza del sistema de numeración. Se puede apreciar que no se menciona ningún sistema de numeración en especial, ese problema se referencia también en este documento, seguramente se debe asumir que es el sistema de numeración decimal, como si fuera el único, y cuando el sujeto se enfrenta a realidades que involucran otro sistema de numeración como el binario, para el caso de las tecnologías de información, la problemática se multiplica, así como la necesidad de plantear soluciones al respecto.

Fernández, E., Mac Gaul, M. y López, M. (2014), en su artículo enmarcado en Argentina, reflexionan sobre los procesos cognitivos de los estudiantes iniciales de

programación - licenciatura de análisis de sistemas (nuevo plan de estudio), para alumnos en primer semestre de pregrado, mencionando que, “Se reconocen las dificultades que presentan para el estudio de los sistemas de numeración. En particular, los obstáculos de origen epistemológico que se presentan cuando el conocimiento del sistema decimal actúa como obstáculo para el conocimiento de otros sistemas de numeración: Binario, octal y hexadecimal” (p. 82), los autores en su investigación enfocada más sobre el área de las tecnologías de información y ubicándose específicamente en el diseño y construcción de algoritmos para la resolución de problemas matemáticos, develan el contexto problemático por el desconocimiento en algunos de los alumnos de los prerrequisitos o saberes previos con los que deberían llegar estos sujetos al aula, pero que desafortunadamente en su preparación previa, no fueron adquiridos. En otro aparte, Fernández, E. y otros (2014) afirman que: “Se advierte la necesidad de abstracción que requiere mantener estable, tanto la cantidad como la representación hablada y escrita, de números expresados en distintos sistemas numéricos. Las dificultades de representación, entre otros, provienen de verdaderos conflictos con los saberes anteriores.” (p. 82). Se debe reflexionar mucho sobre ese último aparte donde se mencionan las dificultades de representación provienen de grandes conflictos con los saberes anteriores.

Para Bryant, P. y Nunes, T (1998), en el proceso de desarrollo del conocimiento y la comprensión matemáticos, existen inmersos en los niños tres aspectos: aprender las invariantes lógicas, aprender a dominar y utilizar los sistemas matemáticos convencionales y aprender a ver los requerimientos matemáticos de diferentes

situaciones; tres aspectos que seguramente se deben tener muy en cuenta a la hora de abordar la resolución de la problemática planteada. Terigi, F. y Wolman, S. (2007) también evidencian que, “El SN es el primer sistema matemático convencional con que se enfrentan los niños en la escuela, y constituye el instrumento de mediación de otros aprendizajes matemáticos” (p. 64), debemos tener en cuenta que la sigla SN denota al sistema numérico, y como se dice en este documento, lo relacionan siempre con el sistema de numeración decimal, adicionalmente se debe rescatar esa posición de ser el primer sistema matemático que encaran los niños, y que después va a servir de puente para abordar otro tipo de saberes aritméticos.

Comenta Martí, E. (2003), “el aspecto de la notación matemática más fundamental (el álgebra, por ejemplo, es más compleja y presupone el conocimiento del sistema numérico).” (p. 164). Como podemos observar, al llegar en tiempos posteriores al aprendizaje del álgebra, existe un factor de calidad relacionado con el aprendizaje que los niños podrían lograr, que tiene que ver con el conocimiento previo del sistema de numeración, saber que se torna imprescindible para su trayectoria escolar más adelante, claramente una valiosa razón para encarar la problemática de frente y desde edades tempranas, para así formar en los niños estudiantes unas bases realmente sólidas, que les permita encarar y construir en el futuro sin muchos inconvenientes otro tipo de conocimiento más avanzado.

Se sigue haciendo referencia a la investigación de Terigi, F. y Wolman, S. (2007) quienes sostienen que:

En el campo del SN, limitar el trabajo didáctico a unos pocos números de la serie presentándolos de uno en uno sin avanzar hasta que no se domine el nombre y el correcto trazado de cada uno, o mostrar un único modo –el convencional– de resolver las operaciones, hace imposible que los niños accedan al mundo de relaciones que supone la notación numérica, y pone en riesgo no sólo sus aprendizajes sobre el SN sino sus posibilidades futuras de apropiación de nuevos conocimientos matemáticos. (p. 65)

Se observan los vacíos que puede generar, una enseñanza poco didáctica y mal focalizada del sistema de numeración, evidenciando sus graves consecuencias posteriores.

También Terigi, F. y Wolman, S. (2007) mencionan, “La elección del objeto, el sistema de numeración (en adelante, SN), no es casual. En el inicio de la formación matemática escolar, cuando niños y niñas se incorporan a la educación básica o primaria, el SN es el elemento clave” (p. 64), donde se puede apreciar que se menciona el sistema de numeración como el eje en el inicio de la formación matemática escolar, sin mencionar ningún grado específico, pero si tomamos en cuenta que se habla del “inicio de la formación” se incorpora a la educación básica o primaria, se puede concluir que la enseñanza del sistema de numeración debe comenzar a edades muy tempranas, seguramente en el inicio de la primaria.

Barceló, M. (2015) comenta que, “nuestro sistema decimal de numeración, ese que fija el diez o el cien como un ‘must’, procede posiblemente de un hecho anatómico

tan evidente como el número de dedos de ambas manos. Pero, curiosamente, también hay múltiples referencias anatómicas (dos manos, dos brazos, dos piernas, dos ojos, dos orejas, etc.) a un posible sistema binario que” (p. 1), después nos lleva hasta nuestros días, en donde gracias al uso de la computación, se hizo imprescindible, “... tal vez por excesivamente pesado y farragoso, no arraigó en la práctica de cálculo de los seres humanos hasta que la tecnología electrónica lo hizo imprescindible en los ordenadores del siglo XX.” (p. 1). Se observa como el ser humano, tal vez evitó introducirse mucho en un tema que no le era muy fácil de entender y dominar: el sistema de numeración binario era seguramente la posición más confortable, pero el avance de la ciencia y más específicamente de la tecnología puso al hombre en su lugar, no le dio otras opciones, debe construir conocimiento sólido sobre el tema o quedarse rezagado en el pasado.

Modalidad de trabajo

La Universidad Pedagógica Nacional (2021) define: “el trabajo de grado es un trabajo en el que se revela la apropiación, actualización y profundización en los saberes de la disciplina o profesión en el campo de estudio del programa cursado” (p. 6). Se escoge elaborar un “artículo de reflexión” como la modalidad de trabajo para llevar a cabo el proyecto de “Indagación para plantear una propuesta , sobre los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de números entre el sistema de numeración decimal al binario y viceversa”, para que los resultados de esta investigación puedan servir de base para diseñar y luego construir una herramienta didáctica si fuera

pertinente, y que esta última pueda ayudar a los estudiantes de octavo y noveno de educación básica (según el Ministerio de Educación Nacional (2022)), este planteamiento de la propuesta deberá garantizar que se presenten los resultados de la comprensión de los procesos de enseñanza y de aprendizaje sobre algunos contenidos en el orden disciplinar o interdisciplinar en contextos formales y porque no, también en no formales. El diseño de la herramienta tecnológica podría ser planteado según Feo, R. (2021, p. 222) como una “estrategia instruccional”, donde el estudiante se basa principalmente en material impreso o escrito (Ej. Un texto), en el que se simula una charla didáctica, y en este caso se apoya adicionalmente en la herramienta que es complementaria al trabajo escrito. Con esta solución se debe facilitar la labor del maestro y primordialmente, la construcción del conocimiento del estudiante, de una manera más: amena, dinámica e ilustrativa.

Según la Universidad Pedagógica Nacional (2021), las principales características de un artículo de reflexión son: el resultado de la aproximación al ejercicio de investigación, la revisión teórica o metodológica que gira en torno a un problema del ambiente pedagógico, educativo o didáctico.

Enfoque epistemológico de la investigación

En este aparte, se va a dar un fundamento teórico a la investigación. El enfoque epistemológico sobre el cual se va a llevar a cabo la investigación es el enfoque interpretativo o histórico hermenéutico, del que podemos mencionar sus principales características: Los investigadores están comprometidos (no se asumen como separados de su contexto) y los estudios que realizan tienen en cuenta elementos subjetivos. Los

resultados de las investigaciones realizadas en el pasado, donde los contextos han variado, no se pueden tener en cuenta en contextos diferentes como teorías que explican esas realidades; existe una relación horizontal entre investigador e investigado; el conocimiento es relativo a las condiciones histórico - sociales y es interpretado de acuerdo con los sentidos y los significados que las personas tienen sobre el mundo. Este es producto de la interpretación y comprensión, de los sentidos construidos socialmente; la realidad es una construcción producida por los sujetos, y sin estos, esa realidad no existiría. Entonces la práctica de la investigación no es una práctica científica neutral sino una práctica social.

El enfoque epistemológico de la investigación se puede caracterizar también por ser un enfoque práctico, o histórico - hermenéutico (característico de las ciencias sociales), el cual es un enfoque interpretativo naturalista. El enfoque práctico - histórico no se alinea con el positivismo, en el cual el investigador considera que puede despojarse de su entorno, cultura y valores; no está de acuerdo con la perspectiva positivista cuando se afirma que los investigadores son neutrales y objetivos. Afirma que por esa causa el resultado de sus estudios se puede ver afectado por muchos factores de orden subjetivo y estos factores hacen que se decidan a investigar desde perspectivas más holísticas. Según Martínez, V. (2013) citando a Pérez, G (2004), el enfoque interpretativo surge como: “...alternativa al paradigma racionalista, puesto que en las disciplinas de ámbito social existen diferentes problemáticas, cuestiones y restricciones que no se pueden explicar ni comprender en toda su extensión desde la metodología cuantitativa” (p. 4). Este método

da cuenta de los sentidos desde los que se interpreta el mundo, se siente y construye una realidad. En resumen, la investigación es una práctica social y el investigador pretende más comprender que describir o cuantificar.

El discurso sobre la objetividad del conocimiento es sustituido por el diálogo intersubjetivo y el uso de diversas estrategias como la triangulación de fuentes, la triangulación documental, etc., se fundamentan principalmente en: La fenomenología, la hermenéutica y en la teoría interpretativa.

En esta perspectiva la naturaleza de la realidad es dinámica, múltiple, holística, construida, divergente, hay una serie de factores que influyen para la construcción de la realidad y por ello, la finalidad de la investigación es comprender (no verificar) e interpretar la realidad, los significados, las percepciones, las intenciones, acciones y relaciones. Los valores se hacen explícitos y se reconoce que influyen en la investigación.

Colmenares (2011) al mencionar a Habermas dice:

Para explicar las formas de producir conocimiento, ha propuesto una clasificación que denomina intereses, a saber: técnico, práctico y emancipatorio. Cada uno de ellos posibilita el desarrollo de variadas alternativas de investigación, permite definir el sentido o perspectiva con que se investiga, prioriza algunas categorías de conocimiento de la realidad, define las intencionalidades, concepciones y camino metodológico del estudio. (p. 103)

El autor más adelante indica, Colmenares (2011), “Cada uno de estos paradigmas asume una visión ontológica, epistemológica, metodológica y ética que orienta al

investigador sobre cómo va a encaminar su objeto de estudio, la realidad; cómo se va a relacionar con el conocimiento, las formas de conocer esa realidad, incluso cómo va a presentar los hallazgos que emergen de su investigación" (p. 103).

Ricoy, C. (2006, p. 14) define este enfoque epistemológico, como: "b) Paradigma interpretativo se considera como interpretativo simbólico, cualitativo, naturalista, humanista y fenomenológico". Además, el mismo Ricoy, citando a Serrano, P. (1994), sostiene que "a) La teoría constituye una reflexión en y desde la praxis, conformando la realidad de hechos observables y externos, por significados e interpretaciones elaboradas del propio sujeto, a través de una interacción con los demás dentro de la globalidad de un contexto determinado" (p. 17).

Teniendo en cuenta todas estas apreciaciones, y situándonos en la investigación que estamos llevando a cabo, podemos entender que el problema que se indagará así como la construcción de una propuesta será una solución que resultará útil, y esta utilidad dependerá de su contexto, que para nuestro caso podremos resumir en la tercera década del siglo XXI, alumnos cursando 8 y 9 grado de educación básica en Colombia; pensando que la tecnología va a seguir evolucionando a pasos agigantados y seguramente en un futuro no muy lejano podríamos diseñar y construir fácilmente herramientas didácticas en realidad virtual o aumentada, que sean de fácil acceso para nuestra población objetivo, sólo por citar un ejemplo que ya se ve no muy lejano.

Resumiendo las características mencionadas anteriormente, se enfatiza que el estudio se hace con un enfoque hermenéutico, y teniendo en cuenta que las fuentes y

antecedentes principales de la investigación son documentos, que están escritos algunos principalmente desde el campo de la pedagogía y de la didáctica, el fundamento metodológico que tendría que adoptarse es el interpretativo o hermenéutico, que va a ir siempre de la mano con ese enfoque práctico - histórico, anteriormente seleccionado.

Ruta metodológica

Esta investigación tiene el objeto develar los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de números entre el sistema de numeración decimal al sistema binario y viceversa para establecer las condiciones para el diseño de una herramienta didáctica, dirigida a estudiantes de octavo y noveno de educación para el aprendizaje de las matemáticas. Partiendo del enfoque epistemológico que se mencionó anteriormente y se escogió para adelantar la investigación: El enfoque práctico o histórico hermenéutico.

El contexto de la investigación se basa en la búsqueda de información sobre el tema, en idioma español en los repositorios de datos de prestigiosas universidades colombianas como: La Universidad Nacional de Colombia, La Universidad de Los Andes, La Universidad Distrital, La Universidad Pedagógica Nacional.

En el espacio temporal, se incluyeron en su mayoría documentos investigativos y textos para la enseñanza del saber específico, del año 1.986 en adelante.

Fases ruta metodológica:

Fase 1. Revisión de antecedentes. Para la revisión de antecedentes, se realizó un análisis hermenéutico de casi una decena de documentos de origen latinoamericano y español, todos en idioma español y que fueron publicados entre 1998 y 2020.

Fase 2. Recolección y análisis de la información. Esta fase se basó principalmente en cinco categorías: Didáctica, enseñanza, enseñanza - aprendizaje, razonamiento, historia.

Fase 3. Interpretación de resultados y ubicación de los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de los números decimales a binarios. Este ítem se logra gracias al análisis de las dificultades encontradas sobre la enseñanza - aprendizaje del sistema de numeración decimal y del sistema de numeración binario y las dificultades de la conversión de números entre ellos mismos.

Fase 4. Elaboración del informe final.

Fase 5. Socialización de resultados.

Habiendo llegado ya un momento en donde se ha develado el problema y/o el contexto problemático, la justificación y adicionalmente los objetivos de la investigación, a continuación, se presente el artículo que se ha desarrollado como resultado de la presente investigación.

LOS PROBLEMAS RELACIONADOS CON EL APRENDIZAJE DE LA CONVERSIÓN DE NÚMEROS DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL AL SISTEMA BINARIO Y VICEVERSA

Para Feo, R. (2010) “el docente domina de manera casi exclusiva lo procedimental de un encuentro pedagógico y desconoce o no le da mayor importancia al dominio conceptual implícito en el diseño de estrategias didácticas” (p. 1). Según Shulman, L. (1987), “el conocimiento base en la enseñanza es el cuerpo de comprensiones, conocimientos, habilidades y disposiciones que un profesor necesita para enseñar efectivamente en una situación dada” (p. 6), entonces podemos suponer que pensar en brindar herramientas adicionales, y estudiar si estas pueden estar sintonizadas o a la vanguardia con la tecnología, otorgarán al maestro unas ayudas necesarias para salir adelante, de mejor manera en su labor docente.

Vasco, C. (2017) toca el tema de las “trayectorias caóticas curriculares de 1996 a 2017” (p. 5), haciendo referencia a los currículos escolares en matemáticas en las Américas, y mencionando específicamente que para el caso colombiano, "las trayectorias de solución local al problema del currículo se fueron encontrando de diversas maneras en cada colegio, según si la mayoría de los docentes preferían seguir con los programas de primaria de 1967 o los de secundaria y media de 1974, o si adoptaban como currículo propio el que estaba implícito en una serie de textos escolares de las editoriales privadas" (p.5).

Esta publicación devela una gran problemática, en Colombia no hay unos currículos únicos, lo poco que hay sobre el tema no está unificado, y cada maestro puede

manejar su propio currículo. El MEN expidió los estándares y los lineamientos curriculares que son la base para la organización del currículo. Por esta razón no se sabe en qué grado se debe abordar el tema de la conversión del sistema decimal al binario y viceversa. Acogiéndonos a los currículos españoles, la propuesta es encaminar la enseñanza del tema a los grados 8 y 9 de educación básica en Colombia.

Hay una problemática adicional, la mitificación del estudiante al creer que el sistema de numeración decimal es el único sistema de numeración existente, o si conocen otros sistemas de numeración, ellos creen que el sistema de numeración decimal es el único usado actualmente.

En este sentido es pertinente pensar en cuáles son los problemas relacionados con el aprendizaje de dicha conversión que permita el diseño seguramente de una “herramienta didáctica”. Esto podría ayudar a solucionar la problemática, lógicamente se debe preguntar sobre el objetivo o los aportes de la investigación sobre la didáctica, y qué de esta se puede aplicar para ayudar a pensar la situación. Para Astolfi, J. (1998), una de las tres principales categorías de la didáctica, "consiste en centrarse en unos campos conceptuales delimitados y en examinar los problemas específicos que se plantean desde el punto de vista de su enseñanza y aprendizaje" (p.74). Esta investigación se limitará a la enseñanza matemática de la conversión de los números del sistema de numeración decimal al binario, dirigida a estudiantes de grado octavo y/o noveno, y aunque encontramos algunos antecedentes sobre el tema, en estos se dejan ver que se trata de un tema pesado o complejo, seguramente difícil de entender en muchas situaciones para el

tipo de estudiantes a los que está dirigido, si las conclusiones de la indagación lo hacen pertinente, se realizará finalmente una propuesta que consiste en el diseño de una solución apoyada en la tecnología de información, una herramienta didáctica cuyas características ayuden tanto a profesores a una mejor labor, y principalmente pueda ser usada por los estudiantes para que lo comprendan y logren sus aprendizajes.

En los estándares básicos de competencias en matemáticas del MEN (2006) se expone claramente la problemática: “Estas extensiones sucesivas de los sistemas numéricos y de sus sistemas de numeración representan una fuerte carga cognitiva para estudiantes y docentes y una serie de dificultades didácticas para estos últimos” (p.59), en este apartado, el MEN expone claramente y en pocas palabras, las circunstancias por las cuales se debe reflexionar más sobre el asunto, y pensando más a fondo en esa serie de dificultades para los docentes en el campo de la didáctica, es que se pretende indagar acerca del tema.

Tomando en cuenta lo que el MEN (2006) menciona sobre el tema, ya dice que la temática representa una fuerte carga cognitiva para los dos sujetos (maestro –estudiante), se considera que esta temática o se debería enseñar muy a fondo en los grados 8 y 9 de educación básica.

Poveda, M (2001), desde el contexto colombiano, hace un recuento sobre cómo se ha abordado hasta ese momento la enseñanza de los sistemas de numeración y expresa unas preocupaciones según sus observaciones:

Hasta ahora la gran mayoría de las estrategias de enseñanza del sistema decimal de numeración se han caracterizado por concebir el aprendizaje como reproducción de modelos y procedimientos; es por ello que desconocen las demandas lógicas del sistema decimal de numeración y la capacidad del niño para comprenderlas e ignoran el proceso de apropiación del sistema por parte de los niños y las elaboraciones y teorías que ellos van poniendo a prueba en su intento por darle significado al sistema convencional. A pesar de que se ha avanzado en reconocer el carácter constructivo del conocimiento, la mirada exclusiva de la escuela al aspecto formal y riguroso de la matemática le impide ver la forma como los niños y los adultos matematizan la realidad a través de la vida escolar y cotidiana. (p. 49)

Problema didáctico

Según Castaño, J. (2001), para fundamentar en la enseñanza de las matemáticas, se deben tener en cuenta tres campos, “El disciplinar, o conocimiento del cuerpo teórico de la disciplina, que permita establecer las relaciones que un sistema conceptual juega en el cuerpo teórico de la matemática” (p. 23), luego menciona como segundo campo, “El psicológico. Cuando se piensa la enseñanza de la matemática, como el proceso de ayudar al estudiante a estructurar su pensamiento lógico-matemático, [que] exige de quien enseña conocer los procesos psicológicos implicados en el aprendizaje” (p. 23) y termina con, “El de actuación en el aula. Es el campo de preguntas por cuáles son las experiencias más adecuadas que conviene hacer vivir y reflexionar al grupo de alumnos, por cuál es la

manera de estructurarlas y organizarlas, por cómo hay que ayudarles a vivirlas a los alumnos - según sus diferentes niveles de comprensión-, para garantizar progresos cognitivos" (p.23).

Finalmente, Castaño, J. (2001), plantea sus ideas desde el campo de la didáctica: Esta forma de ver la fundamentación de la didáctica de la matemática hace evidente, por una parte, el carácter multidisciplinar que tiene la enseñanza de la matemática y, por otra, muestra posibles campos problemáticos: Un primer campo vinculado, directamente con preguntas por los procesos cognitivos que siguen los alumnos para construir tanto conceptos específicos como conceptos de carácter general vinculados con el conocimiento matemático y a la relación entre el conocimiento disciplinar, el conocimiento cotidiano y el conocimiento escolar, y un segundo campo, más vinculado por la pregunta sobre el mundo de interacciones que se dan en el momento de la enseñanza y del aprendizaje. (p.24)

¿Por qué los niños deben aprender sistemas de numeración?

Terigi, F. y Wolman, S. (2007) indican una razón del por qué se debe mejorar en la forma de enseñanza de los sistemas de numeración en lo niños, “aportar al esfuerzo por entender los procesos sociales y educativos que confluyen en la producción del fracaso escolar, centrándose de manera específica en analizar de qué manera la enseñanza usual del sistema de numeración puede estar contribuyendo a la producción de fracaso" (p.64), se menciona el fracaso escolar como una consecuencia de la debilidad en el tema. ¿Este factor no será motivo suficiente para ahondar y abordar en la problemática?

Ahora, los mismos autores Terigi, F. y Wolman, S. (2007) citando a Carraher y Briant (1998), indican los aspectos que implican en los niños los aprendizajes de los sistemas de numeración;

El desarrollo del conocimiento y la comprensión matemáticos implica para los niños tres aspectos: aprender las invariantes lógicas, aprender a dominar y utilizar los sistemas matemáticos convencionales y aprender a ver los requerimientos matemáticos de diferentes situaciones. El SN es el primer sistema matemático convencional con que se enfrentan los niños en la escuela, y constituye el instrumento de mediación de otros aprendizajes matemáticos, «el aspecto de la notación matemática más fundamental (el álgebra, por ejemplo, es más compleja y presupone el conocimiento del sistema numérico)» (Martí, 2003, p. 164). En consecuencia, la calidad de los aprendizajes que los niños puedan lograr en relación con este objeto cultural es decisiva para su trayectoria escolar posterior (p. 64).

En el anterior aparte se logra evidenciar o establecer la importancia de la construcción del conocimiento en los niños sobre el tema.

Hernández, V., González, A. y Quevedo, E. (2017), en su documento: *Un Mundo de Unos y Ceros. Nuevos Recursos Didácticos del Sistema de Numeración Binario en Educación Primaria*, indican que, “La introducción de los números binarios en esta etapa temprana permite abrir la mente a los escolares a una nueva manera de ver los sistemas de numeración, ampliando de esta manera la limitación a la tradicional base diez. El reto

de afrontar esta enseñanza en educación primaria requiere plantear un conjunto de estrategias didácticas” (p. 177). Este acercamiento lo hacen desde el sistema educativo español en niños más pequeños, cursando la educación primaria. En el mismo artículo también mencionan algunas otras características para tener en cuenta en la enseñanza, por ejemplo, que el “sistema de numeración binario presenta en muchos campos una significación física directa para el alumnado. Por otra parte, la introducción es sencilla una vez se conoce el sistema de numeración decimal, puesto que el sistema binario no deja de ser una particularización del decimal. Para un primer acercamiento se puede utilizar el método socrático” (p.178).

El sistema de numeración como un objeto

En su documento, Terigi, F. y Wolman, S. (2007), develan una problemática acerca de cómo los adultos ya tienen interiorizada una creencia sobre los sistemas de numeración, la cual deben dejar de lado para poder acercar a los niños de manera acertada a la enseñanza de los sistemas de numeración:

La pregunta por la enseñanza de la numeración escrita requiere «desnaturalizar» nuestro saber adulto sobre ella. En efecto, los adultos, usuarios habituales del SN, tendemos a pensar en él como una técnica de traducción de las cantidades a una forma gráfica, y solemos creer que para su conocimiento alcanza con conocer la regla que rige esta traducción. Este modo de entender al SN oscurece la comprensión de los problemas involucrados en el aprendizaje de este objeto y, desde luego, en su enseñanza. (p. 65)

En el artículo Terigi, F. y Wolman, S. (2007) mencionan dos perspectivas de análisis del sistema de numeración, primero, como “objeto matemático, el SN no es un artilugio de mera traducción de cantidades en formas gráficas, sino un sistema de representación de las cantidades. La construcción de cualquier sistema de representación involucra un proceso de diferenciación de los elementos y relaciones reconocidos en el objeto a ser representado” (p. 65). Adicionalmente indican una segunda perspectiva que suena bastante interesante, ya que no sólo se toma la matemática como una ciencia dura, sino que se involucran aspectos sociales y culturales, “Desde el punto de vista infantil, el sistema de numeración ofrece numerosas oportunidades de interacción, porque es un objeto cultural que tiene la particularidad de estar sumamente presente en el mundo social. Para corroborarlo basta con pensar en algunas de las situaciones cotidianas en las que aparecen numerales: en los casos ya citados del dinero, los ómnibus, los precios y los teléfonos” (p. 67).

¿Por qué enseñar matemáticas?

Según los estándares básicos de competencias en matemáticas del MEN (2006):

En Colombia, desde los inicios de la república hasta la década de los setenta, la contribución de la formación matemática a los fines generales de la educación se argumentó principalmente con base en las dos últimas razones de carácter personal y científico-técnico, a saber: por su relación con el desarrollo de las capacidades de razonamiento lógico, por el ejercicio de la abstracción, el rigor y la precisión, y por su aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país. Estos fines estuvieron fuertemente condicionados por una visión de la naturaleza

de las matemáticas como cuerpo estable e infalible de verdades absolutas, lo que condujo a suponer que sólo se requería estudiar, ejercitar y recordar un listado más o menos largo de contenidos matemáticos –hechos, definiciones, propiedades de objetos matemáticos, axiomas, teoremas y procedimientos algorítmicos– para formar a todos los estudiantes en el razonamiento lógico y en los conocimientos matemáticos. (p.46)

Se observa cómo hasta hace relativamente poco tiempo, existían unas opiniones algo sesgadas sobre la disciplina de la matemática. Del anterior texto también se debe destacar y tener muy presente cuando se mencionan: La capacidad de razonamiento lógico, el ejercicio de la abstracción, el rigor y la precisión y no se puede dejar de lado el aporte al desarrollo de la ciencia y tecnología, ya que estos se podrían considerar los objetivos específicos del estudio de la matemática. Pero se debe tener cuidado ya que el desarrollo del pensamiento lógico y el formarse para encarar la ciencia y la tecnología, no es una tarea exclusiva de las matemáticas, sino de todas las disciplinas que están involucradas en la educación básica y media.

Para Córdoba, M. (2020) plasmado en, *Tendencias en Didáctica de las Matemáticas. Una Revisión Documental*, “La aversión, que en adelante llamaremos actitud reactiva del individuo frente al aprendizaje hacia las matemáticas, por parte de los estudiantes en las escuelas y colegios, no es nueva y no solo en nuestro país, sino que se presenta a nivel mundial” (p. 5). Como educadores no solo se debe pensar en el ¿por qué?, sino también en el ¿cómo?, en esta investigación la autora presenta unas tendencias

didácticas implementadas por profesores e investigadores en matemáticas, y que de algún modo tuvieron resultados favorables tanto de enseñanza como de aprendizaje, y se puede considerar que este último factor es tal vez el más importante.

Para llevar a cabo la investigación, “Los problemas relacionados con el aprendizaje de la conversión de números del sistema de numeración decimal al sistema binario y viceversa”, se precisa primero que todo hacer referencia a los conceptos más relevantes, que den un acercamiento hacia la comprensión de las transformaciones que se buscan generar internamente en los estudiantes de bachillerato cuando estudian las matemáticas. Adicionalmente se debe hacer un acercamiento hacia lo que es la disciplina de la didáctica y cómo esta se puede aplicar para ayudar a construir conocimiento en la disciplina de las matemáticas.

Algo de historia de los sistemas de numeración

Los estándares básicos en competencias matemáticas del MEN (2006), hacen un buen resumen de la historia de los sistemas de numeración.

Históricamente, las operaciones usuales de la aritmética eran muy difíciles de ejecutar con los sistemas de numeración griegos o con el romano, y sólo en el Siglo XIII se empezó a adoptar en Europa el sistema de numeración indo-arábigo. Entre los Siglos XIV y XIX, la enseñanza de la aritmética escolar se redujo en la práctica al manejo de este sistema de numeración para los naturales y de su extensión para los racionales positivos (o “fraccionarios”). Pero durante el Siglo XX hubo una proliferación muy grande de otros contenidos matemáticos en la educación básica y media; en particular, además de los naturales, se empezaron a

estudiar los sistemas numéricos de los enteros, los racionales, los reales y los complejos, y otros sistemas de numeración antiguos y nuevos (como el binario, el octal, el hexadecimal, el vigesimal y el sexagesimal para los naturales y sus extensiones a los racionales), así como las notaciones algebraicas para los números irracionales, los reales y los complejos. (p. 59)

Adicionalmente en el mismo documento del MEN (1998) mencionan sobre la historia de los sistemas de numeración, “Es conveniente recordar, por ejemplo, que durante la edad antigua y media ni siquiera las razones entre dos números de contar se consideraban como verdaderos números. Hoy día se aceptan como una nueva clase de números, llamados precisamente “racionales” (por la palabra latina “ratio”, que significa “razón”)” (p. 59).

Según Franco, A. (2008), “a lo largo de la historia, se han usado multitud de sistemas numéricos. Un buen recurso consiste en mostrar al estudiante ejemplos de las numeraciones escritas más difundidas, como las antiguas egipcia, rusa o griega, la romana, la eslava o la babilónica. Sin duda, los símbolos que utilizaban muchas de estas formas de numeración constituyen un elemento de motivación para introducir la unidad” (p. 105). El autor en este aparte de su artículo toca no solo de historia sino, comienza a reflexionar también acerca de las motivaciones para tratar la enseñanza. El mismo Franco, A. (2008) haciendo un barrido por la historia de los sistemas de numeración menciona incluso desde la antigüedad el uso del sistema binario por tribus indígenas, y lo discrimina denominándolo sistema muy simple, “Conviene recordar que los sistemas de

numeración de estas civilizaciones no se basaban en el número 10, como hoy día, sino en otros números, tales como el 3, 4 o 5, o números mayores como el 12 (sistema duodecimal de los romanos) o el 60 (sistema sexagesimal de los babilónicos). Incluso algunas tribus en la antigüedad utilizaron un sistema muy simple, el binario” (p. 105).

Hernández, V., Morales, A., y Quevedo E. (2017), complementan también la historia, así:

Desde tiempos remotos el hombre comenzó a desarrollar diferentes sistemas matemáticos con su correspondiente base numérica para satisfacer sus necesidades de cálculo. Los sistemas numéricos más antiguos son el babilónico, el romano, el hindú y el árabe.

El sistema numérico babilónico tenía base 60 y, en la actualidad, de éste sólo queda en uso los grados, horas, minutos y segundos. El romano, por su parte, era el más atrasado de todos. De ese sistema actualmente sólo se utilizan sus números (I, V, X, L, C, D y M) para señalar las horas en las esferas de algunos relojes, indicar el capítulo de los libros y, en otros casos, para hacer referencia a un determinado año. Sin embargo, los sistemas numéricos hindú y árabe sí han llegado hasta nuestros días; es lo que conocemos como sistema numérico decimal (de base 10), cuyo uso es el más extendido en todo el mundo. Tal como indica su prefijo (deci), este sistema utiliza 10 dígitos, del 0 al 9, con los cuales podemos realizar cualquier tipo de operación matemática. (p. 178)

Franco, A. (2008), relata también algo de la historia específicamente del sistema de numeración binario:

Realizando un pequeño recorrido histórico de los números binarios, en el que no se debe olvidar el origen del código (Heath, 1972) ni dejar de citar a tres matemáticos importantes. Por un lado, el matemático indio Pingala (siglo III a.C.), que realizó la primera descripción que se conoce del sistema binario, coincidiendo con el descubrimiento del número cero. Por otro, Leibniz (siglo XVII), que documentó en su totalidad el sistema binario moderno y, por último, Boole (siglo XIX), que detalló un sistema de lógica (álgebra de Boole) que desempeñaría un papel fundamental en el desarrollo del sistema binario actual, particularmente en el desarrollo de circuitos digitales. (p.106)

Sistema de numeración decimal

¿Por qué abordar el sistema de numeración decimal?, en la investigación: *El sistema de numeración decimal en la etapa de infantil - Diseño de una propuesta de intervención*, Vega, L. (2020) situándose en España sostiene que, “La etapa de educación infantil se caracteriza por una perspectiva globalizadora, donde el niño descubre y da sentido al mundo que le rodea. Por eso, es muy importante enfocar el pensamiento lógico-matemático a sus experiencias, utilizando objetos y situaciones cotidianas que acerquen los contenidos matemáticos a su día a día, dándole un sentido real y útil para ellos.” (p. 5). Vega, L. (2020) también menciona sobre el currículo de su país, “Para ello, el Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo, solo hace referencia en el bloque “Medio físico: elementos,

relaciones y medida” al contenido matemático, aunque en realidad están presentes en todas las áreas.” (p. 5). Y más al detalle en su investigación dando continuidad al tema del currículo y el sistema de numeración, sostiene Vega, L. (2020):

encontramos también en el currículum que “deben los niños y las niñas aprender el procedimiento del conteo como estrategia para estimar con exactitud colecciones de elementos usuales. También así se acercarán, siempre en situaciones funcionales y con sentido, al conocimiento de los nombres y guarismos de los números cardinales. (...) A medida que los niños y niñas contextualizan el uso de los números y se plantean historias inventadas o situaciones reales donde aparecen los números, se acercan a la comprensión de las operaciones numéricas y, por consiguiente, a la noción de problema. (p. 6)

Para finalmente concluir Vega, L. (2020), “De hecho, ni siquiera se menciona el SND, ni la necesidad de enseñar los números desde esta perspectiva, solo expone pautas muy escuetas para la enseñanza de los números cardinales y algunas operaciones matemáticas” (p. 6). Se observa cómo un país desarrollado y del primer mundo, en el continente europeo no tiene nada claro al respecto del sistema de numeración decimal. ¿Es un consuelo para Colombia estar en una situación similar? Probablemente la respuesta es: Absolutamente no.

Pero eso no significa que no se deba reflexionar y preguntarse sobre la problemática de la enseñanza de los sistemas de numeración. Luego Bedoya, E. y Orozco, M. (1991) quienes mencionan sobre cómo se constituye un sistema de

numeración, “un sistema de numeración está constituido por un conjunto de números, una colección de símbolos y signos y unas reglas que permiten expresar o representar los números del conjunto” (p. 56).

Es pertinente mencionar que el sistema de numeración decimal es un sistema posicional, estos sistemas posicionales revelan la cantidad de diferentes dígitos que se necesitan para representar cualquier número, para el sistema de numeración decimal se cuentan diez dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que también son denominados números arábigos; como son 10 los dígitos entonces se denomina un sistema en base 10, el cual facilita la representación de números muy grandes. Se menciona que probablemente el origen de los sistemas posicionales es el ábaco, en donde un dígito representa un valor diferente según la vara en la que se encuentre situado.

Tenemos entonces que los dígitos representan un valor absoluto y adicionalmente un valor que es relativo a la posición dentro de la cifra (lo que podemos pensar también como su posición en el ábaco):

Tabla 2. Sistema Numérico Decimal

Nombre/ Valor relativo de la posición	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades	.	Décimos	Centésimos	Milésimos
Potencias de 10	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	.	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
Enteros y fracciones	100 000	10 000	1 000	100	10	1	.	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Enteros y decimales	100 000	10 000	1 000	100	10	1	.	0.1	0.01	0.001

Fuente: Impulso Matemático,

<https://impulsomatematico.com/2018/03/28/sistema-numeric decimal-que-lo-hace-diferente-a-los-otros/>

Se puede observar que cada posición equivale a un orden, que es repetitivo hacia la izquierda: unidades, decenas, centenas. Cada tres órdenes agrupadas son equivalentes a una clase, que también son repetitivas hacia la izquierda: unidades, millares. Y finalmente cada dos clases equivalen a algo denominado periodo: periodo de las unidades, periodo de los millones, y así sucesivamente hasta el infinito.

Tabla 3. Niveles de valores, sistema numérico decimal

Periodo unidades									
Clase millares			Clase unidades						
Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades	.	Décimos	Centésimos	Milésimos
Órdenes							Subórdenes		

Fuente: Impulso Matemático,

<https://impulsomatematico.com/2018/03/28/sistema-numeric decimal-que-lo-hace-diferente-a-los-otros/>

A manera de ejemplo, en el número 652, el valor *absoluto* del 6 es 6 y su valor *relativo* es igual al 6 multiplicado por el valor de su posición (la primera posición se multiplica por 1, la segunda posición se multiplica por 10, la tercera posición se

multiplica por 100, la cuarta posición se multiplica por 1000 y así sucesivamente), en este caso la tercera posición es 6 y se multiplica por 100: 600.

Para la segunda posición el valor absoluto de 5 es igual a 5 y el valor relativo es 5 multiplicado por el valor de la segunda posición 10: 50.

Para la tercera posición el valor absoluto de 2 es igual a 2 y el valor relativo es 2 multiplicado por el valor de la primera posición 1: 2.

El resultado es entonces igual a la sumatoria del resultado de las tres posiciones: $600+50+2=652$, seiscientos cincuenta y dos. En el monto en letras se puede observar también como se escribe y lee (tercera - seiscientos, segunda – cincuenta y primera – dos, posición).

De alguna forma muy parecida, se podría concluir que, en el sistema decimal con una cifra, hay 9 números (del 1 al 9), con dos cifras 90 números (del 10 al 99) y con tres cifras 900 números (del 100 al 999); para este sistema de numeración y como se mencionó anteriormente, se afirma entonces que la base del sistema es 10. Se puede concluir entonces que en un sistema posicional vale más un uno (1) en la segunda casilla, que un nueve en la primera casilla.

En el sistema de numeración decimal, el cero a la derecha (hasta el punto o la coma decimal o de fracción) multiplica la cifra anterior por diez, luego si encontramos 2 ceros a la derecha la cifra será multiplicada por 10 y por 10 nuevamente, es decir, se multiplica por 100, lógicamente si son 3 los ceros a la derecha, se multiplicará la cifra por $10 \times 10 \times 10 = 1000$ (mil), y así sucesivamente.

Sistema de numeración binario

El sistema de numeración binario es un sistema que emplea solamente dos cifras: El 0 y el 1 (dos dígitos), luego se puede afirmar que es en base 2. Se utiliza mucho en el mundo de la electrónica en donde se puede relacionar con dos posibilidades si o no, falso o verdadero, prendido o apagado. Así como en el sistema de numeración decimal, cada número posee un valor absoluto y un valor relativo, dependiendo de su posición dentro de la cifra, la cual es calculada por una potencia en base dos.

Tabla 4. Equivalencia posicional S. N. Binario vs S. N. Decimal

Notación exponencial sist. num. binario	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Resultado sist. num. decimal	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Fuente: Elaboración propia.

En la fila "Resultado sist. num. decimal" se puede apreciar el valor equivalente (relativo o posicional) que toma la cifra cuando su valor este en verdadero, prendido, si o uno (1), de otra manera siempre que la cifra sea igual a falso, apagada, no o cero (0), equivaldrá a cero (0); para el cero (0) siempre su valor absoluto o relativo va a ser cero (0).

Se procederá a analizar el siguiente ejemplo con los números que se representarán a continuación. En la primera fila tenemos el número binario del que se quiere averiguar su equivalencia en valor numérico decimal, en la segunda fila el valor equivalente solo se calcula el valor exponencial para las casillas donde el binario es igual a uno (1), en este caso serán las casillas 1, 3, 4, 6 y 7. La sumatoria del resultado en el sistema decimal (fila

tres), será el valor que se busca $64+32+8+4+1 = 109$. Vale la pena mencionar que, en los números binarios los ceros a la izquierda tampoco valen nada, luego el número binario inicial 00001101101 equivale en la misma notación binaria a tener 1101101. Luego el número binario 101101 representado en la fila uno equivale a 109 unidades en el sistema de numeración decimal.

Tabla 5. Ejemplo equivalencia, con el número 109

Número Binario	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
Notación Exponencial	0^{10}	0^9	0^8	0^7	2^6	2^5	0^4	2^3	2^2	0^1	2^0
Resultado Sistema Decimal	0	0	0	0	64	32	0	8	4	0	1

Fuente: Elaboración propia.

Otra manera de explicar lo mismo con el número 109:

A partir de lo tratado anteriormente y partiendo de un número decimal (base 10) de 3 cifras, se puede organizar en centenas, decenas y unidades así:

$$109 = 1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 1 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$$

Ahora también se puede analizar y partir de un número binario, entonces, si se toma el número 101 en binario (base 2), se desarrollará:

$101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5$, luego el binario 101 representa al 5 en el sistema de numeración decimal.

Conversión de un número del sistema de numeración decimal al sistema binario

Franco, A. (2008) afirma y explica en su artículo:

Esta conversión es sencilla, ya que simplemente requiere divisiones sucesivas entre dos hasta llegar al 1 indivisible. Esto se debe a que el sistema binario sólo tiene dos dígitos. En este

momento, se cuenta el último cociente, es decir el 1 final (todo número binario excepto el 0 empieza por 1), seguido de los resultados obtenidos como resto en las divisiones realizadas, pero colocados del más reciente al más antiguo. El cuadro 4 muestra como ejemplo la conversión del decimal 81 a binario (1010001). La flecha indica el orden en el que tenemos que tomar el último cociente y todos los restos para formar el número binario. (p. 110)

Tabla 6. Ejemplo de conversión del número 81 en el sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario

División	Cociente	Residuo
81 / 2	40	1
40 / 2	20	0
20 / 2	10	0
10 / 2	5	0
5 / 2	2	1
2 / 2	1	0



Fuente: Elaboración propia, a partir de los planteamientos de Franco, A. (2008)
(p.110)

Conversión de un número del sistema de numeración binario al sistema de numeración decimal

En su documento Franco, A (2008) explica un procedimiento para realizar la operación contraria a la anterior (número decimal a binario):

Si, por el contrario, se quiere expresar un número binario en el sistema decimal, se calcula la cantidad binaria asociada a cada posición y se suman los valores de las potencias de 2 correspondientes a las posiciones de todos sus dígitos cuyo valor sea 1, tal como se indica en el ejemplo de la tabla 7. En definitiva, todo número de cualquier base se puede representar

mediante la siguiente ecuación polinómica: $N = a_1 * b^n + a^2 * b^{n-1} + a^3 * b^{n-2} + \dots + a_0 * b^0 + a_{-1} * b^{-1} + \dots$

Donde b es la base del sistema de numeración. Se cumplirá que $b > 1$; a_i es un número perteneciente al sistema que cumple la siguiente condición: $0 \leq a_i < b$.

Tabla 7. Ejemplo 1010001 (sistema num. binario) a sistema num. decimal

Número binario	1	0	1	0	0	0	1
Valor posicional	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	64	32	16	8	4	2	1
Operaciones	64×1	32×0	16×1	8×0	4×0	2×0	1×1
	+64	+0	+16	+0	+0	+0	+1
Resultado número decimal = 81							

Fuente: Elaboración propia.

El autor en el procedimiento anterior (Sistema num. decimal a sistema de num. binario) lo caracteriza como "sencillo", valdría la pena indagar a cuantos lectores les pareció ese procedimiento sencillo y fácil de asimilar. Ahora con la operación contraria (Binario a Decimal), Franco, A. no se atreve a describirlo como un procedimiento sencillo de realizar, parece que las cosas se están complicando.

Didáctica

Analizando este documento, hace que se tenga que realizar un acercamiento más al significado de didáctica, ya que lo que finalmente se pretende es plantear una propuesta para un problema de la enseñanza, es decir, acercar más el contenido de la materia, para que el estudiante lo comprenda y asimile mucho mejor, luego seguramente

se necesitará de la disciplina de la didáctica para ayudar a resolver la problemática.

Existen múltiples definiciones de lo que significa la didáctica, para la investigación se pueden destacar algunas:

“... es el discurso a través del cual el saber pedagógico ha pensado la enseñanza hasta hacerla objeto central de sus elaboraciones (...) es el conjunto de conocimientos referentes a enseñar y aprender que conforman un saber. En la didáctica se localizan conceptos operativos que impiden una asimilación de las fórmulas” (Zuluaga, 2003, pp. 37-38).

“El saber que tematiza el proceso de instrucción, y orienta sus métodos, sus estrategias, su eficiencia, etc., se llama didáctica. La didáctica está entonces orientada por un pensamiento pedagógico, ya que la práctica de la enseñanza es un momento específico de la práctica educativa (...). La didáctica, como ciencia de la enseñanza, tiende a especializarse fundamentalmente en torno a áreas o parcelas del conocimiento (...). La didáctica es entonces a la enseñanza lo que la pedagogía a la educación”. (Lucio, 1989, p. 38). La didáctica hace y responde a la pregunta de ¿Cómo enseñar? Aquí es donde debemos reflexionar sobre cómo se ha pensado “el saber a enseñar” en lo que tiene que ver con el tema de la conversión de los números del sistema decimal al binario, y como se podría pensar mejor este saber, para poder construir un conocimiento con mayores cimientos en los estudiantes.

Transposición didáctica

Tal vez el mayor referente de este concepto, Yves Chevallard en 1.991, define la transposición didáctica así:

remite al paso del saber sabio al saber enseñado, y por lo tanto a la distancia eventual, obligatoria que los separa, da testimonio de ese cuestionamiento necesario, al tiempo que se convierte en su primera herramienta. Para el didacta, es una herramienta que permite recapacitar, tomar distancia, interrogar las evidencias, poner en cuestión las ideas simples, desprenderse de la familiaridad engañosa de su objeto de estudio. En una palabra, lo que permite ejercer su vigilancia epistemológica. (p.46)

Se puede decir entonces que, básicamente lo que busca esta investigación es eso: Realizar una vigilancia epistemológica sobre lo que ya se tiene hasta el momento sobre la conversión de los números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario y si es el caso hacer una propuesta que pueda mejorar la comprensión del sujeto alumno.

El saber matemático y la transposición didáctica

Los lineamientos curriculares del MEN (1998) afirman sobre el saber matemático y la transposición didáctica que: “Permite definir en cada instante los objetos que se estudian con ayuda de las nociones introducidas precedentemente y, así, organizar la adquisición de nuevos conocimientos con el auxilio de adquisiciones anteriores. Promete pues al estudiante y a su profesor un medio para ordenar su actividad y acumular en un mínimo de tiempo un máximo de “conocimiento” bastante cercano al “conocimiento erudito.”” (p. 12). Es pertinente tener en cuenta estos conceptos ya que precisamente nos interesa la disciplina de las matemáticas para el tema y como mencionamos

anteriormente, la pertinencia de la transposición didáctica y la vigilancia epistemológica sobre el objeto de saber.

Los cinco procesos generales de la actividad matemática

Los lineamientos curriculares para las matemáticas mencionan estos: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Formular y resolver problemas: Es el eje fundamental del currículo del área, ya que el entorno del problema da significado al quehacer de la disciplina, siempre y cuando estas problemáticas estén relacionadas con la cotidianidad de las matemáticas y de otras ciencias, de esa forma se define también una transversalidad con otras disciplinas.

Modelar procesos y fenómenos de la realidad: Se entiende como sistemas figurados mentalmente para representar las situaciones esquemáticamente y llegar a entenderla mejor.

Comunicar: Se ha repetido mucho lo contrario, pero las matemáticas no son un lenguaje como tal, pero esta ciencia se puede construir, refinar y comunicar desde muchos otros lenguajes que lo expresan, representan, leen, escriben, hablan y escuchan.

Razonar: Se da desde los primeros pasos con ayuda de herramientas, contextos con el objeto de percibir las regularidades y relaciones; poder predecir y concluir; afirmar o negar las predicciones; explicar coherentemente con argumentos; expresar posibles interpretaciones y respuestas y aceptar o rechazar éstas, de acuerdo con el análisis de los argumentos y el uso de la razón.

Formular, comparar y ejercitar procedimientos: Se busca asegurar que los estudiantes incorporen, construyan y ejecuten procedimientos mecánicos o rutinarios, los denominados “*algoritmos*”, desarrollando habilidades para ejecutarlos cada vez más rápido y con mayores niveles de precisión (automatización, para adquirir destrezas de ejecución fácil y rápida de ciertas tareas), pero que no nublen el carácter ni el poder de decisión del sujeto, quien tiene la potestad de decidir cuando es conveniente utilizarlos y cuando no. Se busca que el estudiante afiance y domine los conocimientos y adquiera destrezas que fomenten su seguridad, que se podrían echar a perder si se remplazan por herramientas que desarrollan por sí solas las problemáticas específicas.

No importa la decisión del maestro por cierto algoritmo, se debe buscar la comparación con otros similares y deducir las ventajas y desventajas de unos y otros.

Los cinco tipos de pensamiento matemático

Según los lineamientos curriculares del MEN (1998), el ser matemáticamente competente se centra en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, que a su vez se dividen en cinco tipos de pensamiento sugeridos por el MEN (1998): El numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio (probabilístico), el variacional.

Esta investigación está ligada directamente al primer tipo de pensamiento mencionado anteriormente: El pensamiento numérico.

El pensamiento numérico y los sistemas numéricos

De los cinco tipos de pensamiento matemático mencionados anteriormente, los sistemas de numeración decimal y binario y por ende la investigación tiene que ver específicamente con el llamado pensamiento numérico. En los estándares básicos de

competencias en matemáticas del MEN (2006) exponen en principio el significado del pensamiento numérico y de los sistemas numéricos así:

Los lineamientos curriculares de matemáticas plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. (p. 58)

El MEN (1998) expone la importancia del pensamiento aritmético y su importancia y relación con los sistemas de numéricos, “El pensamiento aritmético opera mentalmente sobre sistemas numéricos en interacción con los sistemas de numeración, y sin estos últimos no se hubieran podido perfeccionar ni siquiera los sistemas numéricos naturales, mucho menos los demás” (p. 60).

Los problemas de los estudiantes para el aprendizaje del sistema de numeración decimal

Los problemas que puede tener un estudiante para aprender el sistema de numeración decimal pueden variar, dependiendo de diversos factores. Algunos de los problemas más comunes pueden incluir:

Falta de comprensión conceptual:

Algunos estudiantes pueden tener dificultades para entender la base conceptual del sistema de numeración decimal, que se basa en el uso de diez símbolos para representar cantidades. Si un estudiante no comprende esta base, puede tener dificultades para aplicar el sistema en la resolución de problemas matemáticos. Además, puede ser un

problema para algunos estudiantes, ya que les impide entender las bases conceptuales y los principios que subyacen a este sistema numérico. Al no comprender la lógica detrás de los números y las operaciones que se realizan con ellos, los estudiantes pueden tener dificultades para aplicar estos conceptos en situaciones prácticas y para construir conocimientos más avanzados en matemáticas. Existen unos desafíos y unas oportunidades para la enseñanza de las matemáticas en la primera infancia. Uno de los desafíos clave identificados es la necesidad de ayudar a los estudiantes a comprender las bases conceptuales de los sistemas numéricos, incluido el sistema de numeración decimal. Se sugieren que se deben proporcionar experiencias concretas y representaciones visuales para ayudar a los estudiantes a construir su comprensión conceptual.

Dificultades para identificar los valores posicionales:

El sistema de numeración decimal se basa en la posición de los dígitos en un número, lo que significa que el valor de un dígito puede cambiar dependiendo de su posición. Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender esta relación entre la posición y el valor, lo que puede hacer que cometan errores al realizar operaciones aritméticas. A menudo, los estudiantes tienen dificultades para entender que el valor de un dígito en un número depende de su posición. Por ejemplo, el dígito 2 en el número 123 tiene un valor de 20 porque está en la posición de las decenas, mientras que el dígito 2 en el número 257 tiene un valor de 200 porque está en la posición de las centenas.

Problemas de memoria:

El aprendizaje del sistema de numeración decimal también requiere que los estudiantes memoricen los valores numéricos de los dígitos y su correspondencia con los valores posicionales, adicionalmente, el uso de múltiples conceptos y reglas matemáticas complejas. Los estudiantes que tienen problemas para retener información pueden tener dificultades para aprender y aplicar de manera efectiva el sistema de numeración decimal en diferentes tipos de situaciones de la vida real.

Falta de práctica y repetición:

Como con cualquier habilidad, el aprendizaje del sistema de numeración decimal requiere práctica y repetición. Los estudiantes que no tienen suficiente tiempo para practicar o que no reciben suficiente retroalimentación y corrección pueden tener dificultades para consolidar sus conocimientos. Al intentar realizar operaciones aritméticas con números decimales: La suma, resta, multiplicación y división con números decimales pueden resultar complicadas para algunos estudiantes, especialmente si no han desarrollado una comprensión sólida del sistema de numeración decimal.

Dificultades de lectoescritura:

Algunos estudiantes pueden tener dificultades con la lectura y escritura de números en diferentes formas, como en notación exponencial o científica, y para comprender la relación entre ellas, lo que puede hacer que se confundan o cometan errores al leer o escribir números en el sistema de numeración decimal. En algunos casos, estos problemas pueden estar relacionados con dificultades de dislexia o de atención.

Dificultades para relacionar números decimales:

Al intentar relacionar números decimales con situaciones del mundo real, los estudiantes pueden tener dificultades para comprender cómo los números decimales se utilizan en situaciones cotidianas, como en la medición de longitud, volumen o peso.

Los problemas de los estudiantes para el aprendizaje del sistema de numeración binario

El aprendizaje del sistema de numeración binario puede presentar varios desafíos para los estudiantes, algunos de los cuales son:

Dificultad para comprender la base conceptual del sistema binario:

Los estudiantes pueden tener dificultades para entender cómo funciona el sistema binario y cómo se relaciona con el sistema decimal. Esto puede hacer que los estudiantes se sientan incómodos e inseguros al principio. Se debe analizar cómo la comprensión conceptual y la capacidad de aplicar procedimientos, pueden influir en la capacidad de los estudiantes para realizar operaciones aritméticas en el sistema binario y decimal. La comprensión conceptual es un factor importante en el rendimiento de los estudiantes en ambos sistemas numéricos.

Falta de familiaridad con la notación y terminología del sistema binario:

El sistema de numeración binario es un sistema numérico que es muy diferente al sistema decimal al que estamos acostumbrados. Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender la notación y la terminología utilizada en el sistema binario, lo que puede dificultar la aplicación de conceptos y la resolución de problemas. Los maestros pueden utilizar herramientas tecnológicas para ayudar a los estudiantes a

comprender y aplicar conceptos matemáticos, incluido el sistema binario. Se puede sugerir también la utilización de herramientas y notaciones familiares para que los estudiantes puedan mejorar su comprensión y aplicación de conceptos matemáticos complejos.

Dificultades en la abstracción:

A diferencia del sistema decimal, que se basa en 10 dígitos familiares, el sistema binario se basa solo en dos dígitos: 0 y 1. Esta abstracción puede ser difícil para algunos estudiantes. Se debe tener en cuenta cómo la abstracción es una de las principales barreras cognitivas que enfrentan los estudiantes al aprender el sistema de numeración binario. Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender los conceptos abstractos de "encendido" y "apagado" en el sistema binario, y que estas dificultades pueden afectar su capacidad para realizar operaciones aritméticas en este sistema de numeración.

Dificultades para visualizar:

Los estudiantes pueden tener dificultades para visualizar los números binarios debido a su estructura. Los números binarios a menudo se representan como cadenas de ceros y unos, lo que puede ser difícil de entender. El uso de manipulativos virtuales puede ayudar a los estudiantes a superar las dificultades de visualización en la comprensión del sistema de numeración binario y la aritmética binaria. Muchos estudiantes tienen dificultades para visualizar los conceptos abstractos y simbólicos asociados con el sistema binario, lo que puede dificultar su comprensión y rendimiento en las tareas relacionadas con el binario.

Falta de práctica:

El aprendizaje del sistema de numeración binario, al igual que lo mencionado con el aprendizaje del sistema de numeración decimal, y que cualquier aprendizaje en la disciplina de las matemáticas, requiere práctica y repetición. Los estudiantes pueden tener dificultades para retener la información si no practican regularmente.

Problemas de conversión:

Los estudiantes también pueden tener problemas para convertir números binarios a números decimales y viceversa. Esto puede ser especialmente desafiante para aquellos que no tienen una comprensión sólida de las matemáticas básicas. Se debe analizar los efectos de la enseñanza de estrategias de conversión y la comprensión previa del sistema binario en el rendimiento y las actitudes de los estudiantes hacia el sistema binario. La comprensión previa del sistema decimal y la enseñanza de estrategias de conversión pueden mejorar el rendimiento y las actitudes de los estudiantes hacia el sistema binario.

Falta de recursos:

La falta de recursos y materiales adecuados para enseñar el sistema de numeración binario puede dificultar el aprendizaje para los estudiantes. La limitación en los recursos didácticos, la escasa capacitación de los maestros en la enseñanza de matemáticas y la escasez de material de apoyo son factores que limitan el aprendizaje del sistema de numeración decimal en los estudiantes de tercer grado de primaria en una escuela pública de México.

Los problemas de los estudiantes para convertir un número del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario

El proceso de convertir un número del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario puede resultar desafiante para algunos estudiantes, ya que implica una comprensión detallada de cómo funciona el sistema binario y cómo se representa la información en él. Algunos de los problemas que los estudiantes pueden enfrentar incluyen:

Entender el sistema binario:

En uno de los anteriores subtítulos se trató de la “Falta de familiaridad con la notación y terminología del sistema binario”, esa problemática está muy relacionado con el que se plantea ahora. El sistema binario utiliza solo dos dígitos, 0 y 1, en lugar de los 10 dígitos del sistema decimal. Comprender cómo se cuenta en binario y cómo se representan los números puede ser confuso al principio.

Falta de práctica:

Lo mismo que en los dos problemas planteados en los subtítulos anteriores, la conversión de números de decimal a binario puede requerir mucho tiempo y práctica para desarrollar la habilidad de hacerlo rápidamente. Los estudiantes que no han tenido suficiente práctica pueden encontrar el proceso abrumador.

Error humano:

Durante el proceso de conversión, los estudiantes pueden cometer errores, como omitir un dígito o cambiar el orden de los dígitos. Estos errores pueden resultar en una respuesta incorrecta. El error humano puede presentarse adicionalmente en cualquiera de los múltiples pasos requeridos para hacer la conversión, por ejemplo, al olvidar dividir el cociente obtenido en el paso anterior, al equivocarse al anotar los restos, al confundir el orden de los restos, entre otros. Es importante que los estudiantes practiquen

suficientemente la conversión de números decimales a binarios, y que se les enseñe la importancia de verificar sus resultados y corregir los errores que puedan presentarse.

Dificultades matemáticas:

Si el estudiante no tiene una comprensión sólida de las operaciones matemáticas básicas, puede tener dificultades para realizar las operaciones necesarias para convertir un número decimal a binario.

Complejidad de los números grandes:

La conversión de números grandes de decimal a binario puede ser más difícil debido a la cantidad de dígitos que se deben procesar. Los estudiantes pueden encontrar más difícil mantener un seguimiento de los ceros y unos mientras realizan la conversión.

Una herramienta didáctica para la comprensión de la conversión de números decimales a binarios

A continuación, se presenta una herramienta didáctica que se desarrolla para esta investigación, la herramienta se divide en dos partes principalmente, la primera parte posibilita la conversión de números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario, y la segunda parte, la conversión de números del sistema de numeración binario al decimal. Es una primera versión de un software que, como cualquier otro programa puede mejorar y evolucionar con el tiempo, al recibir retroalimentación por los usuarios de posibles mejoras que pueda sufrir; también se podrá pensar en el futuro de algunas evoluciones tecnológicas como, incorporar la tercera dimensión y porque no hasta la realidad virtual, como algunas otras más.

Para el desarrollo de la herramienta, se escoge el lenguaje de programación javascript, ya que permite entre otras ventajas: Crear formularios o páginas llamativas, que ofrece varias maneras simples de interacción con los usuarios. El 88% de los sitios web usan este lenguaje de programación y es soportado por los navegadores de común uso más populares. El programa como tal, se compone de tres formularios o ventanas:

La primera ventana es una introducción a la herramienta, y contiene algo de teoría sobre un método usado para la conversión de los números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario, para luego continuar y dar paso al segundo formulario.



En la segunda ventana o formulario, ya se interactúa más a fondo con el usuario, se plantea un ejemplo y se explica cómo resolver el problema apoyados sobre la teoría, pero se dispone adicionalmente de unas casillas numéricas posicionales, que el usuario puede cambiar y manipular con ceros (0) y unos (1) para encontrar el resultado. Existe un cuadro resultado donde el usuario se dará cuenta de los cambios sufridos en la cifra equivalente correspondiente obtenida por la manipulación del usuario sobre los dígitos y posiciones del número buscado expresado en binario.

Número Sistema Decimal a Número Sistema Binario

Encontrar el Binario del número Decimal: 13

Vamos a proceder con un ejemplo de la conversión de números del sistema decimal al binario: En el documento se hizo un ejemplo con el número 81 cuyo binario es 1 0 1 0 0 0 1 , ahora se trabajará con otro número, vamos a trabajar encontrando el binario del número trece (13). 13 es igual a la suma de $8+4+1$ luego, abajo en la línea identificada con ***, se debe colocar en uno (1) las casillas demarcadas en rojo. Procedamos!

Cada casilla al cambiar su valor a uno (1), tomará un valor (decimal) equivalente a elevar 2 a la potencia de la posición de la casilla, así:

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1
0	0	0	0	1	1	0	1

*** Este es el número decimal representado en BINARIO, el número que buscamos.

0 + 0 + 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = **13** Valor en decimal, deberá ser el # 13 (8+4+1)

Se puede jugar con cada posición, note que el valor en decimal equivalente se actualiza cada vez que se cambian las casillas con valor de uno (1) o cero (0), lo que prefiera.

El resultado final será la sumatoria del valor posicional (equivalente) de las casillas con valor 1 en la línea identificada con ***.


Para comprobarlo, podría realizar las divisiones sucesivas por 2, de las que hablamos anteriormente y hallar los residuos.

```

13 | 2
  1 6 | 2
    0 3 | 2
      1 1
  
```

Recuerde que el número se lee de abajo hacia arriba, entonces tenemos que el binario de 13 es: 1 1 0 1

Continuar



Cabe destacar que este formulario o ventana no solo sirve para encontrar el número equivalente propuesto, si se puede usar el término 'juego', el usuario podría jugar con la herramienta y encontrar el número binario correspondiente de un rango entre 0 y 255, el cual se desplegará en la pantalla en la medida que el usuario interactúe con las casillas de los números binarios y sus posiciones.

La tercera y última ventana trabaja sobre la conversión de un número binario hacia su correspondiente representación en el sistema decimal. Luego se parte de un número binario y enseña a encontrar por medio de, la sumatoria de sus valores

posicionales equivalentes en el sistema de numeración decimal y así llegar a la solución del problema o algoritmo.

Encontrar el número Decimal del número Binario 1 0 0 1 0

Ahora pasemos a la conversión de números del sistema Binario al Decimal: En el documento se realizó un ejemplo con el número Binario 1 1 0 1 1 0 1 osea el número decimal 109, ahora se trabajará con otro número, vamos a encontrar el número Decimal del número Binario 1 0 0 1 0. En la línea identificada con *** se debe colocar el número binario 1 0 0 1 0, en este caso pongamos en uno (1) las casillas demarcadas en rojo. Vamos a intentarlo!

Cada casilla al cambiar su valor a uno (1), tomará un valor (decimal) equivalente a elevar 2 a la potencia de la posición de la casilla, así:

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1

*** 0 0 0 1 0 0 1 0

Si la casilla toma valor de 1, este será su número equivalente en el sistema decimal.

Represente aca el número BINARIO a convertir, osea el 1 0 0 1 0.

0 + 0 + 0 + 16 + 0 + 0 + 2 + 0 = 18 Valor equivalente en decimal (16 + 2)

Se puede jugar con cada posición, note que el valor en decimal equivalente se actualiza cada vez que se cambian las casillas con valor de uno (1) o cero (0), lo que prefiera.

El resultado final será la sumatoria del valor posicional (equivalente) de las casillas con valor 1 en la línea identificada con ***.

De izquierda a derecha, el primer 1 se encuentra en la quinta posición, su valor en decimal equivaldrá a elevar 2 a la 4 = 16

De izquierda a derecha, el segundo 1 se encuentra en la segunda posición, su valor en decimal equivaldrá a elevar 2 a la 1 = 2

El número Decimal buscado es igual a la suma de los números posicionales equivalentes encontrados osea, $16 + 2 = 18$

Es bueno también tener presente que, así como en el anterior formulario, el usuario también podrá interactuar con la herramienta, e intentar encontrar el número decimal equivalente entre un rango de números binarios del 0 0 0 0 0 0 0 0 al 1 1 1 1 1 1 1 1.

Se buscó que la herramienta intentara contribuir a solucionar algunos de los problemas mencionados en este documento como:

La Falta de comprensión conceptual: Al afianzar los conceptos teóricos con el ejercicio práctico, y así acercar este saber sabio al estudiante.

Dificultades para identificar los valores posicionales: La herramienta ejemplifica los correspondientes valores posicionales equivalentes, hasta para el denominado en tecnología de información como byte (8 primeros bits), y se puede interactuar con este byte para sí observar cómo sus valores equivalentes cambian y hacen cambiar de la misma manera el resultado general del problema.

Falta de práctica y repetición: La herramienta está dispuesta para que el estudiante la use las veces que sea necesario, de forma que interactúe cuanto quiera hasta que afiance sus conceptos.

Dificultades de lectoescritura: La presentación de las ventanas y más específicamente los números binarios están dispuestos de tal manera que ayuden a resolver los problemas presentados en este aspecto.

Dificultad para comprender la base conceptual del sistema binario: Con la ejemplificación y la manipulación de la herramienta, se intenta que el usuario entienda de mejor manera los conceptos básicos relacionados con esta problemática.

Falta de familiaridad con la notación y terminología del sistema binario: Al poner en la práctica toda esa teoría encontrada en los textos, será mucho más fácil familiarizarse con los términos y notaciones usados en el tema.

Dificultades en la abstracción: La abstracción que comprende entender un sistema diferente al tan usado y en base diez (decimal), para asimilar otro como en base dos (binario), con la práctica que se puede ejecutar sobre la herramienta ayudará a disipar

dicha problemática y de una vez encaminar al estudiante a entender otros sistemas de numeración como en base diez y seis (hexadecimal), etc.

Dificultades para visualizar. Las ventanas y ejercicios desplegados en la pantalla contribuyen por sí solos a solucionar este ítem.

Entender el sistema binario: Es un punto que se busca ayudar a solucionar como un todo, ya que la mayoría de las situaciones están encaminadas a buscar la familiarización del estudiante con este concepto y sus correspondientes relaciones con el sistema de numeración decimal.

Problemas de conversión: La ayuda con las problemáticas involucradas en todos los puntos tratados anteriormente, se verán resumidas y reflejadas finalmente en este aspecto.

Conclusiones

Los problemas de los estudiantes, relacionados con el aprendizaje del sistema de numeración decimal se podrían resumir en: Falta de comprensión conceptual, dificultades para identificar los valores posicionales, problemas de memoria, falta de práctica y repetición, dificultades de lectoescritura y dificultades para relacionar números decimales. Personalmente pienso que: No sé si se puede encasillar esos problemas que se acaban de mencionar solo a los estudiantes o, si se puede afirmar que el problema que tienen los estudiantes con el aprendizaje de la temática que nos incumbe y de muchas otras temáticas, o son la sumatoria de otros factores como: La calidad del sistema educativo, currículos desactualizados, falta de preparación de los maestros, desinterés de los mismos padres de familia que delegan toda la educación de sus hijos en terceros, etc, etc. Sería bueno reflexionar objetivamente al respecto.

Se pueden resumir los problemas que enfrentan los estudiantes, relacionados con el aprendizaje del sistema de numeración binario, así: Dificultad para comprender la base conceptual del sistema binario, falta de familiaridad con la notación y terminología del sistema binario, dificultades en la abstracción, dificultades para visualizar, falta de práctica, problemas de conversión y falta de recursos. Cabe la pregunta de que: ¿Los estudiantes y los mismos maestros, están llegando con las competencias suficientes para abordar estas temáticas?

En unas pocas palabras, los problemas a los que se exponen los estudiantes, relacionados con la conversión de los números del sistema de numeración decimal al

sistema de numeración binario y viceversa, son: Entender el sistema binario, falta de práctica, error humano, dificultades matemáticas y complejidad de los números grandes. Ya identificadas plenamente estas problemáticas, puede ser que el siguiente paso de otra investigación, sea el de indagar por los orígenes de estos problemas, y realizar propuestas para solucionarlos en el futuro.

La herramienta didáctica construida intenta, sobre todo, con un método de práctica y repetición afianzar los conceptos sobre la conversión de los números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración binario y viceversa; también en intentar combatir todas esas problemáticas tratadas como los problemas de abstracción, dificultades de visualización, lectoescritura, ayuda al estudiante a familiarizarse más con los conceptos involucrados en el sistema de numeración binario, como a resolver problemas con los conceptos y equivalencias de valores posicionales y aclarar comprensiones conceptuales en general. Sería interesante que algún otro investigador en el futuro pudiera realizar otra investigación, con otros objetivos, como el de implantar esta o este tipo de herramientas en el aula de clase y analizar los resultados obtenidos.

En general en las disciplinas científicas y específicamente en el caso de las matemáticas es fundamental la adquisición de ciertos conocimientos previos considerados fundamentales, desde edades o etapas tempranas. En el caso de los sistemas de numeración, estos saberes permitirán abrir la mente hasta ahora limitada de los niños estudiantes, para encarar de mejor manera el aprendizaje de otros sistemas de numeración diferentes al ya tradicional decimal o en base diez. Lo que debemos saber, es si todos los

andamiajes del sistema educativo estarían comprometidos para ayudar a solventar estas situaciones y que no se conviertan estas problemáticas más en un efecto domino, en donde gracias a la baja calidad de los primeros años de educación, los años posteriores van a ser condenados a la posible baja calidad en la educación.

Los niños en sus primeros años como estudiantes dejan ver muchas debilidades en la adquisición del conocimiento en torno a los sistemas de numeración tanto decimal como binario, y esto se refleja también cuando requieren obtener algún resultado realizando operaciones consideradas básicas en la aritmética de números naturales.

Aunque comprender a fondo el sistema de numeración binario se puede dar solo hasta niveles de educación secundaria, comenzar a trabajar unas bases desde la educación primaria develará en los niños la forma de conexión de la matemática con las tecnologías de información y comunicación.

Las debilidades en el manejo de los sistemas de numeración han contribuido como factor del fracaso escolar. Para plantear una propuesta para ayudar a resolver la problemática de la que trata la investigación es necesario valerse de elementos como “la transposición didáctica”, la cual se refiere al proceso de transformar el conocimiento disciplinario en conocimiento enseñable, es decir, en un conocimiento que pueda ser transmitido a los estudiantes de manera efectiva. Este proceso implica seleccionar, simplificar, reorganizar y adaptar el contenido disciplinario para que sea accesible y comprensible para los estudiantes. La transposición didáctica es, por lo tanto, un proceso crucial para la enseñanza, ya que permite que los profesores adapten el contenido a las

necesidades y habilidades de los estudiantes. Luego la propuesta deberá encontrar la manera de transformar el saber sabio en saber a enseñar, que sea más alcanzable por los estudiantes para así construir efectivamente conocimiento. Pero el sistema educativo deberá garantizar maestros que entiendan y usen para la práctica docente, y de la mejor manera esos conceptos tan importantes como la transposición didáctica.

El diseñador de la propuesta hace las veces del maestro, que dejará plasmado su conocimiento y experiencia en la propuesta, para esa labor deberá entonces hacer uso también del denominado: Conocimiento didáctico del contenido, el cual se refiere al conocimiento especializado que tienen los profesores sobre cómo enseñar el contenido de su materia. Este conocimiento implica comprender cómo los estudiantes aprenden, qué errores comunes pueden cometer, qué estrategias de enseñanza son efectivas, cómo evaluar el aprendizaje de los estudiantes, entre otros aspectos. El conocimiento didáctico del contenido es, por lo tanto, esencial para la planificación y el diseño de actividades y materiales de enseñanza efectivos.

Enfocándose ya en la disciplina de las matemáticas, será indispensable que el diseño de la propuesta tenga muy presente a los cinco procesos generales de la actividad matemática: Formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; formular comparar y ejercitar procedimientos.

Para el caso de la presente investigación se debe tener presente que lo que se busca activar en el estudiante solamente uno de los cinco tipos de pensamiento matemático, el pensamiento matemático - numérico, el cual gira en la organización de

actividades con el objetivo de la comprensión del uso y significados de la numeración y de los números como tal, el entendimiento del sentido y el significado de las operaciones y relaciones que pueden existir entre los números y finalmente del desarrollo de diferentes técnicas de estimación y cálculo. Pero a la última persona que se puede culpar del denominado fracaso escolar es al estudiante, al niño siempre ávido de conocimiento.

Recomendaciones

Desafortunadamente por los tiempos tan cortos presupuestados para el desarrollo de esta investigación, no fue posible ir más allá de la elaboración de las conclusiones, y aunque se presentó una herramienta didáctica en una versión muy simple o "Beta", se puede decir que esta no hacía parte del alcance u objetivos de la investigación, simplemente se incluye a manera de ejemplo para revelar propuestas que se pueden desarrollar como una forma de atacar una problemática específica. Pero sería muy interesante poder, por ejemplo: Llevar esa herramienta al aula y evaluarla en la práctica con niños estudiantes de 8 y 9 grado, para así poder analizar las conclusiones de los aprendizajes obtenidos y la herramienta didáctica como tal, y seguramente poder desarrollar una segunda y más versiones sobre la herramienta, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la nueva investigación o investigaciones.

Para el diseño de otras herramientas se puede valer el profesional diseñador de propuestas didácticas, de herramientas como la gamificación, para poder acercar de una mejor manera el conocimiento al nivel del estudiante, de tal forma que se motive, involucre y resuelva problemas más fácilmente, haciendo que su aprendizaje sea más ameno y efectivo, e inclusive el tipo de aprendizaje pueda llegar a tener características autodidactas.

La herramienta desarrollada, permite realizar ejemplos con pequeños números entre el 0 y el 255, solo de manera ejemplificante y para afianzar conocimientos. Se podría plantear por ejemplo para una nueva versión, una ventana que no intente enseñar

nada, sino que solo funcione como una especie de calculadora, en donde permita al usuario introducir un número decimal y el programa regrese o resuelva su problema de representación binaria y viceversa.

Índice de Tablas

Tabla 1. Antecedentes.

Tabla 2. Sistema numérico decimal

Tabla 3. Niveles de valores, sistema numérico decimal

Tabla 4. Equivalencia posicional S. N. binario vs S. N. decimal

Tabla 5. Ejemplo equivalencia, con el número 109

Tabla 6. Ejemplo de conversión del número 81 en el sist. num. decimal al sist. Num.

binario

Tabla 7. Ejemplo 1010001 (sistema num. binario) a sistema num. decimal

Lista de referencias

- Astolfi, J. (2001). *Didáctica. En J. Astolfi (Ed.), Conceptos clave en la didáctica de las disciplinas* (p.73-82). Sevilla, España: Editorial Diada.
- Barceló, M. (2015). *Paradojas. Aritmética no decimal*. *Astronomía*, 190, abril 2015. <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/129863/ASTRO190.pdf?sequence=1>
- Barden, W. Jr. (1986). *Matemáticas para programadores*. España: Ediciones Anaya Multimedia S.A.
- Bedoya E. Y Orozco M. (1.991) *El Niño y el Sistema de Numeración Decimal*. Cali: Universidad del Valle (pp. 56-58).
- Benimeli, E. (2017). *Un mundo (digital) de unos y ceros. Esfera TIC*. Wordpress.org. [Un mundo \(digital\) de unos y ceros – Esfera TIC](#)
- Bolívar, A. (2005) *Conocimiento Didáctico del Contenido y Didácticas Específicas*. Granada: Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9, 2.
- Borras, O. (2015). *Fundamentos de la Gamificación*. Madrid: Gabinete de Tele - Educación, Universidad Politécnica de Madrid.
- Bouhjar, K., & Smaoui, F. (2013). *Binary and decimal systems: Influence of conceptual and procedural knowledge on the ability to perform simple arithmetic operations*. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 106, (pp. 1402-1412).
- Bowers, J. y Dreher, A. (2016). *Understanding the base-10 number system by preschool children*. *Journal of experimental child psychology*, 147, 1-18.
- Bryant, P. y Nunes, T. (1998). *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño*. México: Siglo XXI.
- Camilloni, A. (2008). *El saber didáctico. Didáctica general y didácticas específicas*.
- Castaño, J. (2001). *La comprensión del sistema decimal de numeración y los algoritmos espontáneos*. *Memorias - Tercer encuentro colombiano de matemática educativa*. Colombia, Universidad Javeriana.
- Clements, M. A., & Sarama, J. (2011). *Early childhood mathematics learning*. In *Handbook of research on the education of young children* (pp. 223-246). Routledge.

- Colegio Instituto Técnico Internacional IED (2021). *P.E.I. Educación en Tecnología y su Influencia en la Calidad de Vida*. Prueba Diagnostica en Matemáticas. Bogotá D.C. <http://www.iedtecnicointernacional.edu.co/wp-content/uploads/2021/02/MATEM%C3%81TICAS-601-602-603-604.pdf>
- Cordoba, S. (2020). *Tendencias en Didáctica de las Matemáticas. Una Revisión Documental*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. [Tendencias en didactica de las matematicas. Una revision documental \(2010-2020\).pdf \(pedagogica.edu.co\)](http://pedagogica.edu.co)
- Chevallard, Y. (1985). *La Transposición Didáctica - Del Saber Sabio al Saber Enseñado*. Primera Edición. Argentina: Aique Grupo Editor S.A.
- De Corte, E., Greer, B. y Verschaffel, L. (1996). *Mathematics teaching and learning*. In *Handbook of educational psychology* (pp. 491-549). Routledge.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). *The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom*. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), (pp. 213-234).
- Feo, R. (2010). *Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas*. Revista Tendencias Pedagógicas. España: UAM Ediciones.
- Fernández, Eduardo., Mac Gaul, Marcia y López, Marcela (2014). *Estrategia Didáctica y Recursos Tecnológicos para la Enseñanza de los Sistemas de Numeración*. Revista Iberoamericana de Educación en Tecnología y Tecnología en Educación Especial, 12, abril 2014. La Plata: Red de Universidades Nacionales con Carrera en Informática – Universidad Nacional de La Plata
- Franco, A. (2008). *Uno más uno son diez: recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje de los números binarios en educación secundaria*; *Educación Matemática*, 20, 2. (pp.103-120).
- Fu, K., & Zhu, L. (2013). *Teaching binary numbers to K-12 learners: A cognitive psychology perspective*. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 32(1), (pp. 5-24).
- Fuson, K. C. y Hall, J. W. (1983). *The acquisition of decimal number concepts by children*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), (pp. 42-59).

- Granda, L., Espinoza, E., y Mayon, S. (2019). *Las TIC como Herramientas Didácticas del Proceso de Enseñanza Aprendizaje*. Revista Conrado, 15, 66. (pp. 104-110). Revista Conrado. España: UAM Ediciones. <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>
- González, J., y Sánchez B. (2010). *Algunas relaciones entre algoritmos y resolución de problemas*. Trabajo de Grado. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/1075/1084>
- Hernández, V., Morales, A., y Quevedo E. (2017). *Un Mundo De Unos Y Ceros. Nuevos Recursos Didácticos Del Sistema De Numeración Binario En Educación Primaria Formación Del Profesorado E Investigación En Educación Matemática XII* (pp. 177-186). <https://docplayer.es/229567745-Un-mundo-de-unos-y-ceros-nuevos-recursos-didacticos-del-sistema-de-numeracion-binario-en-educacion-primaria.html>
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis*. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Routledge.
- Jiménez, J. (2015). *Matemáticas para la Computación* 3a. Edición. México: Alfaomega Grupo Editor S.A. de C.V.
- Kolling, M., y Veliz, L. (2007). *Programación orientada a objetos con Java*. España: Pearson Education S.A.
- Kwon, O. N. (2015). *Effects of prior knowledge and strategy instruction on high school students' performance and attitudes toward binary number system*. Journal of Educational Computing Research, 52(2), (pp. 203-221).
- León, S. (2001). *Modelo didáctico para la interiorización del sistema binario y su relación con la lógica y los conjuntos*. Santander: Universidad Industrial de Santander.
- Lu, J., Zhang, D. y Liu, T. (2014). *Using virtual manipulatives to enhance secondary school students' understanding of binary arithmetic*. Journal of Educational Computing Research, 51(3), (pp. 319-341).
- Luque, C., Mora, L., y Páez. J. (2013). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir* (pp. 41 -59). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

- http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/3438/actividad_des_matematicas_contar_inducir.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente. La adquisición infantil de los sistemas externos de representación*. Madrid: Machado Libros
- Martínez, M. (2012). *Implementación y creación de herramientas didácticas que afiancen las cuatro operaciones básicas de la aritmética de los números naturales*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
mariohansmartinezortega.2012.pdf (unal.edu.co)
- Martínez, V. (2013). *Paradigmas de investigación*. México:
http://biblioteca.udgvirtual.udg.mx/jspui/bitstream/123456789/3790/1/Paradigmas_investigaci%C3%B3n_Manual.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. MEN. Bogotá: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf11.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!*
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2022). *Sistema Educativo Colombiano*.
[https://www.mineducacion.gov.co/portal/Preescolar-basica-y-media/Sistema-de-educacion-basica-y-media/233839:Sistema-educativo-colombiano#:~:text=E1%20sistema%20educativo%20colombiano%20lo,\)%2C%20y%20la%20educaci%C3%B3n%20superior](https://www.mineducacion.gov.co/portal/Preescolar-basica-y-media/Sistema-de-educacion-basica-y-media/233839:Sistema-educativo-colombiano#:~:text=E1%20sistema%20educativo%20colombiano%20lo,)%2C%20y%20la%20educaci%C3%B3n%20superior).
- Noriega, S. (2003). *Operaciones matemáticas con números binarios. Introducción a los Sistemas Lógicos y Digitales*. Argentina: Departamento de Electrotecnia Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de La Plata.
<https://catedra.ing.unlp.edu.ar/electrotecnia/islyd/apuntes/opmatematicas2003.pdf>
- Park, S. y Oliver, J. (2007). *Revisiting the Conceptualisation of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals*. Research in Science Education, Springer Science + Business Media B.V. www.springer.com
- Pimentel, E., Gutiérrez, F. y Durán, F. (2007). *Programación orientada a objetos con Java*. España: Thomson Ediciones Paraninfo S.A.

- Pinheiro, Rafael. (2020). *Aritmética de Números Binarios e Suas Relações com Circuitos Lógicos*. Trabajo de Grado. Brasil: Universidade Federal Rural Do Semiárido.
- Poveda, M. (2001). *Matemática a la Medida de los Niños, El Sistema Decimal de Numeración*. Memorias del encuentro de Geometría y de Aritmética. Bogotá: Colegio Villa Amalia.
<http://funes.uniandes.edu.co/11416/1/Poveda2006Propuesta.pdf>
- Resnick, L. B. (1989). *Knowing mathematics and knowing how to teach it*. American Educator, 13(3), (pp. 8-14).
- Rivas, A. (2018). *Errores en la conversión de números decimales a binarios: un estudio de casos*. Revista de Investigación Académica.
- Ricoy, C. (2006). *Contribución sobre los paradigmas de investigación*. Educação. Revista do Centro de Educação. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, Brasil. <https://www.redalyc.org/pdf/1171/117117257002.pdf>
- Romero, J. (2021). *Entrevista Clínica Como Estrategia Didáctica Para El Proceso De Enseñanza-Aprendizaje Sobre Álgebra Booleana*, 17, 2. Puebla: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. [Aguiar2021Entrevista.pdf \(uniandes.edu.co\)](https://www.uniandes.edu.co/Aguiar2021Entrevista.pdf)
- Sadovsky, P., (2005): *Enseñar matemática hoy*. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Del Zorzal.
- Shulman, L.S. (1987). *Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. Harvard Educational Review, 57 (1), (pp. 1-22). Edic. cast.: *Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma*. Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 9 (2), 2005.
- Svensson, V. (2018). *Los objetos de aprendizaje como problema epistemológico*. II Jornada Nacional de Epistemología en Psicopedagogía y disciplinas afines. Argentina: Universidad Nacional del Comahue. [Los objetos de aprendizaje como problema epistemológico](https://www.uniandes.edu.co/Los%20objetos%20de%20aprendizaje%20como%20problema%20epistemol%C3%B3gico)
- Tokheim, R. (1984). *Teoría y Problemas de Principios Digitales*. México: Editorial Mc Graw Hill.
- Tokheim, R. (2002). *Electrónica Digital*. Barcelona: Editorial Reverte S.A.
- Terigi, F. y Wolman, S. (2007). *Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza*. Revista Iberoamérica de Educación, 43, (p. 59-83).

<https://educarea.cl/sistema-de-numeracion-consideraciones-acerca-de-su-ensenanza/>

- Vasco, C. (1994). *Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas*. Vol. II. Bogotá. Ministerio de Educación Nacional.
- Vasco, C. (2017). *Reformas de los currículos escolares en matemáticas en las Américas: el caso colombiano*. II CEMACYC. Cali, Colombia 2017.
<http://funes.uniandes.edu.co/18976/1/Vasco2017Reformas.pdf>
- Vega, L. (2020). *El Sistema de Numeración Decimal en la Etapa de Infantil - Diseño de una propuesta de intervención*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
<https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/107320/Lidia%20Vega%20Ballesteros%20E.I%202020.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Villanueva, M. (2016). *Factores que inciden en el aprendizaje del sistema de numeración decimal en estudiantes de tercer grado de primaria en una escuela pública de México*. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 18(2), (p. 57-65).
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=15544632003>
- Zuluaga, O., Echeverri, A. y otros (2003). *Pedagogía y epistemología*. Bogotá D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio.

Tabla 1. Antecedentes.

<i>Título del documento o texto</i>	<i>Autor(es) / Año</i>	<i>Categoría</i>
<i>Tendencias en Didáctica de las Matemáticas. Una Revisión Documental.</i>	Córdoba, S. (2020).	Didáctica.
<i>Las TIC como Herramientas Didácticas del Proceso de Enseñanza Aprendizaje.</i>	Granda, L., Espinoza, E., y Mayon, S. (2019).	Enseñanza - Aprendizaje.
<i>Uno más uno son diez: recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje de los números binarios en educación secundaria</i>	Franco, A. (2008)	Enseñanza - Aprendizaje
<i>Un Mundo De Unos Y Ceros. Nuevos Recursos Didácticos Del Sistema De Numeración Binario En Educación Primaria</i>	Hernández, V., Morales, A., y Quevedo E. (2017)	Didáctica
<i>Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza</i>	Terigi, F. y Wolman, S. (2007)	Enseñanza
<i>Estrategia Didáctica y Recursos Tecnológicos para la Enseñanza de los Sistemas de Numeración</i>	Fernández, E., Mac Gaul, M. y López, M. (2014)	Enseñanza
<i>Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño</i>	Bryant, P. y Nunes, T (1998)	Razonamiento
<i>Representar el mundo externamente. La adquisición infantil de los sistemas externos de representación</i>	Martí, E. (2003)	Aprendizaje
<i>Paradojas. Aritmética no decimal</i>	Barceló, M. (2015)	Historia