

**LAS SERIES DE FOURIER Y LA ATENUACIÓN DEL FENÓMENO DE
GIBBS - WILBRAHAM A TRAVÉS DE FILTROS ELECTRÓNICOS
SELECTIVOS EN FRECUENCIA: UNA PROPUESTA DE INTEGRACIÓN
FORMATIVA MEDIADA POR LAS TIC**

Presentado por:

Jesús Alberto Mercado Benítez

Dirigido por:

John Alexander Rojas Montero

Grupo de investigación: KENTA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA

LICENCIATURA EN ELECTRÓNICA

BOGOTA D. C.

2022

Derechos de autor

“Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi total autoría; en aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos”. (Artículo 42, párrafo 2, del Acuerdo 031 del 4 de diciembre de 2007 del Consejo Superior de la Universidad Pedagógica Nacional)



Este trabajo de grado se encuentra bajo una Licencia Creative Commons de **Reconocimiento – No comercial – Compartir igual**, por lo que puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Jesús Arce', is written over a horizontal line.

Firma Estudiante

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Dedicatoria

A mi familia, mi padre Adalberto Mercado y mi madre Berena Benítez por permitirme la oportunidad de seguir estudiando aún con los problemas económicos que esto presupone.

Al Grupo de Investigación KENTA por su aporte al trabajo de grado y al profesor John Alexander Rojas Montero, quien nutrió esta idea con un profesionalismo impecable.

A los profesores de la Universidad Pedagógica Nacional que con su esfuerzo y lucha incansable en su labor docente se preocupan realmente por la apropiación conceptual, en especial al profesor William Eduardo Peña, al profesor Luis Jorge Herrera y al inquebrantable profesor Luis Guillermo Gómez Ortiz.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1 ASPECTOS PRELIMINARES	3
1.1 JUSTIFICACIÓN	3
1.2 PROBLEMA	5
1.3 OBJETIVOS	7
1.3.1 Objetivo general	7
1.3.2 Objetivos específicos	7
1.4 ANTECEDENTES	7
1.4.1 Las Series de Fourier	8
1.4.2 El Fenómeno de Gibbs - Wilbraham	9
1.4.3 El uso de filtros	10
1.4.4 Ambientes Formativos mediados por las TIC (AFTIC)	11
2 METODOLOGÍA.....	15
2.1 ENFOQUE METODOLÓGICO	15
2.2 DISEÑO METODOLÓGICO	15
2.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	16
2.4 UNIDADES DE ANÁLISIS	16
2.5 FASES DE INVESTIGACIÓN	16
2.5.1 La fase preactiva	17
2.5.2 La fase interactiva	17
2.5.3 La fase posactiva	18
2.5.4 Cronograma.....	18

3	MARCO TEÓRICO	21
3.1	Las series de Fourier	21
3.2	El Fenómeno de Gibbs - Wilbraham	23
3.3	Filtrado electrónico selectivo en frecuencia	24
3.4	Los Ambientes Formativos mediados por las TIC (AFTIC)	25
4	DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN	27
4.1	REQUERIMIENTOS	27
4.1.1	Ámbito educativo	27
4.1.2	Perspectiva pedagógica	27
4.1.3	Perspectiva tecnológica	29
4.1.3.1	Requerimientos funcionales	30
4.1.3.2	Pseudo requerimientos	31
4.2	DISEÑO	31
4.2.1	Representación pedagógica	32
4.2.1.1	Ficha técnica	32
4.2.1.2	Objetivo formativo	32
4.2.1.3	Presentación	32
4.2.1.4	Los contenidos temáticos	33
4.2.1.5	Metodología	44
4.2.1.6	La evaluación	46
4.2.2	Representación tecnológica	46
4.2.2.1	Modelo estático	47
4.2.2.2	Modelo dinámico	47
4.3	CREACIÓN DEL AFTIC	48
4.3.1	El guion técnico	49

4.3.2	Contenidos Digitales (CD)	54
4.3.3	El Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC)	116
4.3.4	Orientaciones para el profesor	133
4.3.5	Orientaciones para el estudiante	135
4.3.5.1	Syllabus	135
4.3.5.2	Plan de trabajo semanal.....	138
4.4	VALORACIÓN DEL AFTIC	145
4.4.1	Resultados.....	146
4.4.1.1	Lo pedagógico	146
4.4.1.2	El diseño	151
4.4.1.3	Lo tecnológico.....	155
4.4.2	Discusión	157
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	161
5.1	CONCLUSIONES	161
5.2	RECOMENDACIONES.....	162
6	GLOSARIO.....	163
7	REFERENCIAS.....	164

TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Módulo "Series de Fourier".....	34
Tabla 2. Módulo "Fenómeno de Gibbs – Wilbraham".....	38
Tabla 3. Módulo "Filtros".....	41
Tabla 4. Estrategia ABE.....	44
Tabla 5. Estrategia ABI.....	45
Tabla 6. Estrategia ABD.....	45
Tabla 7. Actividades Módulo 1.....	49
Tabla 8. Actividades Módulo 2.....	51
Tabla 9. Actividades Módulo 3.....	53
Tabla 10. CD "Historia de la Serie de Fourier" (video).....	54
Tabla 11. CD "Historia de la Serie de Fourier" (escrito).....	57
Tabla 12. CD "Computadoras superpoderosas" (video).....	58
Tabla 13. CD "Período, frecuencia y transformación" (video).....	58
Tabla 14. CD " Las señales en el tiempo y su representación matemática" (video).....	58
Tabla 15. CD "Área bajo la curva e Integral definida" (video).....	59
Tabla 16. CD "La integral por sustitución simple y por partes" (escrito).....	59
Tabla 17. CD "Las series numéricas y la serie de Fourier" (video).....	61
Tabla 18. CD "Series convergentes, divergentes, infinitas y finitas" (escrito).....	62
Tabla 19. CD "La serie de Fourier y su ecuación de síntesis" (escrito).....	62
Tabla 20. CD "Serie de Fourier del Pulso Cuadrado y comprobación en Matlab" (video).....	64
Tabla 21. CD "La ecuación de análisis" (escrito).....	67

Tabla 22. CD "Cálculo de la serie de Fourier a señales dadas" (escrito).	68
Tabla 23. CD "Condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier" (escrito).	79
Tabla 24. CD "Condición 1: Integrabilidad de las señales" (escrito).	80
Tabla 25. CD "Condición 2: Máximos y mínimos en las señales" (escrito).	81
Tabla 26. CD "Condición 3: Amplitud de las indeterminaciones de las señales" (escrito).	82
Tabla 27. CD "Discontinuidad en una señal" (video).	84
Tabla 28. CD "Discontinuidad finita" (escrito).	85
Tabla 29. CD "Discontinuidad infinita" (escrito).	86
Tabla 30. CD "Amplitud del fenómeno de Gibbs" (video).	87
Tabla 31. CD "Medición visual de la amplitud del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham" (escrito).	87
Tabla 32. CD "Medición con código del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham" (escrito).	89
Tabla 33. CD "Armónicos vs Amplitud en el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham" (video).	91
Tabla 34. CD "Código Fenómeno de Gibbs – Wilbraham vs número de Armónicos" (escrito).	92
Tabla 35. CD "Representación eléctrica de una señal construida con la Serie de Fourier" (escrito).	96
Tabla 36. CD "Análisis temporal del circuito RC" (video).	96
Tabla 37. CD "Solución por ecuaciones diferenciales del sistema RC" (escrito).	99
Tabla 38. CD "La transformada de Fourier de señales en el tiempo ² " (video).	100
Tabla 39. CD "Solución de circuitos con la Transformada de Fourier" (escrito).	103
Tabla 40. CD "Diagrama de Bode y filtros de segundo orden" (video).	111

Tabla 41. CD "Diagramas de Bode" (escrito).	111
Tabla 42. CD "Aproximación Butterworth" (escrito).	113
Tabla 43. Orientaciones profesor Módulo 1.	133
Tabla 44. Orientaciones profesor Módulo 2.	134
Tabla 45. Orientaciones profesor Módulo 3.	135
Tabla 46. Syllabus.	135
Tabla 47. Plan de trabajo para el estudiante.	138
Tabla 48. Dimensión pedagógica del AFTIC.	146
Tabla 49. Dimensión de diseño del AFTIC.	151
Tabla 50. Dimensión tecnológica del AFTIC.	155
Tabla 51. Sugerencias de evaluadores.	158

FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Fenómeno de Gibbs en un punto de discontinuidad (Fuente: Rodríguez y Zuazua (2003, p. 202).	24
Figura 2. Ejemplo de un filtro activo (De Armas, 2020, p. 14).	25
Figura 3. Ejemplo de un filtro activo (Caicedo, 2018, p. 18).	25
Figura 4. Diagrama de casos de uso del profesor.	30
Figura 5. Diagrama de casos de uso del estudiante.	30
Figura 6. Modelo estático AFTIC (Diagrama de clases).	47
Figura 7. Modelo dinámico estudiante (Diagrama de actividad).	48
Figura 8. Modelo dinámico profesor (Diagrama de actividad).	48
Figura 9. Portada para acceder al curso.	116
Figura 10. Presentación.	117
Figura 11. Modulo 1: Fourier, Unidad 1: Historia.	118
Figura 12. Módulo 1, Unidad 1: Actividad: Foro: Contexto histórico.	118
Figura 13. Modulo 1: Fourier, Unidad 2: Representación.	119
Figura 14. Módulo 1, Unidad 2: Actividad: Deducción matemática y analítica de señales.	120
Figura 15. Modulo 1: Fourier, Unidad 3: Síntesis.	121
Figura 16. Módulo 1, Unidad 3: Actividad: Series numéricas.	122
Figura 17. Modulo 1: Fourier, Unidad 4: Análisis.	122
Figura 18. Módulo 1, Unidad 4: Actividad: Analítica de la serie.	123
Figura 19. Modulo 1: Fourier, Unidad 5: Dirichlet.	123
Figura 20. Módulo 1, Unidad 5: Condiciones de Dirichlet.	124
Figura 21. Modulo 2: Fenómeno, Unidad 1: Discontinuidades	125
Figura 22. Módulo 2, Unidad 1: Actividad: Discontinuidades.	125

Figura 23. Modulo 2: Fenómeno, Unidad 2: Amplitud.	126
Figura 24. Módulo 2, Unidad 2: Actividad: Amplitud.	127
Figura 25. Modulo 2: Fenómeno, Unidad 3: Armónicos.	128
Figura 26. Módulo 2, Unidad 3: Actividad: Armónicos.	129
Figura 27. Módulo 2, Unidad 2: Actividad: Gráfica eléctrica.....	129
Figura 28. Modulo 3: Filtros, Unidad 1: Filtro RC.	130
Figura 29. Módulo 3, Unidad 1: Actividad: Laboratorio 1.....	131
Figura 30. Modulo 3: Filtros, Unidad 2: Filtro activo.....	132
Figura 31. Módulo 3, Unidad 2: Actividad: Laboratorio 2.....	133
Figura 32. Enfoque pedagógico (actividades).....	148
Figura 33. Enfoque pedagógico (recursos).	149
Figura 34. Enfoque pedagógico (contenidos).	149
Figura 35. Enfoque pedagógico (productos).	149
Figura 36. Diseño instruccional (objetivos).....	150
Figura 37. Diseño instruccional (actividad, recurso, contenido, producto).	150
Figura 38. Trabajo colaborativo (espacios).	151
Figura 39. Trabajo colaborativo (equipo).....	151
Figura 40. Interactividad.....	153
Figura 41. Navegación.	154
Figura 42. Contenido.....	154
Figura 43. Nivel de satisfacción.	154
Figura 44. Calidad del AFTIC.....	155
Figura 45. Accesibilidad (plataforma).	156
Figura 46. Accesibilidad (clave).	156

Figura 47. Accesibilidad (equipos).....	157
Figura 48. Valoración general del AFTIC.	158

ECUACIONES

	Pág.
Ecuación 1. Ecuación de síntesis.	4
Ecuación 2. Análisis para a_k	4
Ecuación 3. Análisis para b_k	4
Ecuación 4. Serie de Fourier para una señal periódica.	23



INTRODUCCIÓN

Cuando Jean-Baptiste Joseph Fourier indicó que podía representar cualquier señal periódica por medio de una serie trigonométrica armónicamente relacionada, matemáticos como Joseph-Louis Lagrange se opusieron, por la falta de rigurosidad en soportar tal afirmación y un problema de convergencia que tenía si se usaba para representar señales con indeterminaciones; situación corroborada en 1848 por el matemático inglés Henry Wilbraham, quien observó que en las indeterminaciones de la señal había una perturbación del 9% de salto, trabajo que quedó en el olvido (Roberto & Zuazua, 2003). Cincuenta 50 años después, el premio nobel de física Albert Abraham Michelson al construir un sintetizador armónico en 1898 (Oppenheim, 2014), vio este fenómeno y contó sus hallazgos al matemático y físico Josiah Gibbs, quien lo investigó y publicó sus resultados en 1899. Es así que como reconocimiento al trabajo de Wilbraham y Gibbs, en este trabajo el fenómeno es denominado *Fenómeno de Gibbs - Wilbraham*.

Dadas las características de este fenómeno, será abordado en procesos formativos para las áreas de matemáticas y electrónica en el presente trabajo que se enmarca en la línea de investigación Comunidades virtuales de enseñanza y de aprendizaje dirigida por el Grupo de Investigación KENTA, con el objetivo de “Diseñar una propuesta formativa mediada por las TIC enfocada en la atenuación del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham a través del filtrado selectivo en frecuencia de señales representadas con la serie de Fourier como aporte a la integración curricular enfocada en estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional”. Cabe resaltar el aporte de este trabajo en la evolución y consolidación de conocimientos del investigador sobre conceptos relacionados con las matemáticas y la electrónica, así como el desarrollo de habilidades sobre la producción de contenidos digitales basados en la escritura y el video; producción en la que se tuvieron limitaciones por los recursos tecnológicos con que se contó, situación que lleva a proyectar una siguiente versión del Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC), para aprovechar otras tecnologías que posibiliten una mejor comprensión y acercamiento a las temáticas planteadas.

Con el AFTIC creado, se proporciona una mirada integral de la alteración visible de alta frecuencia presente en el *Fenómeno de Gibbs - Wilbraham*, el cual será atenuado con filtros electrónicos selectivos en frecuencia. Esta integralidad curricular incluye desde las matemáticas la representación de señales en el dominio temporal, la transformación de la variable independiente, la integración, la derivación, las ecuaciones diferenciales por el método de variables separables, y por supuesto la Serie de Fourier, la transformada de Fourier y el concepto de función de transferencia en el dominio de la frecuencia compleja $j\omega$ como evidencia del desarrollo



matemático planteado por Jean-Baptiste Joseph Fourier; y desde la electrónica su aplicación en el análisis de circuitos que apoya a estudiantes de electrónica en encontrar la correlación de estos conceptos.

El AFTIC es la concreción de una propuesta formativa que cuenta con videos que ejemplifican y documentos que explican las temáticas necesarias para abordar el filtrado de una señal con Fenómeno de Gibbs - Wilbraham, la construcción de esta señal, el análisis de los máximos y mínimos del fenómeno, el necesario análisis en términos de la frecuencia compleja para el desarrollo de cualquier tipo de filtro y el análisis de circuitos con capacitores e inductores. Es así, que el tratamiento de señales, como parte de las prácticas de quienes se dedican a la electrónica, requiere la integración de varios conceptos para abordar la complejidad que representan las señales bajo un dominio diferente del temporal, acompañado del reconocimiento de las propiedades básicas de las señales y los sistemas y de los métodos básicos de integración, aspectos fundamentales tanto para la serie continua de Fourier como para su transformada.



1 ASPECTOS PRELIMINARES

En el desarrollo del presente proyecto se aborda el estudio de las series de Fourier en el contexto de la atenuación del fenómeno de Gibbs - Wilbraham mediante filtros electrónicos selectivos en frecuencia, a partir de la interacción con un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC), con el propósito de contribuir a la solución de una problemática relacionada con el abordaje de estas series y el trabajo con filtros de forma separada en la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional. A continuación, se describen la justificación, el problema, los objetivos y los antecedentes del proyecto.

1.1 JUSTIFICACIÓN

Las series de Fourier cobran importancia al ser aplicadas en el estudio de fenómenos naturales de carácter periódico y oscilante en áreas como la matemática (teoría de números, geometría), la física matemática (mecánica cuántica, conducción del calor), las ciencias (química, óptica, procesamiento de imágenes, medicina, predicción de eventos celestiales) o la ingeniería (comunicaciones). En estas áreas se requiere el procesamiento de señales obtenidas a partir de la descomposición de una señal en términos de señales periódicas básicas cuyas frecuencias son múltiplos de la señal original; procesamiento que en entornos digitales brinda la posibilidad de extraer información contenida en una imagen para la detección y el realce de bordes o la eliminación de ruido (Molina, 2017; Trinidad, 2017; Giménez-Palomares, Lapuebla-Ferri y Monsoriu-Serra, 2018; Izquierdo, 2018; Males, 2019; Romero y Farfán, 2019; Aguinaga, Reyes y Salazar, 2020; Duarte, 2020; Rodríguez-Rodríguez et al., 2020; Ávila, 2021).

Las Series de Fourier fueron creadas en 1807 por Jean-Baptiste Joseph Fourier, al trabajar con la propagación del calor; series que toman la forma de ecuaciones que representan una señal periódica a partir de la suma de funciones senoidales o cosenoidales relacionadas armónicamente (Lázaro, 2020); ecuaciones que relacionan coeficientes con diferentes armónicos y que a través de una ecuación de síntesis se hace converger la suma infinita a $f(t)$, siempre y cuando $f(t)$ sea igual a $f(t+T)$, es decir, cuando sea periódica y siendo más específico, que cumplan las condiciones de Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (**Ecuación 1**).



Ecuación 1. Ecuación de síntesis.

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kw_0t) + b_k \text{sen}(kw_0t)$$

El uso de la ecuación de síntesis requiere de ecuaciones de análisis para obtener los subíndices a_k y b_k , una vez encontrados estos coeficientes en términos de k , la sumatoria converge a $f(t)$ (Ortiz, 2018). La **Ecuación 2** muestra la ecuación de análisis para el coeficiente a_k .

Ecuación 2. Análisis para a_k .

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos(kw_0t) dt$$

En la **Ecuación 3** se muestra la ecuación para el coeficiente b_k

Ecuación 3. Análisis para b_k .

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \text{sen}(kw_0t) dt$$

En 1848 el matemático británico Wilbraham observó que, al aplicar las Series de Fourier en puntos cercanos a una discontinuidad de una señal, sus sumas parciales presentaban un comportamiento oscilatorio anómalo, situación que corroboró Gibbs en 1899 (Muñoz, 2017), dando lugar a lo que hoy se conoce como el Fenómeno de Gibbs-Wilbraham. La comprensión de este fenómeno en ámbitos como el de los circuitos eléctricos se vuelve relevante para conocer las desviaciones que ocurren en relación con la respuesta de los componentes de un circuito, al analizar saltos de voltaje que pueden sobrepasar las previsiones establecidas para un circuito (Morales, 2021).

El fenómeno de Gibbs-Wilbraham comenzó a estudiarse en 1898, cuando Michelson y Stratton construyeron un sintetizador armónico para graficar una señal periódica en sus componentes armónicos. Al realizar la prueba del instrumento, encontraron una perturbación de alta frecuencia en las discontinuidades de la señal, por lo que pensaron que el aparato tenía fallas. Esto los llevó a consultar al matemático Josiah Gibbs, quien corroboró en los resultados publicados en 1899, lo encontrado por Henry Wilbraham hacia 1849 (Muñoz, 2017). De allí surge la necesidad de continuar con el estudio de esta anomalía para solucionarla con el propósito de posibilitar muchos desarrollos tecnológicos que se tienen en la actualidad.



Dada la importancia de este fenómeno en el ámbito de la electrónica, se propone su abordaje a través de un filtrado que disminuya el error producido en las indeterminaciones de una señal original representada mediante la serie de Fourier, como aporte al análisis vibratorio en diversos campos tecnológicos (Izquierdo, 2018), que contribuyen al mejoramiento de la calidad de una señal con un número finito de armónicos.

Frente a este panorama, se plantea un Ambiente Formativo mediado por las TIC (**AFTIC**) como escenario para la enseñanza de las Series de Fourier y el Fenómeno de Gibbs-Wilbraham (Escalante, 2017; Coronel, Guilcapi y Torres, 2018; Izquierdo, 2018; Vergara, 2019; Rodríguez, 2021), que permita su abordaje conjunto al momento de realizar el análisis matemático requerido para el filtrado, como alternativa para que los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional, lleven la teoría (Matemáticas 4) a la práctica (Circuitos 3), en este campo particular.

Al enlazarse estos conceptos, se posibilita el análisis y la aplicación en diversos campos, del filtrado requerido para disminuir el error producido en las indeterminaciones de una señal original representada mediante la serie de Fourier; proceso en el cual se vincula el filtrado, las series de Fourier, el fenómeno de Gibbs-Wilbraham, así como conocimientos de filtros pasa bajas desarrollados con componentes activos y pasivos para la atenuación del rizado de alta frecuencia del fenómeno (De Armas, 2020).

1.2 PROBLEMA

La revisión de múltiples fuentes evidencia la importancia que tiene el manejo de las Series de Fourier en campos que involucran a la tecnología y su relación con la solución de fenómenos como el de Gibbs-Wilbraham (Contreras, 2017; Eizaguirre y Seré, 2017; Muñoz, 2017; Trinidad, 2017; Giménez-Palomares et al., 2018; Cañarte, 2019; Chirinos, 2019; Farfán y Romero, 2019); situación que lleva a pensar en alternativas para su enseñanza a estudiantes de áreas tecnológicas como los pertenecientes a la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional, con el fin de evitar la fragmentación curricular existente entre las matemáticas y los circuitos.

La fragmentación curricular en asignaturas como matemáticas y circuitos, tiene repercusiones en el aprendizaje de los estudiantes, al promoverse la extensión más que de la profundidad; el encasillamiento parcial del conocimiento en una disciplina sin trabajar en equipo con otros campos disciplinares; la parcelación de la realidad que provoca un desorden antinatural de las cosas; la limitación de un abordaje complejo de la realidad desde una perspectiva interdisciplinaria; el solapamiento organizacional y pedagógico incongruente con el contexto actual; la segmentación de contenidos y la forma como los estudiantes construyen su aprendizaje



(Rojas, 2018; Abugauch y Steiervalt, 2020; Parentelli, 2020; Da Silva, 2021; Iardevlevsky et al., 2021; Quijano y Almeida, 2021).

Así mismo, la fragmentación lleva a prácticas docentes poco significativas para los estudiantes, por la tradición disciplinar predominante, la desarticulación institucional de los planes de estudio, el poco liderazgo pedagógico de los directivos docentes, la deficiente formación docente en normales y universidades; aspectos que tienen incidencia negativa en los resultados obtenidos en pruebas externas, en el interés de los estudiantes por su proyecto de vida, en la articulación de la práctica pedagógica y en la permanencia escolar (De la Rosa y Amador, 2021). Este tipo de enfoque obstaculiza la “diversidad de formatos pedagógicos y alternativas para la enseñanza”, promueve “diseños formales que prevén modalidades organizativas homogéneas, con escaso margen para la variabilidad curricular” (Ademar, 2018, p. 5); y lleva a la presentación de un “currículo como segmentos desconectados, y que, en algunos casos, llegan al extremo de contradicciones originadas en la parcelación de los componentes del sistema curricular” (Pérez, 2014, p. 23).

Para atender esta problemática se plantean los Ambientes Formativos mediados por las TIC (AFTIC), debido a los escenarios que brindan para la integración de la enseñanza de la matemática y la electrónica (Escalante, 2017; Coronel, Guilcapi y Torres, 2018; Giménez, Lapuebla y Monsoriu, 2018; Izquierdo, 2018; Mendieta et al. 2018; Rodán-Bay et al., 2018; Camelo, 2019; Farfán y Romero, 2019; Vergara, 2019; Cernaqué, 2020; Duarte, 2020; Palma, Rentería y Castro, 2021; Pérez, 2021; Rodríguez, 2021). En estos ambientes es posible dar explicaciones detalladas sobre temáticas como el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, en el que es necesario hallar en la ecuación de síntesis (**Ecuación 1**), las relaciones entre w_0 y la *frecuencia de corte* a la que debería estar un filtro pasa bajos, con el fin de encontrar una relación óptima para mejorar la calidad de una señal (Gutiérrez, 2015; Quishpe, 2017; Serrano et al., 2017; Martínez, 2019; Rodríguez, Nandayapa y Vergara, 2019; De Armas, 2020).

En este contexto, la producción de filtros paso bajos se vuelve relevante para la formación de los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica, al permitirles experimentar con una forma de solventar el rizado que surge cuando se representa una señal periódica mediante el uso de la serie de Fourier (Fernández, 2018; Jiménez, 2021), por lo que el interés de este proyecto es indagar sobre ¿qué características debe tener un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) para la articulación de las Series de Fourier a la fabricación de un filtro selectivo que atenúe el Fenómeno de Gibbs-Wilbraham?, ¿cómo es el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier?, ¿cómo desarrollar un filtro selectivo en frecuencia que se adapte a las características de la señal representada por medio de la serie de Fourier con un número finito de armónicos?



Con la búsqueda de respuestas a las anteriores preguntas se busca aportar a la enseñanza de estas temáticas a estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN, a la creación del AFTIC “Fenómeno de Gibbs – Wilbraham”, al estudio de la convergencia de las series de Fourier, al tratamiento de señales y a la creación de filtros electrónicos para atenuar el rizado de alta frecuencia en la señal a través de programas de simulación matemática o pruebas prácticas (Contreras, 2017; Simancas, 2017); proceso en el que se enfrentaran a diversos retos y a la generación de señales de diferentes frecuencias que cumplan con las condiciones de cada armónico para poder sumarlas con la ecuación de síntesis.

1.3 OBJETIVOS

A continuación, se plantean los objetivos investigativos en los que convergen las TIC para la enseñanza del fenómeno de Gibbs – Wilbraham y los filtros electrónicos selectivos en frecuencia.

1.3.1 Objetivo general

Diseñar una propuesta formativa mediada por las TIC enfocada en la atenuación del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham a través del filtrado selectivo en frecuencia de señales representadas con la serie de Fourier como aporte a la integración curricular enfocada en estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional.

1.3.2 Objetivos específicos

Describir el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier mediante sumatorias de señales senos o cosenos que se relacionan armónicamente.

Crear un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) que articule las series de Fourier en la fabricación de un filtro selectivo en frecuencia para la atenuación del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham.

Valorar el AFTIC desde perspectivas pedagógicas, de diseño y tecnológicas para la proyección de su uso por parte de estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional.

1.4 ANTECEDENTES

En este apartado se describen algunos trabajos previos que abordan las Series de Fourier, el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, el filtrado y los Ambientes Formativos mediados por las TIC (**AFTIC**).



1.4.1 Las Series de Fourier

En este apartado se destacan estudios sobre las Series de Fourier y su aplicación en diversos campos de aplicación. Molina (2017) plantea la importancia de las Series de Fourier en el desarrollo de las matemáticas durante el siglo XIX y el siglo XX, reflejado en la teoría de la medida, la teoría de grupos topológicos, el análisis funcional, la descomposición de funciones integrables, los grupos abelianos, los teoremas de factorización, los grupos compactos, entre otros.

Chirinos (2019) describe resultados obtenidos sobre las Series de Fourier como el sistema trigonométrico, la convergencia de la serie de Fourier, la ecuación del calor, la desigualdad isoperimétrica para curvas planas, la velocidad de convergencia, la fórmula de sumación de Poisson y el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham. Males (2019) aborda la generalización de la Serie de Fourier armónica a partir de conceptos y resultados sobre análisis funcional que permiten el abordaje de series de Fourier no armónicas.

Romero y Farfán (2019) problematizan saberes geométricos y gráficos basados en el cálculo de los coeficientes de Fourier y su significado en el contexto físico, que de ser generalizados por los estudiantes llegan a tener significado en forma geométrica-analítica como un área bajo la curva, antes de ser representadas analíticamente a través de integrales, lo que posibilita el estudio del proceso de generalización y su relación con las prácticas, como parte una construcción social del conocimiento matemático.

Aguinaga, Reyes y Salazar (2020) hablan de la aplicación de las Series de Fourier en campos como la difracción de la luz, en donde aportan al desarrollo de la Física en el uso de lentes para la ampliación de imágenes; de la astronomía con telescopios refractores y en medicina con los rayos X. Es así que aporta al desarrollo de instrumentos generado por la difracción, requiere de la verificación de teorías en las que se las Series de Fourier permiten la representación de funciones armónicas que describen movimientos ondulatorios.

Lázaro (2020) describe los aportes de Fourier a la ciencia, las matemáticas, la física y la ingeniería, en las que son aplicadas en cálculos relacionados con la Ecuación Lineal de Schrödinger, la Ecuación del Calor, la Ecuación de Korteweg-de Vries, la Ecuación de Ondas y la Ecuación del Telégrafo.

Rodríguez et al. (2020) plantean la necesidad de aprender matemáticas basada tanto en el razonamiento, como en el pensamiento lógico, algorítmico y ordenado, proceso en el que son útiles los patrones al trabajarse con sucesiones y series, en los que, desde una perspectiva constructivista, los estudiantes establecen conexiones entre sus conocimientos con los que aprende. Es así que, en este estudio se



profundiza en las Series de Fourier, al aplicar métodos como la inducción-deducción y el análisis-síntesis, al analizar definiciones, teoremas y demostraciones, para la generación de una experiencia de aprendizaje significativo.

Rodríguez (2021) desarrolla una aplicación para graficar las Series Trigonómicas de Fourier de funciones continuas en Python como aporte al campo de las comunicaciones inalámbricas basada en Radio Definida por Software (SDR), como tecnología emergente que sustituye arquitecturas de radio de hardware tradicionales que utilizan procedimientos matemáticos para decodificar y procesar señales con el uso de circuitos analógicos. Así, el software sustituye al hardware al hacer cálculos matemáticos, para reducir la complejidad del sistema de hardware analógico y el manejo de técnicas de filtrado y demodulación basadas en software, que simulan las Series y una radio.

Los estudios aquí descritos, refuerzan la importancia de comprender las Series de Fourier como parte del proceso formativo de los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN, al abrirles diversos panoramas de aplicación y la proyección de soluciones prácticas a problemas específicos.

1.4.2 El Fenómeno de Gibbs - Wilbraham

Como escenario de aplicación de las Series de Fourier, aparece el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, dado que permiten el análisis de funciones periódicas descompuestas en una suma infinita de funciones sinusoidales que combinan senos y cosenos con frecuencias enteras, definidas a trozos en una discontinuidad no evitable de salto finito. En este contexto el trabajo de Muñoz (2017) presenta el contexto histórico de las series de Fourier y del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, además de plantear las posibilidades que se abren con el uso del software Matlab y su trabajo con las Series de Fourier. Para ello, implementa el Doublet Point Method con MATLAB al estudiar la aerodinámica no estacionaria de alas; método desarrollado por Ueda y Dowell, que sustituye al de Vortex Lattice, en el análisis de problemas básicos de aerodinámica, con proyección a su acoplamiento con la aeroelasticidad.

Rebonillo (2017) interpola funciones con discontinuidades y estudia el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham mediante el uso de una función especial representada en términos de la función digamma que permite expresar los errores a ambos lados de la discontinuidad. Esto abre la posibilidad de aplicar un polinomio de interpolación para realizar el cálculo aproximado de integrales, estimar el error cometido y asegurar la convergencia de métodos de integración, salvo que los puntos singulares coincidan con las discontinuidades.



Giménez-Palomares et al. (2018) indagan sobre fenómenos naturales periódicos y oscilantes que pueden ser estudiados con las series de Fourier en campos como el análisis de vibraciones, la acústica, la óptica, la electrónica, la economía, la medicina, el procesamiento de imágenes y señales y la compresión de datos. En este proceso una señal periódica es descompuesta en señales periódicas básicas con frecuencias múltiplos de la señal original. Para el fortalecimiento de los sus conocimientos de los estudiantes, se propone un laboratorio virtual en Matlab acompañado de una propuesta metodológica para el estudio de las propiedades de estas series, tanto en forma analítica como gráfica.

Cañarte (2019) implementa un analizador espectral de señales de voltaje y corriente para la obtención de valores DC, RMS, THD, factor de potencia, potencia activa, reactiva y aparente; a partir de la revisión de la teoría del análisis espectral para el manejo conjunto de conversiones de variables análogas a digitales y de un módulo LCD; proceso en el que se requiere la atenuación del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham por medio de un enventanado y traslape de muestras, que permite atenuar la covarianza inherente de señales estocásticas mediante el periodograma de Welch.

Los estudios aquí descritos, plantean escenarios de aplicación de las Series de Fourier en la solución del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, uno de los ámbitos que pueden ser abordados por los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN, al realizar el estudio de fenómenos presentes en su quehacer docente.

1.4.3 El uso de filtros

En este apartado se conjugan las Series de Fourier y el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, al plantear los filtros como mecanismo para dar solución a esta anomalía. Ejemplo de ello es el desarrollo de un circuito impreso con el microcontrolador ATXMEGA32A4U de Esquivel (2017), quien con la metodología TOP DOWN implementó diferentes filtros en el espectro audible (20Hz a 20KHz) y descubrió que el microcontrolador aún podía procesar señales de ultrasonido (por encima de los 20KHz) sin perder la forma de la onda.

Simancas (2017) describe la importancia del filtrado en campos como la electrónica industrial, las máquinas eléctricas y la microelectrónica, dado que eliminan el ruido y la interferencia en señales provenientes de sensores. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que los filtros pueden generar distorsiones que limitan la frecuencia de las señales de pulsos a filtrar, lo que implica que a una mayor eliminación de ruido se tiene una mayor distorsión, y a una menor distorsión se tiene una menor eliminación del ruido. Debido a esto, es necesario el uso de técnicas de eliminación de sobre-impulsos como la Posicast, combinadas con filtros paso-bajo de mejor desempeño como los Bessel y Tchebyshev, con el propósito de



disminuir en gran medida el ruido en la señal de pulsos y acondicionar señales de pulsos de alta frecuencia.

Arteaga y Sánchez (2019) analizan el comportamiento y el cambio de variación de frecuencia de circuitos eléctricos para controlar ángulos de fase en la recolección de voltajes, corrientes y frecuencias para el diseño de circuitos de potencia, como parte de las prácticas en Ingeniería Electrónica enfocadas en el control a partir de filtros de las formas de las ondas que permiten tanto el alargue o la reducción de señales de salida, como la variación de sus rangos de frecuencia máximos y mínimos.

Ávila (2021) analiza el comportamiento de un filtro pasa bajas pasivo de primer orden, con técnicas como el análisis de la función de transferencia en forma matemática, el análisis experimental en laboratorio y la simulación mediante programas de software de circuitos. En el análisis se tiene en cuenta la respuesta del filtro a una entrada de ruido blanco y el método del análisis de Fourier para relacionar la señal de entrada y la salida del mismo filtro. Con el estudio de la serie de Fourier, reconstruye una señal periódica a partir de sus armónicos, con lo que verifica el comportamiento de las fases de los armónicos y amplitudes al pasar por el filtro, con el propósito de proyectar la respuesta del sistema ante señales de entrada periódica representadas en Series de Fourier.

Morales (2021) diseña y compara el desempeño de un filtro activo de potencia controlado por el método de compensación de potencia activa y reactiva instantánea (P-Q), y por el método de compensación Cruz, los cuales evaluó con el sistema de prueba IEEE de 13 nodos con cargas no lineales de manera independiente. En el proceso analizó la corriente, el voltaje, la potencia y la distorsión armónica. Encontró que el filtro que utilizó el método P-Q redujo en mayor porcentaje la distorsión que el de Cruz.

Los trabajos descritos muestran diversos escenarios en los cuales es posible aplicar conceptos teóricos como las Series de Fourier y el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham al momento de trabajar con el manejo de distorsión de señales a través de filtros, como parte de las prácticas de los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN.

1.4.4 Ambientes Formativos mediados por las TIC (AFTIC)

En este apartado se describen experiencias en la que se involucran las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como parte de ambientes generados para el estudio de las matemáticas y la electrónica. Escalante (2017) propone el uso de MatLab/Simulink y LabView en el estudio de señales y sistemas, para la interacción, el desarrollo de simulaciones y la aplicación de los conocimientos adquiridos. Con este tipo de software, los estudiantes tuvieron la posibilidad de diseñar sistemas a



partir de reconocer y graficar principios básicos como el teorema de Parseval, la modulación FM y transformada de Fourier.

Coronel, Guilcapi y Torres (2018) determinaron el impacto del uso de DERIVE en el proceso de cálculo de gráficas sobre transformadas de Fourier. Para ello, se tuvo un grupo de control y otro experimental, los cuales fueron evaluados antes y después de la intervención a través de una rúbrica, encontrándose que el uso de DERIVE incidió positivamente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Giménez, Lapuebla y Monsoriu (2018) abordan fenómenos naturales de carácter periódico y oscilante que pueden estudiarse a través de las Series de Fourier, en aplicaciones como el análisis de vibraciones, la acústica, la óptica, la electrónica, la economía, la medicina, el procesamiento de imágenes y señales o la compresión de datos; fenómenos que se pueden representar con una señal periódica descompuesta en señales periódicas básicas cuyas frecuencias son múltiplos de la señal original. Su estudio se realiza en un laboratorio virtual basado en Matlab, en el que se estudian las propiedades de estas series desde lo analítico y lo gráfico, para reforzar los conocimientos de los estudiantes sobre el tema.

Izquierdo (2018) utilizó MatLab y su simulador para que los estudiantes abordarán temáticas como la “Serie Trigonométrica de Fourier” y su aplicación en la solución de circuitos eléctricos, con el fin de ayudar a desarrollar ejercicios de forma analítica y simulada, acompañado de fuentes de información para el fortalecimiento de conocimientos requeridos en la solución de futuras problemáticas.

Mendieta et al. (2018) emplean las series de Fourier como herramienta para el análisis de funciones periódicas descompuestas en una suma infinita de funciones senoidales o cosenoidales más simples con frecuencias enteras; series que se pueden representar gráficamente al codificarse en MATLAB, software que cuenta con un entorno de desarrollo integrado (IDE) y el lenguaje de programación M, que permite la integración de conocimientos de programación y cálculo, para el fortalecimiento de las ciencias y la ingeniería

Rodán-Bay et al. (2018) abordan el bajo desempeño de los estudiantes en asignaturas de Teoría de Circuitos evidenciado en pruebas que evalúan conceptos fundamentales. Para ello, plantean el desarrollo de un proyecto de innovación y mejora educativa a través de videos screencast en los que se presentan los conceptos con mayor dificultad para los estudiantes, encontrándose una mejoría en los resultados de pruebas estadísticas aplicadas para su validación.

Camelo (2019) se interesa por las prácticas de laboratorio como parte de la formación en programas de ingeniería mediado por las TIC tanto en



entornos análogos como digitales. Se encontró que estudiantes y docentes vieron la necesidad de complementar estos entornos, evidenciado en los resultados obtenidos en la aplicación de una prueba final para valorar las competencias del curso.

Farfán y Romero (2019) muestran una propuesta didáctica para la apropiación de la Serie Trigonométrica de Fourier, para atender la problemática existente de una enseñanza basada en la mecanización del proceso de cálculo sin comprender a fondo su funcionamiento y características. Para ello, plantean actividades que relacionan lo algebraico y lo geométrico con el uso de GeoGebra, lo que brinda significado a la serie y su convergencia en un contexto físico y geométrico.

Vergara (2019) a partir de la implementación de un simulador de electrocardiografía, en cuyo diseño se realizó un modelo y representación matemática de la señal eléctrica de corazón mediante la Serie de Fourier. Con esta información se construyó un circuito de la señal simulada para emular derivadas. Como complemento se valoró el funcionamiento del simulador desde el cálculo de la incertidumbre de los latidos por segundo, para finalmente, llevarlo a la práctica de laboratorio donde los estudiantes tuvieron la oportunidad de apropiarse de los conceptos vistos en sus clases.

Cernaqué (2020) implementa un laboratorio de tecnología de telecomunicaciones basado en un software simulador como apoyo a un curso de Redes Telemáticas. Como parte del proceso se evaluó el aprendizaje a partir de las calificaciones obtenidas en un pre-test y un post-test. Como resultado se encontró un aumento en la adquisición de conocimiento tecnológico.

Duarte (2020) desarrolló una aplicación móvil para desarrollar y graficar las Series de Fourier de funciones continuas, de dos y tres trozos, en la que se representan los pasos de forma simbólica. La aplicación para teléfonos inteligentes con sistema operativo Android, fue desarrollada en Python con la librería SymPy para el cálculo simbólico. Se encontró que los resultados obtenidos por la aplicación eran consistentes con los del aula de clase.

Palma, Rentería y Castro (2021) investigaron sobre estrategias didácticas en ambientes digitales para la enseñanza de electrónica, encontrando que en el uso de las TIC es importante que los docentes faciliten el aprendizaje al brindar escenarios para la socialización, la estimulación del trabajo en equipo; en los que se apliquen métodos y estrategias que ayuden al estudiante a estar motivado y comprometido con el estudio, a alcanzar competencias de autorregulación y toma de decisiones, a planificar y desarrollar sus actividades individualmente o en grupo.

Pérez (2021) plantea la importancia del uso de software educativo para la simulación de prácticas en laboratorios virtuales como complemento de la



teoría en el aula de clase de electrónica digital. Se encontró que con Multisim y Proteus era posible el desarrollo de los contenidos de la clase, lo que incrementó las dinámicas utilizadas por los profesores para que los estudiantes tuvieran mejores desempeños.

Rodríguez (2021) buscó desarrollar una aplicación en Python que permitiera la representación de Series Trigonométricas de Fourier de funciones continuas con alto grado de fidelidad. Además, buscó aprovechar la Radio Definida por Software (SDR por sus siglas en inglés) como sustituto de arquitecturas de radio de hardware tradicionales, que requieren procedimientos matemáticos para decodificar y procesar señales de radio con circuitos analógicos, a partir del uso de software para hacer cálculos matemáticos, como simplificación del proceso de aplicación de técnicas de filtrado y demodulación. Desde un estudio experimental se verificaron las condiciones adecuadas para examinar la viabilidad y eficiencia del sistema propuesto.

El panorama aquí descrito, muestra las posibilidades que tienen las TIC en la integración de las matemáticas y la electrónica, en el apoyo de los procesos formativos de los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN.



2 METODOLOGÍA

En esta sección se describen aspectos relacionados con el manejo metodológico del proyecto que, dadas sus características, plantea tres miradas, una investigativa, una pedagógica y una tecnológica.

2.1 ENFOQUE METODOLÓGICO

El enfoque de la investigación fue **cualitativo** al utilizar la recolección y análisis de datos junto con una estadística descriptiva, para la afinación de la investigación y el permitir un proceso de interpretación Hernández et al., 2014, p. 7), aspectos que llevaron a determinar los ajustes requerido por el AFTIC creado como concreción de una propuesta de integración formativa mediada por las TIC. El tipo de investigación fue el **proyectivo** debido a que se buscó la solución al problema práctico planteado para establecer cómo deberían ser las cosas para alcanzar ciertos fines y un funcionamiento adecuado (Hurtado, 2010).

En lo pedagógico, se aborda la representación de señales periódicas por medio de la Serie de Fourier para el estudio del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham y su atenuación con filtros electrónicos. Las señales luego de su análisis matemático, son estudiadas en el rizado de alta frecuencia presente en las discontinuidades de las señales representadas por la Serie de Fourier para determinar el valor de la frecuencia de corte en el filtro electrónico para reducir el Fenómeno, proceso en el que se combinan conocimientos matemáticos y electrónicos, que dejan como evidencia las características físicas tanto del filtro como del fenómeno.

En esta perspectiva, desde lo tecnológico se plantean estrategias mediadas por las TIC para visualizar señales que tienen este fenómeno sin ningún filtrado, y a partir de ello realizar un análisis detallado y una explicación paso a paso en un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC), en el que aparecen los procedimientos realizados, como apoyo al aprendizaje de los estudiantes de Licenciatura en Electrónica de la UPN.

2.2 DISEÑO METODOLÓGICO

El diseño hace referencia al abordaje general utilizado en el proyecto que, dadas las características explicitadas en los objetivos específicos, se concreta en un estudio de casos en sus fases *preactiva*, *interactiva* y *posactiva* (Hernández et al., 2014; Ávila, Aranda y Paz, 2018). En la fase *preactiva* se describe el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier mediante sumatorias de señales senos o cosenos que se relacionan armónicamente. En la fase *interactiva* se diseña un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) que articule las series de Fourier en la fabricación de un filtro selectivo en frecuencia para la atenuación del



Fenómeno de Gibbs-Wilbraham. En la fase *posactiva* se valora el AFTIC desde perspectivas pedagógicas, tecnológicas y metodológicas para la proyección de su uso por parte de estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional.

2.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

En el proceso investigativo se utilizaron técnicas de revisión documental y una rúbrica. La revisión documental abarcó “la ubicación, recopilación, selección, revisión, análisis, extracción y registro de información contenida en documentos” (Hurtado, 2010, p. 851). En este proceso se consultaron bases de datos académicas para encontrar antecedentes y referentes teóricos relacionados con las Series de Fourier, el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, el filtrado electrónico y los AFTIC. Su análisis se llevó a cabo a partir del fichaje de cada documento revisado.

La rúbrica “corresponde a un ejercicio de búsqueda de información acerca del evento de estudio, mediante preguntas directas, a varias unidades, o fuentes” (Hurtado, 2010, p. 375). En este proceso fue aplicada a expertos para la valoración del AFTIC desde lo pedagógico y lo tecnológico con el fin de realizar los ajustes requeridos para dejar disponible el ambiente a los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN.

2.4 UNIDADES DE ANÁLISIS

Las unidades de análisis son “bloques o segmentos de información en los que se organiza el material para asignarle la categoría (...). En el caso de un texto, las unidades de análisis son cada uno de los segmentos a los cuales se les va aplicar el criterio de análisis” (Hurtado, 2010, p. 1189).

En esta investigación, las unidades de análisis corresponden al conjunto de documentos revisados que permitieron el desarrollo de la investigación, los cuales fueron clasificados en las categorías de las Series de Fourier, el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, el filtrado electrónico y los AFTIC. Como complemento las otras unidades de análisis se relacionaron con la rúbrica, que permitió la revisión del ambiente desde lo pedagógico y lo tecnológico.

2.5 FASES DE INVESTIGACIÓN

Las fases del proyecto permiten plantear una estructura organizada y precisa de las actividades desarrolladas para alcanzar cada uno de los objetivos específicos propuestos. A continuación, se presentan las fases *preactiva*, *interactiva* y *posactiva*.



2.5.1 La fase preactiva

La primera fase está relacionada con la representación de señales con discontinuidades finitas para poder representarlas mediante la Serie de Fourier y así obtener el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham. En la (Tabla 1) se observan las actividades desarrolladas en esta fase.

Tabla 1. Actividades fase preactiva.

ACTIVIDAD		RESULTADOS		RECURSOS
1.1	Revisión de documentación sobre señales	1.1.1	Revisión bibliográfica	Documentos en línea
1.2	Procesamiento de la información recopilada	1.2.1	Matriz de análisis	Aplicativos informáticos
1.3	Representación de señales	1.3.1	Señal representada	Aplicativos informáticos
1.4	Establecimiento de las condiciones del filtro	3.1.1	Listado de condiciones del filtro	Aplicativos informáticos
1.5	Producción del filtro	3.2.1	Filtro implementado	Aplicativos informáticos

2.5.2 La fase interactiva

La segunda fase está relacionada con la creación del Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC), en el que se disponen los pasos para encontrar los coeficientes por medio de la ecuación de análisis, así como para la verificación de los resultados para definir las características del filtro electrónico a crear para la atenuación del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

En el AFTIC se proponen filtros analógicos con tipología Butterworth que, con una función de transferencia de orden 2 permiten atenuar significativamente el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham. No obstante, también se puede hacer pruebas preliminares con filtros digitales. La obtención de funciones de transferencia se realiza a partir de componentes activos y pasivos como amplificadores operacionales, condensadores, bobinas y resistencias para hacer una mejor articulación del concepto matemático y su aplicación práctica con el filtro analógico. Como evaluación del proceso, se observa si el filtro es funcional para la atenuación del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham de una señal con discontinuidades finitas representada por medio de la Serie de Fourier.

Para la generación y observación de la señal representada mediante la Serie de Fourier, se utiliza Simulink con el modo *external*, a partir de un



DAC que pasa la señal por el filtro, creado con un montaje físico. Al final se puede comparar las dos señales, una filtrada y la otra sin filtrar. En la **Tabla 2** se observan las actividades desarrolladas en esta fase.

Tabla 2. Actividades fase interactiva.

ACTIVIDAD		RESULTADOS		RECURSOS
2.1	Establecimiento de los requerimientos del AFTIC	2.1.1	Requerimientos del AFTIC	Aplicativos informáticos
2.2	Modelamiento del AFTIC	2.2.1	Modelos del AFTIC	Aplicativos informáticos
2.3	Producción del AFTIC	2.3.1	AFTIC producido	Aplicativos informáticos

2.5.3 La fase posactiva

La tercera fase está relacionada con la valoración del AFTIC con el fin de realizar los ajustes requeridos para ponerlo a disposición de los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN. En la **Tabla 3** se observan las actividades desarrolladas en esta fase.

Tabla 3. Actividades fase posactiva.

ACTIVIDAD		RESULTADOS		RECURSOS
3.1	Aplicación de la rúbrica	3.1.1	Rúbrica diligenciada	Aplicativos informáticos
3.2	Análisis de resultados	3.2.1	Documento de análisis	Aplicativos informáticos
3.3	Ajuste del AFTIC	3.3.1	AFTIC ajustado según los resultados del análisis realizado	Aplicativos informáticos

2.5.4 Cronograma

En las Tablas 3, 4 y 5, se plantea el tiempo requerido para el desarrollo de cada actividad relacionada con el alcance de los objetivos específicos propuestos.

Tabla 4. Cronograma actividades objetivo específico 1.

Objetivo específico 1: Describir el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier mediante sumatorias de señales senos o cosenos que se relacionan armónicamente.



Actividad		Meses por año											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.1	Revisión de documentación sobre señales		X	X	X								
1.2	Procesamiento de la información recopilada		X	X	X								
1.3	Representación de señales				X	X							
1.4	Establecimiento de las condiciones del filtro					X							
1.5	Producción del filtro					X							

Tabla 5. Cronograma actividades objetivo específico 2.

Objetivo específico 2: Crear un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) que articule las series de Fourier en la fabricación de un filtro selectivo en frecuencia para la atenuación del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham.													
Actividad		Meses por año											
		7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6
2.1	Establecimiento de los requerimientos del AFTIC		X										
2.2	Modelamiento del AFTIC			X									
2.3	Producción del AFTIC				X	X			X	X			

Tabla 6. Cronograma actividades objetivo específico 3.

Objetivo específico 3: Valorar el AFTIC desde perspectivas pedagógicas, tecnológicas y metodológicas para la proyección de su uso por parte de estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional.
--



Actividad		Meses por año											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3.1	Aplicación de la rúbrica				X	X							
3.2	Análisis de resultados				X	X							
3.3	Ajuste del AFTIC					X							



3 MARCO TEÓRICO

En esta sección se describen aspectos teóricos relacionados con las series, las Series de Fourier, el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, los filtros electrónicos y el Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC).

3.1 Las series de Fourier

Las series representan la suma de números sucesivos relacionados mediante coeficientes que suceden unos a otros, los cuales pueden converger o divergir. Una serie converge cuando la sumatoria de números sucesivos tiene un límite en el espacio considerado, es decir, que el resultado de dicha suma da un valor específico. Una serie diverge cuando la sumatoria de números sucesivos no tiene un límite en el espacio considerado, es decir, el resultado crece descontroladamente tendiendo a infinito. En la **Tabla 7** se presentan diferentes tipos de series.

Tabla 7. Tipos de series.

Serie	Descripción
Infinita	Una serie infinita es cuando se tiene una sucesión de datos sin un límite definido, por lo tanto, crece o decrece sin fin. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \dots$
Finita	Se dice que se tiene una serie finita cuando se limita a un número específico el número de interacciones que debe hacer una serie. $\sum_{n=1}^k a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k$
Geométrica	Una serie geométrica es aquella cuyos términos forman una progresión geométrica donde cada término es igual al anterior multiplicado por una constante. $\sum_{k=0}^{\infty} ar^k$



Serie	Descripción
Armónica	<p>Se llama serie armónica a la suma sucesiva de inversos multiplicativos y se le llama así porque la longitud de onda de los armónicos de una cuerda que vibra es proporcional a la serie de fracciones unitarias $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$, es decir que la constante de proporcionalidad es 1.</p> $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$
Alternada	<p>Una serie alternada es aquella cuyos términos van alternando entre positivos y negativos como es el caso de:</p> $\sum_{k=0}^n -1^k$
Potencias	<p>Una serie de potencias es una sumatoria en la que el índice que aumenta está en el exponente de una función como la siguiente:</p> $\sum_{k=0}^n a_k(x - a)^k$
Telescópica	<p>En matemáticas, una serie telescópica es aquella serie cuyas sumas parciales poseen un número fijo de términos tras su cancelación, como la siguiente:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$



Serie	Descripción
Trigonométrica	<p>Una serie se le considera trigonométrica cuando en su condición de suma existes señales trigonométricas cuyo ángulo cambie en términos de k.</p> <p>Un ejemplo de ésta es la serie de Fourier</p> $f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kw_0t) + b_k \text{sen}(kw_0t)$

Dentro de las series infinitas, se encuentran las Series de Fourier que permiten representar señales periódicas (**Ecuación 4**); señal con periodo $T_0 = \frac{1}{f_0}$, que en ciertas condiciones de convergencia puede representarse como combinación lineal de exponenciales complejas (Bonafonte, 2008; Trinidad, 2017; Mendieta et al., 2018; Ortiz, 2018; Chirinos, 2019).

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \text{sen}(2\pi k f_0 t)$$

Ecuación 4. Serie de Fourier para una señal periódica.

Donde a la componente a_0 se le conoce como el nivel dc de la señal y los coeficientes a_k y b_k son el área bajo la curva de la señal $f(t)$ multiplicada por coseno y seno de $2\pi k f_0 t$ respectivamente

3.2 El Fenómeno de Gibbs - Wilbraham

En 1899 el físico estadounidense Josiah Willard Gibbs observó el fenómeno de rizado de alta frecuencia en las indeterminaciones de una función representada como una suma infinita de sinusoides relacionadas armónicamente, descubierto por Henry Wilbraham en 1948 (Fenómeno de Gibbs-Wilbraham), estudio que contribuyó a la fundación teórica de la termodinámica (Kasim, 1992).

Este fenómeno se debe a la forma en que se comporta la serie de Fourier de una función periódica, continuamente diferenciable a trozos, frente a una discontinuidad de salto finito. La suma parcial n-ésima de la serie de Fourier tiene grandes oscilaciones cerca del salto. El exceso que suponen dichas oscilaciones no desaparece a medida que aumenta la frecuencia, pero se acerca a un límite finito. Gibbs determinó que la amplitud máxima límite de la ondulación es de, aproximadamente, un 9 % del valor del salto de la función (Izquierdo, 2021, p. 15).

En la **Figura 1** se puede observar este fenómeno en un punto de discontinuidad.

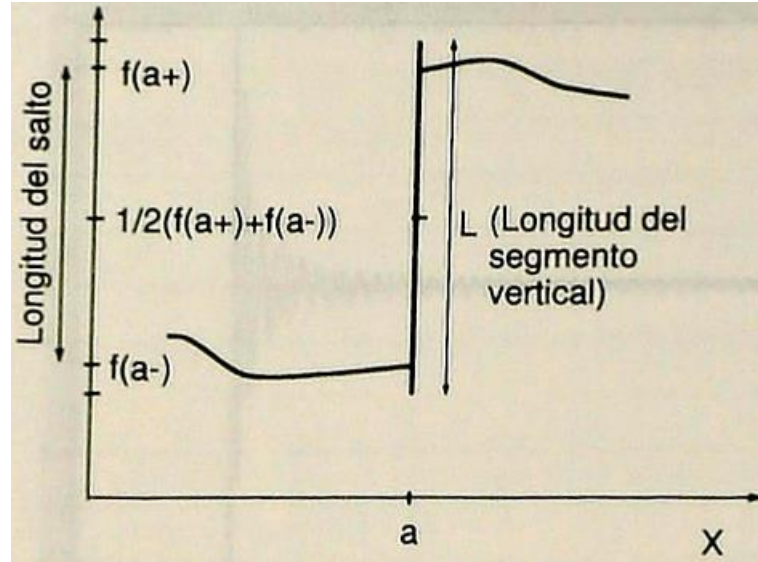


Figura 1. Fenómeno de Gibbs en un punto de discontinuidad (Fuente: Rodríguez y Zuazua (2003, p. 202).

3.3 Filtrado electrónico selectivo en frecuencia

El filtrado electrónico selectivo en frecuencia es un proceso que busca atenuar frecuencias no deseadas de una señal (Moreta, 2012), aspecto útil en la prevención del desgaste o envejecimiento prematuro de equipos que trabajan con corriente eléctrica de mucha potencia como los de las redes eléctricas afectados por armónicos no deseados; o en atender la afectación por ruido u otra clase de interferencias electromagnéticas presentes en señales de baja potencia como el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, el cual puede aparecer en ámbitos como el análisis de vibraciones, la acústica, la óptica, la electrónica, el procesamiento de imágenes y señales o la compresión de datos.

Los filtros pueden ser pasivos y activos. Los circuitos pasivos están conformados por componentes como resistencias, capacitores e inductores. Los circuitos activos además de los componentes pasivos tienen componentes como amplificadores operacionales, tubos de vacío o transistores (Caicedo, 2018; Gómez, 2018; Castro y Contreras, 2020; De Armas, 2020; Ávila, 2021). En la **Figura 2** se puede observar un ejemplo de un filtro pasivo.

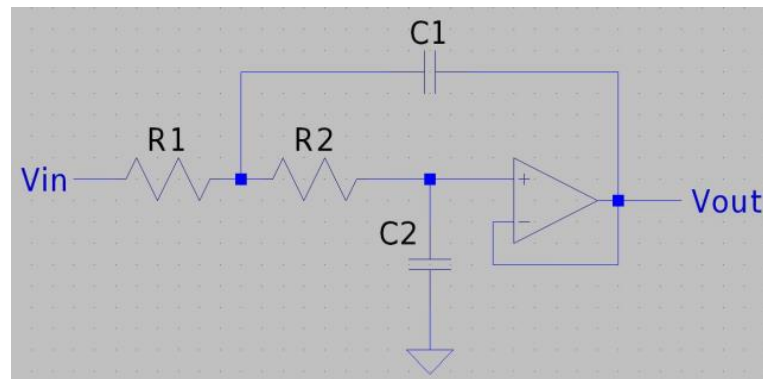


Figura 2. Ejemplo de un filtro activo (De Armas, 2020, p. 14).

En la **Figura 3** se puede observar un ejemplo de un filtro activo.

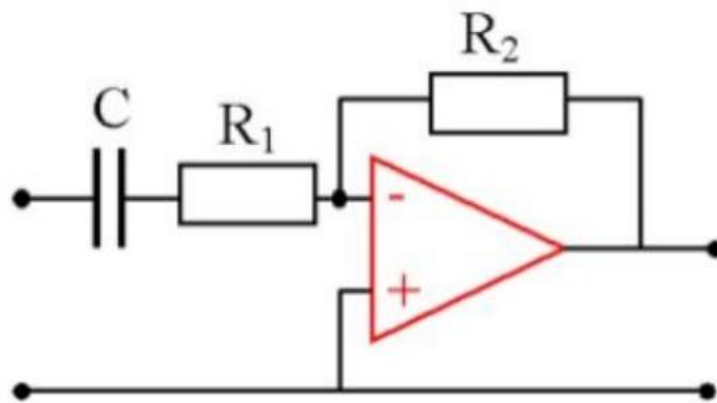


Figura 3. Ejemplo de un filtro activo (Caicedo, 2018, p. 18).

3.4 Los Ambientes Formativos mediados por las TIC (AFTIC)

Los Ambientes Formativos mediados por las TIC (AFTIC) están constituidos por actividades, recursos y contenidos. Con actividades como formación, aprendizaje, evaluación, realimentación, comunicación, moderación, tutoría o seguimiento. Con recursos como archivos, sitios Web, bibliografía, publicaciones, software o hardware. Con contenidos como escritos, imágenes, audios y videos en formatos de tipo pdf, jpg, mp3 o mp4, respectivamente; contenidos que permiten describir en forma detallada diversas temáticas que potencian las orientaciones de los maestros y el aprendizaje de los estudiantes.

Con los contenidos digitales se brinda información para enfocar el interés y la apropiación de temas como las matemáticas y la electrónica, integración que coadyuva a consolidar procesos formativos orientados a la puesta en práctica de los conocimientos adquiridos, a la transformación de la práctica



educativa de los docentes, a la interacción entre docentes y estudiantes, para una enseñanza-aprendizaje mutua, relevante, equitativa y eficaz.

Los AFTIC plantean alternativas para atender las necesidades de aplicación de la teoría a la práctica, que lleva a los estudiantes a enfrentarse a situaciones reales de forma gradual y progresiva, y de esta manera llevarlos a desarrollar habilidades en matemáticas y electrónica, al entrar en contacto con estrategias metodológicas, métodos de enseñanza y recursos didácticos, con la orientación de docentes que motivan la consolidación de conocimientos como parte de las prácticas que lleven a los estudiantes a alcanzar un mejor desempeño y a fortalecer sus competencias (Camelo, 2019; Aguirre, 2019; Guerrero, Delgado y Escobar, 2021).

Las prácticas requieren de metodologías mediadas por las TIC que promuevan la autonomía, la atención de los estudiantes, la interactividad, la disponibilidad de los contenidos en cualquier instante (Roldán, 2018); las aplicaciones matemáticas y electrónicas (Duarte, 2020); el uso de tecnologías de apoyo digital en el trabajo escolar cotidiano como generadoras de otras formas de enseñar y aprender (Tipantuña y Velasco, 2017); el uso de dispositivos que posibilitan la consolidación de experiencias educativas en diversas áreas (Vergara, 2019).

El panorama hasta aquí descrito, llevan a plantear la creación de un AFTIC en el que sea posible ejemplificar diversos casos de señales en las que presentan el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, para posteriormente desarrollar un proceso de filtrado que lo atenúe. En este proceso aparecen las Series de Fourier como forma de representar señales desde el punto de vista analítico que luego pueden ser trabajadas en aplicaciones como Matlab, LabView, Derive o GeoGebra (Escalante, 2017; Coronel, Guilcapi y Torres, 2018; Giménez-Palomares, 2018; Izquierdo, 2018; Mendieta, 2018; Farfán y Romero, 2019).



4 DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se describe cada una de las fases de desarrollo del proyecto, como reflejo del alcance de cada uno de los objetivos propuestos.

4.1 REQUERIMIENTOS

Para solucionar el problema sobre integración curricular entre las matemáticas y los circuitos, se plantea la creación de un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) dirigido a estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN. En el ambiente aparecerán actividades, recursos, contenidos, talleres, aplicaciones, videos, ejemplos de ejercicios resueltos, explicaciones conceptuales y sugerencias de aplicativos para visualizar los análisis matemáticos requeridos para las Series de Fourier y el diseño de filtros electrónicos selectivos en frecuencia que atenúen el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham. En este apartado se describe el ámbito educativo, la perspectiva pedagógica y la perspectiva tecnológica que orienta el diseño del AFTIC.

4.1.1 Ámbito educativo

Si bien se pueden encontrar diversos materiales para representar señales periódicas con la Serie de Fourier, estos se pueden enriquecer con las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como escenario para educar de forma diferente alrededor de las matemáticas y los circuitos. Desde las matemáticas emergen la Serie de Fourier y desde los circuitos el filtrado de señales para la atenuación del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, al permitir el paso de señales de frecuencias deseadas y limitar el paso de las no deseadas. De esta manera, se busca aportar al desarrollo del currículo de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional, formas para la apropiación de conceptos matemáticos que puedan aplicarse en la creación de circuitos.

4.1.2 Perspectiva pedagógica

La perspectiva pedagógica está relacionada tanto con el constructivismo como con el Aprendizaje Basado en Ejemplos (ABE) mediado por las TIC, enfocados en los conceptos de Series de Fourier, Fenómeno de Gibbs - Wilbraham y filtrado electrónico. En cuanto al constructivismo, los estudiantes producen conocimientos desde la reflexión obtenida en cada experiencia de aprendizaje en la que participan; el profesor acompaña como facilitador y promotor de nuevas experiencias motivadoras mediadas por las TIC, con el fin de potenciar el conocimiento, la interacción y la expresión de cada estudiante, así como la exploración y el abordaje de nuevas temáticas, desde el aprender haciendo, la comprensión del entorno y la consolidación de conocimientos. Es así que las TIC se convierten en



un escenario para desplegar actividades, recursos y contenidos que refuerzan procesos creativos y explicativos (Cuásquer, 2017).

Desde esta perspectiva es posible la integración de áreas como las matemáticas y los circuitos, con el propósito de obtener mejores resultados educativos, de crear diseños propios, de despertar el interés por aprender, de comprender conceptos y fenómenos; proceso en el que se obtiene un aprendizaje significativo con contenidos claros que dinamizan el establecer relaciones de lo nuevo con lo previo (Santiago, 2017); que permiten la ilustración de teorías, la visualización del comportamiento de componentes eléctricos y electrónicos, la apropiación de temáticas y el reconocimiento de procedimientos técnicos (Cum, 2019).

En la promoción de un aprendizaje significativo mediado por las TIC, aparecen procesos de ejemplificación facilitados por los profesores para que se construyan de forma autónoma conocimientos alrededor de las matemáticas y la electrónica, por lo que se requiere llevar a los estudiantes desde lo digital a aproximarse a situaciones reales en las que se integren estas áreas (Anaya, 2018). En suma, se busca que los profesores propicien experiencias apoyadas con las TIC, para mejorar su quehacer y la calidad del proceso formativo a partir de la innovación educativa basada en el plantearse retos, en el despertar el interés por aprender, en organizar la dinámica escolar, así como en buscar la integración curricular (Julca y León, 2019).

Dentro de este marco constructivista emerge el Aprendizaje Basado en Ejemplos (ABE), enfocado en un proceso de aprendizaje que se desarrolla a partir de lo que otros hacen, con el fin de guiar a los estudiantes en la construcción de sus propios esquemas orientados por ejemplos diseñados para el fortalecimiento de las habilidades requeridas en la solución de problemas, la adquisición de esquemas y la transferencia del aprendizaje a problemas de la vida real. A medida que avanza el proceso formativo, es posible incrementar la complejidad y dificultad de los ejemplos, con el fin de promover la construcción, adquisición, organización, ensayo, codificación y extracción de esquemas e información para categorizar los problemas y decidir cuál es el paso a seguir para resolverlos (Sánchez, 2018).

El ABE brinda referentes reales que posibilitan la apropiación de conceptos abstractos, el establecimiento de relaciones enfocadas en una idea central y la anticipación de acciones en un determinado campo de conocimiento (Fajardo, 2017). Los ejemplos muestran procesos paso a paso para facilitar el aprendizaje de los estudiantes. En un AFTIC, cada ejemplo se puede presentar en múltiples formas y se hace énfasis en la estructura conceptual de un problema a través de elementos interactivos que, motivan apropiaciones individuales o colectivas, dado el carácter social del conocimiento involucrado en la solución de problemas; aspecto que se



potencia a partir del intercambio de conocimientos cuando se entra en contacto con soluciones preestablecidas orientadoras del aprendizaje significativo, de la comunicación y de la participación real de estudiantes que se interrogan en búsqueda de respuestas y soluciones.

Un ejemplo puede explicar partes de un problema al dividirse en subproblemas, cada uno con un propósito particular. Cada subproblema ayuda a los estudiantes a comprender parte de la estructura del problema en búsqueda de una solución factible; a realizar inferencias partiendo de los contenidos de aprendizaje; a reconocer conceptos erróneos; a mejorar explicaciones y; a transferir habilidades relacionadas con la solución de un problema a problemas similares. En este marco, los videotutoriales brindan a los estudiantes explicaciones que simulan las orientaciones de los docentes para el desarrollo de una actividad; y de esta manera pueden tomar el control de su aprendizaje, y de forma autónoma trabajar a su propio ritmo (Peralta, 2018).

Como estrategia, el ABE es útil en el aprendizaje de nuevas habilidades en contextos formales e informales; al permitir la integración cognitiva y sociocognitiva; la conexión con el razonamiento analógico; el manejo de la carga cognitiva producida durante la apropiación de la teoría; el aprender desde los errores; y el tener en cuenta la incidencia de las diferencias individuales sobre la eficacia. Además, los ejemplos pueden alternarse con prácticas durante el proceso de solución de problemas; planificarse en orden y duración, en secuencia o simultaneidad; tomarse como referente para razonar sobre casos específicos, el papel de la información errónea en los procesos de aprendizaje, la manera como se procesa la información que contienen, o la capacidad de transformar las estrategias empleadas en la solución de un problema (Hoogerheide y Roelle, 2020).

El escenario que se plantea para el desarrollo del ABE es un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC), como un territorio colectivo en el cual es posible hacer converger las Series de Fourier y el filtrado del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham, acompañado de escritos digitales y videos explicativos que faciliten la comprensión con contenidos interactivos y manipulables, además del uso de herramientas computacionales como software especializado y diferentes tipos de tecnologías en filtros pasa bajos. En este sentido, el docente encargado del proceso formativo, podrá desde un enfoque constructivista, orientar a los estudiantes en la construcción de su aprendizaje, con experiencias que incluyen software en el que se pueden cambiar variables como el período, amplitud y número de armónicos, y modificar códigos fuente incluidos en los ejemplos.

4.1.3 Perspectiva tecnológica

En este trabajo se interrelaciona la teoría matemática descrita por Fourier para la convergencia de señales periódicas mediante la suma de señales

senoidales armónicamente relacionadas con TIC como computadores, tarjetas programables y filtros electrónicos. A continuación, se describen los requerimientos funcionales y los pseudo requerimientos tenidos en cuenta en la creación del AFTIC.

4.1.3.1 Requerimientos funcionales

Funcionalmente el AFTIC contiene una serie de explicaciones detalladas sobre temáticas relacionadas con la Serie de Fourier, el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham y el filtrado, acompañado con aplicaciones de software para la reducción del Fenómeno a partir de su filtrado electrónico. En la **Figura 4**, aparecen las funcionalidades que brinda el ambiente al profesor y en la **Figura 5** las que brinda al estudiante.

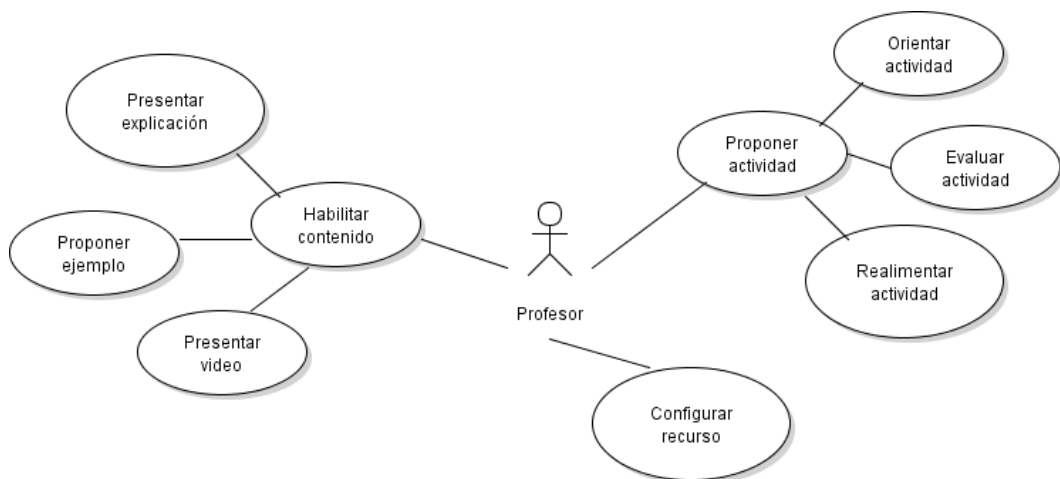


Figura 4. Diagrama de casos de uso del profesor.

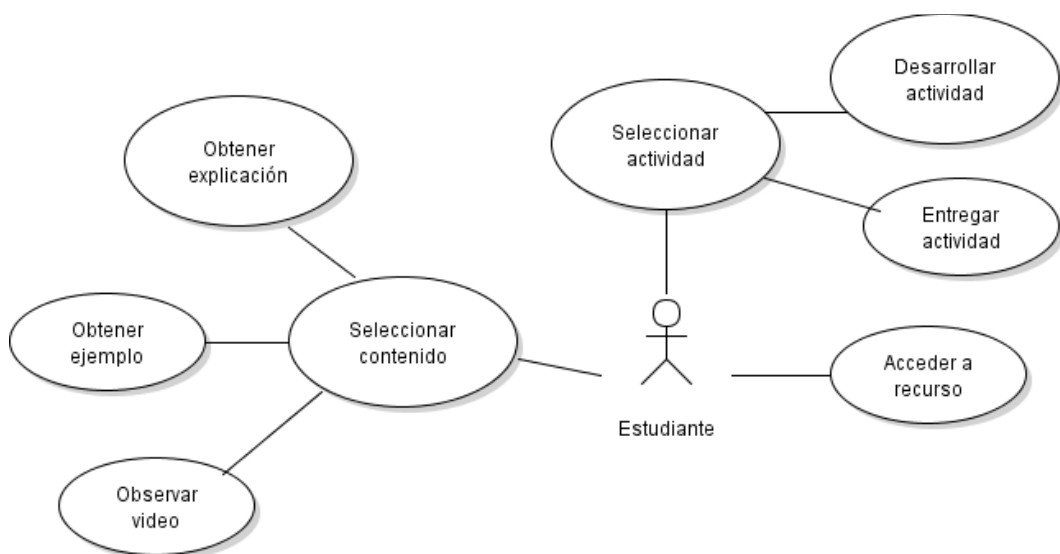


Figura 5. Diagrama de casos de uso del estudiante.



4.1.3.2 Pseudo requerimientos

El AFTIC está alojado en la plataforma Moodle del Grupo de Investigación KENTA. Para su uso se necesita conexión a Internet y un dispositivo (computador, tablet, celular). En la recreación de la señal de la Serie de Fourier y su posterior filtrado, se requieren componentes electrónicos del filtro (resistores, capacitores, amplificadores operacionales) y una tarjeta programable para la generación de la señal digitalmente por medio de un ciclo *for*.

4.2 DISEÑO

El AFTIC busca apoyar a los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional, en el desarrollo de un filtro selectivo en frecuencia que atenúe el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham presente en las Series de Fourier. Para ello, se emplean ejemplos que muestran cómo se representan señales mediante la serie trigonométrica de Fourier y un paso a paso de la obtención de los armónicos para su posterior convergencia en la serie de síntesis. Una vez abordadas las Series de Fourier de señales periódicas, se procede a la introducción de conceptos de filtrado, para su posterior implementación física o simulada.

El proceso formativo se plantea en modalidad e-learning en la que se orienta al estudiante en la comprensión de conceptos de filtrado selectivo en frecuencia como posibilidad de mejora en la representación de una señal que usa series de Fourier en su convergencia; proceso que será evaluado de forma conceptual y cuantitativa. El ambiente está conformado por tres módulos. En el módulo “Series de Fourier” se aborda el cálculo matemático para representar una señal periódica a través de la Serie de Fourier, complementado con ejercicios de señales que deberán ser analizadas por el estudiante tanto su forma gráfica como matemática. En el módulo “Fenómeno de Gibbs - Wilbraham” el estudiante aprecia en qué partes de la señal representada por la Serie de Fourier se presenta el fenómeno; además de reconocer cuántas veces el rizado de alta frecuencia sobrepasa a la frecuencia de la señal representada dependiendo del número de armónicos usados. En el módulo “Filtrado” se da protagonismo al concepto de filtro y tipos de filtro para su posterior construcción.

La representación matemática, de circuito y gráfica, se enfoca en el montaje de un filtro tipo Butterworth, la función de transferencia característica y la obtención de los valores de sus componentes en una frecuencia deseada. A continuación, se realiza la representación pedagógica y tecnológica del AFTIC.



4.2.1 Representación pedagógica

A partir de la perspectiva pedagógica, se realiza la representación pedagógica del AFTIC diseñado para que el estudiante reconozca cómo se pueden representar señales periódicas existentes en la naturaleza por medio de sumatorias de señales básicas senoidales o cosenoidales relacionadas en frecuencia unas de otras, además podrá calcular matemáticamente esta relación; situación que permite establecer relaciones entre el mundo físico con el teórico, y en particular, entre el concepto del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham con electrónica tangible como resistores, capacitores y amplificadores operacionales; aspectos que son abordados en el desarrollo de este trabajo de grado y del AFTIC que se requiere para ello.

4.2.1.1 Ficha técnica

FICHA TÉCNICA			
Nombre del ambiente	Fenómeno de Gibbs – Wilbraham		
Duración	48 horas	No. de sesiones	16
Modalidad	e-learning	Dirigido a	Estudiantes de Licenciatura en Electrónica

4.2.1.2 Objetivo formativo

El objetivo formativo es dar a los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional un escenario de apoyo pedagógico y didáctico en línea alrededor de la Serie de Fourier, el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham y los filtros electrónicos selectivos en frecuencia, con el propósito de que interprete la representación de señales mediante la Serie de Fourier como una sumatoria de señales senoidales y cosenoidales armónicamente relacionadas, cuyo cálculo se complementa con el filtrado selectivo en frecuencia de manera electrónica.

4.2.1.3 Presentación

Este proceso formativo está enfocado en el estudio de la Serie de Fourier y del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham con ejemplos sencillos y fáciles de reproducir. Para la reducción del fenómeno se plantean diferentes tipos de filtro y pautas para su realización a partir de conceptos de filtrado



electrónico selectivo en frecuencia con las series de Fourier. Al abordar las Series de Fourier se estudiará su historia, obtención y representación de funciones por serie de Fourier. En el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham se observarán discontinuidades y amplitudes. En el Filtrado sus tipos y usos.

Las Series de Fourier son una herramienta matemática fundamental para el análisis de funciones periódicas a partir de su descomposición en una suma infinita de funciones sinusoidales simplificadas, que combinan senos y cosenos con frecuencias enteras. En su análisis emerge el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham como comportamiento asociado a una función periódica definida a trozos en una discontinuidad no evitable de salto finito que puede ser atenuados a través del filtrado electrónico; aspecto importante al momento de trabajar señales constituidas por múltiples armónicos para evitar distorsiones en sistemas de sistemas de comunicación o audio, entre otros.

4.2.1.4 Los contenidos temáticos

El proceso formativo se desarrolla en tres módulos independientes: las Series de Fourier, el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham y los Filtros. A continuación, se presenta cada uno de ellos (**Tablas 1, 2 y 3**).



Tabla 1. Módulo "Series de Fourier".

Módulo 1: Series de Fourier
<p>Este módulo empieza con el contexto histórico de lo que es la Serie de Fourier, donde el matemático Jean-Baptiste Joseph Fourier expuso por primera vez su documento que planteaba la posibilidad de representar señales periódicas como una sumatoria infinita de señales básicas senoidales o cosenoidales de diferentes frecuencias y amplitudes, cuyas amplitudes y frecuencias irían en términos de k, el índice de la sumatoria.</p> <p>En esta misma reseña histórica se habla de varias objeciones que hizo el matemático Joseph-Louis Lagrange debido a lo que sucede en esta serie cerca de las indeterminaciones de alguna señal, lo que nos permitirá también enlazar en el contexto histórico al fenómeno de Gibbs – Wilbraham.</p> <p>Luego se procede con recordar al estudiante diferentes conceptos fundamentales que deben estar completamente claros para la correcta apropiación de la serie de Fourier.</p> <p>Para empezar, se trabajará desde lo más básico como son la representación de señales continuas en el dominio temporal, seguido del concepto de periodo fundamental T, frecuencia f, frecuencia angular ω y la transformación de la variable independiente.</p> <p>Luego se presenta el concepto de la serie, junto con su relación matemática con la ecuación de síntesis y las ecuaciones de análisis para poder representar diferentes señales con indeterminaciones.</p> <p>Para finalizar se explican cada una de las condiciones de Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet que deben cumplir las señales periódicas para poder representarla con la serie de Fourier.</p>
Unidad 1: Contexto histórico
<p>Descripción: En esta unidad se aborda la importancia del origen de las Series de Fourier. Para ello, se observa el descubrimiento de Jean-Baptiste Joseph Fourier con su contexto histórico, quienes se opusieron a su trabajo debido a la presencia del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham y finalmente se presenta el impacto actual.</p>



Para el desarrollo de esta unidad se requiere una sesión de 2 horas y 2 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Introducir el concepto de Series de Fourier desde una perspectiva histórica.

Temáticas: (1) Historia de la Serie de Fourier. (2) Fenómeno de Gibbs – Wilbraham. (3) Importancia de las Series de Fourier.

Actividades:

Historia de la Serie de Fourier: Reflexión en un foro sobre la Serie de Fourier, relacionando la observación de un video.

Evaluación: Se valorará la redacción de un texto donde se evidencie que los estudiantes tienen conocimiento de cómo era el contexto histórico del que precede a la serie de Fourier y los diferentes matemáticos involucrados.

Unidad 2: Representación de señales en el tiempo

Descripción: En esta unidad se representan señales en el tiempo a partir de varios ejemplos sobre señales escalonadas que buscan reforzar el concepto de representación de señales para resolver diferentes ejercicios y plantear otros. Además, se deja una explicación conceptual que abarque lo que se busca al representar una señal periódica en el tiempo.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere una sesión de 2 horas y 2 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Representar señales en el tiempo de forma gráfica y matemática.

Temáticas: (1) Plano $(t, f(t))$, amplitud, periodo, frecuencia, ω y la transformación de la variable independiente. (2) Las señales en el tiempo y su representación matemática. (3) El área bajo la curva y la integral definida. (4) Integrales por sustitución simple e Integrales por partes.

Actividades:



Deducción matemática y analítica de señales: Se colocarán ejercicios para que los estudiantes deduzcan gráficas de señales descritas de forma matemática; y deduzcan la forma analítica matemática de gráficas de señales. Al final, los estudiantes seleccionarán gráficas para encontrar el área bajo la curva por medio de una integral definida.

Evaluación: Se valorará el desarrollo de ejercicios de señales parecidas a las explicadas con cambios en ciertos parámetros, acompañado de preguntas conceptuales y la representación en el tiempo de una señal dada.

Unidad 3: Ecuación de síntesis en la serie de Fourier

Descripción: En esta unidad se dará una breve introducción a algunas series importantes para las matemáticas y su solución. A partir del concepto de serie, se introducirá la “Serie de Fourier” con la ecuación de síntesis que permite almacenar información de los armónicos relacionados en frecuencias para formar la señal buscada.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere una sesión de 2 horas y 2 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Reconocer las características de una serie y sus diferentes tipos.

Temáticas: (1) Series convergentes. (2) Series divergentes. (3) Serie finita y serie infinita. (4) La serie de Fourier (Ecuación de síntesis).

Actividades:

Series numéricas: Se harán diferentes preguntas conceptuales respecto a lo que son las series en matemáticas para confirmar que los estudiantes saben la representación matemática de una serie numérica y cuáles son las características de éstas.

Evaluación: Se valorarán las respuestas a preguntas sobre series se valorará su reconocimiento.

Unidad 4: Ecuación de análisis en la serie de Fourier



Descripción: En esta unidad se complementa la ecuación de síntesis con las ecuaciones de análisis correspondientes para la representación de la Serie de Fourier a partir de señales básicas senoidales y cosenoidales, se explica la integral de a_k y b_k .

Una vez se cuente con las infaltables herramientas de ecuación de síntesis y análisis, se procederá a realizar la búsqueda analítica de los coeficientes correspondientes a diferentes representaciones de señales periódicas, se realizarán varios ejemplos de señales donde el fenómeno de Gibbs Wilbraham sea visible y se explicará detalladamente cada paso de forma conceptual y matemática.

Al final el estudiante podrá usar el código en Matlab visto en el vídeo para hacer la prueba de la convergencia de la serie y poder analizar los resultados con un número de armónicos deseado.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere dos sesiones de 2 horas y 4 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Representar las señales en el dominio temporal por medio de la serie de síntesis de Fourier.

Temáticas: (1) La integral para a_k . (2) La integral para b_k . (3) Obtención de la serie de Fourier para señales periódicas.

Actividades:

Análítica de la serie: Obtención analítica de la serie de Fourier a señales periódicas.

Evaluación: Se valorará un documento pdf con los ejercicios solucionados.

Unidad 5: Las condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier.

Descripción: En esta unidad se describirán las 3 condiciones que propuso Peter Gustav Lejeune Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier y posteriormente se procederá con una actividad donde se presentará al estudiante diferentes señales periódicas que cumplan las condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier y otras que no, para



que el estudiante decida correctamente cuál de las señales presentadas se pueden o no representar mediante la serie de Fourier.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere una sesión de 2 horas y 2 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Identificar los límites que tiene la representación de señales por medio de la serie de Fourier.

Temáticas: (1) Condición 1: Integrabilidad. (2) Condición 2: Número finitos de máximos y mínimos. (3) Condición 3: Discontinuidades y amplitud finitas de las indeterminaciones.

Actividades:

Condiciones de Dirichlet: Cuestionario sobre las condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier.

Evaluación: Se valorarán las respuestas a cada una de las preguntas en el cuestionario.

Tabla 2. Módulo "Fenómeno de Gibbs – Wilbraham".

Módulo 2: Fenómeno de Gibbs – Wilbraham

En este módulo se ahonda en el estudio del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham presente en las Series de Fourier estudiada en el módulo anterior, razón por la cual se hace importante definir la metodológica y pasos a seguir para hacer una correcta observación, análisis y conclusión de lo observado. Para empezar, se parte de la definición de lo que es una discontinuidad en una señal periódica, la diferenciación entre discontinuidad finita e infinita. Luego de esto se empieza a calcular el Fenómeno de Gibbs- Wilbraham con diferentes métodos, uno de ellos de forma visual, seguido de éste se calculará a partir de un código en Matlab y luego se ahondará en éste viendo la estrecha relación que tiene este con el número de armónicos. Finalmente, se analizarán resultados para tener una visión más completa de lo que es el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham en las Series de Fourier.



Unidad 1: Discontinuidades en las señales.

Descripción: En esta unidad se define el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham respondiendo a las preguntas ¿Cómo se identifica el fenómeno? ¿Qué caracteriza dicho fenómeno? Para identificar el fenómeno, es necesario saber qué es una discontinuidad en una señal, razón por la cual se empezará por explicar qué son las discontinuidades en las señales, la diferenciación entre discontinuidades finitas e infinitas, periódicas y aperiódicas.

Algo fundamental para la observación del fenómeno en la serie de Fourier son las indeterminaciones de la señal, razón por la cual se le dedicará una unidad a la definición, observación y generalización de éstas. En esta unidad se tomarán diferentes señales con indeterminaciones finitas y se aprovechará para hacer la aclaración de una de las condiciones de Dirichlet para la cual una gama de señales no es representable mediante la serie de Fourier.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere una sesión de 2 horas y 2 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Identificar discontinuidades en las señales.

Temáticas: (1) Discontinuidad finita. (2) Discontinuidad Infinita. (3) Discontinuidades periódicas y aperiódicas.

Actividades:

Discontinuidades: cuestionario sobre discontinuidades en las señales.

Evaluación: Se valorará la respuesta a preguntas conceptuales de las discontinuidades de una señal y la identificación de señales donde posiblemente puede haber Fenómeno de Gibbs Wilbraham.

Unidad 2: Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs-Wilbraham.

Descripción: En esta unidad se procederá con el cálculo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham en una señal representada por medio de



la serie de Fourier que cumpla las condiciones tanto de representación como de aparición del fenómeno.

La medición del Fenómeno contará con 2 etapas, la primera una medición de forma visual en un rango no mayor a 20 armónicos y luego se implementará un código en Matlab que permitirá obtener el valor exacto del Fenómeno en ciertas señales utilizadas.

Se dejará a disposición de los estudiantes varias imágenes de señales representadas por medio de la Serie de Fourier donde se aprecie el Fenómeno para que los estudiantes midan su amplitud de forma visual y luego con código Matlab. Al final se realiza un cuadro comparativo de los resultados obtenidos.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere una sesión de 2 horas y 2 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Analizar la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham y su relación con el número de armónicos.

Temáticas: (1) Cálculo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham de forma visual. (2) Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham con código. (3) Dependencia con el número de armónicos.

Actividades:

Amplitud: Cuadro comparativo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham en una señal con discontinuidades elegida por cada estudiante con una columna la percepción visual, otra con código y donde la columna común sea el número de armónicos de 5 en 5 donde se empiece por el armónico 10 y se termine en el 200 para ver la dependencia de la amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham con el número de armónicos.

Evaluación: Se valorará un documento pdf con el cuadro comparativo de las diferencias de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham de forma visual y con código respecto al número de armónicos

Unidad 3: Función fenómeno de Gibbs – Wilbraham vs número de armónicos

Descripción: En esta unidad se tomará un código Matlab que analice en un rango dado de armónicos la amplitud del Fenómeno de Gibbs –



Wilbraham y plasme de forma discreta cada uno de los valores calculados por la máquina.

La representación gráfica de cómo cambia la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham con un número de armónicos ya superior dará a los estudiantes una visión más general y completa de cómo cambia y varios puntos de interés donde hay máximos y mínimos del Fenómeno.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere dos sesiones de 2 horas (2 código función, 2 gráfica eléctrica) y 6 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo A1: Analizar cómo crece o decrece el fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Objetivo A2: Representar de forma eléctrica una señal construida con la serie de Fourier.

Temáticas: (1) Código creación función (#Armónicos, Amplitud fenómeno). (2) Recreación eléctrica de una señal representada por medio de la serie de Fourier.

Actividades:

Armónicos: Realizar la redacción de un texto donde se evidencie un análisis de los resultados obtenidos de la función (#Armónicos, Amplitud fenómeno) donde se tenga en cuenta los mínimos de amplitud del fenómeno, sus máximos y qué otra característica relevante observa.

Gráfica eléctrica: Elaborar la gráfica eléctrica de mínimo 2 señales diferentes representadas con la serie de Fourier indicando a qué frecuencia oscilan según el osciloscopio.

Evaluación: Se valorará un documento pdf del análisis hecho por cada estudiante y los pantallazos del osciloscopio.

Tabla 3. Módulo "Filtros".

Módulo 3: Filtros



En este módulo se hablará de los filtros electrónicos selectivos en frecuencia, dispositivos sumamente útiles en el tratamiento de señales que serán usados para la reducción del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham presente en la representación de señales con la Serie de Fourier usando un número de armónicos finito.

La importancia de los filtros tanto en telecomunicaciones como en tratamiento de todo tipo de señales que viajan a través de un medio es alta, debido a la gran cantidad de ruido electromagnético que hay en todas partes y que en ocasiones, tal como pasa en con el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham en las Series de Fourier, no permite que una señal sea representada de forma correcta y esto hace que los aparatos electrónicos no funcionen correctamente, si es en el caso de dispositivos de audio se escuchan interferencias, imágenes borrosas o simplemente que no exista la transmisión correcta de información de un lugar a otro.

Por este motivo se utilizará el concepto para en primera instancia poder atenuar el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham y que luego los estudiantes con los conocimientos aprendidos puedan extrapolar el concepto a otro tipo de circuitos.

Unidad 1: El filtro RC

Descripción: En esta unidad se habla de tipos de filtros electrónicos, se da una explicación de las diferentes configuraciones que se pueden hacer electrónicamente para implementar filtros con electrónica, se muestran filtros como los activos, pasivos, pasa bajas, pasa altas, rechaza banda y pasa banda.

Luego de haber dado la introducción general de lo que son filtros y sus tipos, se procede a explicar en detalle lo que es un circuito RC y su aplicación como filtro pasivo de primer orden. Se da la respuesta en tiempo del sistema RC y se pasa a analizarlo con la transformada de Fourier, es decir $V_C = \frac{1}{j\omega C}$.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere dos sesiones de 2 horas y 4 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: (1) Estudiar tipos de filtros y su contribución a la disminución de las alteraciones en una señal. (2) Analizar circuitos en frecuencia para su uso como filtros. (3) Diseñar filtros de primer orden.



Temáticas: (1) Análisis temporal del sistema RC. (2) La transformada de Fourier a señales periódicas y aperiódicas. (3) La solución en frecuencia del sistema RC.

Actividades:

Laboratorio 1: Diseño de un filtro de primer orden y filtrar una señal representada por la Serie de Fourier para atenuar el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Evaluación: Se valorará: (1) La observación de una serie de Fourier en el osciloscopio. (2) La obtención de los valores de los componentes electrónicos R Y C necesarios para hacer el filtrado de primer orden del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham en una serie de Fourier dada.

Unidad 2: Filtro activo de segundo orden pasa bajas

Descripción: En esta unidad se expone el concepto de función de transferencia por su importancia para entender el orden de los filtros en frecuencia y saber qué valores de resistencia, capacitores o inductores usar.

Por último, se plantea realizar una guía de como visualizar la serie de Fourier con los elementos de software y hardware con los que se cuenta hoy en día, además de realizar un filtro de segundo orden con aproximación Butterworth el cual, será analizado desde su función de transferencia y se implementará para atenuar el fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Luego de haber analizado el contenido temático, se procederá con el diseño de un filtro pasa bajos con la aproximación Butterworth de segundo orden para la atenuación de frecuencias altas en las señales, lo cual repercutirá en una mejor atenuación del fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Para el desarrollo de esta unidad se requiere una sesión de 2 horas y 2 horas de estudio autónomo por parte del estudiante.

Objetivo: Atenuar el fenómeno de Gibbs – Wilbraham con un filtro de segundo orden



Temáticas: (1) El orden en los filtros. (2) Diagrama de Bode. (c) Aproximación Butterworth.

Actividades:

Laboratorio 2: Diseño de un filtro de segundo orden y filtrar una señal representada por la serie de Fourier para atenuar el fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Evaluación: Funcionalidad del filtro activo de segundo orden

4.2.1.5 Metodología

Con un enfoque e-learning, de manera **asincrónica** los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional, abordarán las temáticas planteadas en el curso y desarrollarán las actividades enfocadas en el desarrollo de filtro pasa bajos para atenuar el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham. Para ello, se tendrá acceso a un AFTIC en una plataforma “[Moodle](#)” que permitirá la interacción entre estudiantes y profesores, así como con las actividades, los recursos, los contenidos y los acuerdos del curso. Además del contacto asincrónico, se llevarán a cabo encuentros **sincrónicos** con el fin de compartir experiencias e inquietudes, en los que el profesor brinda realimentación sobre el trabajo realizado y orienta la realización de cada actividad.

Con las TIC se introducen los conceptos de Filtrado de señales en el dominio frecuencial y el de la Serie de Fourier en dominio temporal. El estudio de la reducción del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham mediante filtrado selectivo en frecuencia mostrará que los filtros no necesariamente restan armónicos a una señal que viene dada como una serie, sino que acorde al concepto, permite el paso de señales de las frecuencias deseadas y limita el paso de las no deseadas. De esta manera, es posible ver a la Electrónica como una herramienta fundamental para la materialización de conceptos matemáticos y a las TIC como escenarios didácticos para la apropiación social del pensamiento matemático. Desde lo didáctico, a continuación, se describen las estrategias del curso (**Tablas 4, 5 y 6**).

Tabla 4. Estrategia ABE.

Estrategia 1: Aprendizaje Basado en Ejemplos (ABE)



Tipo: aprendizaje, tutoría
Descripción: El ABE está relacionado con los ejemplos que el estudiante va a encontrar en el AFTIC para guiar sus estudios acerca del cálculo de la Serie de Fourier, complementado con tutorías sincrónicas mediadas por las TIC que orientan el correcto desarrollo del curso por parte del profesor, para la apropiación de conceptos de filtrado y Series de Fourier. Cabe resaltar que de esta manera las TIC se convierten en territorios para el agenciamiento colectivo, espacio-tiempo educativo, dispositivo de subjetividad y prácticas de construcción colectiva.
Recursos: Computador, Internet.

Tabla 5. Estrategia ABI.

Estrategia 2: Aprendizaje Basado en la Investigación (ABI)
Tipo: aprendizaje
Descripción: El ABI alrededor del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham es fundamental para el desarrollo del curso, como escenario para su comprensión, explicación y análisis respecto al número de armónicos, la frecuencia de la señal original y otros factores importantes a modo de elección por parte de los estudiantes. En esta parte se plantea que los estudiantes se familiaricen con las variables que afectan el Fenómeno para indagar a través de Matlab, con el cual se puede experimentar con la modificación de diferentes valores en la ecuación de síntesis de la Serie de Fourier.
Recursos: Computador, Matlab, Internet.

Tabla 6. Estrategia ABD.

Estrategia 3: Aprendizaje Basado en el Desarrollo (ABD)
Tipo: aprendizaje



Descripción: El ABD orienta la producción de un filtro pasa bajos para atenuar el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, en el que se articulan la comprensión de las Series de Fourier y los resultados obtenidos en la frecuencia de oscilación el Fenómeno respecto a la señal original. Al ser el Fenómeno de alta frecuencia, con el filtro se eliminarán estas oscilaciones para tener una señal libre a partir de un número finito de armónicos. Con el desarrollo del filtro, los estudiantes pueden fortalecer su apropiación de la relación de un concepto matemático con la electrónica

Recursos: Condensador, Resistencia, Amplificado operacional, Internet.

Requisitos computador:

- Procesador: Intel Core i3 2nda generación // AMD FX6300 o superior
- Memoria RAM: 4 GB
- Sistema operativo: Mac: macOS 10.10 - 10.11, Linux: Kernel 2.6 o superior, glibc 2.11, Windows 7 o superior.

Disco Duro: 35 GB de espacio libre

4.2.1.6 La evaluación

El desarrollo del curso se fundamenta en la práctica planteada durante cada módulo a partir de cumplir con las entregas de cada actividad en las fechas establecidas, para garantizar que los estudiantes estén bien enfocados en su desarrollo y en la aplicación de los conceptos apropiados. A partir del seguimiento del profesor, se busca detectar errores o dificultades para orientar de mejor manera al estudiante. A partir de la realimentación recibida, el estudiante podrá corregir errores y continuar con el desarrollo de las siguientes actividades. De esta manera durante todo el proceso formativo, el profesor tomará nota de lo realizado y realizará valoraciones cuantitativas y cualitativas (Gestal et al., 2015).

4.2.2 Representación tecnológica

A partir de la perspectiva tecnológica, se plantea una representación tecnológica que interrelaciona la teoría matemática descrita por Fourier para la convergencia de señales periódicas, las tarjetas programables y filtros electrónicos y las TIC. A continuación, se presenta esta representación a partir del modelo estático y dinámico del AFTIC.

4.2.2.1 Modelo estático

En la **Figura 6** se muestran los elementos claves que describen el AFTIC y sus contenidos, acompañados de las relaciones que se pueden establecer entre ellos, como respuesta a los requerimientos del profesor, del estudiante.

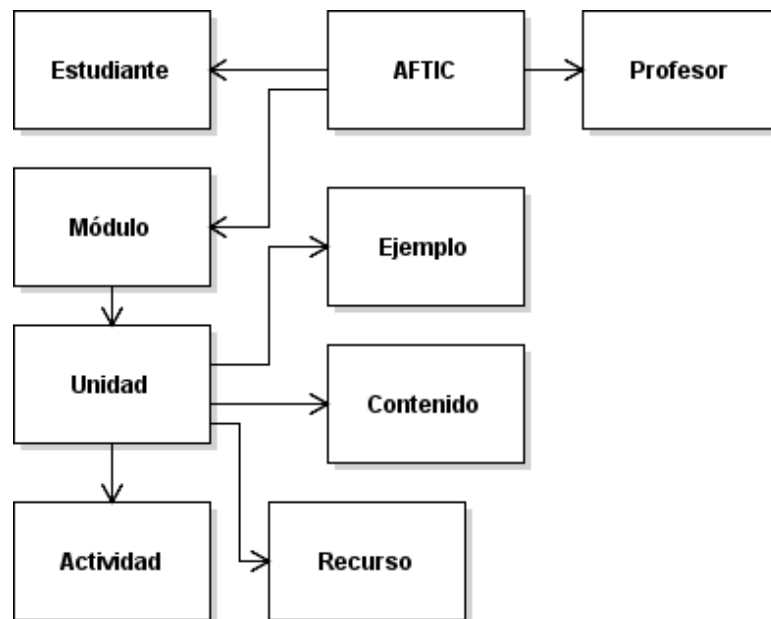


Figura 6. Modelo estático AFTIC (Diagrama de clases).

4.2.2.2 Modelo dinámico

En las **Figuras 7 y 8** se describen las dinámicas de interacción o navegación de estudiantes o profesores con el AFTIC y los contenidos digitales.

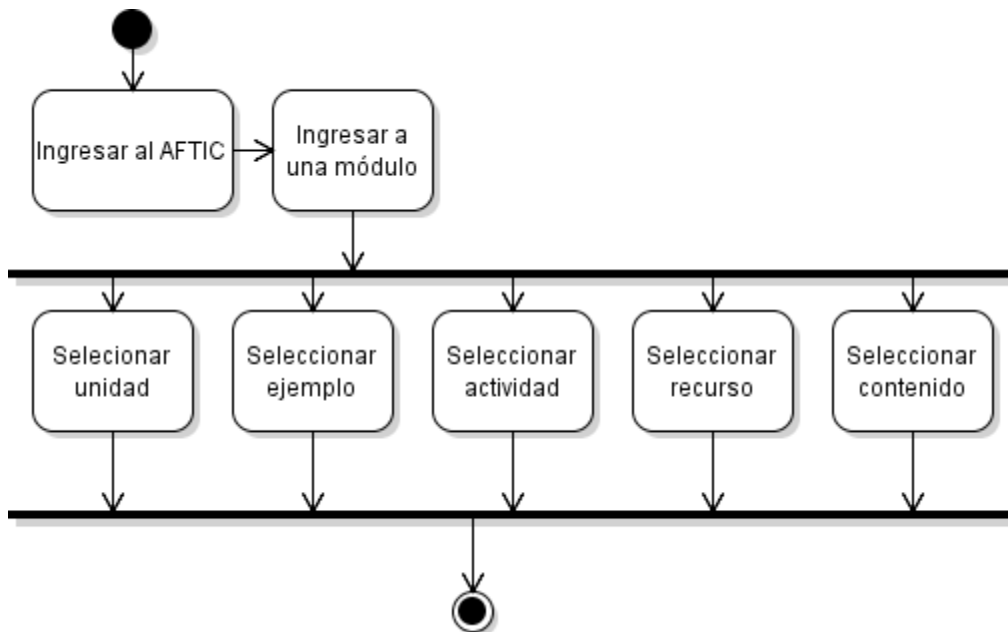


Figura 7. Modelo dinámico estudiante (Diagrama de actividad).

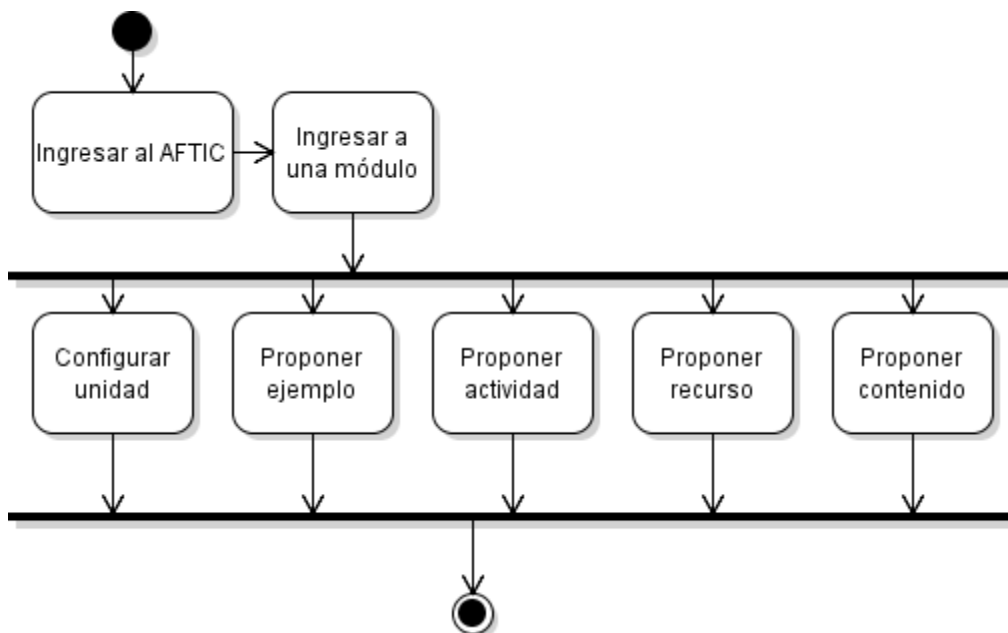


Figura 8. Modelo dinámico profesor (Diagrama de actividad).

4.3 CREACIÓN DEL AFTIC

El proceso de construcción de la AFTIC involucra diferentes contenidos digitales de tipo escrito combinados con imágenes (documentos) y audiovisual (vídeos). Los documentos exponen procesos matemáticos basados en las Series de Fourier de señales previamente seleccionadas. Los videos permiten explicar a través de ejemplos grabados, el desarrollo



de ejercicios donde se expone de forma detallada la obtención de coeficientes, armónicos, incógnitas y procedimientos matemáticos necesarios para el aprendizaje de aspectos matemáticos que serán aplicados en la electrónica. Este proceso se acompaña con códigos o simulaciones en Matlab funcionales. De esta manera el estudiante dispone de diferentes materiales de apoyo en cada uno de los módulos y unidades expuestas en el ambiente.

4.3.1 El guion técnico

Las **Tablas 7, 8 y 9** que aparecen en este apartado describen las actividades y los contenidos digitales de los tres módulos que conforman el AFTIC.

Tabla 7. Actividades Módulo 1.

Módulo 1: Series de Fourier
Unidad 1: Contexto histórico
Temática 1-3: (1) Historia de la Serie de Fourier. (2) Fenómeno de Gibbs – Wilbraham. (3) Importancia de las Series de Fourier.
Actividad 1: Historia de la serie de Fourier
Descripción: A través de un foro de discusión sobre la historia de la Serie de Fourier los estudiantes realizarán aportes teniendo en cuenta las objeciones del matemático y físico Joseph Lagrange en relación con el fenómeno de Gibbs - Wilbraham, las condiciones de Dirichlet y la teoría de Fourier de la transferencia de Calor. El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Historia de la Serie de Fourier. (2) Fenómeno de Gibbs – Wilbraham. (3) Importancia de las Series de Fourier.
Objetivo: Reconocer la relación entre matemáticos y físicos contemporáneos con Fourier para el descubrimiento de la serie trigonométrica de Fourier.
Producto: El producto esperado de los estudiantes es la redacción de un texto donde se evidencie que tienen conocimiento de cómo era el contexto histórico del que precede a la serie de Fourier y los diferentes matemáticos involucrados.
Contenidos digitales: 1.1.1-3.1.1 Video “Historia de la Serie de Fourier” 1.1.1-3.1.2 Escrito “Historia de la Serie de Fourier” 1.1.1-3.1.3 Video “Computadoras superpoderosas”
Unidad 2: Representación de señales en el tiempo
Temática 1-4: (1) Plano (t , $f(t)$), amplitud, periodo, frecuencia, ω y la transformación de la variable independiente.(2) Las señales en el tiempo y su representación matemática. (3) El área bajo la curva y la integral definida. (4) Integrales por sustitución simple e Integrales por partes.
Actividad 1: Deducción matemática y analítica de señales
Descripción: Se colocarán ejercicios para que los estudiantes deduzcan las gráficas de señales descritas de forma matemática; y deduzcan la forma analítica matemática de gráficas de



<p>señales. Al final, los estudiantes seleccionarán gráficas para encontrar el área bajo la curva por medio de una integral definida.</p> <p>El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas.. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Plano $(t, f(t))$, amplitud, periodo, frecuencia, ω y la transformación de la variable independiente.(2) Las señales en el tiempo y su representación matemática. (3) El área bajo la curva y la integral definida. (4) Integrales por sustitución simple e Integrales por partes.</p>
<p>Objetivo: Representar señales en el tiempo.</p>
<p>Producto: Los estudiantes presentarán un documento en pdf en el cual se evidencie la solución a los ejercicios planteados.</p>
<p>Contenidos digitales:</p> <p>1.2.1-4.1.1 Video “Período, frecuencia, frecuencia angular y la Transformación de la variable independiente”</p> <p>1.2.1-4.1.2 Video “Las señales en el tiempo y su representación matemática”</p> <p>1.2.1-4.1.3 Video “El área bajo la curva y la integral definida”</p> <p>1.2.1-4.1.4 Escrito “La integral por sustitución simple y por partes”</p>
<p>Unidad 3: Ecuación de síntesis en la serie de Fourier</p>
<p>Temática 1-4: (1) Series convergentes. (2) Series divergentes. (3) Serie finita y serie infinita. (4) La serie de Fourier (Ecuación de síntesis).</p>
<p>Actividad 1: Series numéricas</p>
<p>Descripción:</p> <p>Se plantean preguntas para que los estudiantes reconozcan series numéricas convergentes, divergentes, finitas e infinitas, además de la serie de Fourier y su ecuación de síntesis.</p> <p>El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Series convergentes. (2) Series divergentes. (3) Serie finita y serie infinita. (4) La serie de Fourier (Ecuación de síntesis).</p>
<p>Objetivo: Identificar series numéricas finitas, infinitas y cuándo una serie diverge o converge.</p>
<p>Producto: respuestas a preguntas sobre series numéricas en un cuestionario.</p>
<p>Contenidos digitales:</p> <p>1.3.1-4.1.1 Video “Las series numéricas y la serie de Fourier”</p> <p>1.3.1-4.1.2 Escrito “Series convergentes, divergentes, infinitas y finitas”</p> <p>1.3.1-4.1.3 Escrito “La serie de Fourier y su ecuación de síntesis”</p>
<p>Unidad 4: Ecuación de análisis en la serie de Fourier</p>
<p>Temática 1-3: (1) La integral para a_k. (2) La integral para b_k. (3) Obtención de la serie de Fourier para señales periódicas.</p>
<p>Actividad 1: Analítica de la serie</p>
<p>Descripción:</p> <p>Se harán diferentes representaciones de señales periódicas, de tipo gráfica, función a trozos, función algebraica y función polinómica a partir de las cuales el estudiante tendrá que hallar los coeficientes a_k y b_k respectivamente y luego formular la serie trigonométrica de Fourier.</p> <p>El tiempo estimado para esta actividad es de cuatro horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) La integral para a_k. (2) La integral para b_k. (3) Obtención de la serie de Fourier para señales periódicas.</p>



Objetivo: Representar señales periódicas mediante la serie de Fourier a través de la ecuación de síntesis.
Producto: Documento pdf con los ejercicios solucionados.
Contenidos digitales: 1.4.1-3.1.1 Video: "Serie de Fourier del Pulso Cuadrado y comprobación en Matlab". 1.4.1-3.1.2 Escrito: "La ecuación de análisis". 1.4.1-3.1.3 Escrito: "Cálculo de la serie de Fourier a señales dadas".
Unidad 5: Las condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier.
Temática 1-3: (1) Condición 1: Integrabilidad. (2) Condición 2: Número finitos de máximos y mínimos. (3) Condición 3: Discontinuidades y amplitud finitas de las indeterminaciones.
Actividad 1: Condiciones de Dirichlet
Descripción: Se presenta diferentes señales periódicas que cumplan o no las condiciones de Dirichlet para la convergencia de la Serie de Fourier, para que el estudiante decida cuál de las señales presentadas se pueden o no representar mediante la serie de Fourier. El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Condición 1: Integrabilidad. (2) Condición 2: Número finitos de máximos y mínimos. (3) Condición 3: Discontinuidades y amplitud finitas de las indeterminaciones.
Objetivo: Identificar los límites que tiene la representación de señales por medio de la serie de Fourier.
Producto: Se presentarán las respuestas a cada una de las preguntas en el cuestionario.
Contenidos digitales: 1.5.1-3.1.1 Video: "Condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier" 1.5.1-3.1.2 Escrito: "Condición 1: Integrabilidad de las señales" 1.5.1-3.1.3 Escrito: "Condición 2: Máximos y mínimos en las señales" 1.5.1-3.1.4 Escrito: "Condición 3: Amplitud de las indeterminaciones de las señales"

Tabla 8. Actividades Módulo 2.

Módulo 2: Fenómeno de Gibbs – Wilbraham
Unidad 1: Discontinuidades en las señales
Temática 1-3: (1) Discontinuidad finita. (2) Discontinuidad Infinita. (3) Discontinuidades periódicas y aperiódicas.
Actividad 1: Discontinuidades
Descripción: Se hacen una serie de preguntas respecto a las discontinuidades de las señales en el tiempo como aspecto fundamental para la apreciación del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham. El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Discontinuidad finita. (2) Discontinuidad Infinita. (3) Discontinuidades periódicas y aperiódicas.
Objetivo: Identificar discontinuidades en las señales
Producto: Respuesta al cuestionario planteado
Contenidos digitales:



2.1.1-3.1.1 Video: “Discontinuidad en una señal” 2.1.1-3.1.2 Escrito: “Discontinuidad finita” 2.1.1-3.1.3 Escrito: “Discontinuidad infinita”
Unidad 2: Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs-Wilbraham.
Temática 1-3: (1) Cálculo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham de forma visual. (2) Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham con código. (3) Dependencia con el número de armónicos.
Actividad 1: Amplitud
Descripción: Se dejan a disposición varias imágenes de señales representadas por medio de la Serie de Fourier donde se aprecia el Fenómeno de Gibbs-Wilbraham para que los estudiantes midan la amplitud del mismo de forma visual y con código Matlab, para finalizar con la elaboración de un cuadro comparativo de los resultados obtenidos. El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Cálculo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham de forma visual. (2) Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham con código. (3) Dependencia con el número de armónicos.
Objetivo: Analizar la amplitud del fenómeno de Gibbs y relacionar los resultados con el número de armónicos
Producto: Documento .pdf con un cuadro comparativo de las diferencias de la amplitud del fenómeno de Gibbs en relación con el número de armónicos.
Contenidos digitales: 2.2.1-3.1.1 Video: “Amplitud del fenómeno de Gibbs” 2.2.1-3.1.2 Escrito: “Medición visual de la amplitud del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham” 2.2.1-3.1.3 Escrito: “Medición con código del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham”
Unidad 3: Función fenómeno de Gibbs – Wilbraham vs número de armónicos
Temática 1-2: (1) Código creación función (#Armónicos, Amplitud fenómeno). (2) Recreación eléctrica de una señal representada por medio de la serie de Fourier.
Actividad 1: Armónicos
Descripción: Se presenta la gráfica de la función (#Armónicos, Amplitud fenómeno) para que los estudiantes realicen un análisis basado en qué múltiplo de armónicos se obtiene mayor amplitud. El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Código creación función (#Armónicos, Amplitud fenómeno).
Objetivo: Analizar cómo crece o decrece el fenómeno de Gibbs – Wilbraham.
Producto: Documento pdf del análisis hecho por cada estudiante
Contenidos digitales: 2.3.1.1.1 Video “Armónicos vs Amplitud en el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham” 2.3.1.1.2: Escrito “Código Fenómeno de Gibbs – Wilbraham vs número de Armónicos”
Actividad 2: Gráfica eléctrica
Descripción: Se realiza la representación eléctrica de una señal periódica construida con la Serie de Fourier para lograr atenuar el Fenómeno de Gibbs-Wilbraham.



El tiempo estimado para esta actividad es de dos horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (2) Recreación eléctrica de una señal representada por medio de la serie de Fourier.

Requisitos computador:

- Procesador: Intel Core i3 2nda generación // AMD FX6300 o superior
- Memoria RAM: 4 GB o más
- Sistema operativo: Mac: macOS 10.10 - 10.11, Linux: Kernel 2.6 o superior, glibc 2.11 o superior.

Disco Duro: 35 GB de espacio libre o más

Objetivo: Representar de forma eléctrica una señal construida con la serie de Fourier.

Producto: Documento pdf del análisis hecho por cada estudiante

Contenidos digitales:

2.3.2.1.1 Video: “Representación eléctrica de una señal construida con la Serie de Fourier”

Tabla 9. Actividades Módulo 3.

Módulo 3: Filtros
Unidad 1: El filtro RC
Temática 1-3: (1) Análisis temporal del sistema RC. (2) La transformada de Fourier a señales periódicas y aperiódicas. (3) La solución en frecuencia del sistema RC.
Actividad 1: Laboratorio 1
Descripción: Una vez solucionado el sistema en el dominio temporal del sistema, teniendo en cuenta que la frecuencia de corte de un filtro pasa bajas de primer orden viene dada por $\frac{1}{2\pi RC}$, los estudiantes diseñarán un filtro paso bajas de primer orden a una frecuencia de corte en el orden de los Hertz. El tiempo estimado para esta actividad es de cuatro horas. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) Análisis temporal del sistema RC. (2) La transformada de Fourier a señales periódicas y aperiódicas. (3) La solución en frecuencia del sistema RC.
Objetivo: (1) Estudiar el filtro RC y su contribución a la disminución de las alteraciones en una señal. (2) Analizar circuitos en frecuencia para su uso como filtros. (3) Diseñar filtros pasa bajas de primer orden.
Producto: Filtro electrónico de primer orden
Contenidos digitales: 3.1.1-3.1.1 Video: “Análisis temporal del circuito RC” 3.1.1-3.1.2 Escrito: “Solución por ecuaciones diferenciales del sistema RC” 3.1.1-3.1.3 Video: “La transformada de Fourier de señales en el tiempo” 3.1.1-3.1.4 Escrito: “Solución de circuitos con la Transformada de Fourier”
Unidad 2: Filtro activo de segundo orden pasa bajas
Temática 1-2: (1) El orden en los filtros. (2) Diagrama de Bode. (c) Aproximación Butterworth.
Actividad 1: Laboratorio 2



<p>Descripción: Luego de analizar el contenido temático, se procederá con el diseño de un filtro pasa bajos con la aproximación Butterworth de segundo orden para la atenuación de frecuencias altas en las señales, lo cual repercutirá en una mejor atenuación del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham.</p> <p>El tiempo estimado para esta actividad es de una hora. Para su desarrollo se requiere: Internet, videos y documentos sobre: (1) El orden en los filtros. (2) Diagrama de Bode. (c) Aproximación Butterworth.</p>
<p>Objetivo: Atenuar el fenómeno de Gibbs – Wilbraham con un filtro de segundo orden</p>
<p>Producto: Filtro activo de segundo orden</p>
<p>Contenidos digitales:</p> <p>3.2.1-2.1.1 Video: “Diagrama de Bode y filtros de segundo orden”</p> <p>3.2.1-2.1.2 Escrito: “Diagramas de Bode”</p> <p>3.2.1-2.1.3 Escrito: “Aproximación Butterworth”</p>

4.3.2 Contenidos Digitales (CD)

De la **Tabla 10** a la **Tabla 42**, se realiza la descripción detallada de cada uno de los Contenidos Digitales (CD) producido para el AFTIC.

Tabla 10. CD "Historia de la Serie de Fourier" (video).

<p>Contenido digital 1.1.1-3.1.1: Historia de la Serie de Fourier</p>
<p>Tipo: Video</p>
<p>Descripción: GUIÓN:</p> <p>La historia del descubrimiento de la conocida serie de Fourier no es producto del conocimiento individual del matemático y físico Jean-Baptiste Joseph Fourier, sino que implica un conocimiento previo que involucra a otros grandes matemáticos.</p> <p>Para empezar, lo conocido como “sumas trigonométricas” se remonta a la época de los Babilonios, esto se sabe con el descubrimiento de la Tabla Plintom 322, (Foto de la tabla Plintom)</p> <p>En la antigua ciudad de Larsa, en lo que se conoce actualmente como Irak en Samawah (Se muestra imagen satelital y mapa sacado de Google maps)</p> <p>Justo en este lugar, hace más de 4000 años se tenía estricto control de las transacciones comerciales, de las cuales se llevaba un histórico escrito en piedra, muchas de éstas piedras fueron encontradas por Edgard J. Banks, anticuario estadounidense que vivió entre 1866 y 1945 y al haber tantas de estas facturas en piedra Banks solía vender las piezas en un estimado de 10 dólares por unidad. (Se muestra imagen de las tablas comerciales babilonicas),</p> <p>Edgard J. Banks, encontró la tabla Plintom 322 y creyendo que era una de las comunes tablas de transacciones comerciales, decidió venderla por 10 dólares al editor neoyorquino George Arthur Plimpton.</p> <p>Esta tabla tiene unas descripciones muy precisas referente a las ecuaciones que cumplen la característica $a^2 = c^2 + b^2$, esta ecuación es lo que hoy conocemos como el teorema de Pitágoras, sin embargo, estas piedras fueron talladas 1231 años antes que Pitágoras y en una investigación hecha por D.F Mansfield, N. J. Wildberger en 2017 tradujo la tabla y se encontró que, con el teorema de Pitágoras, los Babilonios de esa época podían hacer sumas trigonométricas con altísima precisión.</p> <p>(se muestra imagen de la tabla descifrada)</p>



Muchos años después luego de los Babilonios, concretamente en 1748 empieza la historia moderna de la serie de Fourier cuando los matemáticos y físicos Leonhard Euler, Jean le Rond d'Alembert y Daniel Bernoulli en 1753 quienes examinan el problema de la cuerda vibratoria considerando la deflexión vertical $f(t,x)$ de la cuerda en el tiempo t y a una distancia x a lo largo de la cuerda, entonces para cualquier instante fijo de tiempo, los modos normales son funciones senoidales de x relacionadas armónicamente.

En general para entender este problema de la cuerda vibratoria, es necesario analizar varios conceptos ligados a ésta.

Profundización

Primero que todo tenemos la Velocidad de propagación de una onda en la cuerda, que llamaremos vp , esta velocidad de propagación va a depender de la tensión aplicada en la cuerda T y la densidad lineal de la cuerda representada con μ

$$vp = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Si consideramos que una cuerda está atada con una tensión constante y una densidad lineal constante, se puede decir también que:

$$vp = \frac{\lambda}{T}$$

Debido a que

$$T = \frac{1}{f}$$

Se dice que la velocidad de propagación

$$vp = \lambda f$$

Ahora bien, si se desea averiguar la *frecuencia fundamental* de la vibración en la cuerda, se dice que ésta se da cuando se puede apreciar únicamente media longitud de onda, es decir $\frac{\lambda}{2}$

Despejando f para tener la expresión de la frecuencia fundamental queda que:

$$f \frac{\lambda}{2} = vp$$

$$f_{fundamental} = \frac{2vp}{\lambda}$$

Se asume $L = \frac{\lambda}{2}$ porque la oscilación de la cuerda con su frecuencia fundamental se ve únicamente media longitud de la onda que viaja a través de ella, quedando que $2L = \lambda$

$$f_{fundamental} = \frac{vp}{2L}$$

(Se muestra video de la cuerda vibrando en frecuencia fundamental)

Ya sabiendo esto, podemos obtener las expresiones para diferentes longitudes de onda observables en la cuerda vibratoria ($\frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, 2\lambda, \frac{5}{2}\lambda \dots$)



$vp = \lambda f$ y $\lambda = L \Rightarrow$
 $L = \lambda f = \frac{2vp}{2L}$
(Se muestra video)

$vp = \lambda f$ y $\lambda = \frac{2L}{3} \Rightarrow$
 $L = \frac{3}{2}\lambda$ $f = \frac{3vp}{2L}$
(Se muestra video)

$vp = \lambda f$ y $\lambda = \frac{L}{2} \Rightarrow$
 $L = 2\lambda$ $f = \frac{4vp}{2L}$
(Se muestra video)

Para la siguiente frecuencia se puede decir que $f = \frac{5vp}{2L}$, lo que significa que la relación que permite ver la enésima frecuencia va relacionada con el número entero que acompaña a vp en este caso k así:

$$f_k = \frac{kvp}{2L} \text{ con } k \in \mathbb{N} \neq 0$$

Eso significa que, si se desea observar más ondas en la cuerda, la frecuencia de vibración ejercida en la cuerda debe ir aumentando.

Derivado de estas ideas Joseph Fourier presenta su serie trigonométrica para la representación de señales periódicas en la Academia Francesa de las Ciencias el 21 de diciembre de 1807, sin embargo,

Aparecería un gran matemático que se opondría rotundamente... (Imagen de Lagrange)

Silencio (1.5 segundos)

El gran matemático inventor de la Mecánica lagrangiana, o mecánica analítica, fundador de la Academia Turinesa de Ciencia y que en otras cosas en su obra indica un error cometido por Newton sobre la teoría de la propagación de sonido.

Lagrange también obtiene la solución completa del problema de la cuerda vibratoria; en este trabajo señala la falta de generalidad en las soluciones dadas previamente por Brook Taylor,



D'Alembert y Euler llegando a la conclusión de que la forma de la curva para un tiempo t cualquiera viene dado por la ecuación $Y = a \sin \sin (mx) \cdot \sin \sin (nt)$ y concluye con una hábil discusión sobre ecos y sonidos compuestos.

Algo muy importante hoy en día que también aportó el matemático Lagrange fue la deducción de los Puntos de equilibrio potencial entre La Tierra y el Sol y gracias a esto hoy en día decidimos usar estos puntos para poner en órbita el telescopio espacial más poderoso jamás construido por la humanidad, el telescopio James Webb, este telescopio con sus espejos en oro puro no sería puesto en cualquier órbita y es hasta el momento de la humanidad la mejor opción para descubrir civilizaciones extraterrestres en caso de que hubiese alguna.

(Video del James Webb orbitando en el punto lagrange)

Las objeciones que el gran matemático Joseph-Louis Lagrange hizo al respecto de la convergencia de la serie de Fourier precisamente por el fenómeno de Gibbs, pospuso 15 años el trabajo de Fourier.

Al pasar estos 15 años, ya en 1822 Fourier aplicó una serie trigonométrica a la solución del problema de la transferencia de calor en una barra conductora con su trabajo titulado *Théorie analytique de la chaleur*.

En este trabajo se da solución a la ecuación diferencial parcial de la transferencia de calor en la barra y Fourier concluye tanto el régimen permanente como el estable de esta transferencia.

$$f(x, t) = T_a + \frac{T_b - T_a}{L} x + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-(\alpha \omega_n^2 t)} \sin (\omega_n x + \delta_n)$$

Régimen permanente Régimen Transitorio

Relación con la transformada de Fourier

Jean-Baptiste Joseph Fourier fue capaz de desarrollar lo que se conoce como la serie de Fourier y más importante aún, la transformada de Fourier, la cual permite pasar de un dominio temporal para el análisis de una señal, al dominio de la frecuencia compleja, lo cual, para la ingeniería representa una solución práctica para el análisis de una gran variedad de problemas de los sistemas lineales e invariantes en el tiempo LTI.

Bibliografía: Etayo, J. J. (1963). José Luis de Lagrange, su obra y su tiempo. Arbor, 56(213), 66.

Tabla 11. CD "Historia de la Serie de Fourier" (escrito).

Contenido digital 1.1.1-3.1.2: Historia de la Serie de Fourier
Tipo: Escrito
<p>Descripción: Los temas a abordar serán la historia de las series de Fourier, haciendo énfasis en la cuerda vibratoria, la forma de encontrar el número enésimo de armonía para la observación de múltiplos enteros de longitud de onda λ de una señal senoidal.</p> <p>Se estudiará la teoría de la transferencia de calor en una barra conductora por la ley de Fourier, así como el procedimiento matemático de esta.</p> <p>El tema del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, se mostrarán imágenes de lo que es dicho fenómeno y se hará relación con la historia por la cual Lagrange hizo objeciones contra el trabajo de Fourier.</p> <p>Este escrito aborda la importancia de la serie de Fourier y todo lo que representa tener este análisis hoy en día para el análisis de los sistemas LTI.</p>



Tabla 12. CD "Computadoras superpoderosas" (video).

Contenido digital 1.1.1-3.1.3: Computadoras superpoderosas
Tipo: Video
<p>Descripción: Este vídeo le pertenece al canal de divulgación científica Veritasium. El vídeo empieza hablando de mecanismos ancestrales análogos a los movimientos del sol y la luna para predecir acontecimientos astronómicos en 1901. Se pasa a hablar de las diferencias entre las maquinas analógicas y digitales, sin embargo, debido a la ley de Moore, ya la tecnología digital se puede estar quedando corta para las necesidades de cálculo de hoy en día. La solución a estos problemas propone, son las computadoras analógicas.</p> <p>A partir del minuto 2:43 se empieza a hablar de la predicción de las mareas, La place encontró que las mareas incluyen la órbita de la luna y el paso de la tierra alrededor del sol. En el minuto 4:07 se empieza a hablar de William Thomson, el mismo Lord Kelvin quien se interesó por la predicción de las mareas y aplica la serie de Fourier para tal motivo. Kelvin desarrolla una maquina analógica que calcula la ecuación de síntesis y la resolución de las ecuaciones de análisis. Durante la segunda guerra mundial se aplican a gran escala las maquinas analógicas y se empieza a desarrollar las máquinas digitales.</p> <p>Ya en el minuto 15 se habla de la acumulación del error en las máquinas analógicas en relación con la mira Norden y su monumental fracaso. En contraparte las computadoras digitales son más resistentes al ruido, sin embargo, las computadoras analógicas se están analizando para complementar lo que le falte a lo digital.</p>

Tabla 13. CD "Período, frecuencia y transformación" (video).

Contenido digital 1.2.1-4.1.1: Período, frecuencia, frecuencia angular y la Transformación de la variable independiente
Tipo: Video
<p>Descripción: Se empieza por representar el plano cartesiano para la gráfica de señales, el periodo T, la frecuencia angular ω, y la frecuencia en Hz f. Se toma como ejemplo la función $f(t) = \sin(t)$, la cual se puede representar como $f(t) = \sin(\omega t + \alpha)$.</p> <p>Se aprovecha para hablar de la Transformación de la variable independiente. Se habla del escalamiento analizando cuando $\omega > 1$ y cuando $0 < \omega < 1$. La inversión cuando $\omega < 1$. Corrimiento en el tiempo cuando $\alpha < 0$ o $\alpha > 0$. Luego se define por qué $\omega = 2\pi f$ o en su defecto $\omega = \frac{2\pi}{T}$.</p>

Tabla 14. CD " Las señales en el tiempo y su representación matemática" (video).

Contenido digital 1.2.1-4.1.2: Las señales en el tiempo y su representación matemática
Tipo: Video
<p>Descripción (guion): Se empieza hablando de la representación de señales a trozos de una función con indeterminaciones finitas de la siguiente señal</p> $f(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ \frac{A}{2}, & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} \leq t \leq T \\ f(t) = f(t + T) \end{cases}$



Luego se pasa a la representación a trozos de una combinación de señales polinómicas (ecuación de la recta) para la representación de una señal triangular de la siguiente forma:

$$F(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T}t \text{ si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{2A}{T}t + 2A \text{ si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ F(t) = F(t \pm T) \end{cases}$$

Al final se retoma la señal anterior con la triangular para hacer una breve síntesis de lo practicado en el vídeo.

Tabla 15. CD "Área bajo la curva e Integral definida" (video).

Contenido digital 1.2.1-4.1.3: El área bajo la curva y la integral definida
Tipo: Vídeo
Descripción (guion): Se empieza por dar a entender el concepto de integral calculando el área bajo la curva por medio de la suma de rectángulos de igual base y altura $f(t)$. Se deduce la sumatoria para el área bajo la curva de una señal $f(t) = \sin(t)$ de 0 a π , la cual es
$\sum_{k=1}^n \frac{\pi}{n} \text{sen}\left(\frac{\pi}{n}k\right)$
y se introduce el concepto de diferencial de t (dt) que acompaña a las integrales. Luego se resuelve la integral de $f(t) = \sin(t)$ de 0 a π dt para comprobar el resultado al final del vídeo resolviendo la sumatoria con Matlab.

Tabla 16. CD "La integral por sustitución simple y por partes" (escrito).

Contenido digital 1.2.1-4.1.3: La integral por sustitución simple y por partes
Tipo: Escrito
Descripción: Existen diferentes métodos matemáticos para la solución de integrales, sin embargo, para este curso solo se tomarán 2, los cuales son los más usados para encontrar los coeficientes que determinarán los armónicos de la serie de Fourier. Se resolverán 2 ejemplos de las siguientes integrales:
Sustitución simple
$\int \text{sen}(t)dt = -\cos(t)$
Entonces, si se tiene que
$\int \text{sen}(\omega t + \theta)dt = ?$
Para resolver esta integral, se debe saber que el diferencial es respecto al tiempo por lo tanto podemos decir que:
$u = \omega t + \theta$
Entonces la derivada de u (du) es:



$$du = \omega dt$$

$$\frac{du}{\omega} = dt$$

Ya sabiendo cuando es nuestro dt y que ω es una constante, podemos reescribir nuestra integral teniendo en cuenta la sustitución realizada así:

$$\int \text{sen}(u) \frac{du}{\omega} = -\frac{\cos(u)}{\omega} + c$$

Ahora bien, tenemos que reescribir el resultado ya reemplazando lo que es u en términos de lo que sustituimos, por esta razón tenemos que:

$$\int \text{sen}(\omega t + \theta) dt = \frac{-1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) + c$$

Y listo, así es como se resuelve una integral no inmediata por medio de una sustitución inteligente para convertirla en integral inmediata.

Integración por partes

$$\int t^2 \text{sen}(\omega t + \theta) dt$$

Se procede con la aplicación del método de *integración por partes* el cual consiste en tomar una de las 2 señales e igualarla a u y la otra a dv así:

$$u = t^2 \quad dv = \text{sen}(\omega t + \theta)$$

Ahora se procede a hacer la derivada de u y la integral de dv así:

$$du = 2t dt \quad v = \frac{-1}{\omega} \cos(\omega t + \theta)$$

Algo muy importante es saber que el resultado de nuestra integral será el siguiente:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Se procede con el reemplazo de nuestras variables:

$$\int t^2 \text{sen}(\omega t + \theta) dt = -t^2 * \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) + \frac{1}{\omega} \int \cos(\omega t + \theta) * 2t dt$$

Como vemos otra vez en la integral de la derecha nos queda una multiplicación de funciones dependientes del tiempo, por esta razón se procederá a realizar nuevamente la igualación a u y dv respectivamente así:

$$u = 2t \quad dv = \cos(\omega t + \theta)$$

$$du = 2 dt \quad v = \frac{1}{\omega} \text{sen}(\omega t + \theta)$$



Ahora bien, sabiendo que

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Se procede con la solución definitiva:

$$\int t^2 \text{sen}(\omega t + \theta) dt = -t^2 * \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) + \frac{1}{\omega} \left[2t \frac{1}{\omega} \text{sen}(\omega t + \theta) - \frac{2}{\omega} \int \text{sen}(\omega t + \theta) dt \right]$$

Como podemos observar, ya luego de repetir el proceso 2 veces, se obtiene una integral por sustitución simple al final que se solucionó en el ejemplo 1. Por lo tanto:

$$\int t^2 \text{sen}(\omega t + \theta) dt = -t^2 * \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) + \frac{1}{\omega} \left[2t \frac{1}{\omega} \text{sen}(\omega t + \theta) - \frac{2}{\omega} \left(\frac{-1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) \right) \right]$$

Lo que resta es hacer operaciones algebraicas, debido a que en el miembro derecho de la ecuación ya no hay integrales.

$$\int t^2 \text{sen}(\omega t + \theta) dt = -t^2 * \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) + \frac{2t}{\omega^2} \text{sen}(\omega t + \theta) - \frac{2}{\omega^2} \left(\frac{-1}{\omega} \cos(\omega t + \theta) \right)$$

Se procede a romper el siguiente paréntesis:

$$\int t^2 \text{sen}(\omega t + \theta) dt = \frac{-t^2}{\omega} \cos(\omega t + \theta) + \frac{2t}{\omega^2} \text{sen}(\omega t + \theta) + \frac{2}{\omega^3} \cos(\omega t + \theta) + C$$

Tabla 17. CD "Las series numéricas y la serie de Fourier" (video).

Contenido digital 1.3.1-4.3.1: Las series numéricas y la serie de Fourier
Tipo: Vídeo
<p>Descripción (guion): Se empieza por denotar las diferentes partes de una sumatoria y su clasificación según su índice, condición de suma y resultado.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Según su índice: Finitas e infinitas. • Según su condición de suma: Serie geométrica, serie armónica, serie alternada, serie de potencias, serie telescópica o serie trigonométrica. • Según su resultado: Divergentes y convergentes. <p>Se dan ejemplos de series finitas e infinitas, convergentes y divergentes. Se habla de la <i>serie geométrica</i></p> $\sum_{k=1}^{\infty} ar^{(k-1)} = \frac{a}{1-r} \text{ con } 0 < r < 1$ <p>Se demuestra el resultado y se explica la siguiente. Se habla de la <i>serie armónica</i></p> $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \dots$ <p><i>Serie alternada</i></p> $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots$



Serie de Potencias

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x-a)^k$$

Serie Telescópica y se prueba el resultado

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = 1$$

Se procede con la explicación de lo que es una serie Trigonométrica y se da como ejemplo la serie de Fourier.

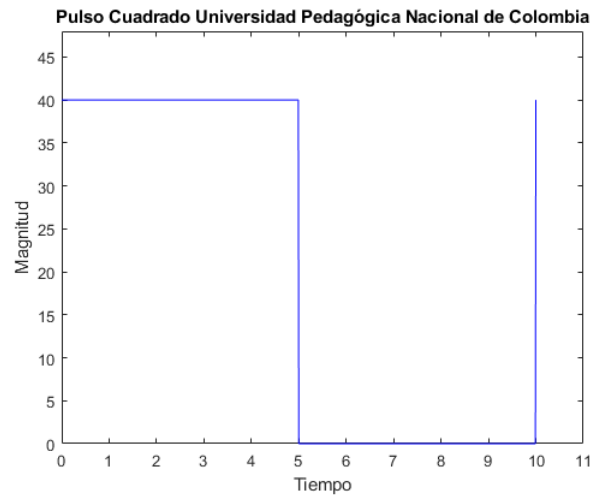
Tabla 18. CD "Series convergentes, divergentes, infinitas y finitas" (escrito).

Contenido digital 1.3.1-4.1.2: Series convergentes, divergentes, infinitas y finitas
Tipo: Escrito
Descripción: En matemáticas la noción de serie tiene que ver con una sucesión de números relacionados de alguna forma, los cuales se van sumando en un orden dictaminado por el índice de la sumatoria. En este escrito se hace claridad de toda la nomenclatura en una serie representada con la letra \sum . Luego se hacen diferentes ejemplos de lo que es una serie convergente y divergente para al final describir las principales características de una serie finita y una serie infinita.

Tabla 19. CD "La serie de Fourier y su ecuación de síntesis" (escrito).

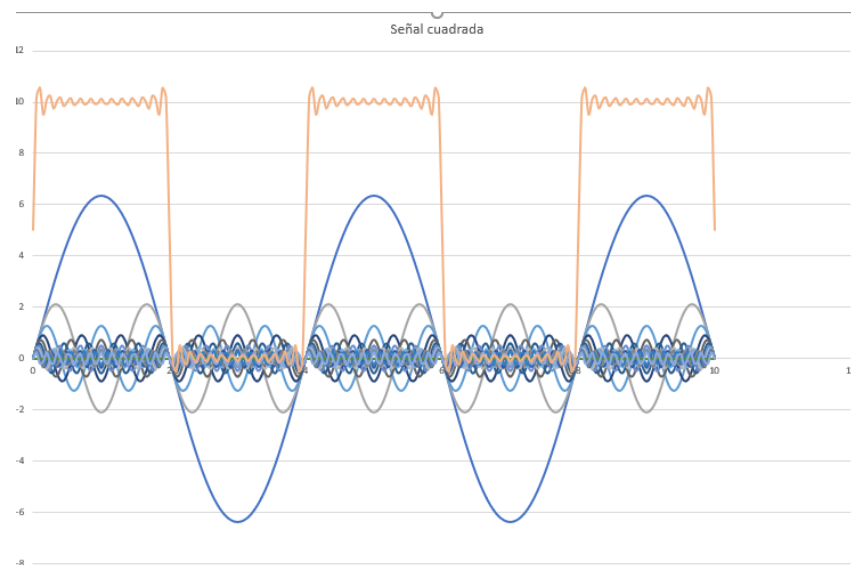
Contenido digital 1.3.1-4.1.3: La serie de Fourier y su ecuación de síntesis
Tipo: Escrito
Descripción: Se empieza describiendo que la conocida serie que lleva el nombre del matemático y físico Jean-Baptiste Joseph Fourier es una serie trigonométrica pensada para que a través de la suma de diferentes amplitudes y frecuencias de señales básicas senoidales se pueda representar una señal periódica dada, la serie de Fourier es la siguiente: $F(t) \approx a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)$ Tal como se aprendió en la unidad 1, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ entonces la serie se puede escribir de la siguiente manera: $F(t) \approx a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi kt/T) + b_k \sin(2\pi kt/T)$ Se coloca el signo \approx debido a que, si se desea representar una señal con discontinuidades, ésta va a tener fenómeno de Gibbs – Wilbraham y por lo tanto no va a converger exactamente igual a la señal buscada.

Como se observa en la serie, lo que se suman son señales básicas senoidales y cosenoidales para que converja a una señal $F(t)$ dada, por ejemplo, si esa $F(t)$ es el pulso cuadrado periódico, entonces:



Gráfica 1: Pulso cuadrado periódico

Si se desea representar la gráfica 1 por medio de la serie de Fourier se obtienen varias señales senoidales sumadas que convergerán a la señal original así:



Gráfica 2: 25 armónicos de la serie de Fourier para el pulso cuadrado

Como se puede observar en la imagen, la gráfica verde es el resultado de todas las señales senoidales que se ven en azul, dando como resultado la imagen naranja.

Cada armónico que se ve en la gráfica anterior son los que aparecen como a_k y b_k de la ecuación de síntesis, como se observa la amplitud varía con k y la frecuencia también, esta relación entre un k menor y otro mayor es una relación armónica de la serie de Fourier



$$F(t) \approx a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi kt/T) + b_k \sin(2\pi kt/T)$$

Tanto a_k como b_k se calculan de la siguiente manera:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T F(t) \cos(k\omega t) dt$$

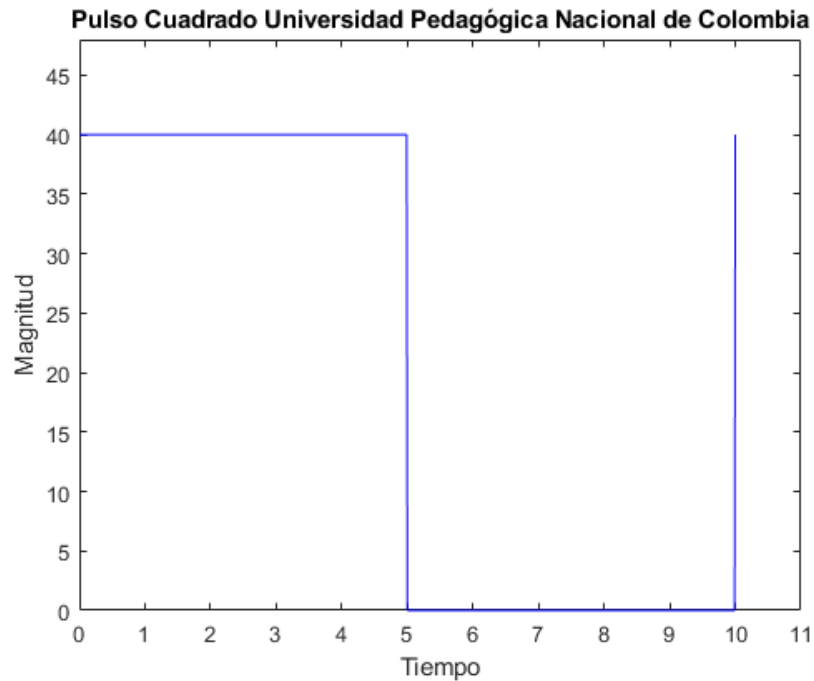
$$b_k = \frac{2}{T} \int_T F(t) \sin(k\omega t) dt$$

Por último y no menos importante es el nivel DC de la señal a representar, éste debe sumarse solo una vez a la serie y se calcula de la siguiente manera:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$$

Tabla 20. CD "Serie de Fourier del Pulso Cuadrado y comprobación en Matlab" (video).

Contenido digital 1.4.1-3.1.1: Serie de Fourier del Pulso Cuadrado y comprobación en Matlab
Tipo: video
Descripción (guion): En este video Se representa una señal cuadrada de ciclo útil al 50% representada a trozos como se deja constancia a continuación:
$f(t) = \begin{cases} A & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ f(t) = f(t \pm T) \end{cases}$



Gráfica 3. Pulso cuadrado 1 periodo

Ahora bien, se calcula la serie de Fourier para esta señal sabiendo que:

$$f(t) \cong a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kwt) + b_k \sin(kwt)$$

Dónde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos(kwt) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin(kwt) dt$$

Ahora bien, recordando que nuestra señal se define como:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T/2} A \cos(kwt) dt$$

Haciendo $w = \frac{2\pi}{T}$ y resolviendo la integral



$$a_k = \frac{2A}{T \frac{2\pi}{T} k} \text{Sen}\left(k \frac{2\pi}{T} t\right)$$

Evaluando límites:

$$a_k = \frac{A}{k\pi} \text{Sen}\left(k \frac{2\pi T}{T} \frac{1}{2}\right) - \frac{A}{k\pi} \text{Sen}(0)$$

Por lo tanto,

$$a_k = \frac{A}{k\pi} \text{Sen}(k\pi) - 0$$

y

$$a_k = 0$$

Ahora se procede a calcular el b_k con $w = \frac{2\pi}{T}$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T/2} A \text{Sen}\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) dt = \frac{2A}{T \frac{2\pi}{T} k} (-\text{Cos}\left(k \frac{2\pi}{T} t\right))$$

Evaluando límites de la integral

$$b_k = \frac{-A}{\pi k} \text{Cos}(k\pi) + \frac{A}{k\pi}$$

Sabiendo que la función coseno oscila entre -1 y 1 conforme k es par e impar, se puede decir que:

$$b_k = \frac{A}{k\pi} (1 - (-1)^k)$$

Con esto obtenemos analíticamente b_k

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t=0}^{T/2} A dt = \frac{At}{T}$$

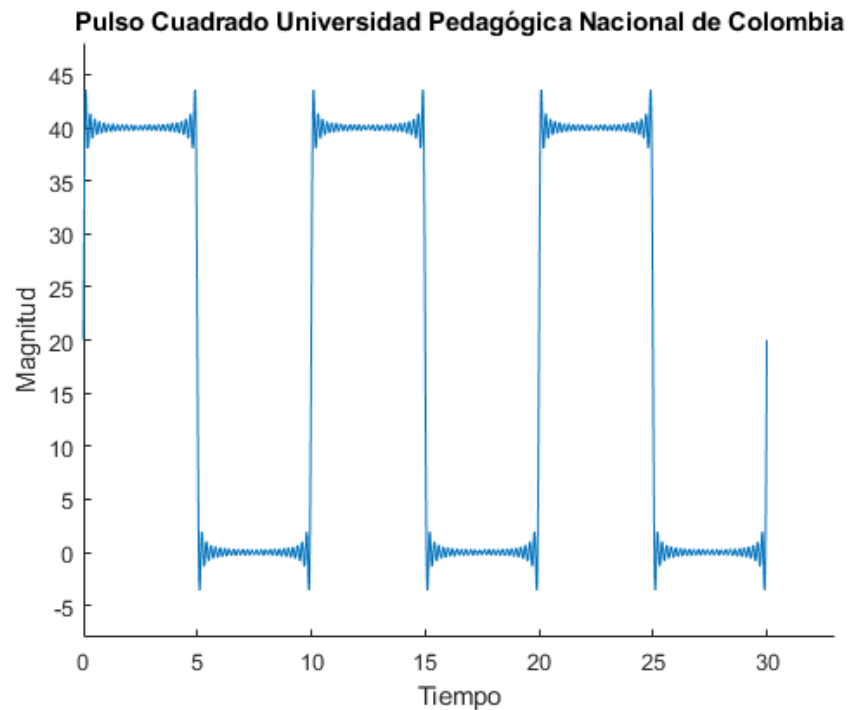
Evaluando límites

$$a_0 = \frac{A \frac{T}{2}}{T} - 0 = \frac{A}{2}$$

Por lo tanto

$$f(t) \approx \frac{A}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A}{k\pi} (1 - (-1)^k) \text{Sen}(kwt)$$

Se concluye que la serie de Fourier es la anterior para el pulso cuadrado y se comprueba en Matlab



Gráfica 4. Tres periodos del pulso cuadrado con 50 armónicos

Tabla 21. CD "La ecuación de análisis" (escrito).

Contenido digital 1.4.1-3.1.2: La ecuación de análisis
Tipo: escrito
<p>Descripción: Se retoma la serie de Fourier se tiene que esta es la siguiente:</p> $F(t) \approx a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)$ <p>La primera pregunta que sobresale al respecto de esta serie es ¿Qué son esos coeficientes llamados a_k y b_k y cómo se calculan?</p> <p>La respuesta a esta pregunta es lo que se vio en la unidad de integrales y a estas integrales se les conoce como ecuación de análisis para a_k o b_k respectivamente.</p> <p>Las ecuaciones de análisis son las siguientes:</p> $a_k = \frac{2}{T} \int_T F(t) \cos(k\omega t) dt$



$$b_k = \frac{2}{T} \int_T F(t) \text{Sen}(k\omega t) dt$$

Al analizar estas 2 ecuaciones, se puede ver que no son integrales infinitas, sino que son integrales limitadas únicamente a un período de la señal original, es decir T

Otra forma de escribir estas ecuaciones es reemplazando, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ razón por la cual las ecuaciones de análisis quedan como:

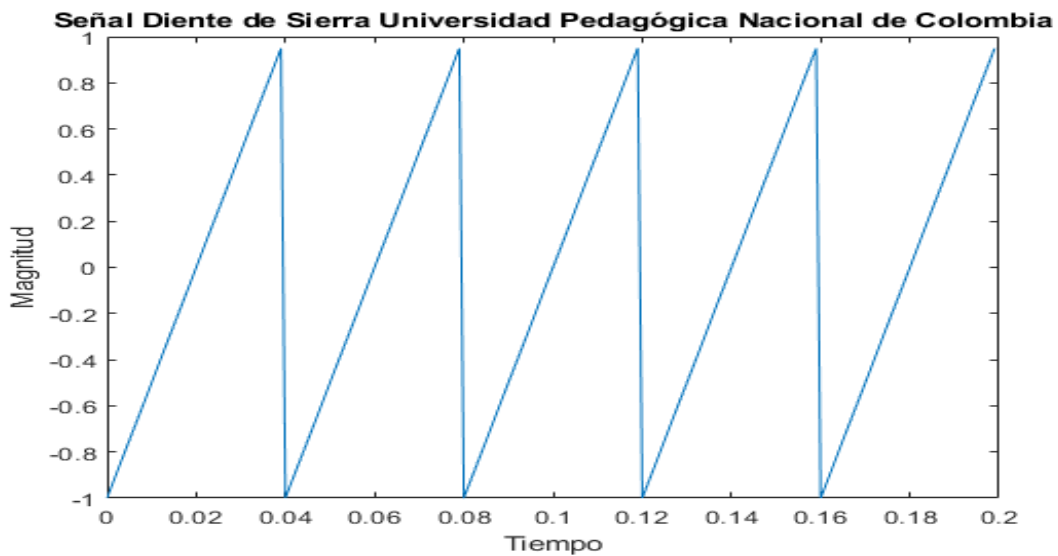
$$a_k = \frac{2}{T} \int_T F(t) \text{Cos}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T F(t) \text{Sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt$$

Algo muy importante de la ecuación de análisis es que va directamente relacionada con la ecuación de síntesis, es decir, si en la ecuación de síntesis a_k va multiplicada por el $\text{sen}(k\omega t)$, entonces la integral también irá $f(t)\text{Sen}(k\omega t)$

Tabla 22. CD "Cálculo de la serie de Fourier a señales dadas" (escrito).

Contenido digital 1.4.1-3.1.3: Cálculo de la serie de Fourier a señales dadas
Tipo: escrito
Descripción: En este escrito se describe el procedimiento matemático para el cálculo de la serie de Fourier a señales descritas previamente:
Señal diente de sierra
Se representa una señal diente de sierra a trozos de la siguiente manera:
$f(t) = \begin{cases} \frac{A}{T}t & \text{si } 0 \leq t \leq T \\ f(t) = f(t \pm T) \end{cases}$



Gráfica 1. Señal diente de sierra

Se sabe que la serie de Fourier es

$$f(t) \cong a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \text{Cos}(kwt) + b_k \text{Sen}(kwt)$$

Donde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \text{Cos}(kwt) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \text{Sen}(kwt) dt$$

Luego para calcular los coeficientes de la serie de Fourier se tiene que:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{A}{T} t \text{Cos}(kwt) dt = \frac{2A}{T^2} \int_0^T t \text{Cos}(kwt) dt$$

Usando la definición de integral por partes expuesta en la unidad 2, se tiene que:

$$a_k = \frac{2A}{T^2} \left[\frac{t \text{Sen}(kwt)}{kw} - \int_0^T \frac{\text{Sen}(kwt)}{kw} dt \right]$$



Evaluando límites y haciendo $w = \frac{2\pi}{T}$

$$a_k = \frac{A}{Tk\pi} \left[0 + \frac{T}{2k\pi} \right] - \frac{A}{Tk\pi} \left[\frac{T}{2k\pi} \right]$$

$$a_k = \frac{A}{2k^2\pi^2} - \frac{A}{2k^2\pi^2}$$

$$a_k = 0$$

Ahora se procede a calcular b_k debido a que a_k es cero:

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^T \frac{A}{T} t \text{Sen}(kwt) dt = \frac{2A}{T^2} \int_{t=0}^T t \text{Sen}(kwt) dt$$

$$b_k = \frac{2A}{T^2} \left[\frac{-t \text{Cos}(kwt)}{kw} + \int_{t=0}^T \frac{\text{Cos}(kwt)}{kw} dt \right]$$

Evaluando límites y haciendo $w = \frac{2\pi}{T}$

$$b_k = \frac{A}{k\pi T} [-T]$$

$$b_k = \frac{-A}{k\pi}$$

Ahora se calcula a_0 para tener el nivel DC correspondiente a la señal representada con anterioridad:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \frac{A}{T} t dt = \frac{At^2}{T^2 2}$$

Luego de evaluar límites, se tiene que

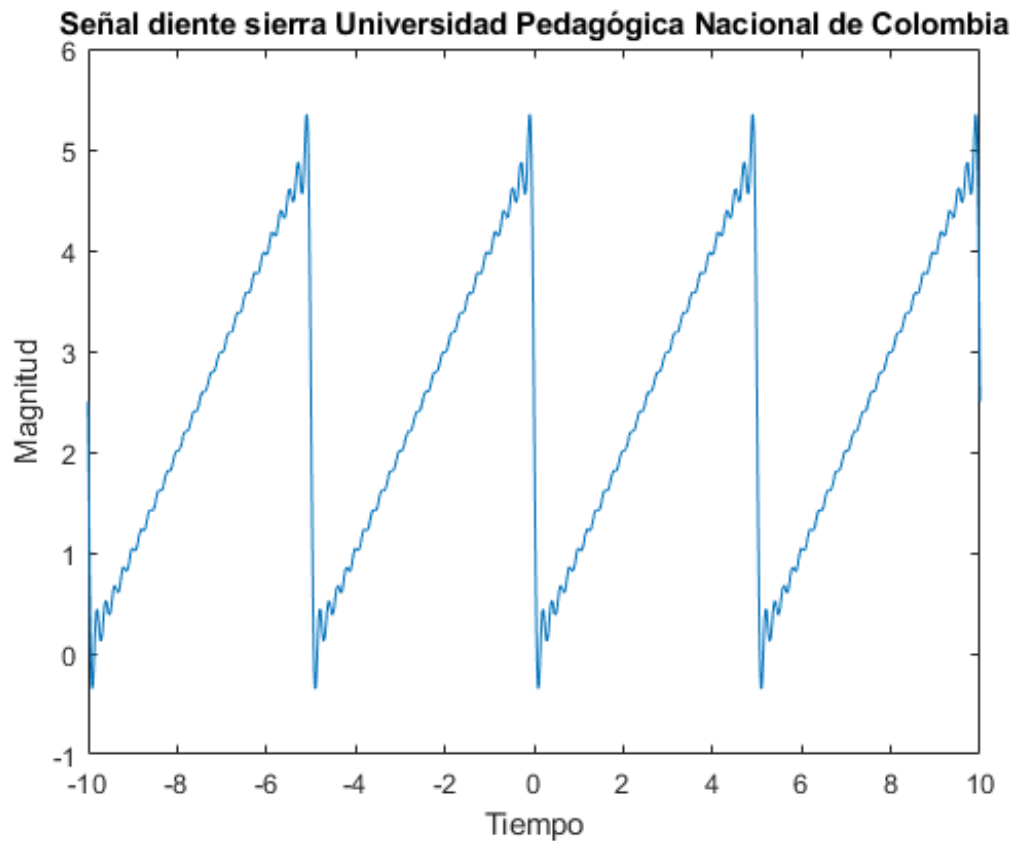
$$a_0 = \frac{AT^2}{T^2 2}$$

$$a_0 = \frac{A}{2}$$

Razón por la cual la señal diente de sierra se puede representar con la ecuación de síntesis de la siguiente manera:

$$F(t) \cong \frac{A}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{-A}{k\pi} \text{Sen}(kwt)$$

La representación gráfica de esta sumatoria se puede observar en la gráfica 2

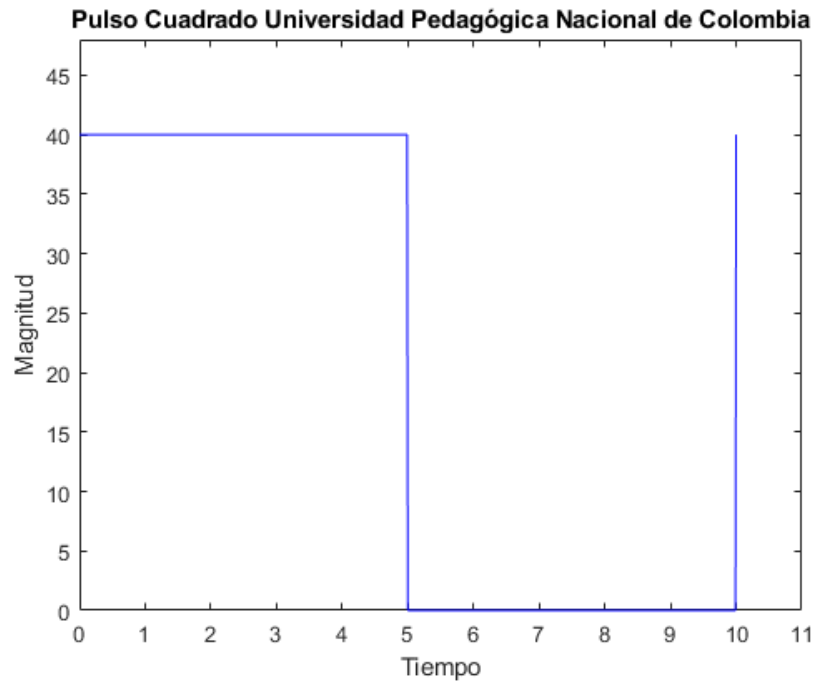


Gráfica 2. Señal diente de sierra 25 Armónicos

Señal cuadrada

Se representa una señal cuadrada de ciclo útil al 50% representada a trozos como se deja constancia a continuación:

$$f(t) = \begin{cases} A & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ f(t) = f(t \pm T) & \end{cases}$$



Gráfica 3. Pulso cuadrado 1 periodo

Ahora bien, se calcula la serie de Fourier para esta señal sabiendo que:

$$f(t) \cong a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \text{Cos}(kwt) + b_k \text{Sen}(kwt)$$

Dónde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \text{Cos}(kwt) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T f(t) \text{Sen}(kwt) dt$$



Ahora bien, recordando que nuestra señal se define como:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T/2} A \cos(k\omega t) dt$$

Haciendo $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y resolviendo la integral

$$a_k = \frac{2A}{T \frac{2\pi}{T} k} \text{Sen}\left(k \frac{2\pi}{T} t\right)$$

Evaluando límites:

$$a_k = \frac{A}{k\pi} \text{Sen}\left(k \frac{2\pi T}{T} \frac{1}{2}\right) - \frac{A}{k\pi} \text{Sen}(0)$$

Por lo tanto,

$$a_k = \frac{A}{k\pi} \text{Sen}(k\pi) - 0$$

y

$$a_k = 0$$

Ahora se procede a calcular el b_k con $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T/2} A \text{Sen}\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) dt = \frac{2A}{T \frac{2\pi}{T} k} (-\text{Cos}\left(k \frac{2\pi}{T} t\right))$$



Evaluando límites de la integral

$$b_k = \frac{-A}{\pi k} \text{Cos}(k\pi) + \frac{A}{k\pi}$$

Sabiendo que la función coseno oscila entre -1 y 1 conforme k es par e impar, se puede decir que:

$$b_k = \frac{A}{k\pi} (1 - (-1)^k)$$

Con esto obtenemos analíticamente b_k

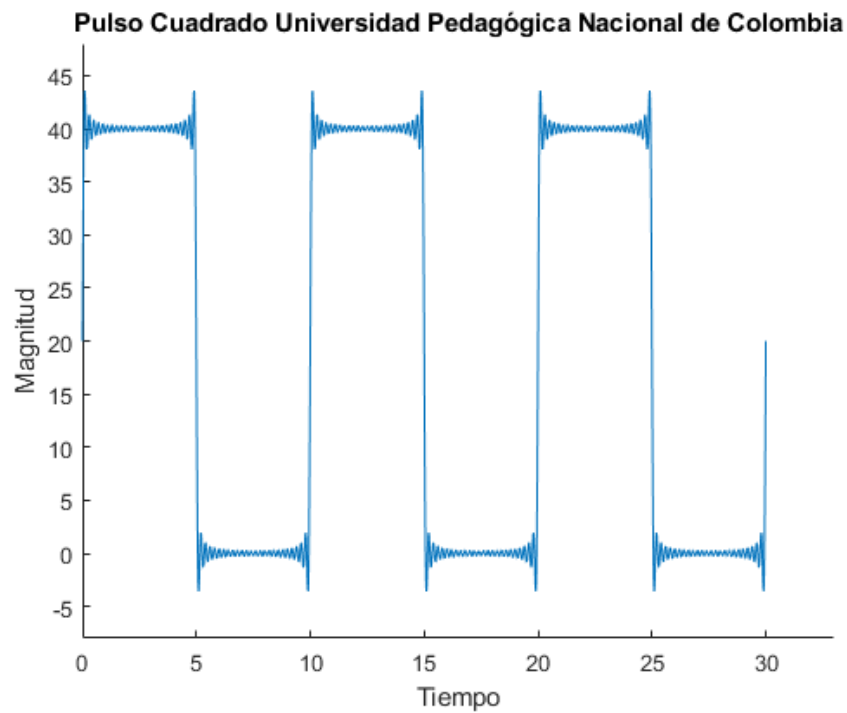
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t=0}^{T/2} A dt = \frac{At}{T}$$

Evaluando límites

$$a_0 = \frac{A \frac{T}{2}}{T} - 0 = \frac{A}{2}$$

Por lo tanto

$$f(t) \cong \frac{A}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A}{k\pi} (1 - (-1)^k) \text{Sen}(k\omega t)$$

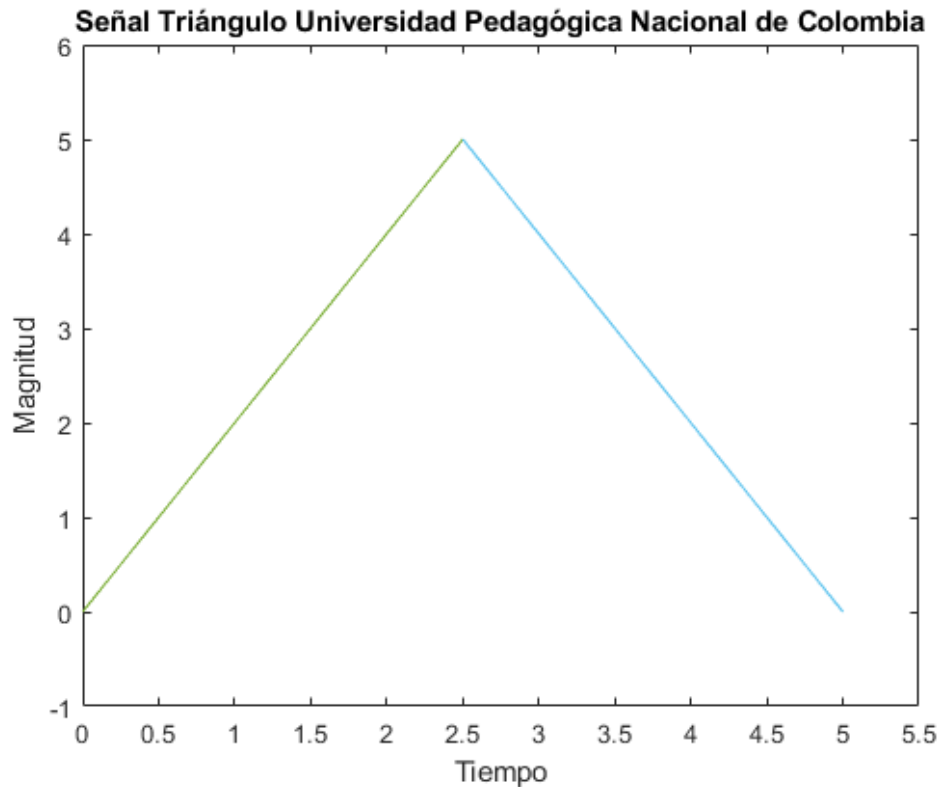


Gráfica 4. Tres periodos del pulso cuadrado con 50 armónicos

Señal Triangular

Se representa una señal triangular periódica a trozos de la siguiente manera, esta última señal no tiene indeterminaciones, razón por la cual se podrá contrastar con las demás la ausencia del fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

$$F(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T} t \text{ si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ \frac{-2A}{T} + 2A \text{ si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ F(t) = F(t \pm T) \end{cases}$$



Gráfica 5. Un periodo de una señal triángulo

Ahora bien, para hallar sus respectivos coeficientes de la serie de Fourier se realizó el siguiente desarrollo matemático:

Recordando que nuestra señal la definimos como:

$$F(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T}t & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{2A}{T}t + 2A & \text{si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ F(t) = F(t \pm T) & \end{cases}$$

Se procede a calcular los coeficientes a_0 , a_k y b_k

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \frac{2A}{T} t \cos(kwt) dt + \int_{t=T/2}^T \left(\frac{-2At}{T} + 2A \right) \cos(kwt) dt$$

$$a_k = \frac{4A}{T^2} \int_0^{T/2} t \cos(kwt) dt + \frac{2}{T} \int_{t=T/2}^T \frac{-2A}{T} t \cos(kwt) dt + \frac{2}{T} \int_{t=T/2}^T 2A \cos(kwt) dt$$

$$a_k = \frac{4A}{T^2} \int_0^{T/2} t \cos(kwt) dt - \frac{4A}{T^2} \int_{t=T/2}^T t \cos(kwt) dt + \frac{4A}{T} \int_{t=T/2}^T 2A \cos(kwt) dt$$

Se aplica la propiedad de la integral por partes que dice que



$$\int u dv = uv - \int v du$$

Dando como resultado el ejercicio:

$$a_k = \frac{4A}{T^2} \left[\frac{t \text{Sen}(kwt)}{kw} - \int_{t=0}^{T/2} \frac{\text{Sen}(kwt)}{kw} dt \right] - \frac{4A}{T^2} \left[\frac{t \text{Sen}(kwt)}{kw} - \int_{t=T/2}^T \frac{\text{Sen}(kwt)}{kw} dt \right] + \frac{4A \text{Sen}(kwt)}{Tkw}$$

$$a_k = \frac{4A}{T^2 kw} \left[t \text{Sen}(kwt) + \frac{\text{Cos}(kwt)}{kw} \right] - \frac{4A}{T^2 kw} \left[t \text{Sen}(kwt) + \frac{\text{Cos}(kwt)}{kw} \right] + \frac{4A}{kT w} \text{Sen}(kwt)$$

Se evalúan los límites de cada integral y se hace $w = \frac{2\pi}{T}$

$$a_k = \frac{4A}{T^2 k \frac{2\pi}{T}} \left[\frac{T}{2} \text{Sen}(kwt) + \frac{T \text{Cos}(k \frac{2\pi T}{T^2})}{2\pi k} \right] - \frac{2A}{Tk\pi} \left[0 + \frac{T}{2\pi k} \right]$$

$$- \frac{2A}{Tk\pi} \left[T \text{Sen}(k \frac{2\pi}{T} T) + \frac{\text{Cos}(k \frac{2\pi}{T} T) T}{2\pi k} \right] + \frac{2A}{Tk\pi} \left[\frac{T}{2} \text{Sen}(k \frac{2\pi T}{2T}) + \frac{T \text{Cos}(k \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{2})}{2\pi k} \right]$$

$$+ \frac{4A}{k \frac{2\pi}{T} T} \left[\text{Sen}(k \frac{2\pi}{T} T) - \text{Sen}(k \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{2}) \right]$$

$$a_k = \frac{2A}{Tk\pi} \left[0 + \frac{T(-1)^k}{2\pi k} \right] - \frac{A}{\pi^2 k^2} - \frac{2A}{Tk\pi} \left[0 + \frac{T}{2\pi k} \right] + \frac{2A}{Tk\pi} \left[0 + \frac{T(-1)^k}{2\pi k} \right] + \frac{2A}{k\pi} [0 - 0]$$

$$a_k = \frac{A(-1)^k}{k^2 \pi^2} - \frac{A}{\pi^2 k^2} - \frac{A}{k^2 \pi^2} + \frac{A}{k^2 \pi^2} (-1)^k$$

$$a_k = \frac{A}{k^2 \pi^2} [(-1)^k - 1 - 1 + (-1)^k]$$

Por lo tanto, a_k es igual a:

$$a_k = \frac{A}{k^2 \pi^2} [2(-1)^k - 2]$$

Se procede a calcular b_k

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T/2} \frac{2At}{T} \text{Sen}(kwt) dt + \frac{2}{T} \int_{t=T/2}^T \left(\frac{-2At}{T} + 2A \right) \text{Sen}(kwt) dt$$

$$b_k = \frac{4A}{T^2} \int_{t=0}^{T/2} t \text{Sen}(kwt) dt - \frac{4A}{T^2} \int_{t=T/2}^T t \text{Sen}(kwt) dt + \frac{4A}{T} \int_{t=T/2}^T \text{Sen}(kwt) dt$$

Aplicando

$$\int u dv = uv - \int v du$$



$$b_k = \frac{4A}{T^2} \left[\frac{-t \cos(kwt)}{kw} + \int_{t=0}^{T/2} \frac{\cos(kwt)}{kw} dt \right] - \frac{4A}{T^2} \left[\frac{-t \cos(kwt)}{kw} + \int_{t=T/2}^T \frac{\cos(kwt)}{kw} dt \right] + \frac{4A}{T} \left(\frac{-\cos(kwt)}{kw} \right)$$

Luego de evaluar límites y hacer $w = \frac{2\pi}{T}$

$$b_k = \frac{-2A(-1)^k}{k\pi} + \frac{2A(-1)^k}{k\pi} + \frac{2A}{k\pi} - \frac{2A}{k\pi}$$

Por lo tanto

$$b_k = 0$$

Se calcula a_0 :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t=0}^{T/2} \frac{2A}{T} t + \frac{1}{T} \int_{t=T/2}^T \left(\frac{-2A}{T} t + 2A \right) dt$$

$$a_0 = \frac{2A}{T^2} \frac{t^2}{2} - \frac{2A}{T^2} \frac{t^2}{2} + \frac{2At}{T}$$

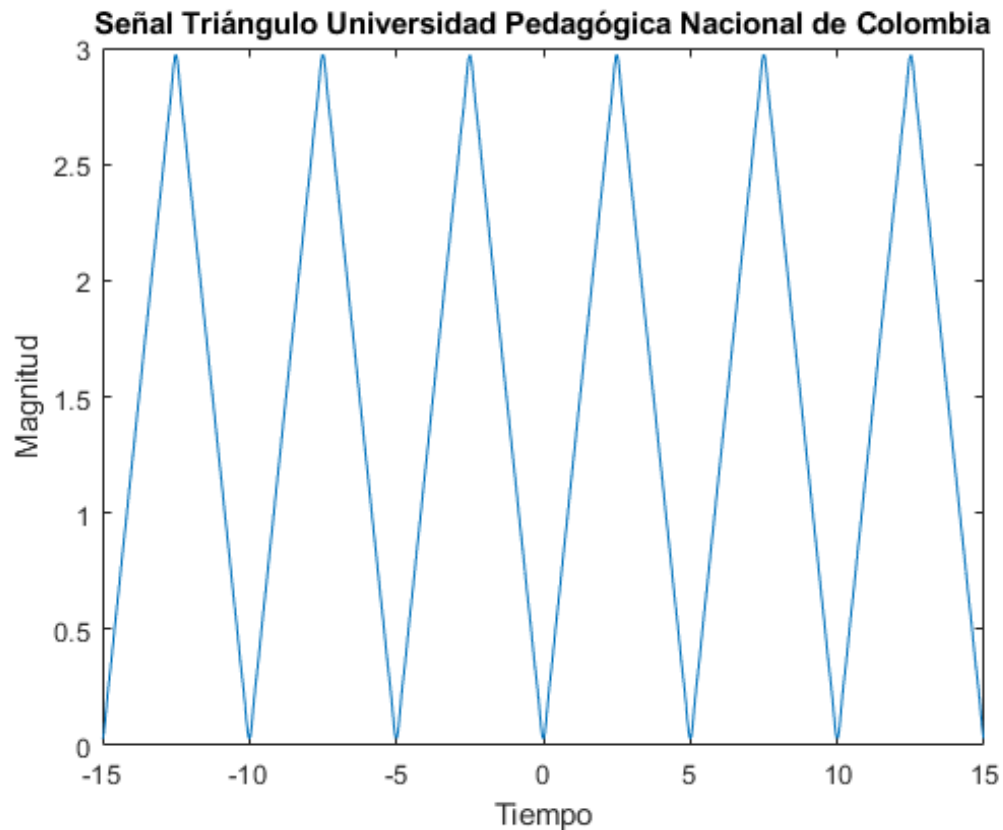
Evaluando los límites de cada integral queda:

$$a_0 = \frac{A}{4} - A + \frac{A}{4} + 2A - A = \frac{A}{4} + \frac{A}{4}$$

$$a_0 = \frac{A}{2}$$

Por lo anterior, la señal triangular equivale en la ecuación de síntesis a:

$$f(t) \approx \frac{A}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A}{k^2 \pi^2} [2(-1)^k - 2] \cos(kwt)$$



Gráfica 6. Señal triangular representada mediante la serie de Fourier anteriormente calculada analíticamente, con 20 armónicos.

Como se puede observar, esta señal fue representada con 20 armónicos y aun así no se observa fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Tabla 23. CD "Condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier" (escrito).

Contenido digital 1.5.1-3.1.1: Condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier
Tipo: video
Descripción (guion): En este vídeo se explica el criterio de convergencia de la serie de Fourier expuesto por Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet con sus 3 condiciones fundamentales a la hora de representar señales con la serie de Fourier. 0:00 Criterio de convergencia 1:15 Serie de Fourier 2:35 Condición 1: Integrabilidad 5:19 Condición 2: Máximos y mínimos 7:17 Condición 3: Indeterminaciones finitas Se hace la explicación de cada una de las condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier.



Tabla 24. CD "Condición 1: Integrabilidad de las señales" (escrito).

Contenido digital 1.5.1-3.1.2: Condición 1: Integrabilidad de las señales

Tipo: escrito

Descripción: Se entiende por integrabilidad en las señales a que el área bajo la curva de la señal a integrar sea menor que infinito ∞ en el periodo de tiempo seleccionado en los límites de la integral, es decir:

$$|a_k| \leq \frac{2}{T} \int_T |f(t) \cos(k\omega t)| dt = \frac{2}{T} \int_T |f(t)| dt$$

Entonces, debe cumplirse que:

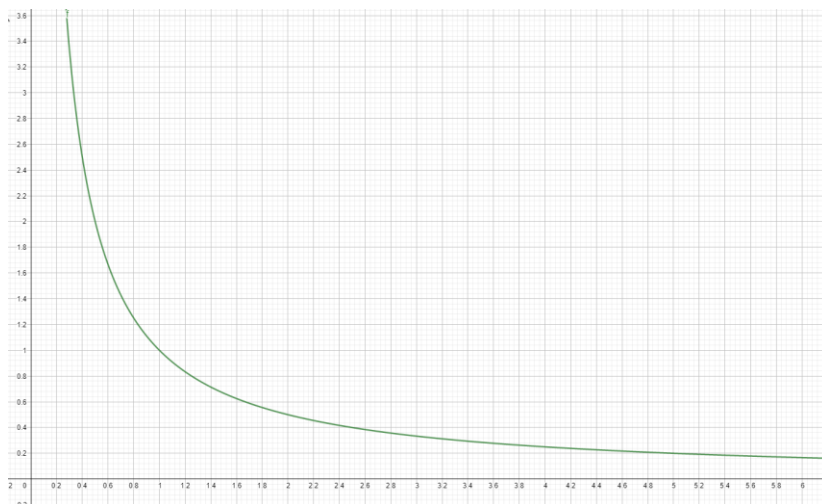
$$\int_T |f(t)| dt < \infty$$

Existen varias señales que no cumplen esta condición si se toma un periodo donde la señal se indetermina o crece infinitamente.

La primera:

$$f(t) = \frac{1}{t}, 0 < t \leq 1$$

El área bajo la curva de esta señal crece infinitamente cuando $t = 0$, razón por la cual se dice que es una señal no integrable en el periodo de tiempo $0 < t \leq 1$



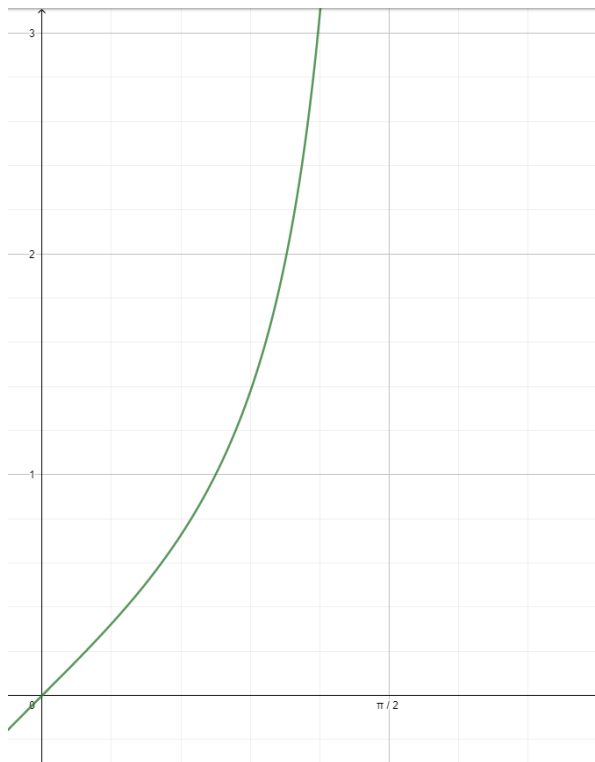
Gráfica 1. Señal $f(t) = \frac{1}{t}$



La segunda:

Otra señal que diverge en el periodo de tiempo de $0 < t \leq \frac{\pi}{2}$ es la señal

$$f(t) = \tan(t)$$



Grafica 2 Señal $f(t) = \tan(t)$, $0 < t \leq \frac{\pi}{2}$

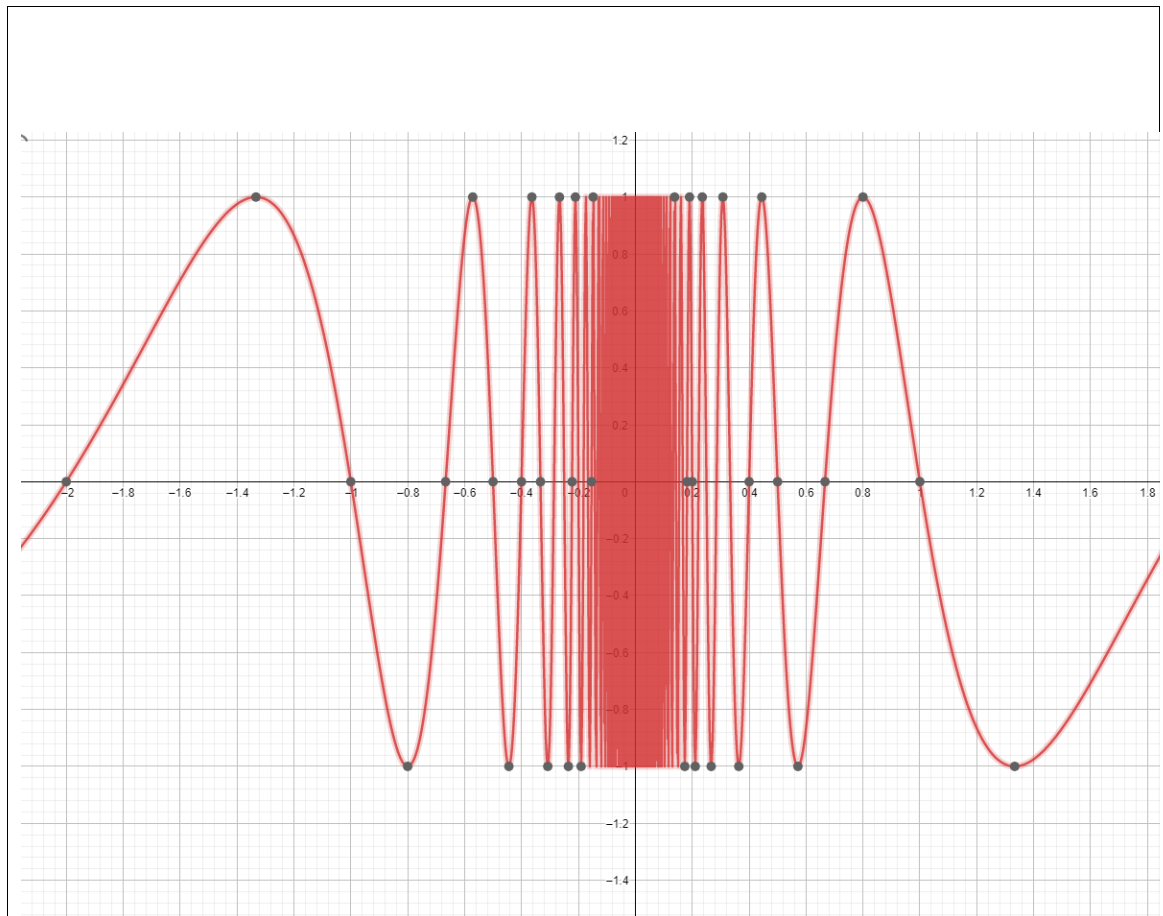
Tabla 25. CD "Condición 2: Máximos y mínimos en las señales" (escrito).

Contenido digital 1.5.1-3.1.3: Condición 2: Máximos y mínimos en las señales

Tipo: escrito

Descripción: En cualquier periodo de la señal, ésta tiene un número finito de máximos y mínimos, es decir la oscilación de la señal entre su valor máximo y mínimo debe ser finito. Un ejemplo de señal que no cumple esta condición es la siguiente:

$$f(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{t}\right), 0 < t \leq 1$$



Gráfica 1. Señal $f(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{t}\right)$, en el periodo de tiempo de 0 a 1 los máximos y mínimos son infinitos.

Tabla 26. CD "Condición 3: Amplitud de las indeterminaciones de las señales" (escrito).

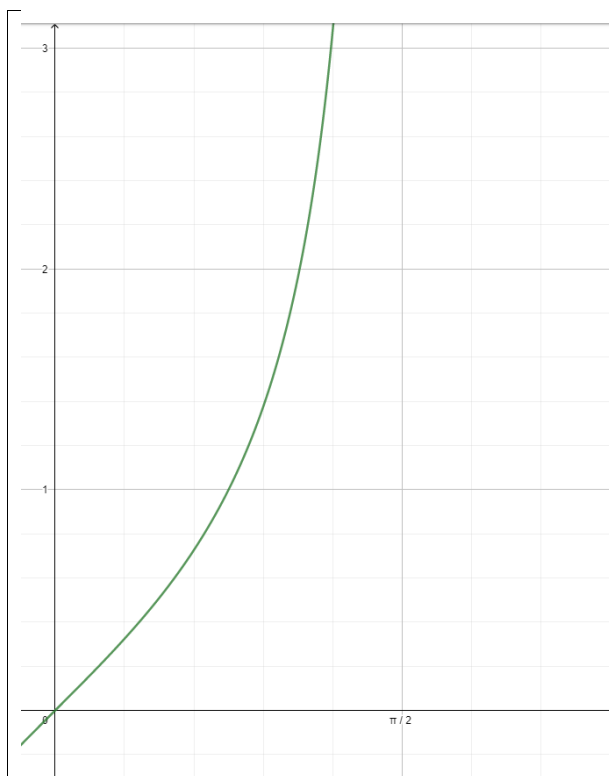
Contenido digital 1.5.1-3.1.4: Condición 3: Amplitud de las indeterminaciones de las señales

Tipo: escrito

Descripción: La última condición de Dirichlet respecto al criterio de convergencia de la serie de Fourier tiene que ver con las indeterminaciones de la señal periódica que se desee representar.

Para que una señal con discontinuidades se pueda representar con la serie de Fourier, es necesario que las discontinuidades sean finitas en amplitud y que además de eso en un periodo finito de tiempo, el número de discontinuidades sea finito.

La señal $f(t) = \tan(t), 0 < t \leq \frac{\pi}{2}$ además de incumplir la condición 1, tampoco cumple la condición 3 debido a que la amplitud de la discontinuidad es infinita.



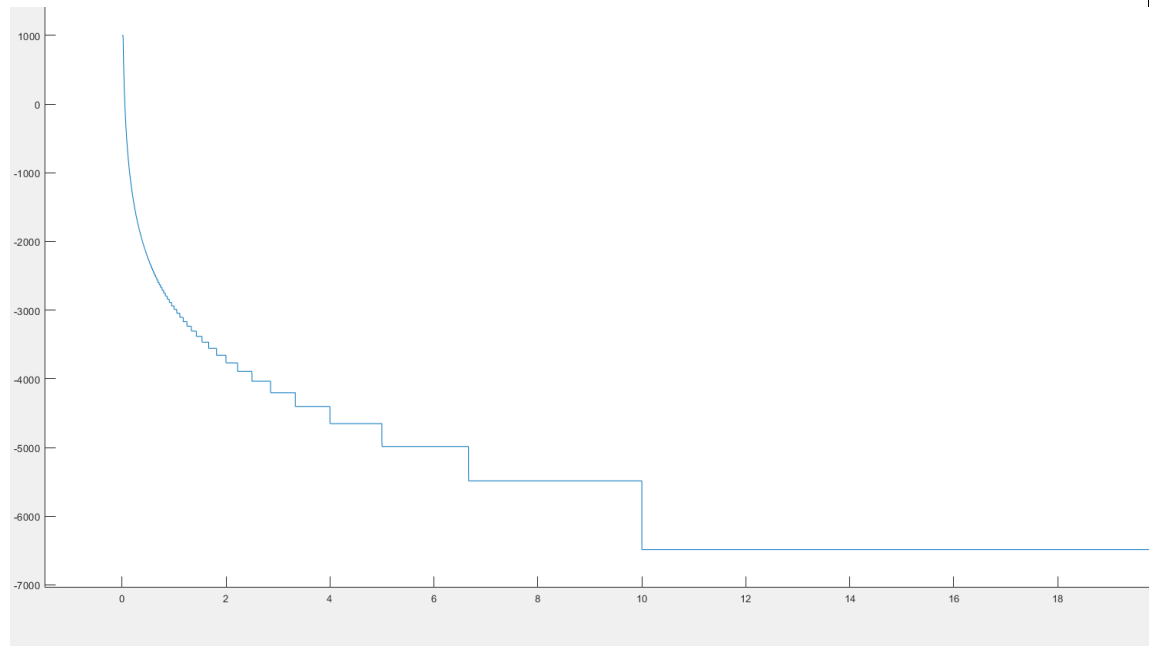
Grafica 1 Señal $f(t) = \tan(t), 0 < t \leq \frac{\pi}{2}$

Adicional a esto hay señales que teóricamente podrían tener discontinuidades infinitas como es el caso de la siguiente señal, la cual empieza a indeterminarse desde un periodo de tiempo infinitamente pequeño de su periodo fundamental T ($\frac{T}{n}$ cuando $n \rightarrow \infty$) y pasa abruptamente de un valor A a otro menor que va decreciendo con la resta de A menos $\frac{A}{2}, \frac{A}{3}, \frac{A}{4}, \frac{A}{5} \dots$ para un valor constante de A cualquiera.

$$f(t) = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} (f(t)) \\ A, 0 \leq t \leq \frac{T}{n} \\ A - \frac{A}{2}, \frac{T}{n-1} < t \leq \frac{T}{n-2} \\ \frac{A}{2} - \frac{A}{3}, \frac{T}{n-2} < t \leq \frac{T}{n-3} \\ \frac{A}{6} - \frac{A}{4}, \frac{T}{n-3} < t \leq \frac{T}{n-4} \\ \frac{-A}{12} - \frac{A}{5} \dots, \frac{T}{n-4} < t \leq \frac{T}{n-5} \\ f(t) = f(t+T) \end{cases}$$



Lo que sería de forma gráfica la siguiente señal:



Gráfica 2: Una señal con indeterminaciones infinitas, $A = 1000$ y $T = 20$

Esta señal tiene indeterminaciones infinitas, las cuales se repiten cada T tiempo.

Tabla 27. CD "Discontinuidad en una señal" (video).

Contenido digital 2.1.1-3.1.1: Discontinuidad en una señal
Tipo: video
Descripción (guion): En este vídeo se describen las características que tienen las discontinuidades en las señales, se analiza una discontinuidad finita y las discontinuidades infinitas
0:00 Clasificación de las discontinuidades
1:42 Ejemplo discontinuidad finita
3:18 Discontinuidades infinitas
4:00 Señal tangente (amplitud infinita)
5:00 Señal con número de discontinuidades infinitas
Esta aclaración se hace debido a que el fenómeno de Gibbs Wilbraham solo se da en la serie de Fourier continua específicamente en las discontinuidades de la señal.

Tabla 28. CD "Discontinuidad finita" (escrito).

Contenido digital 2.1.1-3.1.2: Discontinuidad finita
<p>Tipo: escrito</p> <p>Descripción: En las señales es común encontrar discontinuidades, sin embargo, la clase de discontinuidades donde se puede observar el fenómeno de Gibbs Wilbraham son de tipo FINITAS.</p> <p>Una discontinuidad finita se caracteriza porque su amplitud converge tal que:</p> $\int_T f(t) < \infty$ <p>O de otro modo que exista la integral.</p> <p>Una señal que tiene discontinuidades finitas es la siguiente:</p> $f(t) = \begin{cases} A, 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ \frac{A}{2}, \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, \frac{T}{2} \leq t \leq T \\ f(t) = f(t + T) \end{cases}$ <p>La representación gráfica de esta señal es algo parecido a una escalera de 2 peldaños</p> <p><i>Gráfica 1. Señal escalera con T=500 y A=3000</i></p> <p>La anterior señal es de indeterminaciones finitas debido a que en este caso solo se observan 2.</p>

Tabla 29. CD "Discontinuidad infinita" (escrito).

Contenido digital 2.1.1-3.1.3: Discontinuidad infinita
<p>Tipo: escrito</p>
<p>Descripción: Existen 2 casos en los cuales las discontinuidades en las señales se pueden clasificar en infinitas.</p> <p>El primer caso es cuando una señal periódica o aperiódica en un intervalo finito de tiempo su <i>número de indeterminaciones</i> diverge a infinito.</p> <p>El segundo caso es cuando en una señal periódica o aperiódica la <i>amplitud de la indeterminación</i> tiende a infinito en un periodo finito de tiempo.</p> <p>Una señal con un número de indeterminaciones infinito en un periodo de tiempo T finito y que además tiene una amplitud infinita es la siguiente:</p> $f(t) = \begin{cases} A, 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ A - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A}{2k}, t \geq \frac{T(2k-1)}{2k} \\ f(t) = f(t+T) \end{cases}$
<p>Grafica 1. Señal con indeterminaciones y amplitud infinita en T=20, A= 1000</p>

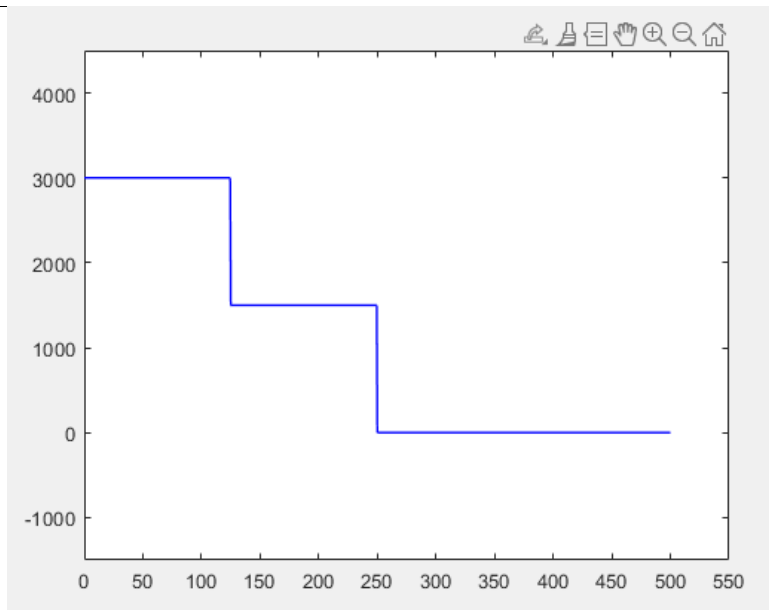


Tabla 30. CD "Amplitud del fenómeno de Gibbs" (video).

Contenido digital 2.2.1-3.1.1: Amplitud del fenómeno de Gibbs
Tipo: video
<p>Descripción (guion): En este vídeo se representa una señal con indeterminaciones finitas por medio de la serie de Fourier, luego se implementa el código en Matlab y se mide de forma visual la amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham</p> <p>0:20 Definición de señal en el tiempo.</p> <p>1:58 Serie de Fourier</p> <p>13:27 Resultado para ak</p> <p>27:07 Resultado para bk</p> <p>31:08 Resultado para a0</p> <p>33:14 Ecuación de síntesis completa</p> <p>33:21 Código en Matlab</p> <p>35:05 Medición visual del fenómeno de Gibbs – Wilbraham</p> <p>Con este vídeo se deja evidencia del proceso necesario para la construcción de una señal con la serie de Fourier para luego analizar la amplitud del fenómeno de Gibbs Wilbraham.</p>

Tabla 31. CD "Medición visual de la amplitud del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham" (escrito).

Contenido digital 2.2.1-3.1.2: Medición visual de la amplitud del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham
Tipo: escrito
<p>Descripción: Para empezar a saber cuánto es la amplitud del conocido fenómeno de Gibbs Wilbraham, se procederá a realizar la serie de Fourier de la señal escalera estudiada anteriormente, luego se implementará un código en Matlab para su graficación, a partir de ahí se procederá con la medición de la amplitud total con la herramienta de zoom de la gráfica y se calculará el porcentaje de amplitud del fenómeno de Gibbs Wilbraham para todas las indeterminaciones de un periodo finito T.</p> <p>Se resuelve la serie de Fourier de la señal Escalera definida como:</p> $f(t) = \begin{cases} A, 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ \frac{A}{2}, \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, \frac{T}{2} \leq t \leq T \\ f(t) = f(t + T) \end{cases}$ <p>Cuya representación gráfica es la siguiente</p>



Gráfica 1. Señal escalera con T=500 y A=3000

Luego de describir el análisis matemático, se concluye que:

$$a_k = \left[\frac{A}{2\pi k} \right] \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)$$

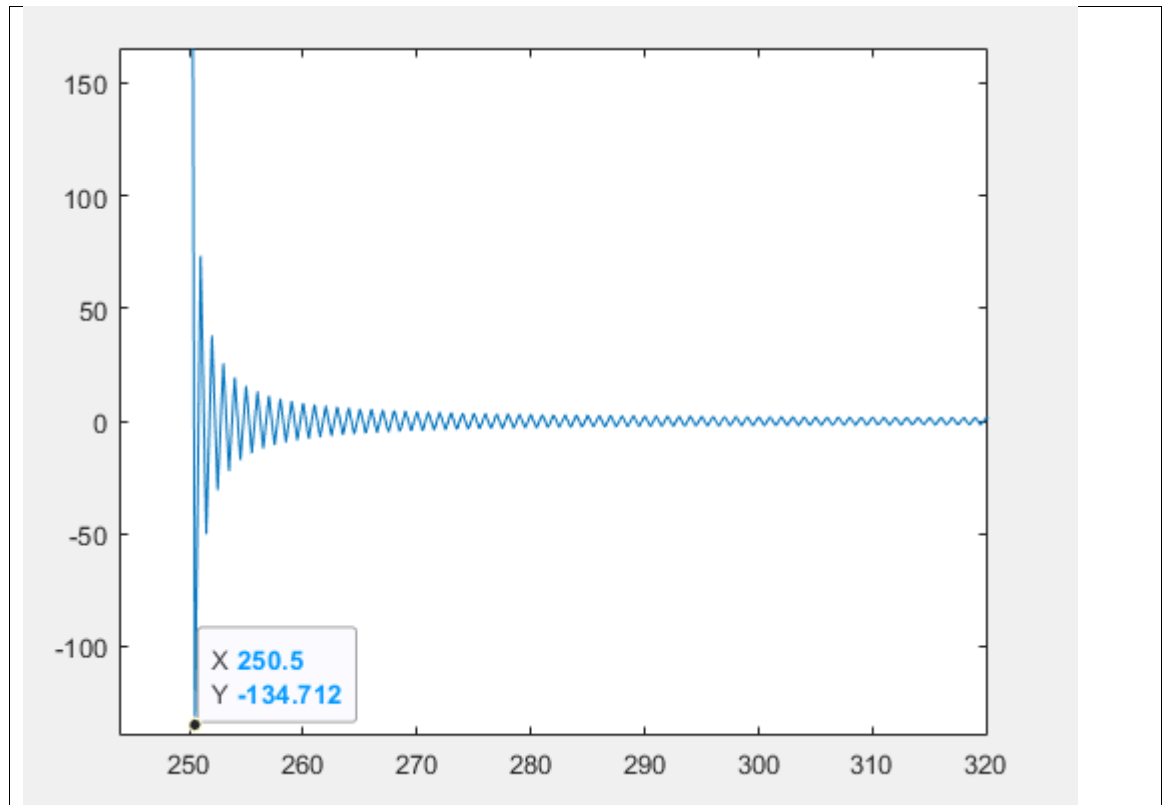
$$b_k = \frac{A}{2\pi k} \left[2 - \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right) - (-1)^k \right]$$

$$a_0 = \frac{3A}{8}$$

Se implementa la ecuación de síntesis en Matlab así:

```
Acumulador=0;
for k=1:Armonicos
    ak= (A/(2*pi*k))*sin((k*pi)/2);
    bk= (A/(2*pi*k))*(2 - (-1)^k - cos((k*pi)/2));
    Fdet= ak*cos((2*k*pi*t)/T) + bk*sin((2*k*pi*t)/T); %Se hace la sumatoria de
armónicos
    Acumulador=Acumulador+Fdet;
end
Fdet=Acumulador+((3*A)/8);
```

Luego se analiza cada indeterminación así:



Grafica 6. Zoom en el Fenómeno de Gibbs Wilbraham, Discontinuidad en $\frac{T}{2}$, Amplitud visible: -134.71

Y por último se calcula el porcentaje de amplitud de cada indeterminación bajo el siguiente criterio:

$$\text{Porcentaje del Fenómeno de Gibbs Wilbraham} = \frac{\text{AmplitudVista} - \text{AmplitudNormal}}{A} * 100 = X\%$$

Tabla 32. CD "Medición con código del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham" (escrito).

Contenido digital 2.2.1-3.1.2: Medición con código del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham
Tipo: escrito
Descripción: En este escrito se detalla la creación de un código en Matlab mediante el cual se puede medir la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham con la ayuda de la función max(f(t)).
Tal como se vio de forma visual y el análisis que se hizo con la señal escalera, se hará el mismo análisis de la búsqueda del máximo de la señal de forma automática con la ayuda del comando max(f(t))
<code>%En este Código se realizó la serie de Fourier a señales</code>



```
%periódicas con periodo T

% Primero que todo, es necesario limpiar todo y cerrar todo por seguridad
clear all

close all

clc

%Luego se crea la variable T, A y Armónicos

T= 500;

A=3000;

Armonicos=100;

%Según el teorema de Nyquist-Shannon, es necesario muestrear mínimo 2
%veces más que la frecuencia de muestreo. Por esto el muestreo es 1/1000
%veces del periodo T

Tm=0; % Defino la variable de muestreo de la señal graficada

tinicio=0; % Defino el tiempo de inicio

Tm=T/1000; % Defino El tiempo de muestreo

periodosAGraficar = 1; % Defino el número de periodos que deseo graficar

limiteGraficacion = periodosAGraficar*T; % Función que permite dejar el
%límite de graficación en función de los periodos a graficar.

t=tinicio:Tm:limiteGraficacion; % Defino VECTOR DE TIEMPO

xlim([tinicio (limiteGraficacion+(limiteGraficacion/10))]); %Limite t
%del plano

ylim([-1*(A/2) (A+A/2)]); % Límite f(t) del plano

Acumulador=0; % Defino variable acumuladora

for k=1:Armonicos % INICIA ciclo de la ecuación de síntesis

    ak= (A/(2*pi*k))*sin((k*pi)/2); % Defino ak

    bk= (A/(2*pi*k))*(2 - (-1)^k - cos((k*pi)/2)); % Defino bk

    Fdet= ak*cos((2*k*pi*t)/T) + bk*sin((2*k*pi*t)/T); %Se hace la
sumatoria de armónicos (Ecuación de síntesis)

    Acumulador=Acumulador+Fdet; % Defino sumatoria
```




```
End % Defino fin de la ecuación de síntesis
```

```
Fdet=Acumulador+((3*A)/8) % Se suma a0 al valor de la ecuación de  
síntesis
```

```
AFGibbs= max(Fdet)-A; % Aquí es donde se determina el máximo de la  
%función, se le resta A y se obtiene la magnitud del fenómeno de Gibbs  
- %Wilbraham
```

```
AFGibbsPorcentajeV=(AFGibbs/A)*100 +"%" % Defino el porcentaje respecto  
a A del fenómeno de Gibbs - Wilbraham sin ; para que se vea en consola.
```

```
plot(t,Fdet) %Se grafica el número de armónicos seleccionado por el  
usuario
```

Con éste código se pueden manipular los valores de armónicos, A, T e igual obtener el valor correcto del porcentaje de fenómeno de Gibbs – Wilbraham de la función, la prueba es que con los 500 armónicos que se calculó de forma visual, se obtiene un 8.965% al igual que los cálculos anteriores

```
AFGibbsPorcentajeV =  
  
"8.965%"
```

Porcentaje Fenómeno de Gibbs con 500 armónicos

Sin embargo si se cambia el número de armónicos, el porcentaje del fenómeno de Gibbs – Wilbraham cambia también

```
AFGibbsPorcentajeV =  
  
"4.9593%"
```

Porcentaje Fenómeno de Gibbs con 367 armónicos.

Algo inesperado es que no necesariamente a medida que el número de armónicos aumenta disminuye la amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Tabla 33. CD "Armónicos vs Amplitud en el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham" (video).

Contenido digital 2.3.1.1.1: Armónicos vs Amplitud en el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham

Tipo: video

Descripción (guion): En este vídeo se explica el uso de la función max() de Matlab para medir la amplitud del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham en la serie de Fourier.

[0:42](#) Función max() Matlab

[1:03](#) Testeo con número de armónicos



[3:36](#) Testeo armónico a armónico con un ciclo for adicional

[5:47](#) Gráfica a un máximo de 500 armónicos

[6:59](#) Cálculo para 1500 armónicos

[10:00](#) Testeo con la señal escalón a 500 armónicos

[10:50](#) 10000 armónicos

En este código se analiza cómo es el comportamiento del fenómeno de Gibbs conforme el número de armónicos aumenta. Se concluye el comportamiento oscilatorio de este fenómeno y su amplitud cero en múltiplos de 1000.

Tabla 34. CD "Código Fenómeno de Gibbs – Wilbraham vs número de Armónicos" (escrito).

Contenido digital 2.3.2.1.1: Código Fenómeno de Gibbs – Wilbraham vs número de Armónicos

Tipo: escrito

Descripción: Luego de observar que se puede saber la magnitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham mediante el comando $\max(f(t))$, para un número de armónicos determinado, se procede a concatenar el ciclo de la ecuación de síntesis con otro que cuente un número de armónicos desde 1 hasta un número definido previamente y que cada vez que se calcule el máximo, se guarde el valor en un vector v para luego realizar la graficación, por obvias razones discreta, del porcentaje de amplitud que tiene el fenómeno de Gibbs – Wilbraham para una función construida con un número de armónicos variable.

El resultado es una gráfica con armónicos en el eje independiente, por esto es discreta y en el eje dependiente, el porcentaje de amplitud de la señal que representa el fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

```
% Primero que todo, es necesario limpiar todo y cerrar todo por seguridad
clear all;
close all;
clc;

%Luego se crea la variable T, A, Armónicos y Armónico Final, el cual
será %el último armónico donde se medirá el fenómeno de Gibbs - Wilbraham

T= 500;

A=3000;

v=[0]; % Se inicializa el vector v

ArmonicoFinal=1000; % Defino el armónico final donde se medirá el
fenómeno de Gibbs.

for Armonicos = 1: ArmonicoFinal %SE INICIA EL CICLO QUE MEDIRÁ EL
%FENÓMENO DE GIBBS - WILBRAHAM PARA CADA ARMONICO HASTA EL ARMÓNICO
FINAL
```



```
%Según el teorema de Nyquist-Shannon, es necesario muestrear mínimo 2
%veces más que la frecuencia de muestreo. Por esto el muestreo es 1/1000
%veces del periodo T

Tm=0; % Defino la variable de muestreo de la señal graficada

tinicio=0; % Defino el tiempo de inicio

Tm=T/1000; % Defino El tiempo de muestreo

periodosAGraficar = 2; % Defino el número de periodos que deseo graficar

limiteGraficacion = periodosAGraficar*T; % Función que permite dejar el
%límite de graficación en función de los periodos a graficar.

t=tinicio:Tm:limiteGraficacion; % Defino VECTOR DE TIEMPO

xlim([tinicio (limiteGraficacion+(limiteGraficacion/10))]); % Límite t %del plano
%Limite t %del plano

ylim([-1*(A/2) (A+A/2)]); % Límite f(t) del plano

Acumulador=0; ; % Defino variable acumuladora

for k=1:Armonicos % INICIA subciclo de la ecuación de síntesis

    ak= (A/(2*pi*k))*sin((k*pi)/2); % Defino ak

    bk= (A/(2*pi*k))*(2 - (-1)^k - cos((k*pi)/2)); % Defino bk

    Fdet= ak*cos((2*k*pi*t)/T) + bk*sin((2*k*pi*t)/T); %Ecuación de
síntesis

    Acumulador=Acumulador+Fdet; % Defino sumatoria

End

Fdet=Acumulador+((3*A)/8) % Se suma a0 al valor de la ecuación de
síntesis

AFGibbs= max(Fdet)-A; % Aquí es donde se determina el máximo de la
%función, se le resta A y se obtiene la magnitud del fenómeno de Gibbs
- %Wilbraham

AFGibbsPorcentajeV=(AFGibbs/A)*100; % Defino el porcentaje respecto a
A del fenómeno de Gibbs - Wilbraham sin
```



```
v =[v,AFGibbsPorcentajeV] % Defino el vector v donde se guardará el
%porcentaje de amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham para armónicos
%desde 1 hasta armónico final (sólo números enteros)

end

ar= 0:1:ArmonicoFinal; % Defino vector de armónicos

dimension = length(v); % Defino la dimensión del vector v

v;

stem(ar,v) % Se grafica de forma DISCRETA la amplitud del fenómeno de
%Gibbs - Wilbraham para cada número de armónicos

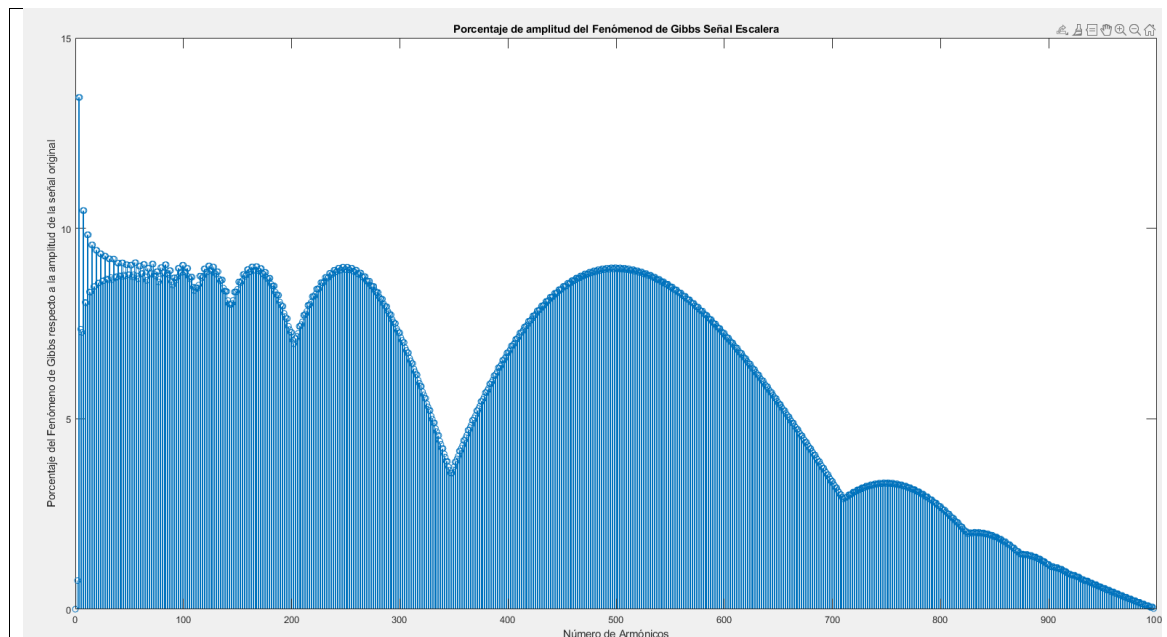
title('Porcentaje de amplitud del Fenómeno de Gibbs Señal Escalera')

xlabel('Número de Armónicos')

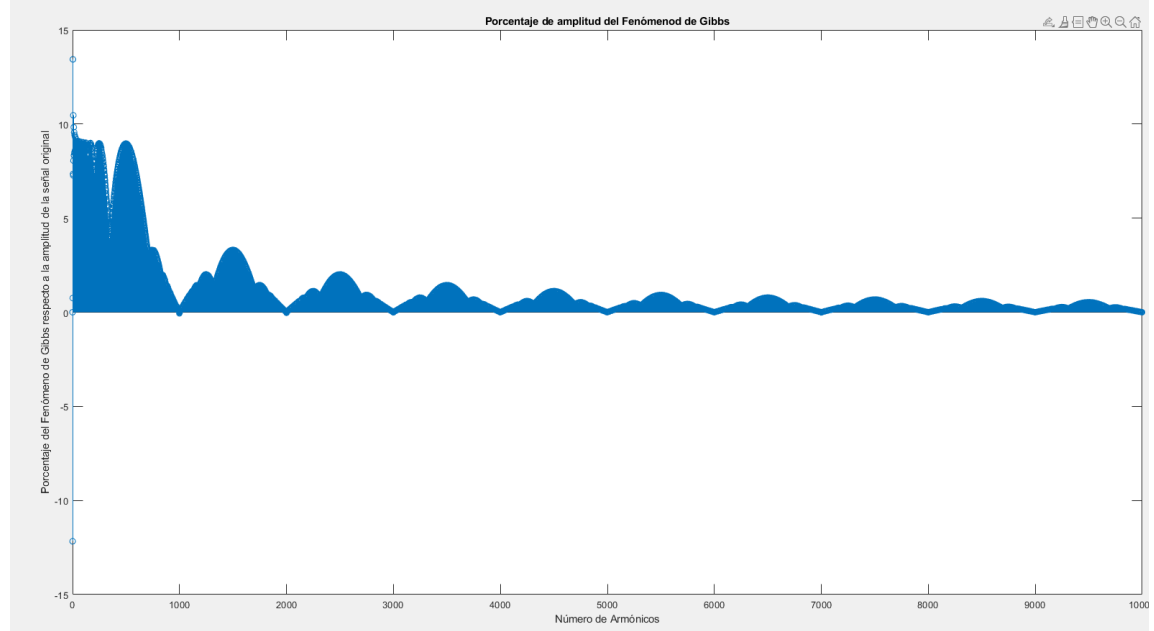
ylabel('Porcentaje del Fenómeno de Gibbs respecto a la amplitud de la
señal original')
```

Ahora bien, el resultado requiere de una gran cantidad de tiempo de cálculo en el computador debido a que, para cada número de armónicos, se hace la serie de Fourier con el objetivo de determinar la amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham

El resultado para un máximo de 1000 armónicos se observa en la gráfica 1 y 10000 armónicos en la gráfica 2.



Gráfica 1. Porcentaje de amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham con 1000 armónicos máximo



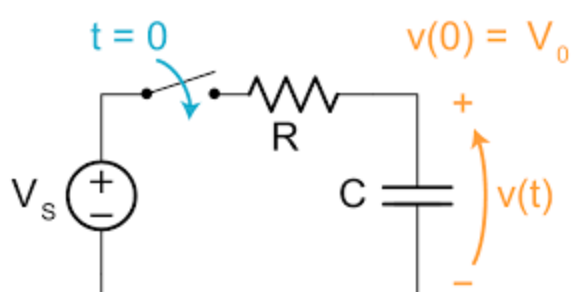
Gráfica 2. Porcentaje de amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham con 10000 armónicos máximo

Tal como se observa en las anteriores gráficas, se puede observar que el fenómeno de Gibbs-W Wilbraham es de carácter oscilatorio y tiene puntos donde es mínimo y otros puntos donde es máximo y con esto se descarta que a medida que se aumenta el número de armónicos, este fenómeno se atenúa linealmente.

Tabla 35. CD "Representación eléctrica de una señal construida con la Serie de Fourier" (escrito).

Contenido digital 2.3.2.1.1: Representación eléctrica de una señal construida con la Serie de Fourier
Tipo: video
<p>Descripción (guion): En este vídeo se explica una forma de representar eléctricamente la serie de Fourier de forma eléctrica y poder verla mediante un osciloscopio en Simulink utilizando la tarjeta Arduino UNO como receptora de datos.</p> <p>0:00 Inicio</p> <p>0:51 DAC</p> <p>3:48 Código generador</p> <p>5:28 Obtención de los datos de la señal</p> <p>9:29 Programación Arduino DUE</p> <p>9:52 Obtención del tiempo de muestro para el osciloscopio Simulink</p> <p>15:20 Osciloscopio Simulink (Matlab R2021a)</p> <p>23:38 Prueba en el osciloscopio</p> <p>24:27 Determinación de la frecuencia de la señal</p> <p>Con este vídeo queda constancia de una de las opciones que existen hoy en día para la representación y visualización de señales eléctricas en el computador si no se cuenta con un osciloscopio.</p>

Tabla 36. CD "Análisis temporal del circuito RC" (video).

Contenido digital 3.1.1-3.1.1: Análisis temporal del circuito RC
Tipo: video
<p>Descripción: En el vídeo se describe el procedimiento matemático con ecuaciones diferenciales para encontrar analíticamente la carga de un condensador, se hace el siguiente procedimiento:</p> <p>El siguiente circuito cierra el interruptor cuando $t=0$, se procede con el análisis en el dominio del tiempo:</p>  <p style="text-align: center;">$V_s = A, V_0 = 0, q_0 = 0$</p>



$$A = Ri + \frac{1}{C} \int i dt$$

Sabemos que:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Entonces

$$A = Ri + \frac{1}{C} \int \frac{dq}{dt} dt$$

$$A = Ri + \frac{1}{C} \int_{q=0}^q dq$$

$$A = Ri + \frac{q}{C}$$

Se deriva respecto al tiempo en ambos lados de la igualdad

$$0 = \frac{Rdi}{dt} + \frac{dq}{Cdt}$$

Se multiplica ambos términos de la igualdad por $\frac{1}{R}$

$$0 = \frac{di}{dt} + \frac{dq}{dtRC}$$

Recordando que

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Se reescribe:

$$0 = \frac{di}{dt} + \frac{i}{RC}$$

Por variables separables se tiene que:

$$\frac{-i}{RC} = \frac{di}{dt}$$

Separamos variables

$$\frac{-dt}{RC} = \frac{di}{i}$$



Integramos ambos lados de la igualdad

$$\int_{t=0}^t \frac{-dt}{RC} = \int_{i=i_0}^i \frac{di}{i}$$

Se resuelven las integrales y se evalúan límites:

$$\frac{-t}{RC} = \ln(i) - \ln(i_0)$$

Por propiedades de los logaritmos se tiene que:

$$\frac{-t}{RC} = \ln\left(\frac{i}{i_0}\right)$$

Aplicamos la exponencial e a ambos lados:

$$e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} = e^{\ln\left(\frac{i}{i_0}\right)}$$

El logaritmo natural se cancela quedando:

$$e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} = \frac{i(t)}{i_0}$$

Por lo tanto

$$i(t) = i_0 e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

Sabemos que i_0 es $\frac{A}{R}$ debido a que en $t=0$ el capacitor previamente descargado se comporta como circuito cerrado o corto circuito, entonces:

$$i(t) = \frac{A}{R} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

Para pasar la respuesta de la carga de la corriente al voltaje tenemos que:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{A}{R} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

Por variables separables e integración en ambos términos, tenemos que:

$$\int_{q=q_0}^q dq = \int_{t=0}^t \frac{A}{R} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} dt$$

Resolviendo las integrales y evaluando los límites queda:



$$q - q_0 = \frac{-RCA}{R} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} \Bigg|_{t=0}^t$$

Como la carga inicial es cero, entonces:

$$q = -CAe^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} + CA$$

Sabemos que $\Delta V_c = \frac{q}{c}$ entonces:

$$\frac{q}{C} = \frac{-CA}{C} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} + \frac{CA}{C}$$

$$\frac{q}{C} = -Ae^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} + A$$

Haciendo factor común y reemplazando:

$$V_c(t) = A \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

Al final se concluye que algo importante que se puede analizar con este procedimiento matemático en el dominio temporal es que, al usar una fuente de voltaje constante, la derivada de esta es cero y esto simplifica mucho la complejidad de la ecuación diferencial necesaria para dar solución al sistema.

Si la fuente de voltaje no fuera constante, la complejidad del análisis aumentaría. Sin embargo, con la transformada de Fourier se pasa del análisis en el tiempo al análisis frecuencial y esto hace que los circuitos sean más sencillos de resolver.

Tabla 37. CD "Solución por ecuaciones diferenciales del sistema RC" (escrito).

Contenido digital 3.1.1-3.1.2: Solución por ecuaciones diferenciales del sistema RC
Tipo: escrito
Descripción: Este escrito es la digitalización de lo que se hizo en el vídeo. Se describe el procedimiento matemático con ecuaciones diferenciales de la carga del condensador llegando a la expresión: $V_c(t) = A \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$ Se grafica la función y se concluye la importancia de que el voltaje de la fuente fuera constante para el cumplimiento del análisis matemático

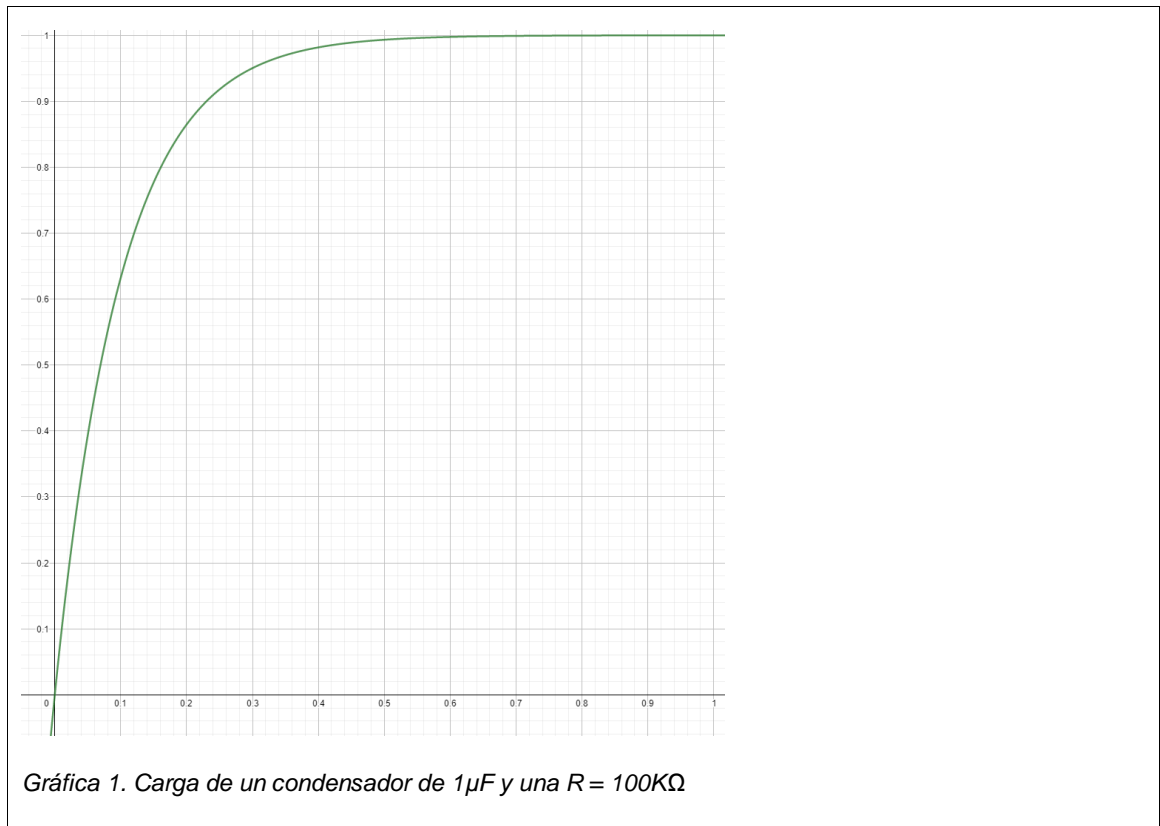


Tabla 38. CD "La transformada de Fourier de señales en el tiempo2 (video).

Contenido digital 3.1.1-3.1.3: La transformada de Fourier de señales en el tiempo
Tipo: video
Descripción: En este vídeo se describen algunas propiedades de la transformada de Fourier para señales periódicas y aperiódicas, así como también se hace un breve repaso de lo que es la variable compleja y sus diferentes representaciones. Por último, se resuelve un circuito RC en serie utilizando la transformada de Fourier para encontrar tanto la impedancia del capacitor, como el voltaje en el condensador para el dominio temporal y la frecuencia de corte. 1:25 Notación números complejos 3:32 Exponencial real 5:26 Exponencial compleja 7:38 Transformada de Fourier definición 9:29 Ejemplo transformada. 15:02 Pares de transformadas de Fourier 15:17 Solución de un circuito en el dominio $j\omega$ 17:03 Propiedad derivación e integración en la Transformada de Fourier 25:58 Respuesta en frecuencia del RC 26:10 Transformada inversa de Fourier 36:13 Olvidé colocar el signo negativo al exponente de la segunda exponencial, pues al pasar a ser numerador, j se multiplica por -1



[39:29](#) Respuesta temporal del circuito RC a una entrada oscilatoria

[40:40](#) RC como filtro pasabajas

[41:22](#) Frecuencia de corte del filtro pasabajas salida por condensador

[42:34](#) El filtro RC para la atenuación del fenómeno de Gibbs

[45:10](#) Resistencia del circuito

[45:31](#) Prueba en el Osciloscopio

Se da una introducción a lo que son los números complejos, sus diferentes notaciones y su relación con la exponencial compleja

$$e^{j(\omega t + \theta)} = \cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)$$

Se hace la transformada de Fourier de la señal $f(t) = Ae^{-at}$ como ejemplo.

Luego se habla de la propiedad de **derivación e Integración**, la cual es una de las propiedades más importantes para el análisis de sistemas LTI que se describen mediante ecuaciones diferenciales debido a que derivar en el dominio de la frecuencia compleja equivale a multiplicar por $j\omega$ e integrar a multiplicar por el inverso multiplicativo de $j\omega$ ($\frac{1}{j\omega}$), es decir:

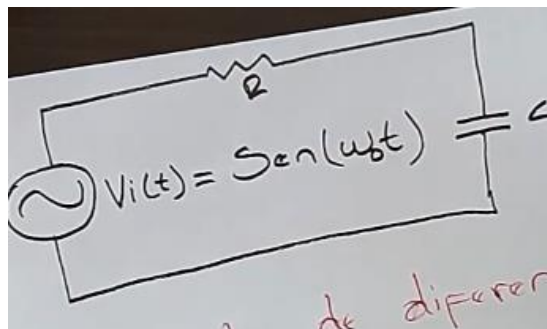
Para la derivación queda que:

$$\frac{df(t)}{dt} \xleftrightarrow{f} j\omega f(j\omega)$$

Para la integración queda:

$$\int_{\tau=-\infty}^t f(\tau) d\tau \xleftrightarrow{f} \frac{1}{j\omega} f(j\omega) + \pi f(0)\delta(\omega)$$

Al final se soluciona un circuito RC con una entrada senoidal de la siguiente manera:





$$V_i(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Se aplica transformada de Fourier en ambos lados de la igualdad

Como $V_i(t) = \sin(\omega_0 t)$, entonces

$$j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)] = Ri(j\omega) + \frac{1}{Cj\omega} i(j\omega)$$

Como se observa, se aplicó la propiedad de integración en la integral que expresa el valor de voltaje del condensador, razón por la cual llegamos al concepto de impedancia del capacitor, el cual es $\frac{1}{j\omega C}$ pues es la expresión que multiplica a $i(j\omega)$ y por ley de ohm se concluye dicha impedancia.

Ya teniendo estos datos, se concluye, por divisor de tensión, que la función de transferencia $\left(\frac{V_o}{V_i}\right)$ es la siguiente:

$$\left(\frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}\right) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Pero como necesitamos saber cuál es la salida V_o se multiplica por V_i en ambos lados de la expresión. Lo cual nos deja lo siguiente:

$$V_o(j\omega) = \frac{\pi}{j} \left[\frac{[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]}{1 + j\omega RC} \right]$$

Regresamos al dominio temporal teniendo en cuenta la definición:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} f(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Ahora bien reemplazando $f(j\omega)$ nos queda:

$$V_o(t) = \frac{\pi}{j2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} \left[\frac{[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]}{1 + j\omega RC} \right] e^{j\omega t} d\omega$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\delta(\omega - \omega_0) e^{j\omega t}}{1 + j\omega RC} - \frac{\delta(\omega + \omega_0) e^{j\omega t}}{1 + j\omega RC} \right] d\omega$$

Se cancela π y por propiedad de selectividad del impulso cuadrado, es decir,



$$\int_{\omega=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega_0) f(\omega) d\omega = f(\omega_0)$$

Se obtiene que

$$V_o(t) = \frac{1}{2j} \left[\frac{e^{j\omega_0 t}}{1 + j\omega_0 RC} - \frac{e^{-j\omega_0 t}}{1 - j\omega_0 RC} \right]$$

Se pasa a forma exponencial el complejo del denominador

$$V_o(t) = \frac{1}{2j} \left[\frac{e^{j\omega_0 t}}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)} e^{j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} - \frac{e^{-j\omega_0 t}}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)} e^{-j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} \right]$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[\frac{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}}{e^{j\omega_0 t} e^{-j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} - \frac{1}{e^{j\omega_0 t} e^{-j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} \right]$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[\frac{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}}{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}} - \frac{1}{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}} \right]$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))} - e^{-j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))} \right]$$

Metemos el denominador 2j en los corchetes

$$V_o(t) = \frac{1}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[\frac{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))} - e^{-j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}}{2j} \right]$$

Lo que queda en los corchetes se convierte en una función seno

$$V_o(t) = \frac{1}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \sin(\omega_0 t - j \tan^{-1}(\omega_0 RC))$$

Se puede analizar que conforme ω_0 crece, la magnitud de la señal de salida se ve atenuada, por este motivo a este circuito con salida por condensador se le denomina filtro pasa bajas, pues deja pasar frecuencias bajas y atenúa las frecuencias altas.

Tabla 39. CD "Solución de circuitos con la Transformada de Fourier" (escrito).

Contenido digital 3.1.1-3.1.4: Solución de circuitos con la Transformada de Fourier



Tipo: escrito

Descripción: Jean-Baptiste Joseph Fourier analizó que, así como se podía representar una señal con senos y cosenos relacionados armónicamente en términos de k , funciones oscilatorias bajo la misma naturaleza, pero en el plano complejo podrían representarse en términos de la frecuencia compleja $j\omega$.

La exponencial compleja

Gracias a los estudios de Leonhard Paul Euler, aproximadamente 100 años antes que Fourier se sabe que:

$$e^{j(\omega t + \theta)} = \cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)$$

Como vemos, solo con colocar una j , es decir $(\sqrt{-1})$ que multiplique una expresión en el exponente del número Euler e , inmediatamente el número e pasa de tener un comportamiento exponencial a tener un comportamiento oscilatorio.

Otra de las características importantes de la *exponencial compleja* es que nos permite escribir números complejos en una forma más compacta, la cual es denominada *forma exponencial*

Demostrando:

Sea

$$z = a + jb$$

La ubicación del punto z , además de sus coordenadas reales, imaginarias también se puede ubicar con el **ángulo** respecto al eje real y su **distancia** desde el origen del plano hasta el punto z .

Ambas magnitudes se pueden saber usando el teorema de Pitágoras y leyes trigonométricas así:

$$z = |z|e^{j\theta}$$

Donde

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Y

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \text{ con } a > 0 \text{ y } b \in \mathbb{R}$$



La transformada de Fourier

A diferencia de la serie de Fourier, la transformada de Fourier pasa las funciones a analizar del dominio temporal al dominio de $j\omega$ y además de poder analizar circuitos solo con entradas de señales periódicas como también es el caso del análisis fasorial, la transformada de Fourier también nos permite analizar circuitos con entradas aperiódicas, partiendo de que una señal aperiódica puede entenderse como una señal periódica cuando el periodo T tiende a infinito.

La transformada de Fourier también tiene unas propiedades muy útiles en cuanto a diferenciación e integración, lo cual nos dará una demostración de por qué la impedancia del capacitor es efectivamente $\frac{1}{j\omega c}$, la de la bobina $j\omega L$ y por la propiedad de linealidad, la impedancia de la resistencia es R .

La transformada de Fourier es la siguiente:

$$f(j\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

Por otro lado, la transformada inversa de Fourier para regresar al dominio temporal es la siguiente:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} f(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

Ejemplo:

Tenemos la señal $f(t)$ claramente en el dominio temporal, encontrar $f(j\omega)$ si:

$$f(t) = Ae^{-at}u(t)$$

Lo primero es utilizar definición hecha por Fourier donde

$$f(j\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

Entonces, debido a que nuestra señal esta multiplicada por $u(t)$, la integral va de cero a ∞

$$f(j\omega) = A \int_{t=0}^{\infty} e^{-at}e^{-j\omega t} dt$$

Por propiedad de multiplicación de exponentes de igual base se tiene que:



$$f(j\omega) = A \int_{t=0}^{\infty} e^{t(-a-j\omega)} dt$$

Resolviendo la integral queda que:

$$f(j\omega) = \frac{A}{-a-j\omega} e^{t(-a-j\omega)} \Big|_{t=0}^{\infty} = \frac{A}{-a-j\omega} e^{-at} e^{-j\omega t} \Big|_{t=0}^{\infty}$$

Debido a que la exponencial real se convierte en cero conforme t tiende a infinito, este cero multiplicado por la exponencial que oscila es cero y el reemplazo de límites nos queda como:

$$f(j\omega) = 0 - \frac{A}{-a-j\omega}$$

Por último, la transformada de Fourier de f(t) es:

$$f(j\omega) = \frac{A}{a+j\omega}$$

Así como se procedió con la señal exponencial real, se puede ver las transformadas de Fourier más comunes en la siguiente tabla:

$f(t)$	$f(j\omega)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$u(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$
$u(t+t_0) - u(t-t_0)$	$2\frac{\text{sen}(\omega t_0)}{\omega}$
$Ae^{-at} u(t)$	$\frac{A}{a+j\omega}$
$ t $	$\frac{-2}{\omega^2}$



$sgn(t)$	$\frac{2}{j\omega}$
$Ae^{at} u(-t)$	$\frac{A}{a - j\omega}$
$t^n e^{-at} u(t)$	$\frac{n!}{(a + j\omega)^{n+1}}$
$e^{-a t }$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$\sin(\omega_0 t)$	$j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$
$e^{-at} \sin(\omega_0 t) u(t)$	$\frac{\omega_0}{(a + j\omega)^2 + \omega_0^2}$
$e^{-at} \cos(\omega_0 t) u(t)$	$\frac{a + j\omega}{(a + j\omega)^2 + \omega_0^2}$

Tabla 1. Pares de transformadas de Fourier

Sabiendo esto ya podemos comprobar la respuesta al escalón del circuito RC analizado con anterioridad en el dominio temporal con ecuaciones diferenciales al dominio de la frecuencia compleja $j\omega$ así:

Propiedades de la transformada de Fourier

Linealidad

Si

$$f(t) \xleftrightarrow{f} f(j\omega) \text{ "La transformada de Fourier de } f(t) \text{ es } f(j\omega)\text{"}$$

Y que



$$x(t) \stackrel{f}{\leftrightarrow} x(j\omega)$$

Entonces si una constante R o A multiplica a f(t), también lo hará en su transformada f(jω) así:

$$Rf(t) + Ax(t) \stackrel{f}{\leftrightarrow} Rf(j\omega) + Ax(j\omega)$$

Desplazamiento en el tiempo

Si tenemos una señal desplazada en el tiempo t₀ y sabemos que la transformada inversa de Fourier es:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Reemplazando t por (t-t₀) tenemos que:

$$f(t - t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(j\omega) e^{j\omega(t-t_0)} d\omega$$

$$f(t - t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-j\omega t_0} f(j\omega)] e^{j\omega t} d\omega$$

Por lo tanto, lo que queda dentro de los corchetes es la transformada de Fourier de una señal desplazada t₀ en el tiempo. Podemos decir que:

$$f(t - t_0) \stackrel{f}{\leftrightarrow} e^{-j\omega t_0} f(j\omega)$$

Derivación e Integración

Es una de las propiedades más importantes para el análisis de sistemas LTI que se describen mediante ecuaciones diferenciales debido a que derivar en el dominio de la frecuencia compleja equivale a multiplicar por jω e integrar a multiplicar por el inverso multiplicativo de jω ($\frac{1}{j\omega}$), es decir:

Para la derivación queda que:

$$\frac{df(t)}{dt} \stackrel{f}{\leftrightarrow} j\omega f(j\omega)$$

Para la integración queda:



$$\int_{\tau=-\infty}^t f(\tau) d\tau \xleftrightarrow{f} \frac{1}{j\omega} f(j\omega) + \pi f(0)\delta(\omega)$$

La transformada de Fourier es muy útil para resolver circuitos eléctricos debido a que, por la propiedad de integración y derivación, los modelos de ecuaciones diferenciales pasan a ser funciones algebraicas en el conjunto de los números complejos, para ejemplificar tenemos el circuito RC analizado en el tiempo anteriormente:

$$V_i(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Se aplica transformada de Fourier en ambos lados de la igualdad

Como $V_i(t) = \sin(\omega_0 t)$, entonces

$$j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)] = Ri(j\omega) + \frac{1}{Cj\omega} i(j\omega)$$

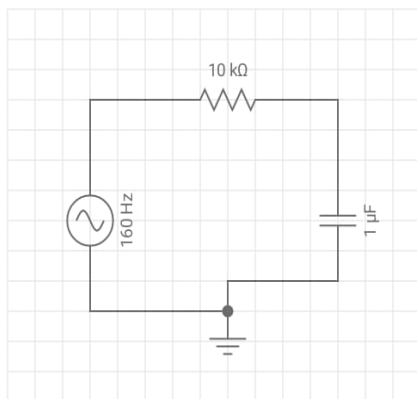
Como se observa, se aplicó la propiedad de integración en la integral que expresa el valor de voltaje del condensador, razón por la cual llegamos al concepto de impedancia del capacitor, el cual es $\frac{1}{j\omega C}$ pues es la expresión que multiplica a $i(j\omega)$ y por ley de ohm se concluye dicha impedancia.

Ya teniendo estos datos, se concluye, por divisor de tensión, que la función de transferencia $\left(\frac{V_o}{V_i}\right)$ es la siguiente:

$$\left(\frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}\right) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Pero como necesitamos saber cuál es la salida V_o se multiplica por V_i en ambos lados de la expresión. Lo cual nos deja lo siguiente:

$$V_o(j\omega) = \frac{\pi}{j} \left[\frac{[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]}{1 + j\omega RC} \right]$$



Regresamos al dominio temporal teniendo en cuenta la definición:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} f(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Ahora bien reemplazando $f(j\omega)$ nos queda:



$$V_o(t) = \frac{\pi}{j2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)}{1 + j\omega RC} \right] e^{j\omega t} d\omega$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\delta(\omega - \omega_0) e^{j\omega t}}{1 + j\omega RC} - \frac{\delta(\omega + \omega_0) e^{j\omega t}}{1 + j\omega RC} \right] d\omega$$

Se cancela π y por propiedad de selectividad del impulso cuadrado, es decir,

$$\int_{\omega=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega_0) f(\omega) d\omega = f(\omega_0)$$

Se obtiene que

$$V_o(t) = \frac{1}{2j} \left[\frac{e^{j\omega_0 t}}{1 + j\omega_0 RC} - \frac{e^{-j\omega_0 t}}{1 - j\omega_0 RC} \right]$$

Se pasa a forma exponencial el complejo del denominador

$$V_o(t) = \frac{1}{2j} \left[\frac{e^{j\omega_0 t}}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)} e^{j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} - \frac{e^{-j\omega_0 t}}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)} e^{-j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} \right]$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[\frac{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}}{e^{j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} - \frac{1}{e^{j\omega_0 t} e^{-j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} \right]$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[\frac{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}}{e^{j \tan^{-1}(\omega_0 RC)}} - \frac{1}{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}} \right]$$

$$V_o(t) = \frac{1}{2j\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))} - e^{-j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))} \right]$$

Metemos el denominador $2j$ en los corchetes

$$V_o(t) = \frac{1}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \left[\frac{e^{j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))} - e^{-j(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))}}{2j} \right]$$

Lo que queda en los corchetes se convierte en una función seno



$$V_o(t) = \frac{1}{\sqrt{(1 + \omega_0^2 R^2 C^2)}} \sin(\omega_0 t - \tan^{-1}(\omega_0 RC))$$

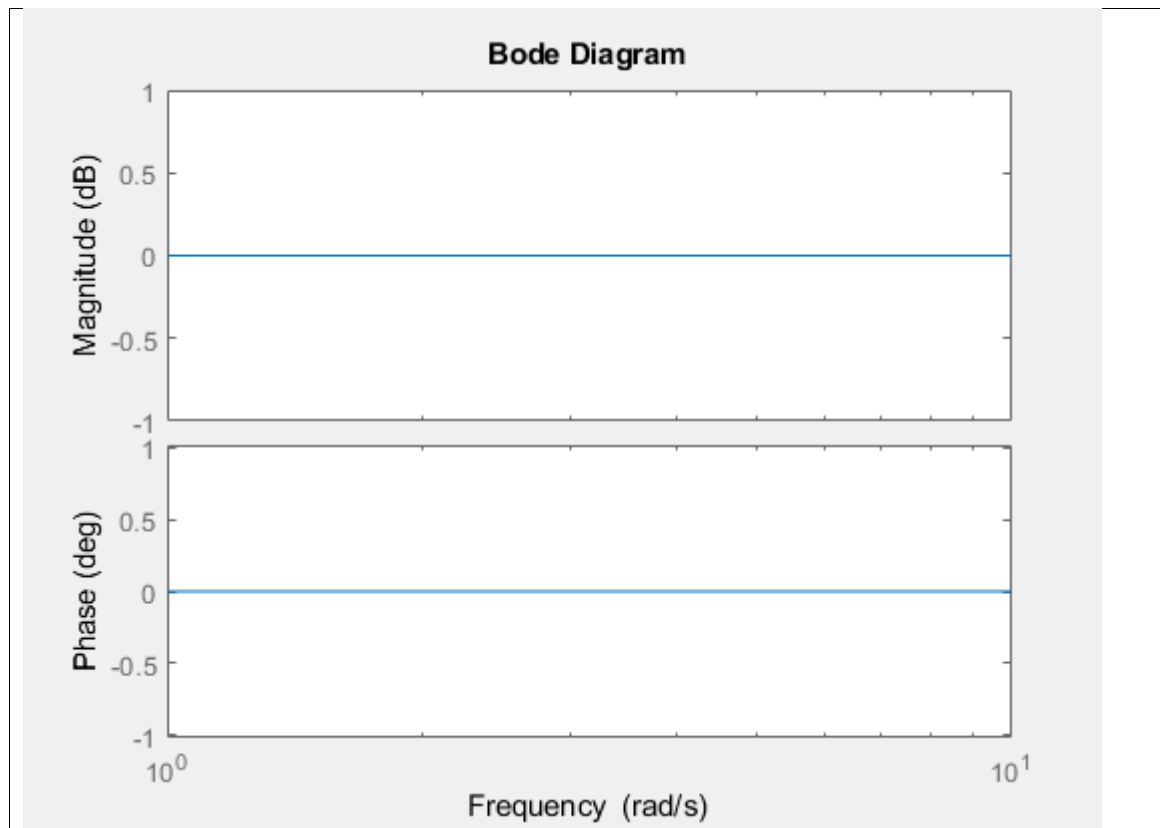
Se puede analizar que conforme ω_0 crece, la magnitud de la señal de salida se ve atenuada, por este motivo a este circuito con salida por condensador se le denomina filtro pasa bajas, pues deja pasar frecuencias bajas y atenúa las frecuencias altas.

Tabla 40. CD "Diagrama de Bode y filtros de segundo orden" (video).

Contenido digital 3.2.1-2.1.1: Diagrama de Bode y filtros de segundo orden
Tipo: video
Descripción (guion): Se estudia que el orden de la función de transferencia está relacionado con la pendiente de caída de los filtros. Se analiza un filtro activo de segundo orden, se calcula su frecuencia de corte y se analiza el factor Q y la aproximación Butterworth. Al final se prueba el filtro y se le compara con el filtro RC de primer orden.
0:00 Diagrama de Bode 5:40 Filtros activos 11:32 Aproximación Butterworth (para más información puede consultar el siguiente documento https://mega.nz/file/SUkFFZ7T#TAgv5Hs...) 12:03 Prueba del filtro el osciloscopio 15:37 Filtrado señal diente de sierra
El objetivo del vídeo es también confrontar la teoría con la práctica y analizar los 2 filtros, uno de primer orden y otro de segundo tanto con el diagrama de Bode, como con la aplicación física del circuito.

Tabla 41. CD "Diagramas de Bode" (escrito).

Contenido digital 3.2.1-2.1.2: Diagramas de Bode
Tipo: escrito
Descripción: Diagramas de Bode Los diagramas de bode son graficas semilogarítmicas de magnitud en decibeles y fase en grados de una señal en el dominio frecuencial $j\omega$ Así pues, se puede representar una respuesta en frecuencia de los diferentes sistemas analizados con la transformada de Fourier o algún otro método de transformación al dominio de la frecuencia. Aspectos para tener en cuenta:



Gráfica 1: Diagrama de bode de una constante $k = 1$

Décadas

Las décadas son las unidades en las que está el eje independiente, estas van de forma exponencial de base 10, es decir que 10^{-1} es una década antes que 10^0 y conforme a el exponente aumenta de 1 en 1, así mismo va aumentando las décadas.

Por otra parte, el eje dependiente va en decibeles (dB) para el caso de la magnitud y grados para el caso de la fase.

Si se tiene una constante k , su magnitud en decibeles será $20 \log_{10}(k)$ y en grados será una recta en 0, en la gráfica 1 se observa que $k=1$, por lo tanto, hay una línea horizontal en 0 dB.

Si se tiene $(j\omega)^N$ entonces la magnitud crecerá 20N dB por década y la fase será $90N^\circ$

Para nuestro caso, el filtro pasa bajas de primer orden estudiando anteriormente decrece 20NdB por década, con $N=1$ de tal manera que $\frac{1}{(j\omega)^N}$ decrece 20dB por década.

Recordando la función de nuestro circuito RC tenemos que:

$$\left(\frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}\right) = \frac{1}{j\omega RC + 1}$$

Para visualizar el diagrama de Bode en Matlab hay que describir únicamente los coeficientes que acompañan a $j\omega$ en el numerador como en el denominador, en nuestro caso en el numerador no existe $j\omega$, solo hay un 1 por este motivo solo se escribe un 1 sin espacios y en el denominador a $j\omega$ lo acompaña RC y luego se le suma el escalar 1, por esto el diagrama de Bode en Matlab se escribe así:

Primero se escribe $n=1$, pues este es el numerador

```
>>n=1;
```

Matlab expresa primero los $j\omega$ de mayor orden, por esto el denominador queda R*C espacio 1

```
>> d=[R*C 1]
```

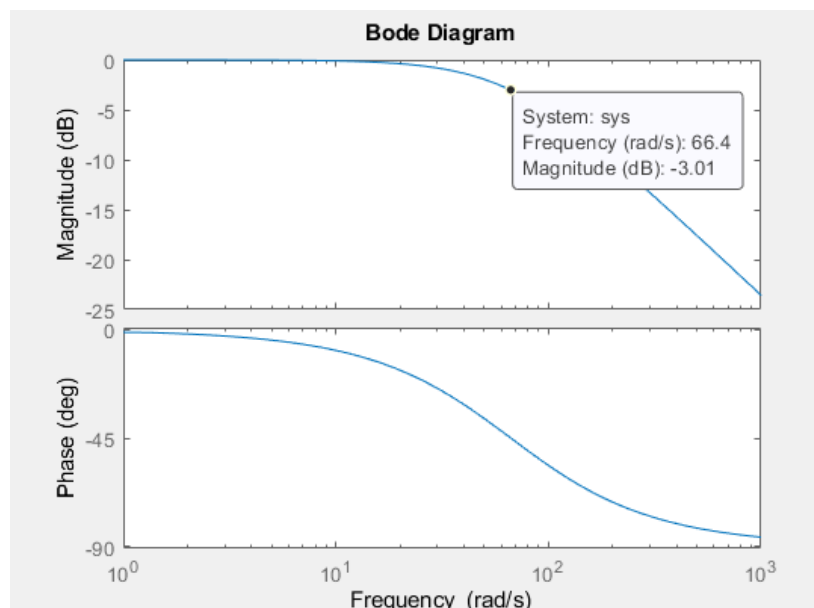
Con R= 684 y C= 22uF

```
d =
```

```
0.0150 1.0000
```

Luego se procede a pintar el bode de esta función de transferencia, por lo cual queda:

```
>> bode(n,d)
```



Gráfica 2: Diagrama de Bode circuito RC

Como se observa la frecuencia en rads por segundo en el corte a -3.01dB es de 66.4, esto si lo dividimos por 2π , nos da igual a 10.56 Hz que es la frecuencia que se necesitaba para atenuar el fenómeno de Gibbs en una señal construida con la serie de Fourier a 1.58 Hz.

Tabla 42. CD "Aproximación Butterworth" (escrito).

Contenido digital 3.2.1-2.1.3: Aproximación Butterworth

Tipo: escrito

Descripción:

Aproximación Butterworth y los filtros activos



Imagen 1. Stephen Butterworth, inventor del filtro Butterworth

Un filtro se considera activo cuando tiene en sus componentes activos los cuales son capaces de hacer ganancias de voltaje como es el transistor, el amplificador operacional, diodos u otros.

Un ejemplo de filtro activo es el siguiente

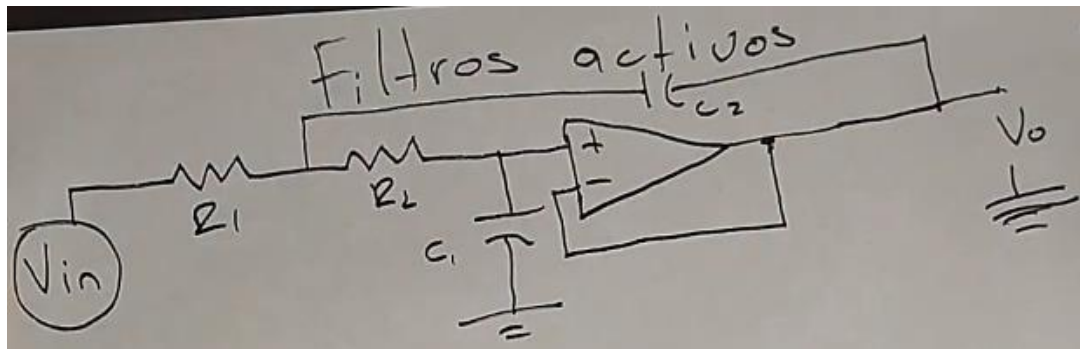


Imagen 1: Ejemplo de filtro activo

Este filtro, aunque no tiene ganancia, se puede observar que es de orden 2 porque el número de capacitores es 2, sin embargo, siendo rigurosos, el orden viene dictaminado por el número de circuitos RC que lo componen.

El anterior filtro tiene las siguientes características

Ganancia en voltaje A_v

$$A_v = 1$$

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$



$$F_{corte} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Cabe resaltar que, si las 2 resistencias son iguales, la Frecuencia de corte se calcula como:

$$F_{corte} = \frac{1}{2\pi R\sqrt{C_1 C_2}}$$

La aproximación Butterworth, fue inventada por el físico británico Stephen Butterworth es la siguiente:

$$Q = 0.707$$

Si igualamos ese Q en la segunda expresión tenemos que

$$0.707 = 0.5 \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

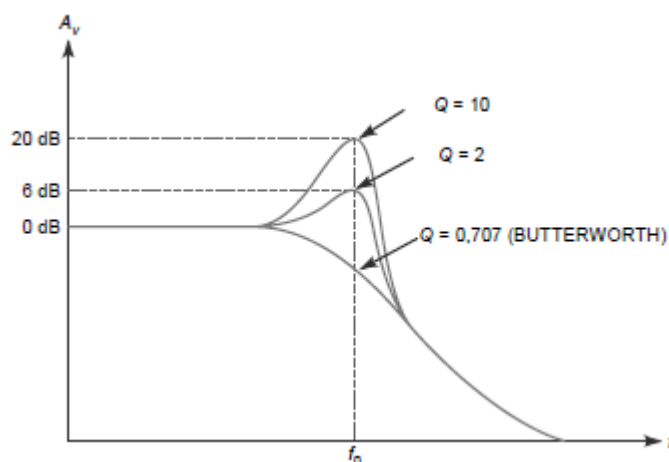
Fijando C_2 a $1\mu F$ y aplicando el cuadrado a ambos lados queda que

$$0.4998 = 0.25 \frac{1\mu F}{C_1}$$

$$C_1 = \frac{250nF}{0.4998} = 0.5\mu F$$

Si se fija $C_2 = 1\mu F$ y $C_1 = 0.5\mu F$, el factor Q es exactamente igual a 0.707 y se dice que el filtro tiene la aproximación Butterworth

Ahora bien, la diferencia de este factor en 0.707 y q más altos se ve mejor en la siguiente gráfica:



Gráfica 1: Diferentes respuestas a diferentes factores de Q.



Con esta aclaración ya es muy fácil diseñar un filtro pasa bajos sin un pico amplificado cerca de la frecuencia de corte.

4.3.3 El Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC)

En este apartado se describe el **AFTIC** a partir de las imágenes tomadas de su implementación en una plataforma Moodle (<https://plataforma.grupokenta.co/>; Usuario/Contraseña: igibbs.20221). En la **Figura 9** se presenta la información inicial para acceder al ambiente.



Figura 9. Portada para acceder al curso.

En la **Figura 10** se muestra el módulo de “Presentación” que tiene el propósito de ubicar al estudiante en lo que se va a encontrar en el proceso formativo.



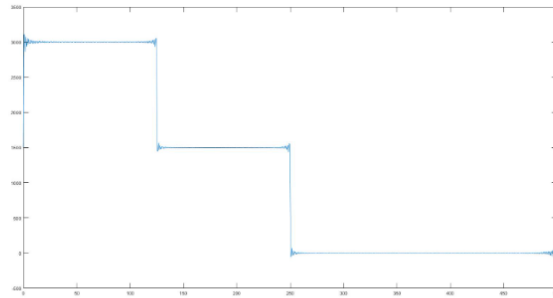
Presentación Fourier Fenómeno Filtros +

Fenómeno de Gibbs - Wilbraham

Editar

Actualmente se cuenta con excelentes explicaciones de la temática tanto en libros digitales como virtuales, sin embargo en la red no circula un ambiente virtual que relacione con intencionalidad pedagógica el filtrado electrónico con el fenómeno de Gibbs en las series de Fourier.

La idea del curso va relacionada con la manipulación de conceptos aparentemente complicados para su transformación en ideas simples, razón por la cual surge la necesidad de realizar este espacio para que se beneficien tanto los estudiantes de la licenciatura en electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional como cualquier estudiante de ingeniería que se vea envuelto en algún ambiente de incertidumbre sobre la apropiación de conceptos fundamentales.



Grafica de una señal representada con la serie de Fourier- Fenómeno de Gibbs - Wilbraham visible


Figura 10. Presentación.


En la **Figura 11** se muestra la primera unidad del módulo “Fourier”.


[Presentación](#)
[Fourier](#)
[Fenómeno](#)
[Filtros](#)

[Historia](#)
[Representación](#)
[Síntesis](#)
[Análisis](#)
[Dirichlet](#)

CONTEXTO HISTÓRICO



 Historia de la serie de Fourier

 Historia de la Serie de Fourier

[← Presentación](#)

[Representación →](#)


Figura 11. Modulo 1: Fourier, Unidad 1: Historia.

En la **Figura 12** se presenta la actividad “Foro: Historia de Fourier”.


Página Principal > Mis cursos > Gibbs - Wilbraham (2022 - 1) > Fourier > Historia de la Serie de Fourier

Historia de la Serie de Fourier

A partir de la observación de los videos sobre “Series de Fourier”



y “Computadoras Superpoderosas”



y, de la lectura del escrito “**Historia de la serie de Fourier**”, los invito a realizar un aporte en este foro acerca del contexto histórico en el que apareció la Serie y los diferentes matemáticos que estuvieron involucrados en este período de tiempo.

Objetivo: Introducir al concepto de Series de Fourier desde una perspectiva histórica.

Añadir un nuevo tema de discusión

Figura 12. Módulo 1, Unidad 1: Actividad: Foro: Contexto histórico.

En la **Figura 13** se muestra la segunda unidad del módulo “Fourier”.

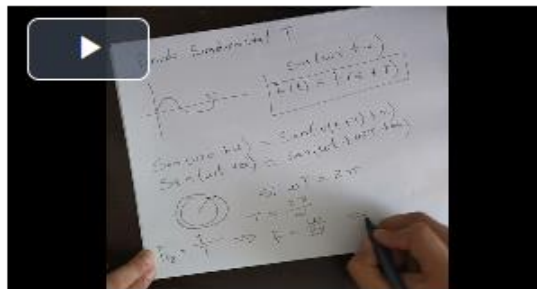


Historia **Representación** Síntesis Análisis Dirichlet

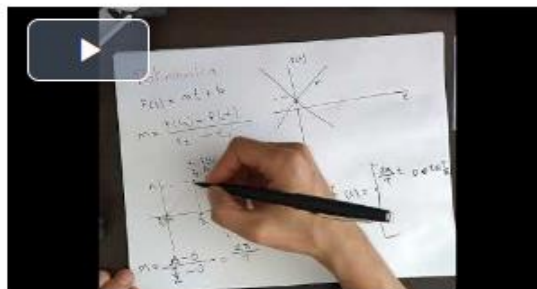
REPRESENTACIÓN DE SEÑALES EN EL TIEMPO

En esta sección se repasará el concepto de período, frecuencia, frecuencia angular, la transformación de la variable independiente, representación gráfica y función a trozos de las señales representadas en el **dominio temporal**, al igual que en las demás secciones, contará con diferentes documentos y videos referentes a esta temática.

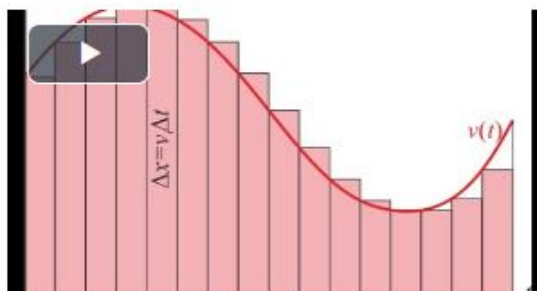
Periodo, frecuencia, frecuencia angular y la Transformación de la variable independiente



Las señales en el tiempo y su representación matemática



Área bajo la curva y el concepto de integral definida



 La integral por sustitución simple y por partes

 Deducción matemática y analítica de señales

Figura 13. Modulo 1: Fourier, Unidad 2: Representación.

En la **Figura 14** se presenta la actividad “Deducción matemática y analítica de señales”.

Deducción matemática y analítica de señales

Objetivo: Representar señales en el tiempo de forma gráfica y matemática.

El siguiente ejercicio hará que se familiarice con la representación de señales en el dominio temporal con un modelo matemático.

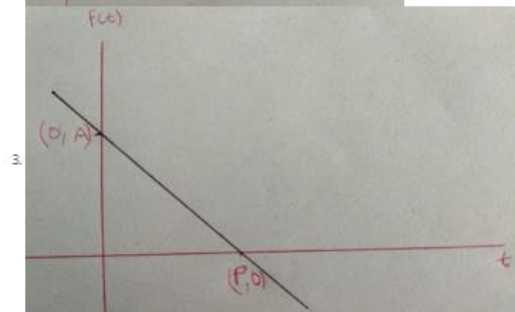
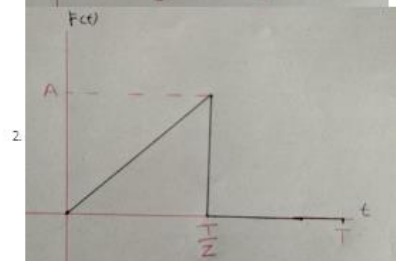
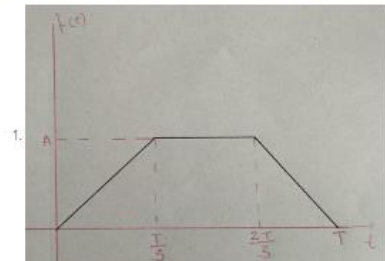
Elaborar las gráficas de las siguientes señales descritas de forma matemática.

1. $f(t)=3t+5$

2. $f(t) = \begin{cases} A & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ f(t) = f(t \pm T) \end{cases}$

3. $F(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T}t & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{2A}{T}t + 2A & \text{si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ F(t) = F(t \pm T) \end{cases}$

Deducir la forma analítica matemática de las siguientes gráficas de señales:



Seleccionar tres de las anteriores gráficas para encontrar el área bajo la curva por medio de una integral definida.

PRODUCTO: entregar un documento en pdf que evidencie la solución a los ejercicios planteados.

Sumario de calificaciones

No mostrado a los estudiantes	No
Participantes	1

Figura 14. Módulo 1, Unidad 2: Actividad: Deducción matemática y analítica de señales.

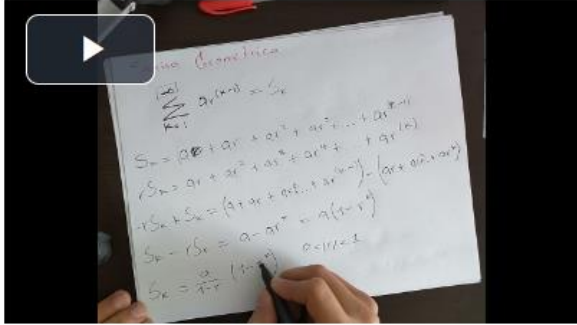


En la **Figura 15** se muestra la tercera unidad del módulo “Fourier”.

Historia Representación **Síntesis** Análisis Dirichlet

ECUACIÓN DE SÍNTESIS

Las **series numéricas** y la **serie de Fourier**



Series convergentes, divergentes, infinitas y finitas

La serie de Fourier

Series numéricas

Representación Análisis

Figura 15. Modulo 1: Fourier, Unidad 3: Síntesis.

En la **Figura 16** se presenta la actividad “Series numéricas”.



Página Principal > Mis cursos > Gibbs - Wilbraham (2022 - 1) > Síntesis > Series numéricas > Vista previa

Pregunta 1 Sin responder aún Puntúa como 1.00 [Marcar pregunta](#) [Editar pregunta](#)

Se conoce como índice de la sumatoria al indicador de inicio de la sumatoria, en éste curso le llamamos k . ¿A qué conjuntos numéricos debe pertenecer k ?

- a. Al conjunto de los números complejos C
- b. Al conjunto de los números reales R
- c. Al conjunto de los números naturales N
- d. Al conjunto de los números enteros Z incluido el conjunto de los números naturales N .

[← La serie de Fourier](#) [La ecuación de análisis ►](#) [Siguiente página](#)

Figura 16. Módulo 1, Unidad 3: Actividad: Series numéricas.

En la **Figura 17** se muestra la cuarta unidad del módulo “Análisis”.

Historia Representación Síntesis **Análisis** Dirichlet

ECUACIÓN DE ANÁLISIS

Serie de Fourier del Pulso Cuadrado y comprobación en Matlab.

La ecuación de análisis

Cálculo de la serie de Fourier a señales dadas

Análítica de la serie

[← Síntesis](#) [Dirichlet ►](#)

Figura 17. Modulo 1: Fourier, Unidad 4: Análisis.

En la **Figura 18** se presenta la actividad “Análítica de la serie”.



Analítica de la serie

Objetivo: Representar las señales en el dominio temporal por medio de la serie de síntesis de Fourier.

Representar las siguientes señales por medio de la **serie de Fourier** y compruebe los resultados con Matlab

$$1.) f(t) = \begin{cases} \frac{A}{T}t & \text{si } 0 \leq t \leq T \\ f(t) = f(t \pm T) \end{cases}$$

$$2.) f(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ \frac{A}{2}, & \frac{T}{4} < t \leq \frac{T}{2} \\ \frac{A}{4}, & \frac{T}{2} < t \leq \frac{3T}{4} \\ 0, & \frac{3T}{4} < t \leq T \\ f(t) = f(t + T) \end{cases}$$

Entregar resultados en un único archivo PDF

Figura 18. Módulo 1, Unidad 4: Actividad: Analítica de la serie.

En la **Figura 19** se muestra la quinta unidad del módulo “Fourier”.

Historia Representación Síntesis Análisis **Dirichlet**

CRITERIO DE CONVERGENCIA: CONDICIONES DE DIRICHLET PARA LA SERIE DE FOURIER

Condiciones de Peter Gustav Dirichlet para la **serie de Fourier**

- Condición 1: Integrabilidad en las señales
- Condición 2: Máximos y mínimos en las señales
- Condición 3: Amplitud de las indeterminaciones de las señales
- Condiciones de Dirichlet

< Análisis Fenómeno **>**

Figura 19. Modulo 1: Fourier, Unidad 5: Dirichlet.

En la **Figura 20** se presenta la actividad “Condiciones de Dirichlet”.



Página Principal > Mis cursos > Gibbs - Wilbraham (2022 -1) > Dirichlet > Condiciones de Dirichlet > Vista previa

Pregunta 1

Sin responder aún

Puntúa como 1.00

🚩 Marcar pregunta

✎ Editar pregunta

¿Por qué las señales tienen que ser absolutamente integrables en un periodo finito de tiempo?

- a. Porque de no ser así, la ecuación de análisis de Fourier diverge
- b. Porque de no ser así, la ecuación de análisis de Fourier converge
- c. Porque el coeficiente a_k o b_k tiene que ser infinito
- d. Ninguna de las anteriores.

Pregunta 2

Sin responder aún

Puntúa como 1.00

🚩 Marcar pregunta

✎ Editar pregunta

Según Peter Gustav Lejeune Dirichlet, si se quiere representar una señal por medio de la serie de Fourier y ésta tiene máximos y mínimos infinitos en un periodo de tiempo finito, la serie:

- a. No existen señales con máximos y mínimos infinitos
- b. Diverge
- c. Se podría representar sin problema
- d. Converge

Pregunta 3

Sin responder aún

Puntúa como 1.00

🚩 Marcar pregunta

✎ Editar pregunta

¿Por qué el número de discontinuidades debe ser finito en un periodo de tiempo finito de la señal a representar con la serie de Fourier?

- a. Porque el área bajo la curva de la última discontinuidad tiende a cero.
- b. Porque una señal con discontinuidades infinitas no existe
- c. Porque el fenómeno de Gibbs - Wilbraham crecería infinitamente
- d. Porque se tendría que dividir la integral de análisis en un número de intervalos infinito

Figura 20. Módulo 1, Unidad 5: Condiciones de Dirichlet.

En la **Figura 21** se muestra la primera unidad del módulo “Fenómeno”.

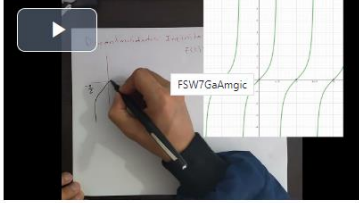
Presentación Fourier **Fenómeno** Filtros

Inicio **Discontinuidades** Amplitud Armónicos

DISCONTINUIDADES EN LAS SEÑALES

En ésta unidad se trabajará la discontinuidad finita, discontinuidad infinita, discontinuidades periódicas y aperiódicas.

Discontinuidades en las señales



Discontinuidad finita

Discontinuidad infinita

Discontinuidades

[← Fenómeno](#) [Amplitud →](#)

Figura 21. Modulo 2: Fenómeno, Unidad 1: Discontinuidades

En la **Figura 22** se presenta la actividad “Discontinuidades”.

Pregunta 1 Sin responder aún Puntúa como 1.00 [Marcar pregunta](#) [Editar pregunta](#)

Una **discontinuidad finita** se caracteriza porque su **amplitud** es un número menor que infinito, esto quiere decir que en el punto de salto la altura tiende a infinito.

Seleccione una:

Verdadero

Falso

Pregunta 2 Sin responder aún Puntúa como 1.00 [Marcar pregunta](#) [Editar pregunta](#)

La señal pulso cuadrado tiene discontinuidades de tipo

a. Aperiódicas

b. No tiene discontinuidades

c. Infinitas

d. Finitas

Pregunta 3 Sin responder aún Puntúa como 1.00 [Marcar pregunta](#) [Editar pregunta](#)

La señal $\tan(t)$ tiene un número de discontinuidades finito en un periodo de tiempo 2π , pero la **amplitud** de la discontinuidad en los puntos de salto es

a. Es cero

b. Infinita

c. Finita

d. Es $\frac{\pi}{2}$

Figura 22. Módulo 2, Unidad 1: Actividad: Discontinuidades.

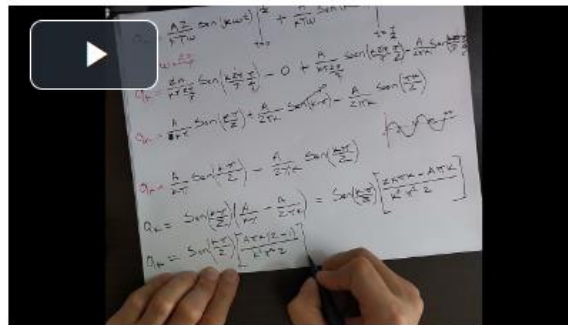
En la **Figura 23** se muestra la segunda unidad del módulo “Fenómeno”.



CÁLCULO DE LA AMPLITUD DEL FENÓMENO DE GIBBS-WILBRAHAM.

Se trabajará el cálculo de la **amplitud** del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham de forma visual y con código, así como la dependencia con el número de **armónicos**.

Amplitud del fenómeno de Gibbs



Medición visual de la amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham



Medición con código del fenómeno de Gibbs y dependencia con el número de armónicos



Amplitud



Discontinuidades

Armónicos



Figura 23. Modulo 2: Fenómeno, Unidad 2: Amplitud.

En la **Figura 24** se presenta la actividad “Amplitud”.



Amplitud

Objetivo: Analizar la amplitud del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham y su relación con el número de **armónicos**.

Realizar un cuadro comparativo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham en una señal con **discontinuidades** elegida por cada estudiante con una columna la percepción visual, otra con código y donde la columna común sea el número de **armónicos** de 5 en 5 donde se emplee por el armónico 10 y se termine en el 200 para ver la dependencia de la amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham con el número de **armónicos**.

Se valorará un documento pdf con el cuadro comparativo de las diferencias de la amplitud del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham de forma visual y con código respecto al número de **armónicos**.

Sumario de calificaciones

No mostrado a los estudiantes	No
Participantes	1
Enviados	0
Pendientes por calificar	0
Fecha de entrega	viernes, 8 de julio de 2022, 00:00
Tiempo restante	Tarea pendiente

[Ver/Calificar todas las entregas](#)

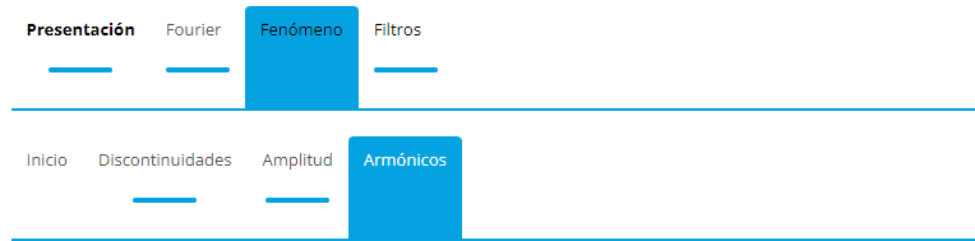
[Calificación](#)

Figura 24. Módulo 2, Unidad 2: Actividad: Amplitud.

En la **Figura 25** se muestra la tercera unidad del módulo “Fenómeno”.



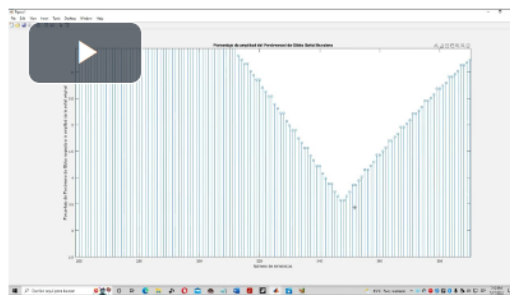
Página Principal > Mis cursos > Gibbs - Wilbraham (2022 - 1) > Armónicos



FUNCIÓN FENÓMENO DE GIBBS – WILBRAHAM VS NÚMERO DE ARMÓNICOS

En esta sección se trabajará el código creación función (#Armónicos, Amplitud fenómeno) y la recreación eléctrica de una señal representada por medio de la *serie de Fourier*.

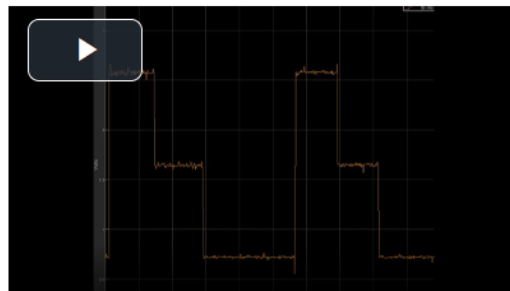
Relación número de **armónicos** vs **Amplitud** Fenómeno de Gibbs – Wilbraham



Creación del código fenómeno de Gibbs vs número de armónicos



Representación eléctrica de una señal construida con la *serie de Fourier*



Armónicos



Gráfica eléctrica



Figura 25. Modulo 2: Fenómeno, Unidad 3: Armónicos.

En la **Figura 26** se presenta la actividad “Armónicos”.



Página Principal > Mis cursos > Gibbs - Wilbraham (2022 - 1) > Armónicos > Armónicos

Armónicos

Objetivo: Analizar cómo crece o decrece el fenómeno de Gibbs - Wilbraham

Antes de realizar esta actividad cada estudiante deberá haber consultado el video "**Relación número de armónicos vs Amplitud Fenómeno de Gibbs - Wilbraham**" y el documento "**Creación del código fenómeno de Gibbs vs número de armónicos**"

Actividad

Realizar la redacción de un texto donde se evidencie un análisis de los resultados obtenidos de la función (#Armónicos, Amplitud fenómeno) donde se tenga en cuenta los mínimos de amplitud del fenómeno, sus máximos y qué otra característica relevante observa.

Sumario de calificaciones

No mostrado a los estudiantes	No
Participantes	1
Enviados	0
Pendientes por calificar	0
Fecha de entrega	viernes, 8 de julio de 2022, 00:00
Tiempo restante	Tarea pendiente

Ver/Calificar todas las entregas

Calificación

◀ Creación del código fenómeno de Gibbs vs número de armónicos

Ir a...

Gráfica eléctrica ▶

Figura 26. Módulo 2, Unidad 3: Actividad: Armónicos.

En la Figura 27 se presenta la actividad "Gráfica eléctrica".

Página Principal > Mis cursos > Gibbs - Wilbraham (2022 - 1) > Armónicos > Gráfica eléctrica

Gráfica eléctrica

Objetivo: Representar de forma eléctrica una señal construida con la serie de Fourier.

Para tener una guía de cómo hacer la gráfica eléctrica de una señal representada con la serie de Fourier es necesario ver el video "**Representación eléctrica de una señal construida con la serie de Fourier**"

Actividad

Elaborar la gráfica eléctrica de mínimo 2 señales diferentes representadas con la serie de Fourier indicando a qué frecuencia oscilan según el osciloscopio.

Requisitos computador:

- **Procesador:** Intel Core i3 2nda generación // AMD FX6300 o superior
 - **Memoria RAM:** 4 GB o más
 - **Sistema operativo:** Mac: macOS 10.10 - 10.11
Linux: Kernel 2.6 o superior, glibc 2.11 o superior.
- Disco Duro:** 35 GB de espacio libre o más

Figura 27. Módulo 2, Unidad 2: Actividad: Gráfica eléctrica.

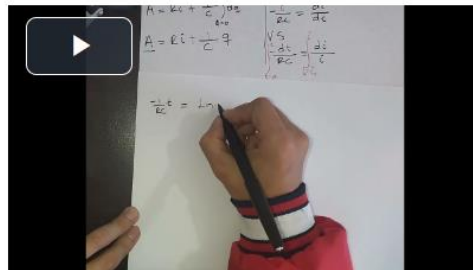
En la **Figura 28** se muestra la primera unidad del módulo “Filtros”.



EL FILTRO RC

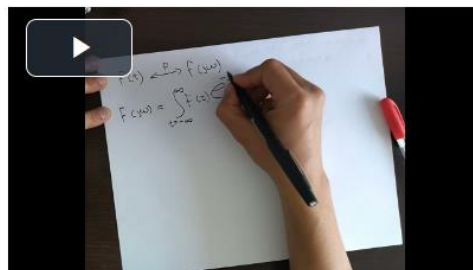
En esta sección se estudiará el análisis temporal del sistema RC. La transformada de Fourier a señales periódicas y aperiódicas. La solución en frecuencia del sistema RC


Análisis temporal del circuito RC



 Solución por ecuaciones diferenciales del sistema RC

La transformada de Fourier de señales Aperiódicas, periódicas y el filtro RC



 Solución de circuitos con la Transformada de Fourier


 Laboratorio 1

Figura 28. Modulo 3: Filtros, Unidad 1: Filtro RC.

En la **Figura 29** se presenta la actividad “Laboratorio 1”.



Laboratorio 1

Objetivos: (1) Estudiar el filtro RC y su contribución a la disminución de las alteraciones en una señal. (2) Analizar circuitos en frecuencia para su uso como filtros. (3) Diseñar filtros pasa bajas de primer orden.

Diseñar un filtro de primer orden y filtrar una señal representada por la **Serie de Fourier** con una frecuencia diferente para cada grupo de estudiantes donde se vea la atenuación el Fenómeno de Gibbs - Wilbraham.

Ej:

Grupo 1 Frecuencia de la señal representada con la **serie de Fourier** aproximadamente 1Hz

Grupo 2 Frecuencia de la señal representada con la **serie de Fourier** aproximadamente 0.5 Hz

Grupo 3 Frecuencia de la señal representada con la **serie de Fourier** aproximadamente 1.5 Hz

Se valorará:

(1) La observación de una serie de Fourier en el osciloscopio.

(2) La obtención de los valores de los componentes electrónicos R Y C necesarios para hacer el filtrado de primer orden del Fenómeno de Gibbs - Wilbraham en una serie de Fourier dada

Requisitos computador:

- **Procesador:** Intel Core i3 2da generación // AMD FX6300 o superior
 - **Memoria RAM:** 4 GB o más
 - **Sistema operativo:** Mac: macOS 10.10 - 10.11
Linux: Kernel 2.6 o superior, glibc 2.11 o superior.
- Disco Duro:** 35 GB de espacio libre o más

Figura 29. Módulo 3, Unidad 1: Actividad: Laboratorio 1.

En la **Figura 30** se muestra la segunda unidad del módulo “Filtros”.



Página Principal > Mis cursos > Gibbs - Wilbraham (2022 - 1) > Filtro activo

Presentación

Fourier

Fenómeno

Filtros

Inicio

Filtro RC


Filtro activo

FILTRO ACTIVO DE SEGUNDO ORDEN PASA BAJAS


Se estudiará el orden en los filtros, Diagrama de Bode y Aproximación Butterworth.

Diagrama de Bode y filtros de segundo orden



 Diagramas de Bode



 Aproximación Butterworth y los filtros activos




 Laboratorio 2



Figura 30. Modulo 3: Filtros, Unidad 2: Filtro activo.

En la **Figura 31** se presenta la actividad “Laboratorio 2”.



Laboratorio 2

Objetivo: Atenuar el fenómeno de Gibbs – Wilbraham con un filtro de segundo orden.

Diseñar de un filtro activo de segundo orden pasa bajas para filtrar una señal representada por la serie de Fourier y lograr atenuar el fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

Una vez realizado el ejercicio, comparar el rendimiento con el filtro RC de primer orden.

Se mantendrán las mismas frecuencias de la señal del laboratorio 1:

Grupo 1 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 1Hz

Grupo 2 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 0.5 Hz

Grupo 3 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 1.5 Hz

Se valorará la funcionalidad del filtro activo de segundo orden

Figura 31. Módulo 3, Unidad 2: Actividad: Laboratorio 2.

4.3.4 Orientaciones para el profesor

En las **Tablas 43, 44 y 45** se encuentra una breve guía para la realización de los contenidos temáticos divididos en 3 módulos, acompañado del número aproximado de sesiones necesarias para la realización de las actividades propuestas.

Tabla 43. Orientaciones profesor Módulo 1.

Módulo #1: Serie de Fourier			
No. sesiones	6	Tiempo estimado	12 horas
Recomendaciones didácticas		Evaluación	
<p>Este módulo se empieza con un repaso de lo que es representación de señales en el tiempo, integración y clasificación de series para luego pasar a la serie de Fourier y realizar algunos ejercicios.</p> <p>Todas las temáticas con su respectiva unidad serán de una duración síncrona de 2 horas, con excepción de la unidad 4, debido a que se entiende que los ejercicios son largos y requieren de una sesión adicional para retroalimentación y corrección de errores.</p> <p>El tiempo se divide así:</p> <p>Historia de la serie de Fourier (2 horas)</p>		<p>La valoración de conocimientos para este módulo será en promedio entre las actividades de todas las 5 unidades</p> <p>Las cuales tendrán un promedio de 20% cada una.</p>	



<p>Representación de señales en el tiempo (2 horas)</p> <p>Ecuación de síntesis en la serie de Fourier (2 horas)</p> <p>Ecuación de análisis en la serie de Fourier (4 horas, 2 sesiones de 2 horas)</p> <p>Las condiciones de Dirichlet para la convergencia de la serie de Fourier (2 horas)</p>	
--	--

Tabla 44. Orientaciones profesor Módulo 2.

Módulo #2: Fenómeno de Gibbs - Wilbraham			
No. sesiones	4	Tiempo estimado	8 horas
Recomendaciones didácticas		Evaluación	
<p>El módulo dedicado exclusivamente al fenómeno de Gibbs – Wilbraham comprende las temáticas de discontinuidades en las señales, las cuales son completamente necesarias para la aparición del fenómeno de Gibbs – Wilbraham en la serie de Fourier.</p> <p>Se prosigue con el ejercicio de hacer un análisis visual de la amplitud del fenómeno de Gibbs – Wilbraham para que el estudiante pueda ver lo que se pretende estudiar, a continuación, las siguientes unidades son para automatizar el proceso antes realizado mediante un código en Matlab, el cual, se encuentra descrito en los videos de apoyo.</p> <p>La última actividad es la explicación de cómo construir una señal representada con la serie de Fourier de forma eléctrica.</p> <p>Los temas de las unidades requerirán de la siguiente cantidad de tiempo:</p> <p>Discontinuidades en las señales 2 horas</p> <p>Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham 2 horas</p> <p>Función fenómeno de Gibbs – Wilbraham vs número de armónicos 4 horas (2 código función, 2 gráfica eléctrica)</p>		<p>La valoración de conocimientos para este módulo será en promedio entre las actividades de todas las 3 unidades, como en total son 4 actividades el porcentaje para cada actividad será del 25%.</p>	



Tabla 45. Orientaciones profesor Módulo 3.

Módulo #3: Filtros electrónicos selectivos en frecuencia			
No. sesiones	3	Tiempo estimado	6 horas
Recomendaciones didácticas		Evaluación	
<p>El módulo tiene únicamente 2 unidades donde se analizará el circuito RC en el dominio temporal para contrastarle luego con el análisis en el dominio de la frecuencia compleja $j\omega$ para que sea evidente la diferencia metodológica matemática para llegar a las respuestas del sistema a diferentes entradas.</p> <p>Luego de saber pasar al dominio frecuencial con la transformada de Fourier, se contará con una formidable herramienta para analizar circuitos con dispositivos que almacenan energía y que de otro modo habría que utilizar ecuaciones diferenciales para determinar la salida del sistema.</p> <p>Se da una mirada breve de lo que son diagramas de bode para el filtro pasa bajas para entender la diferencia entre el orden de los filtros y una forma de diseñar un filtro activo pasa bajas de segundo orden.</p> <p>El filtro RC 4 horas (2 para el análisis en el tiempo, 2 para la transformada de Fourier)</p> <p>Filtro activo de segundo orden pasa bajas 2 horas</p>		<p>Se evaluará la funcionalidad del filtro pasa bajas de primer orden junto con la representación eléctrica de una señal construida con la serie de Fourier en la primera unidad, es decir, el filtro RC 33.33%, la representación de la señal 33.33% y el filtro de segundo orden 33.33%</p> <p>La evaluación final será el promedio de los 3 módulos.</p>	

4.3.5 Orientaciones para el estudiante

En este apartado se presenta el syllabus y una guía temporal y de recursos para el estudiante.

4.3.5.1 Syllabus

En la **Tabla 46** se presenta el syllabus para el estudiante.

Tabla 46. Syllabus.

Curso	Fenómeno de Gibbs – Wilbraham
--------------	-------------------------------



Profesor	Jesús Alberto Mercado Benítez		
Correo	jamercadob@upn.edu.co		
Enlace	https://plataforma.grupokenta.co/		
Total horas	26	Horas semana	por 4
PRESENTACIÓN			
<p>Actualmente se cuenta con excelentes explicaciones de la temática tanto en libros digitales como virtuales, sin embargo, en la red no circula un ambiente virtual que relacione con intencionalidad pedagógica el filtrado electrónico con el fenómeno de Gibbs en las series de Fourier.</p> <p>La idea del curso va relacionada con la manipulación de conceptos aparentemente complicados para su transformación en ideas simples, razón por la cual surge la necesidad de realizar este espacio para que se beneficien tanto los estudiantes de la licenciatura en electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional como cualquier estudiante de ingeniería que se vea envuelto en algún ambiente de incertidumbre sobre la apropiación de conceptos fundamentales.</p>			
OBJETIVOS			
General	Aprender a usar la herramienta de la transformada de Fourier para el análisis de circuitos integrando la serie de Fourier y su fenómeno de Gibbs – Wilbraham.		
Específicos	<ul style="list-style-type: none">• Representar señales en el dominio temporal.• Calcular la serie de Fourier a señales dadas.• Saber hacer la transformada de Fourier.• Saber cuándo hay fenómeno de Gibbs – Wilbraham y sus diferentes amplitudes.• Usar la transformada de Fourier para analizar circuitos.• Diferenciar la serie de Fourier de la transformada de Fourier.• Reconocer la importancia del filtrado de señales		



CONTENIDOS TEMÁTICOS

SERIES DE FOURIER [3 semanas]

- **CONTEXTO HISTÓRICO:** Historia de la Serie de Fourier; Fenómeno de Gibbs – Wilbraham; Importancia de las Series de Fourier.
- **REPRESENTACIÓN DE SEÑALES EN EL TIEMPO:** Plano $(t, f(t))$, amplitud, periodo, frecuencia y w ; Área bajo la curva; Integrales por sustitución simple; Integrales por partes.
- **ECUACIÓN DE SÍNTESIS:** Series convergentes; Series divergentes; Serie finita y serie infinita; La serie de Fourier (Ecuación de síntesis).
- **ECUACIÓN DE ANÁLISIS:** La integral para a_k ; La integral para b_k ; Obtención de la serie de Fourier para señales periódicas.
- **CONDICIONES DE DIRICHLET:** Condición 1: Integrabilidad; Condición 2: Número finitos de máximos y mínimos; Condición 3: Discontinuidades y amplitud finitas de las indeterminaciones.

FENÓMENO DE GIBBS - WILBRAHAM [2 semanas]

- **DISCONTINUIDADES EN LAS SEÑALES:** Discontinuidad finita; Discontinuidad Infinita; Número de discontinuidades, amplitud.
- **OBSERVACIÓN Y MEDICIÓN DE LA AMPLITUD DEL FENÓMENO DE GIBBS - WILBRAHAM** Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs de forma visual; Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs con código; Dependencia con el número de armónicos.
- **FUNCIÓN ARMÓNICOS VS AMPLITUD FENÓMENO** Código creación función ($\#$ Armónicos, Amplitud fenómeno); Recreación eléctrica de una señal representada por medio de la serie de Fourier, Análisis del número de armónicos que generan máximos y mínimos del fenómeno de Gibbs – Wilbraham.

FILTRADO DE SEÑALES [2 # semanas]

- **EL FILTRO RC:** Análisis temporal del sistema RC; La transformada de Fourier a señales periódicas y aperiódicas; La solución en frecuencia del sistema RC.
- **FILTROS ACTIVOS DE SEGUNDO ORDEN:** El orden en los filtros; Diagrama de Bode; Aproximación Butterworth.

METODOLOGÍA

Con un enfoque e-learning, de manera **asincrónica** los estudiantes abordarán las temáticas planteadas en el curso y desarrollarán las actividades basadas en los ejemplos presentados. Para ello, se tendrá acceso a un aula en una plataforma "[Moodle](#)", que permitirá entrar en contacto con pares y con el profesor, así como con las actividades, los recursos y los contenidos del curso. Además del contacto asincrónico, se llevarán a cabo encuentros **sincrónicos** con el fin de compartir



experiencias, en los que el profesor brinda realimentación sobre el trabajo desarrollado, orienta la realización de una actividad o atiende a las inquietudes que vayan surgiendo.

EVALUACIÓN

Aunque la evaluación cuantitativa se obtiene del correcto desarrollo de las actividades planteadas aproximadamente del 90%, también se tendrá en cuenta la parte cualitativa y la participación en clase.

Sin embargo, el porcentaje de cada actividad o examen se acordará con los estudiantes del curso.

TEMA	VALORACIÓN
• Series de Fourier	30
• Fenómeno de Gibbs - Wilbraham	30
• Filtrado de señales	30
• Participación individual en línea	10

REFERENCIAS

4.3.5.2 Plan de trabajo semanal

En la **Tabla 47** se presenta el plan de trabajo semanal para el estudiante.

Tabla 47. Plan de trabajo para el estudiante.

Curso	Fenómeno de Gibbs – Wilbraham
Profesor	Jesús Alberto Mercado Benítez
Módulo 1. Unidad #1: CONTEXTO HISTÓRICO	
Temáticas: Historia de la Serie de Fourier; Fenómeno de Gibbs – Wilbraham; Importancia de las Series de Fourier.	



Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 1	Semana 2	Realizar un aporte en este foro acerca del contexto histórico en el que apareció la Serie y los diferentes matemáticos que estuvieron involucrados en este período de tiempo.	Internet, computador.	Redacción y congruencia con los datos históricos reales.

Módulo 1. Unidad #2: REPRESENTACIÓN DE SEÑALES EN EL TIEMPO

Temáticas: Plano (t, f(t)), amplitud, periodo, frecuencia y w; Área bajo la curva; Integrales por sustitución simple; Integrales por partes.

Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 1	Semana 2	<p>El siguiente ejercicio hará que se familiarice con la representación de señales en el dominio temporal con un modelo matemático.</p> <p>Elaborar las gráficas de las siguientes señales descritas de forma matemática.</p> <ol style="list-style-type: none"> $f(t)=3t+5$ $f(t) = \begin{cases} A & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ f(t) = f(t \pm T) \end{cases}$ $F(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T}t & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{2A}{T}t + 2A & \text{si } \frac{T}{2} < t \leq T \\ F(t) = F(t \pm T) \end{cases}$ 	Internet, computador.	La solución correcta a los problemas de gráfica y representación matemática de las señales planteadas



Módulo 1. Unidad #3: ECUACIÓN DE SÍNTESIS

Temáticas: Series convergentes; Series divergentes; Serie finita y serie infinita; La serie de Fourier (Ecuación de síntesis).

Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 2	Semana 3	Resolver cuestionario con varias preguntas conceptuales mediante las cuales se evaluará la apropiación conceptual de lo que es una serie numérica.	Internet, computador, Matlab	Respuestas correctas

Módulo 1. Unidad #4: ECUACIÓN DE ANÁLISIS

Temáticas: La integral para a_k ; La integral para b_k ; Obtención de la serie de Fourier para señales periódicas.

Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 2 y 3	Semana 3 y 4	Representar las siguientes señales por medio de la serie de Fourier y compruebe los resultados con Matlab:	Internet, computador, Matlab	Solución de los ejercicios planteados.



		$1.) f(t) = \begin{cases} \frac{A}{T}t & \text{si } 0 \leq t \leq T \\ f(t) = f(t \pm T) \end{cases}$ $2.) f(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ \frac{A}{2}, & \frac{T}{4} < t \leq \frac{T}{2} \\ \frac{A}{4}, & \frac{T}{2} < t \leq \frac{3T}{4} \\ 0, & \frac{3T}{4} < t \leq T \\ f(t) = f(t + T) \end{cases}$		
--	--	---	--	--

Módulo 1. Unidad #5: CONDICIONES DE DIRICHLET

Temáticas: Condición 1: Integrabilidad; Condición 2: Número finitos de máximos y mínimos; Condición 3: Discontinuidades y amplitud finitas de las indeterminaciones.

Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 3	Semana 4	<p>Cuestionario individual y para realizarlo se recomienda ver el vídeo de esta sección y haber leído los documentos.</p> <p>Se presentarán diferentes preguntas conceptuales de las limitaciones que tiene la serie de Fourier respecto a la convergencia.</p>	Internet, computador, Matlab	Responder de forma correcta las preguntas planteadas.

Módulo 2. Unidad #1: DISCONTINUIDADES

Temáticas: Discontinuidad finita; Discontinuidad Infinita; Número de discontinuidades, amplitud.

Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación



Semana 4	Semana 5	Resolver cuestionario con varias preguntas conceptuales mediante las cuales se evaluará la apropiación conceptual de la identificación de discontinuidades en las señales.	Internet, computador, Matlab	Respuestas correctas
----------	----------	--	------------------------------	----------------------

Módulo 2. Unidad #2: OBSERVACIÓN Y MEDICIÓN DE LA AMPLITUD DEL FENÓMENO DE GIBBS - WILBRAHAM

Temáticas: Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs de forma visual; Cálculo de la amplitud del fenómeno de Gibbs con código; Dependencia con el número de armónicos.

Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 4	Semana 5	Cuadro comparativo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham en una señal con discontinuidades elegida por cada estudiante con una columna la percepción visual, otra con código y donde la columna común sea el número de armónicos de 5 en 5 donde se empiece por el armónico 10 y se termine en el 200 para ver la dependencia de la amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham con el número de armónicos.	Internet, computador, Matlab, Excel	Orden de los datos, análisis realizado y congruencia con la naturaleza del fenómeno.

Módulo 2. Unidad #3: FUNCIÓN ARMÓNICOS VS AMPLITUD FENÓMENO

Temáticas: Código creación función (#Armónicos, Amplitud fenómeno); Recreación eléctrica de una señal representada por medio de la serie de Fourier, Análisis del número de armónicos que generan máximos y mínimos del fenómeno de Gibbs – Wilbraham.



Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 5	Semana 6	Actividad 1: Cuadro comparativo de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham en una señal con discontinuidades elegida por cada estudiante con una columna la percepción visual, otra con código y donde la columna común sea el número de armónicos de 5 en 5 donde se empiece por el armónico 10 y se termine en el 200 para ver la dependencia de la amplitud del fenómeno de Gibbs - Wilbraham con el número de armónicos.	Internet, computador, Matlab, Excel, Simulink	Orden de los datos, análisis realizado y congruencia con la naturaleza del fenómeno. Criterio de elección del tiempo de muestreo en caso de usar el osciloscopio Simulink, Representación de la señal eléctricamente
Semana 5	Semana 6	Actividad 2: Representación eléctrica de una señal representada por medio de la serie de Fourier		
Módulo 3. Unidad #1: EL FILTRO RC				
Temáticas: Análisis temporal del sistema RC; La transformada de Fourier a señales periódicas y aperiódicas; La solución en frecuencia del sistema RC.				



Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 6	Semana 7	<p>Diseñar un filtro de primer orden y filtrar una señal representada por la Serie de Fourier con una frecuencia diferente para cada grupo de estudiantes donde se vea la atenuación el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham.</p> <p>Grupo 1 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 1Hz</p> <p>Grupo 2 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 0.5 Hz</p> <p>Grupo 3 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 1.5 Hz</p> <p>En Caso de haber más grupos, se asignará una frecuencia diferente a cada uno. Grupo de máximo 3 estudiantes</p>	Internet, computador, Matlab, simulink	<p>Correcta representación eléctrica de la señal hecha con la serie de Fourier.</p> <p>Funcionamiento del filtro y cálculo de los componentes a partir de la solución del filtro con la transformada de Fourier.</p>
Módulo 3. Unidad #2: FILTROS ACTIVOS DE SEGUNDO ORDEN				
Temáticas: El orden en los filtros; Diagrama de Bode; Aproximación Butterworth.				



Fecha de inicio	Fecha de entrega	Actividad (incluye el nombre de la actividad, su descripción y el tiempo estimado para su desarrollo)	Recursos	Criterios de evaluación
Semana 7	Semana 8	<p>Diseñar de un filtro activo de segundo orden pasa bajas para filtrar una señal representada por la serie de Fourier y lograr atenuar el fenómeno de Gibbs – Wilbraham.</p> <p>Una vez realizado el ejercicio, comparar el rendimiento con el filtro RC de primer orden.</p> <p>Se mantendrán las mismas frecuencias de la señal del laboratorio 1:</p> <p>Grupo 1 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 1Hz</p> <p>Grupo 2 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 0.5 Hz</p> <p>Grupo 3 Frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier aproximadamente 1.5 Hz</p> <p>Se valorará la funcionalidad del filtro activo de segundo orden</p>	Internet, computador, Matlab, simulink	<p>Funcionalidad del filtro de segundo orden.</p> <p>Comparación de rendimiento con el de primer orden</p>

4.4 VALORACIÓN DEL AFTIC

En el proceso de valoración del AFTIC se contó con la participación de tres expertos y un estudiante. El perfil de los expertos fue el siguiente: (a) Licenciado, (b) Magíster, (c) Doctor, con trayectoria en el área de Tecnología e Informática. A continuación, se describen los resultados obtenidos y una discusión alrededor de ellos.



4.4.1 Resultados

La valoración del AFTIC se realizó a través de una rúbrica que dio cuenta de lo pedagógico, el diseño y lo tecnológico, con el propósito de realizar una proyección de su uso por parte de estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional. Es de resaltar que el AFTIC representa una propuesta de integración entre las matemáticas y la electrónica, cuya creación partió de la indagación realizada alrededor de: (a) ¿qué características debe tener un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) para la articulación de las Series de Fourier a la fabricación de un filtro selectivo que atenúe el Fenómeno de Gibbs-Wilbraham?, (b) ¿cómo es el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier?, (c) ¿cómo desarrollar un filtro selectivo en frecuencia que se adapte a las características de la señal representada por medio de la serie de Fourier con un número finito de armónicos? Además, el ambiente refleja el alcance de los objetivos de investigación propuestos.

4.4.1.1 Lo pedagógico

En la **Tabla 48** se observan los aspectos y sus respectivas valoraciones de la dimensión pedagógica del AFTIC.

Tabla 48. Dimensión pedagógica del AFTIC.

ASPECTO	VALORACIÓN
Enfoque pedagógico (actividades)	(1) Las actividades de aprendizaje no guardan relación con el enfoque pedagógico elegido.
	(2) Algunas actividades de aprendizaje están relacionadas con el enfoque pedagógico elegido.
	(3) La mayoría de las actividades de aprendizaje están articuladas con el enfoque pedagógico elegido.
	(4) Todas las actividades de aprendizaje mantienen una estrecha relación con el enfoque pedagógico elegido.
Enfoque pedagógico (recursos)	(1) Los recursos de aprendizaje no guardan relación con el enfoque pedagógico elegido.
	(2) Algunos recursos de aprendizaje están relacionados con el enfoque pedagógico elegido.
	(3) La mayoría de los recursos de aprendizaje están articulados con el enfoque pedagógico elegido.
	(4) Todos los recursos de aprendizaje mantienen una estrecha relación con el enfoque pedagógico elegido.



ASPECTO	VALORACIÓN
Enfoque pedagógico (contenidos)	(1) Los contenidos de aprendizaje no guardan relación con el enfoque pedagógico elegido.
	(2) Algunos contenidos de aprendizaje están relacionados con el enfoque pedagógico elegido.
	(3) La mayoría de los contenidos de aprendizaje están articulados con el enfoque pedagógico elegido.
	(4) Todos los contenidos de aprendizaje mantienen una relación estrecha con el enfoque pedagógico elegido.
Enfoque pedagógico (productos)	(1) Los productos solicitados en el desarrollo de cada actividad no guardan relación con el enfoque pedagógico elegido.
	(2) Algunos productos solicitados en el desarrollo de cada actividad mantienen relación con el enfoque pedagógico elegido.
	(3) La mayoría de los productos solicitados en el desarrollo de cada actividad están articulados con el enfoque pedagógico elegido.
	(4) Todos los productos solicitados en el desarrollo de cada actividad mantienen una relación estrecha con el enfoque pedagógico elegido.
Diseño instruccional (objetivos)	(1) No se evidencia un objetivo general en cada temática ni un específico para cada actividad.
	(2) Se evidencia un objetivo general en cada temática y un específico en pocas actividades.
	(3) Se evidencia un objetivo general en cada temática y un específico en la mayoría de actividades.
	(4) Se evidencia un objetivo general en cada temática y un específico en cada actividad.
Diseño instruccional (actividad, recurso, contenido, producto)	(1) Las actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaje no guardan relación con el enfoque pedagógico y los objetivos propuestos.
	(2) Algunas actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaje guardan relación con el enfoque pedagógico y los objetivos propuestos.
	(3) La mayoría de actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaje guardan relación con el enfoque pedagógico y los objetivos propuestos.

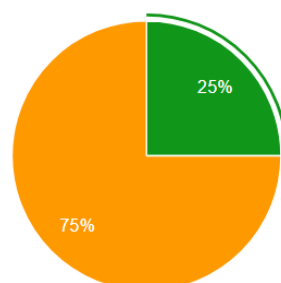


ASPECTO	VALORACIÓN
	(4) Todas las actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaje guardan estrecha relación con el enfoque pedagógico y los objetivos propuestos.
Trabajo colaborativo (espacios)	(1) No se han dispuesto espacios para la discusión y construcción colaborativa de conocimiento.
	(2) Se ha diseñado algún espacio colaborativo, sin una mecánica apropiada de discusión y aporte constructiva.
	(3) Se han diseñado los espacios de colaboración, con llamados a la equidad y el respeto en los procesos de construcción por equipo.
	(4) Se prevén espacios para la discusión y los aportes colaborativos, en donde se establecen llamados al respeto y a la construcción entre iguales.
Trabajo colaborativo (equipo)	(1) No se ha previsto la distribución equitativa del trabajo en equipo.
	(2) No se garantiza la distribución equitativa del trabajo en equipo.
	(3) No se garantiza del todo la distribución equitativa del trabajo en equipo.
	(4) Se garantiza el respeto y la distribución equitativa del trabajo en equipo.

En la **Figura 32** se observa un 25% en nivel 4 y un 75% en nivel 3, sobre el vínculo de las actividades con el enfoque pedagógico.

Enfoque pedagógico (actividades)

4 respuestas



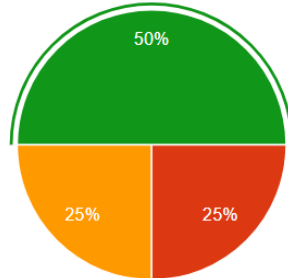
- (1) Las actividades de aprendizaje no guardan relación con el enfoque pedagógico elegido.
- (2) Algunas actividades de aprendizaje están relacionadas con el enfoque pedagógico elegido.
- (3) La mayoría de las actividades de aprendizaje están articuladas con el e...
- (4) Todas las actividades de aprendizaje mantienen una estrecha relación con...

Figura 32. Enfoque pedagógico (actividades).

En la **Figura 33** se observa un 50% en nivel 4, un 25% en nivel 3 y un 25% en nivel 2, sobre el vínculo de los recursos con el enfoque pedagógico.

Enfoque pedagógico (recursos)

4 respuestas



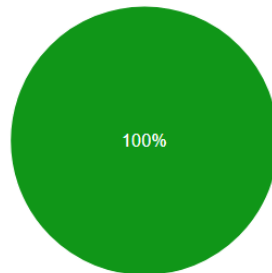
- (1) Los recursos de aprendizaje no guardan relación con el enfoque pedagógico elegido.
- (2) Algunos recursos de aprendizaje están relacionados con el enfoque pedagógico elegido.
- (3) La mayoría de los recursos de aprendizaje están articulados con el e...
- (4) Todos los recursos de aprendizaje mantienen una estrecha relación con...

Figura 33. Enfoque pedagógico (recursos).

En la **Figura 34** se observa un 100% en nivel 4, sobre el vínculo de los contenidos con el enfoque pedagógico.

Enfoque pedagógico (contenidos)

4 respuestas



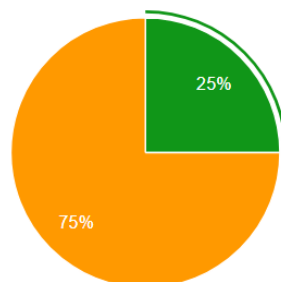
- (1) Los contenidos de aprendizaje no guardan relación con el enfoque pedagógico elegido.
- (2) Algunos contenidos de aprendizaje están relacionados con el enfoque pedagógico elegido.
- (3) La mayoría de los contenidos de aprendizaje están articulados con el e...
- (4) Todos los contenidos de aprendizaje mantienen una relación estrecha con...

Figura 34. Enfoque pedagógico (contenidos).

En la **Figura 35** se observa un 25% en nivel 4 y un 75% en nivel 3, sobre el vínculo de los productos con el enfoque pedagógico.

Enfoque pedagógico (productos)

4 respuestas



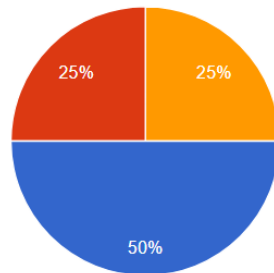
- (1) Los productos solicitados en el desarrollo de cada actividad no guardan relación con el enfoque pedagógico el...
- (2) Algunos productos solicitados en el desarrollo de cada actividad mantienen relación con el enfoque pedagógico el...
- (3) La mayoría de los productos solicitados en el desarrollo de cada ac...
- (4) Todos los productos solicitados en el desarrollo de cada actividad mantiene...

Figura 35. Enfoque pedagógico (productos).

En la **Figura 36** se observa un 25% en nivel 3, un 25% en nivel 3 y un 25% en nivel 1, sobre la presencia de objetivos en temáticas y actividades.

Diseño instruccional (objetivos)

4 respuestas



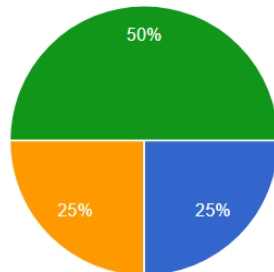
- (1) No se evidencia un objetivo general en cada temática ni un específico para cada actividad.
- (2) Se evidencia un objetivo general en cada temática y un específico en pocas actividades.
- (3) Se evidencia un objetivo general en cada temática y un específico en la m...
- (4) Se evidencia un objetivo general en cada temática y un específico en cada...

Figura 36. Diseño instruccional (objetivos).

En la **Figura 37** se observa un 50% en nivel 4, un 25% en nivel 3 y un 25% en nivel 1, sobre el vínculo de actividades, recursos, contenidos y productos con el enfoque pedagógico.

Diseño instruccional (actividad, recurso, contenido, producto)

4 respuestas



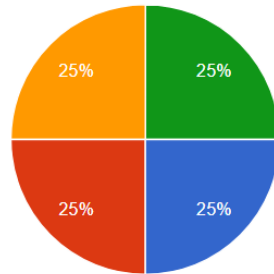
- (1) Las actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaje no guardan relación con el enfoque p...
- (2) Algunas actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaje guardan relación con el enfoque peda...
- (3) La mayoría de actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaj...
- (4) Todas las actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaj...

Figura 37. Diseño instruccional (actividad, recurso, contenido, producto).

En la **Figura 38** se observa un 25% en nivel 4, un 25% en nivel 3, un 25% en nivel 2 y un 25% en nivel 1, sobre los espacios de trabajo colaborativo.

Trabajo colaborativo (espacios)

4 respuestas



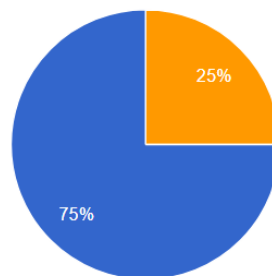
- (1) No se han dispuesto espacios para la discusión y construcción colaborativa de conocimiento.
- (2) Se ha diseñado algún espacio colaborativo, sin una mecánica apropiada de discusión y aporte const...
- (3) Se han diseñado los espacios de colaboración, con llamados a la equid...
- (4) Se prevén espacios para la discusión y los aportes colaborativos,...

Figura 38. Trabajo colaborativo (espacios).

En la **Figura 39** se observa un 25% en nivel 3 y un 75% en nivel 1, sobre los equipos en trabajo colaborativo.

Trabajo colaborativo (equipo)

4 respuestas



- (1) No se ha previsto la distribución equitativa del trabajo en equipo.
- (2) No se garantiza la distribución equitativa del trabajo en equipo.
- (3) No se garantiza del todo la distribución equitativa del trabajo en equipo.
- (4) Se garantiza el respeto y la distribución equitativa del trabajo en equipo.

Figura 39. Trabajo colaborativo (equipo).

4.4.1.2 El diseño

En la **Tabla 50** se observan los aspectos y sus respectivas valoraciones de la dimensión de diseño del AFTIC.

Tabla 49. Dimensión de diseño del AFTIC.

ASPECTO	VALORACIÓN
Interactividad	(1) En el AFTIC no se favorece la interacción del estudiante con las actividades, los recursos, los contenidos, el profesor y los pares.
	(2) En el AFTIC se plantea alguna interacción del estudiante con las actividades, los recursos, los contenidos, el profesor y los pares.



ASPECTO	VALORACIÓN
	(3) Aunque en el AFTIC se plantean estrategias para facilitar la interacción del estudiante con las actividades, los recursos, los contenidos y el profesor, está ausente la interacción entre pares.
	(4) En el AFTIC se plantean estrategias para facilitar la interacción del estudiante con las actividades, los recursos, los contenidos, el profesor y los pares.
Navegación	(1) Algunos enlaces no llevan a los sitios descritos, por lo que el estudiante/profesor se puede perder.
	(2) Aunque los enlaces de navegación existentes llevan a donde se espera ir, faltan algunos, por lo que el estudiante/profesor algunas veces puede perderse.
	(3) Los enlaces para la navegación llevan a donde se espera ir, por lo que el estudiante/profesor rara vez se pierde.
	(4) Los enlaces para la navegación están colocados consistentemente, están claramente etiquetados, permiten desplazarse fácilmente hacia adelante y hacia atrás, y llevan a donde se espera ir, por lo que el estudiante/profesor no se pierde.
Contenido	(1) Hay inexactitudes en el contenido provisto al estudiante o muchos de sus propósitos no se cumplen.
	(2) Algunos contenidos provistos al estudiante son precisos y cumplen con sus propósitos.
	(3) La mayoría de los contenidos provistos al estudiante son precisos y cumplen con sus propósitos.
	(4) Todos los contenidos provistos al estudiante son precisos y cumplen con sus propósitos.
Nivel de satisfacción	(1) Las actividades, recursos y contenidos de aprendizaje no son satisfactorios al ser tediosos e inapropiados.
	(2) Algunas actividades, recursos y contenidos de aprendizaje son satisfactorios.
	(3) Las actividades, recursos y contenidos de aprendizaje proyectan un buen nivel de satisfacción, aunque son susceptibles de mejora.
	(4) Las actividades, recursos y contenidos de aprendizaje proyectan un alto nivel de satisfacción al ser gratos y edificantes.



ASPECTO	VALORACIÓN
Calidad del AFTIC	(1) No se advierten recursos y contenidos que permitan el desarrollo de actividades y el logro de los objetivos de aprendizaje.
	(2) Solo algunos recursos y contenidos permiten el desarrollo de actividades, por lo que se logran escasamente algunos objetivos de aprendizaje.
	(3) La mayoría de los recursos y contenidos muestran armonía con las actividades y permiten el logro de los objetivos de aprendizaje.
	(4) Los recursos y contenidos se presentan de forma armónica y óptima con las actividades, coadyuvando al logro de los objetivos de aprendizaje.

En la **Figura 40** se observa un 50% en nivel 3, un 25% en nivel 2 y un 25% en nivel 1, sobre la interacción en el AFTIC.

Interactividad

4 respuestas

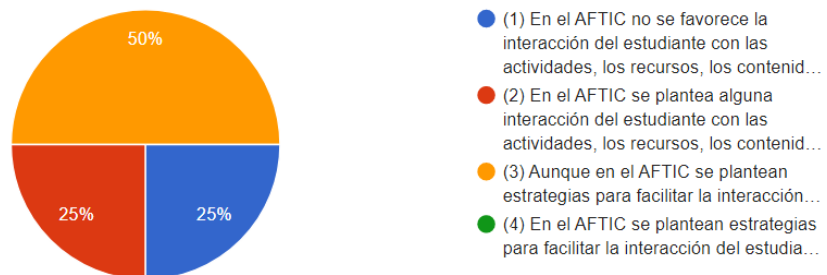
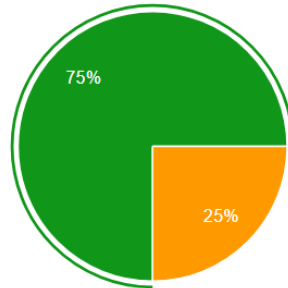


Figura 40. Interactividad.

En la **Figura 41** se observa un 75% en nivel 4 y un 25% en nivel 3, sobre los enlaces en el AFTIC.

Navegación

4 respuestas



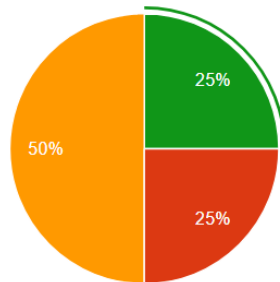
- (1) Algunos enlaces no llevan a los sitios descritos, por lo que el estudiante/profesor se puede perder.
- (2) Aunque los enlaces de navegación existentes llevan a donde se espera ir, faltan algunos, por lo que el estudiant...
- (3) Los enlaces para la navegación llevan a donde se espera ir, por lo que...
- (4) Los enlaces para la navegación están colocados consistentemente, es...

Figura 41. Navegación.

En la **Figura 42** se observa un 25% en nivel 4, un 50% en nivel 3 y un 25% en nivel 2, sobre los contenidos en el AFTIC.

Contenido

4 respuestas



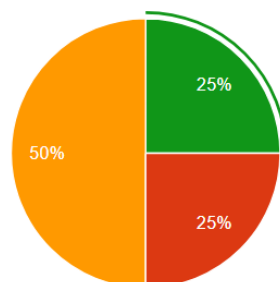
- (1) Hay inexactitudes en el contenido provisto al estudiante o muchos de sus propósitos no se cumplen.
- (2) Algunos contenidos provistos al estudiante son precisos y cumplen con sus propósitos.
- (3) La mayoría de los contenidos provistos al estudiante son precisos y...
- (4) Todos los contenidos provistos al estudiante son precisos y cumplen co...

Figura 42. Contenido.

En la **Figura 43** se observa un 25% en nivel 4, un 50% en nivel 3 y un 25% en nivel 2, sobre el nivel de satisfacción en actividades, recursos y contenidos en el AFTIC.

Nivel de satisfacción

4 respuestas



- (1) Las actividades, recursos y contenidos de aprendizaje no son satisfactorios al ser tediosos e inaprop...
- (2) Algunas actividades, recursos y contenidos de aprendizaje son satisfactorios.
- (3) Las actividades, recursos y contenidos de aprendizaje proyectan...
- (4) Las actividades, recursos y contenidos de aprendizaje proyectan...

Figura 43. Nivel de satisfacción.

En la **Figura 44** se observa un 25% en nivel 4, un 50% en nivel 3 y un 25% en nivel 2, sobre la calidad del AFTIC en cuanto a recursos y contenidos en relación con las actividades y los objetivos de aprendizaje.

Calidad del AFTIC

4 respuestas

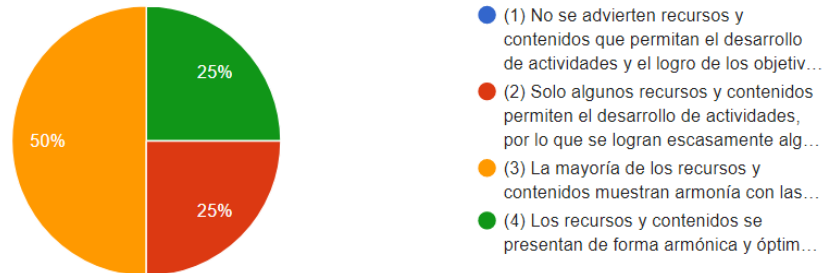


Figura 44. Calidad del AFTIC.

4.4.1.3 Lo tecnológico

En la **Tabla 51** se observan los aspectos y sus respectivas valoraciones de la dimensión tecnológica del AFTIC.

Tabla 50. Dimensión tecnológica del AFTIC.

ASPECTO	VALORACIÓN
Accesibilidad (plataforma)	(1) El ingreso a la plataforma es complejo y requiere de apoyo especializado.
	(2) Aunque el ingreso a la plataforma es complejo, no requiere de apoyo especializado.
	(3) El ingreso a la plataforma es algo complejo.
	(4) El ingreso a la plataforma es fácil.
Accesibilidad (clave)	(1) La clave de acceso no es recuperable.
	(2) Se requiere del apoyo del administrador para recuperar la clave de acceso.
	(3) La clave es recuperable, pero requiere de tiempo para ello.
	(4) La clave es recuperable mediante un procedimiento muy simple.
Accesibilidad (equipos)	(1) El AFTIC solo funciona en equipos de nueva generación.

ASPECTO	VALORACIÓN
	(2) El AFTIC funciona en algunos equipos de cómputo.
	(3) El AFTIC funciona en casi todos los equipos de cómputo, pero necesita de algunos requerimientos técnicos del sistema.
	(4) El AFTIC funciona en cualquier equipo de cómputo.

En la **Figura 45** se observa un 100% en nivel 4, sobre la accesibilidad a la plataforma.

Accesibilidad (plataforma)

4 respuestas



Figura 45. Accesibilidad (plataforma).

En la **Figura 46** se observa un 75% en nivel 4 y un 25% en nivel 2, sobre la accesibilidad a la clave de acceso a la plataforma.

Accesibilidad (clave)

4 respuestas

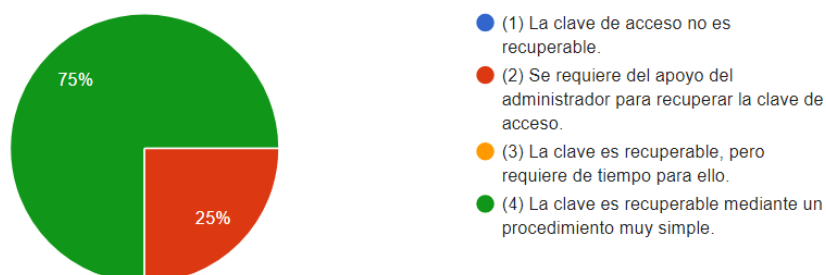


Figura 46. Accesibilidad (clave).

En la **Figura 47** se observa un 75% en nivel 4 y un 25% en nivel 3, sobre la accesibilidad del AFTIC desde diversos equipos.

Accesibilidad (equipos)

4 respuestas

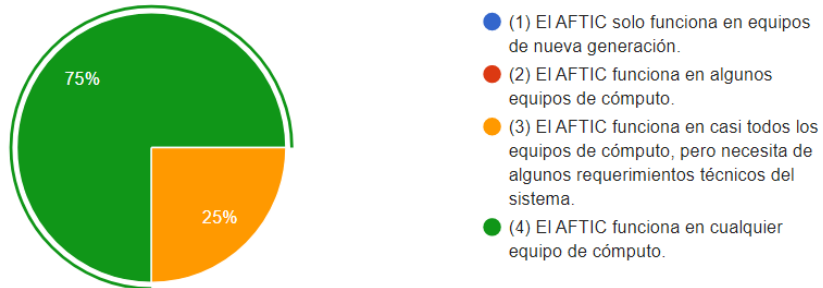


Figura 47. Accesibilidad (equipos).

4.4.2 Discusión

El estudio de la atenuación del fenómeno de Gibbs - Wilbraham implica, primero que todo la apropiación conceptual de que la serie de Fourier y la transformada de Fourier, que se han unido para fortalecer la integración de los estudios matemáticos con laboratorios reales y replicables, que funcionan y dejan un aprendizaje experimental en la electrónica.

El diseño de una propuesta formativa mediada por las TIC enfocada en la atenuación del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham a través del filtrado selectivo en frecuencia de señales representadas con la serie de Fourier como aporte a la integración curricular enfocada en estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional es un hecho palpable, que dejan como evidencia vídeos, documentos y actividades que buscan atender a las necesidades de estos objetos de estudio. En vídeos se describe el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier mediante sumatorias de señales senos o cosenos que se relacionan armónicamente; además, en el AFTIC se articulan las series de Fourier a la fabricación de un filtro selectivo en frecuencia para la atenuación del Fenómeno de Gibbs-Wilbraham como se observa en el apartado 4.3.3 de este documento.

La valoración del AFTIC desde perspectivas pedagógicas, de diseño y tecnológicas permitió la proyección de un proceso de mejoramiento para su uso por parte de estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional. En la **Figura 48** se observa una tendencia positiva hacia la propuesta actual, lo que indica que se va por un buen camino para los procesos de formación en los que se integran diversas áreas de conocimiento.



Valoración general del AFTIC:

4 respuestas

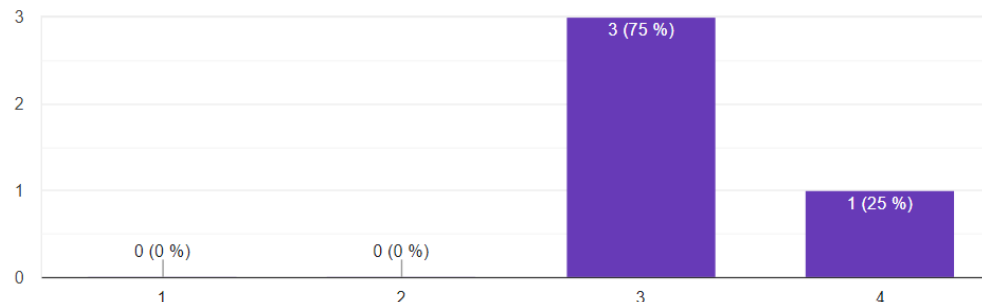


Figura 48. Valoración general del AFTIC.

En la **Tabla 52** se observan las sugerencias realizadas por los evaluadores, las cuales se tendrán en cuenta para la siguiente versión del AFTIC y su posterior empleo por parte de los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la UPN.

Tabla 51. Sugerencias de evaluadores.

EVALUADOR	SUGERENCIA
Experto 1	Está bien definido el AFTIC. Tal vez pondría más información y/o enlaces para establecer comunicación entre pares.
Estudiante	Si bien hay un buen contenido teórico y conceptual hace falta una metodología pedagógica para tratar los temas.
Experto 2	A nivel general la información, recursos y actividades están relacionados con un enfoque basado en ejemplos, sin embargo, es importante que en cada unidad o sección se especifique cuál es el objetivo específico y tratar de incorporar más espacios de debate o de interacción entre pares. De igual forma, es recomendable no emplear preguntas de V o F en los cuestionarios, mejor emplear tipo numéricas o tipo cloze para que estén más personalizadas. En cuanto a la estructura, recomiendo no utilizar dos columnas para bloques de información ya que se pierde espacio en la interfaz, se puede arrastrar el panel de Actividad Reciente a la columna del panel de administración y así solo se utilizaría una columna. No recomiendo tampoco usar el banner en las sub - unidades, primero porque ya se tiene una pestaña presentación con esta imagen, y segundo, no se hace de manera general sino únicamente en las unidades de Fenómeno y Filtro. A nivel técnico, es importante que no se use la marcación de finalización de actividad a menos



EVALUADOR	SUGERENCIA
	de que requiera para algún tipo de condicionamiento en el curso.
Experto 3	<p>Didactizar el ambiente, lo que aparece como contenido, NO resulta atractivo como elemento de aprendizaje para campos temáticos de complejidad como el que se presenta, en tal condición:</p> <p>Diseño instruccional (objetivos): (1) No se evidencia un objetivo general en cada temática ni un específico para cada actividad.</p> <p>Enfoque pedagógico (productos): (3) La mayoría de los productos solicitados en el desarrollo de cada actividad están articulados con el enfoque pedagógico elegido.</p> <p>Diseño instruccional (actividad, recurso, contenido, producto): (3) La mayoría de actividades, recursos, contenidos y productos de aprendizaje guardan relación con el enfoque pedagógico y los objetivos propuestos.</p> <p>Trabajo colaborativo (espacios): (2) Se ha diseñado algún espacio colaborativo, sin una mecánica apropiada de discusión y aporte constructiva.</p> <p>Trabajo colaborativo (equipo): (1) No se ha previsto la distribución equitativa del trabajo en equipo.</p> <p>Interactividad: (1) En el AFTIC no se favorece la interacción del estudiante con las actividades, los recursos, los contenidos, el profesor y los pares.</p> <p>Navegación: (3) Los enlaces para la navegación llevan a donde se espera ir, por lo que el estudiante/profesor rara vez se pierde.</p> <p>Contenido: (2) Algunos contenidos provistos al estudiante son precisos y cumplen con sus propósitos.</p> <p>Nivel de satisfacción: (2) Algunas actividades, recursos y contenidos de aprendizaje son satisfactorios.</p> <p>Calidad del AFTIC: (2) Solo algunos recursos y contenidos permiten el desarrollo de actividades, por lo que se logran escasamente algunos objetivos de aprendizaje.</p> <p>Accesibilidad (plataforma): (4) El ingreso a la plataforma es fácil.</p> <p>Accesibilidad (clave): (2) Se requiere del apoyo del administrador para recuperar la clave de acceso.</p> <p>Accesibilidad (equipos): (4) El AFTIC funciona en cualquier equipo de cómputo.</p>

Cabe resaltar que las limitaciones de la investigación se enmarcan en la falta de un buen osciloscopio para una mejor visualización del filtrado, sin



embargo, aún con el osciloscopio de Simulink se pudo observar la atenuación del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham con el uso de filtros pasa bajas muy sencillos, lo cual se puede extrapolar al tratamiento de cualquier tipo de señales que son de suma importancia en las telecomunicaciones. Otro aspecto a fortalecer es la necesidad de dejar constancia de varios aspectos incluidos en este documento en el AFTIC, para haber mejorado la valoración de los expertos en ciertos aspectos.



5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este apartado se encontrarán las conclusiones del trabajo de grado con algunas recomendaciones para futuros estudios.

5.1 CONCLUSIONES

El desarrollo del trabajo permitió explorar alternativas de integración de las áreas de matemática y electrónica a través del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham; proceso en el que desde una perspectiva de aprendizaje basado en ejemplos a partir de contenidos escritos y audiovisuales, se realiza un recorrido de este fenómeno desde las series de Fourier hasta su atenuación, además de presentar diversos actores involucrados como es el caso del matemático Henry Wilbraham, quien fue el primero en notar tal oscilación de alta frecuencia cuando se intenta representar una señal con saltos con la serie de Fourier; saltos que son conocidos como indeterminaciones.

Durante la descripción el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier mediante sumatorias de señales senos o cosenos que se relacionan armónicamente, se pudo observar que el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, es un fenómeno oscilatorio con puntos máximos y mínimos que dependen del número de armónicos utilizados para representar una señal con la Serie de Fourier, el cual no se atenúa a medida que el número de armónicos aumenta linealmente.

Las preguntas ¿qué características debe tener un Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) para la articulación de las Series de Fourier a la fabricación de un filtro selectivo que atenúe el Fenómeno de Gibbs-Wilbraham?, ¿cómo es el proceso de representación de señales a través de la serie de Fourier?, ¿cómo desarrollar un filtro selectivo en frecuencia que se adapte a las características de la señal representada por medio de la serie de Fourier con un número finito de armónicos?, se ven reflejadas en las características del Ambiente Formativo mediado por las TIC (AFTIC) creado, en el que se articularon conceptos de serie de Fourier, transformada de Fourier y filtrado, fundamentales para la integración de las matemáticas y la electrónica.

La valoración del AFTIC desde perspectivas pedagógicas, de diseño y tecnológicas para la proyección de su uso por parte de estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional, permitió evidenciar que las actividades, recursos y contenidos disponibles en el ambiente estuvieron relacionados con el enfoque pedagógico basado en ejemplos, lo que hace necesario que en cada módulo, las unidades planteen de manera explícita sus objetivos formativos e involucren a los estudiantes a través de la interacción en espacio como foros de discusión.



En los procesos evaluativos es necesario ir más allá del planteamiento de preguntas con sólo dos opciones de respuesta, falso o verdadero, e involucren preguntas incrustadas o con respuestas anidadas para la obtención de respuestas con opción múltiple, cortas y numéricas.

Es así que, en el AFTIC fue posible la representación de señales periódicas con la serie de Fourier, y a partir de esta mirada matemática se pasó a la explicación detallada de cada paso necesario para el desarrollo de un filtro electrónico. En este proceso se desarrolla un análisis en la frecuencia compleja con la transformada de Fourier para el Fenómeno de Gibbs – Wilbraham con rizado de alta frecuencia; cuya frecuencia de corte del filtro debe ser mayor que la frecuencia de la señal representada con la serie de Fourier; aspectos que reflejan el cumplimiento de los objetivos propuestos sobre el diseño de una propuesta formativa, la representación de señales, así como la creación y valoración de un AFTIC, en pro de beneficiar a los estudiantes de la Licenciatura en Electrónica de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN).

5.2 RECOMENDACIONES

Algo muy interesante encontrado en este trabajo de grado es haber descubierto el carácter oscilatorio de la amplitud del Fenómeno de Gibbs – Wilbraham, podrían presentarse varias preguntas para proyectos futuros como ¿por qué hay una visible reducción de la amplitud del fenómeno en los 347 armónicos?, ¿por qué la amplitud del fenómeno decrece en los múltiplos de enteros de 1000?

Respecto al fenómeno de Gibbs – Wilbraham, se puede seguir estudiando con las TIC con aplicaciones matemáticas disponibles actualmente, al permitir una reducción significativa del tiempo de cálculo de ciertas tareas repetitivas.

De otro lado, la aplicación de un filtrado a señales abre la puerta a múltiples aplicaciones, si bien en este trabajo de grado se tuvo una finalidad pedagógica, es necesario seguir buscando el correcto funcionamiento de diversos dispositivos presentes en diversas áreas de conocimiento que tienen implicaciones en la vida real.

Finalmente, es necesario seguir explorando estrategias para la producción de videos enfocados en Ambientes Formativos mediados por las TIC (AFTIC), que abran puertas a la curiosidad y al interés de los estudiantes que deseen continuar profundizando en estas temáticas, dada su importancia en áreas como la óptica y la salud.



6 GLOSARIO

AFTIC: Ambiente Formativo mediado por las TIC

FILTRO: En electrónica un filtro es un dispositivo que dependiendo de su disposición atenúa ya sea frecuencias altas, bajas o un intervalo necesitado.

FOURIER: Jean-Baptiste Joseph Fourier fue un físico y matemático francés que nació en 1768 y murió 62 años después en 1830, a él se le debe el análisis armónico de la serie que lleva su nombre y la transformación del dominio temporal al dominio de la frecuencia compleja $j\omega$

GIBBS: Josiah Willard Gibbs fue un físico estadounidense que contribuyó de forma destacada a la fundación teórica de la termodinámica y que además de publicó, no por primera vez, pero si de forma más notoria la investigación respecto a la oscilación de alta frecuencia presentada en la serie de Fourier cuando se representan señales con indeterminaciones.

SEÑAL: Es una función de una o varias variables que puede ser periódica, aperiódica, oscilatoria o continua.

SERIE: En matemáticas una serie es una suma de términos relacionados con un índice de tipo entero.

TIEMPO: Es una construcción humana para medir lo que separa los sucesos pasados, de los más recientes y en sistemas no causales, los futuros.

TRANSFORMADA: En este trabajo de grado se le denomina transformada al paso de un dominio a otro de una función.

WILBRAHAM: Henry Wilbraham matemático inglés que descubrió la oscilación de alta frecuencia en las indeterminaciones de una señal representada con la serie de Fourier 50 años antes que Josiah Willard Gibbs.



7 REFERENCIAS

Abugauch, E., & Steiervalt, A. (2020). Desing thinking: aprender diseño haciendo y experimentando. *UCES.DG: Enseñanza y Aprendizaje del Diseño*, 7(14), 65-73.
http://dspace.uces.edu.ar:8180/jspui/bitstream/123456789/5293/1/Desing%20thinking_Steiervalt_Abugauch.pdf

Ademar Ferreyra, H. (2018). Escuela secundaria: currículo, saberes y prácticas en contexto. *Sophia*, 14(1), 1-11.
<http://www.scielo.org.co/pdf/sph/v14n1/1794-8932-sph-14-01-00001.pdf>

Aguinaga D., J. L., Reyes Á., E. Y., & Salazar D., B. N. (2020). *Series de Fourier y el fenómeno de la difracción de la luz* (Tesis de pregrado). Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León, Nicaragua.
<http://riul.unanleon.edu.ni:8080/jspui/bitstream/123456789/8176/1/245050.pdf>

Aguirre Macavilca, M. C. (2019). *Uso de la plataforma Moodle y el desempeño académico de los estudiantes de la carrera de Electrónica Industrial en la asignatura de Matemática I, de la Escuela de Ingeniería en el Instituto Superior Tecnológico Privado CIBERTEC; 2017-II* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.
<http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/20.500.12672/10745>

Alan V. Oppenheim & Alan S. Willsky. (1996). *Signals & Systems*. 2 ed. EEUU: Sharyn Vitrano.

Albert Malvino & David J. Bates. (2007). *Principios de Electrónica*. 7 ed. Madrid: McGraw-Hill.

Anaya Z., R. (2018). *El método constructivista y la construcción de conocimientos práctico y conceptual básicos del área de Ingeniería Eléctrica y Electrónica* (Tesis de doctorado). Universidad José Martí de Latinoamérica, Monterrey, México.
<https://repositorio.tec.mx/handle/11285/636814>

Arteaga M., T. A., & Sánchez G., A. A. (2019). *Análisis de circuitos eléctricos con frecuencia variable* (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica Salesiana, Guayaquil, Ecuador.
<http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/17347>

Ávila S., Y., Aranda C., B. L., & Paz D., I. M. (2018). Estudio de Caso: Una Alternativa de Formación de la Competencia para la Orientación Educativa. *Revista de Investigación, Formación y Desarrollo: Generando Productividad Institucional*, 6(3), 2.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7405714>



Ávila, J. M. L. (2021). Análisis de la respuesta de los sistemas lineales mediante diversas técnicas, incluyendo el análisis de Fourier para un filtro pasabajas de primer orden. *Revista Educación en Ingeniería*, 16(32), 3-9. <https://educacioneningenieria.org/index.php/edi/article/view/1168>

Bonafonte, A. (2008). *Transformada de Fourier*. Universidad Politécnica de Cataluña. https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/191346/tema2.transf_fourier_v29may2009-2742.pdf

Caicedo Grajales, A. D. (2018). *Diseño e implementación de un sistema de control de temperatura* (Tesis de pregrado). Universidad ECCI, Bogotá, Colombia. <https://repositorio.ecci.edu.co/handle/001/1334>

Camelo-Quintero, E. F. (2019). Implementación de prácticas de laboratorio en la educación virtual de los programas de ingeniería electrónica y telecomunicaciones. *Revista Virtu@lmente*, 7(1), 29-44. <https://journal.universidadean.edu.co/index.php/vir/article/view/2319>

Cañarte A., C. E. (2019). *Diseño e implementación de un analizador espectral de señales de voltaje y corriente para la obtención de valores DC, RMS, THD, factor de potencia, potencia activa, reactiva, aparente* (Tesis de pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador. Recuperado de <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/20306>

Castro Jaluba, W. R., & Contreras Pico, C. R. (2020). *Implementación de un filtro analógico selectivo en frecuencia con parámetros variantes en el tiempo*. En Modelos y aplicaciones en ingeniería para el desarrollo social y tecnológico (pp. 35-62). Universidad Santo Tomás. <https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/37946/Modelos%20y%20aplicaciones%20en%20ingenieri%CC%81a.pdf>

Cernaqué V., J. C. (2020). *Software Educativo Simulador para lograr Aprendizaje de Asignatura Redes Telemáticas en Electrónica de UAP* (Tesis de maestría). Universidad San Pedro, Huacho, Perú. <http://publicaciones.usanpedro.edu.pe/handle/USANPEDRO/14645>

Chirinos R., J. E. (2019). *Series de Fourier* (Tesis de pregrado). Universidad de La Laguna, La Laguna, España. Recuperado de <https://riull.ull.es/xmlui/handle/915/15738>

Contreras V., R. (2017). *Estudio magnético, polarización inducida y resistividad en el yacimiento minero de Shahuindo: adquisición, procesamiento e interpretación, periodo 2002–2012, región Cajamarca* (Tesis de pregrado). Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Arequipa, Perú. <http://190.119.145.154/handle/UNSA/2534>



Coronel M., F. M., Guilcapi M., J. R., & Torres R., K. H. (2018). Uso de derive y su incidencia en el proceso enseñanza-aprendizaje en el cálculo de gráficas de transformadas de Fourier en matemática. *European Scientific Journal*, 14(36), 24-36. <https://eujournal.org/index.php/esj/article/view/11596/11063>

Cuásquer L., M. E. (2017). *Modelo interactivo tic/tac bajo el uso de un computador de placa única enfocado al desarrollo de habilidades de electrónica básica para niños* (Tesis de pregrado). Universidad Técnica del Norte, Ibarra, Ecuador. <http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/7393>

Cum B., L. E. (2019). *Virtualización del tema de diodos semiconductores de la unidad uno del curso de Electrónica 1, bajo el modelo constructivista de educación y el uso de TIC* (Tesis de pregrado). Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala. <http://www.repositorio.usac.edu.gt/14344/1/Luis%20Emilio%20Cum%20Batz.pdf>

Da Silva Mello, W. H. (2021). *El trabajo docente en tiempos de pandemia, educación remota y desigualdad educativa: percepciones, discursos y prácticas de los y las profesores/as de escuelas secundarias de Florencio Varela en el año 2020* (Tesis de pregrado). Universidad Nacional de La Plata, Argentina. <https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/library?a=d&c=tesis&d=Jte2048>

De Armas R., A. (2020). *Realización de un sistema básico para la ecualización de señales de audio y la generación de efectos de sonido* (Tesis de pregrado). Universidad de La Laguna, España. <https://riull.ull.es/xmlui/handle/915/19809>

De La Rosa Escorcía, J. J., & Amador Fernández, A. A. (2021). *El proceso de resignificación de la praxis docente y curricular desde la perspectiva de la implementación de los proyectos pedagógicos productivos* (Tesis de maestría). Corporación Universidad de la Costa, Barranquilla, Colombia. <https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/8028>

Duarte M., J. F. (2020). *Aplicación móvil para desarrollar y graficar series de Fourier* (Tesis de maestría). Instituto Tecnológico de Chihuahua II, Chihuahua, México. <https://rinacional.tecnm.mx/jspui/handle/TecNM/2621>

Eizaguirre, S., & Seré, A. (2017). *Carburo de Silicio: del cristal al convertidor* (Tesis de pregrado). Universidad de la República, Montevideo, Uruguay. <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/handle/20.500.12008/20132>

Escalante B., K. S. (2017). *Instrumentación virtual utilizando LabView para la asignatura de señales y sistemas en la carrera de Ingeniería en*



Telecomunicaciones (Tesis de pregrado). Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador.
<http://201.159.223.180/handle/3317/7689>

Esquivel H., J. (2017). *Diseño y construcción de un prototipo programable, orientado a la aplicación de algoritmos de procesamiento digital de señales de audio* (Tesis de pregrado). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia. <http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/9651>

Fajardo F., L. F. (2017). *Campus educativo intermodal-CEI-en la Fundación Universitaria Konrad Lorenz-Análisis de un caso* (Tesis de maestría). Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia. <https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/10489/u251372.pdf>

Farfán M., R. M., & Romero F., F. W. (2019). Situación de Aprendizaje para la Serie Trigonométrica de Fourier desde la Teoría Socioepistemológica. *Acta Scientiae*, 21(2), 28.

Fernández M., A. M. (2018). *Desarrollo de materiales para el aprendizaje online y la autocorrección en Procesado Digital de Sonido* (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España. <https://riunet.upv.es/handle/10251/109763>

Gestal, M., Vázquez, J. M., Fernández-Blanco, E., Rivero, D., Rabuñal, J. R., Dorado, J., & Pazos, A. (2015). Aprendizaje basado en ejemplos: desarrollo de aplicaciones empresariales con tecnologías .NET. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 9(1), 77-100. <https://revistas.upc.edu.pe/index.php/docencia/article/view/385>

Giménez-Palomares, F., Lapuebla-Ferri, A., & Monsoriu-Serra, J. A. (2018). (2018). *Trabajando interactivamente con series de Fourier y trigonométricas*. En Libro de Actas XXVI Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (pp. 439-449). Universidad de Oviedo. <https://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/handle/10651/48262/CUIEETGimenez.pdf>

Gómez Fernández, J. A. (2018). *Una introducción a los Wavelets complejos y filtrado de señales* (Tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/23721>

Guerrero Guerrero, A. F., Delgado-Torres, L. D. F., & Escobar Ortiz, E. S. (2021). *Técnica Processor In the Loop (PIL) aplicada en el desarrollo de prácticas de laboratorio de Ingeniería Electrónica*. En Encuentro



Internacional de Educación en Ingeniería ACOFI.
<https://acofipapers.org/index.php/eiei/article/view/1596>

Gutiérrez Tocas, V. L. (2015). *La instrumentación virtual y su incidencia en el proceso Enseñanza-Aprendizaje para formar al Ingeniero Electricista en la UNAC* (Informe de investigación). Universidad Nacional del Callao, Callao, Perú. <http://repositorio.unac.edu.pe/handle/20.500.12952/1085>

Hernández S., R., Fernández C., C., & Baptista L., P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.

Hoogerheide, V., & Roelle, J. (2020). Example-based learning: New theoretical perspectives and use-inspired advances to a contemporary instructional approach. *Applied Cognitive Psychology*, 34(4), 787-792. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/acp.3706>

Hurtado de B., J. (2010). *Metodología de la investigación: guía para la comprensión holística de la ciencia* (4ª. Ed.). Caracas: Quirón Ediciones.

lardelevsky, A., Rebello, G., Alvarez, M., & Gardyn, N. (2021). La escolaridad ya no es ir a la escuela. *Revista Latinoamericana de Políticas y Administración de la Educación*, (14), 103-114. <http://revistas.untref.edu.ar/index.php/relapae/article/view/1027>

Izquierdo D., J. (2018). *Material didáctico sobre el tema aplicación de la serie de Fourier en la solución de los circuitos eléctricos lineales para los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica* (Tesis de pregrado). Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Cuba. <http://dspace.uclv.edu.cu/handle/123456789/9872>

Izquierdo S., D. (2021). *Aproximación RBF de funciones explícitas con discontinuidades* (Tesis de doctorado). Universidad de Zaragoza, España. <https://zaguan.unizar.es/record/107359/files/TESIS-2021-258.pdf>

Jiménez P., A. (2021). *Diseño de agrupaciones de antenas leaky-wave a través de técnicas de filtrado y formulación en el dominio de z* (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica de Cartagena, España. <https://repositorio.upct.es/handle/10317/9251>

Julca D., D., & León R., W. (2019). *Propuesta de uso de la TIC Android, basado en la teoría del constructivismo de Vygotsky para fortalecer el proceso de monitoreo y acompañamiento docente primario y secundario de la IE N° 16194, Nueva Urbanización del distrito de Bagua, Región Amazonas-2015* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Bagua, Perú. <https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/6790>



Kasim K., G. (1992). *Change of phase: The transformation of nineteenth-century thermodynamics. Josiah Willard Gibbs (1873-1878)* (Doctoral dissertation). Cornell University, USA. <https://www.proquest.com/openview/d77061840ad91825fc562654e2efa504/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>

Lázaro J., V. (2020). *La transformada de Fourier en varias variables y sus aplicaciones al estudio de las EDPs* (Tesis de pregrado). Universidad de Cantabria, España. <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/20494>

Males P., D. C. (2019). *Introducción a las series de Fourier no armónicas* (Tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. <http://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/23745>

Martínez Aragón, M. (2019). *Diseño e implementación en "hardware-in-the-loop" del sistema carro-péndulo con base en un procesador digital de señales* (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León – Oaxaca, México. <http://repositorio.utm.mx/bitstream/123456789/279/1/2019-MR-MMA.pdf>

Mendieta, F., Yanza, G., Tusa, E., & Oyola, E. (2018). Visualización de series de Fourier utilizando MATLAB. *Conference Proceedings*, 2(1), 76-81. <https://investigacion.utmachala.edu.ec/proceedings/index.php/utmach/article/view/302/248>

Molina M., J. K. (2017). *Análisis de Fourier: de lo Clásico a lo Abstracto* (Tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. <http://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/12993>

Morales P., J. E. (2021). *Comparación de metodologías Cruz y PQ para el control de filtro activo, para disminuir armónicos en un sistema de distribución eléctrico ante un escenario de carga no lineal desbalanceada* (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica Salesiana de Quito, Quito, Ecuador. <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/20876>

Moreta R., M. D. C. (2012). *Laboratorio virtual para el mejoramiento del aprendizaje de filtros digitales en DSP en la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial* (Tesis de pregrado). Universidad Técnica de Ambato, Ambato, Ecuador. Recuperado de <http://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/2474>

Muñoz D. L. T., M. Á. (2017). *Cálculo de alas en régimen no estacionario y compresible subsónico* (Tesis de pregrado). Universidad de Sevilla, Sevilla, España. <https://idus.us.es/handle/11441/65366>



Ortiz F., A. (2018). Series de Fourier: Una Perspectiva Histórica. *Selecciones Matemáticas*, 5(1), 102-120.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7167078>

Palma, E., Rentería, F., & Castro, J. (2021). Estrategia didáctica en el entorno virtual para la enseñanza de electrónica. *Revista Clake Education*, 2(1).
<http://revistaclakeeducation.com/ojs/index.php/Multidisciplinaria/article/view/65>

Parentelli, V. (2020). *La relación entre la flexibilidad curricular y la interdisciplina: la mirada dialógica de los docentes y estudiantes de la Facultad de Información y Comunicación*. En: Desafíos y paradojas de la comunicación en América Latina: las ciudadanías y el poder (pp. 273-283). ALAIC 2020.
https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/8688/GT4_C_omunicaci%C3%B3n%20y%20Educaci%C3%B3n_V2final.pdf

Peralta H., J. (2018). Técnicas para la enseñanza de resolución de problemas. *Revista en Ciencias Sociales y Humanidades Apoyadas por Tecnologías*, 7(13), 17-23.
<https://chat.iztacala.unam.mx/cshat/index.php/cshat/article/view/122>

Pérez Díaz, L. (2014). *Gestión del emprendimiento en perspectiva curricular*. En Currículo y Emprendimiento, (pp. 13-42). Universidad de La Salle.
<https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1011&context=libros#page=12>

Pérez, R. (2021). El software como apoyo didáctico en la enseñanza de la electrónica digital en la educación superior en México. *RUNAS Journal of Education and Culture*, 2(3).
<https://runas.religacion.com/index.php/about/article/view/45/48>

Quijano Hernández, M. H., & Almeida Sánchez, H. V. (2021). Uso de aplicaciones en la enseñanza y articulación de la Física y las Matemáticas. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 85-91.
<https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/15063>

Quishpe U., F. G. (2017). *Localización de fallas en sistemas de transmisión eléctrica usando la transformada de Wavelet* (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica Salesiana, Quito, Ecuador. Recuperado de <http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/13544>

Rebollino L., J. M. (2017). *Un enfoque para la integración de funciones quasi-singulares basado en modificaciones de la fórmula de cuadratura de*



Gauss-Chebyshev (Tesis de doctorado). Universidad de Vigo, España.
<http://www.investigacion.biblioteca.uvigo.es/xmlui/handle/11093/773>

Rodán-Blay, C., Escrivá-Escrivá, G., Fuster-Roig, V., Segura-Heras, I., & Roldán-Porta, C. (2018). *Utilización de vídeos screencast para la mejora del aprendizaje de teoría de circuitos en grados de ingeniería*. En XXVI Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (pp. 394-405). Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón. Recuperado de <http://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/10651/48189/1/CUIEETRoldan.pdf>

Rodríguez del Río, R., & Zuazua Iriondo, E. (2003). Series de Fourier y fenómeno de Gibbs. *CUBO Matemática Educativa*, 5(2), 185-224.
<https://eprints.ucm.es/id/eprint/8364/>

Rodríguez O., A. F. (2021). *Simulación de Aplicaciones con series trigonométricas de Fourier en sistemas de comunicaciones electrónicas* (Tesis de maestría). Universidad Técnica de Ambato, Ambato, Ecuador.
<http://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/33226>

Rodríguez Ramírez, A. G., Nandayapa Alfaro, M. D. J., & Vergara Villegas, O. O. (2019). Identificación de parámetros de un motor DC para el control de par sin sensor de una interfaz háptica. *Pistas Educativas*, 41(134), 1322-1338. <http://itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas/article/view/1991>

Rodríguez-Rodríguez, A., Valdés-Tamayo, P., Pino-Tarragó, J., & Domínguez-Gálvez, D. (2020). Otra mirada a la representación de funciones en Serie de Fourier. *Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada Yachasun*, 4(7), 58-70.
<http://editorialibkn.com/index.php/Yachasun/article/view/37>

Rojas Mendoza, J. E. (2018). *Modelo Sistémico-Integrador-Docente para desfragmentar la formación de los Estudiantes del Ciclo Avanzado del CEBA "Nuestra Señora de la Merced"*. Cajamarca, 2014 (Tesis de doctorado). Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Lambayeque, Perú:
<https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/2407>

Romero F., F. W., & Farfán M., R. M. (2019). Proceso de generalización asociado al cálculo de los coeficientes de Fourier. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(2), 414-421.
<http://funes.uniandes.edu.co/14109/1/Romero2019Proceso.pdf>

Ruel V. Churchill & James W Brown (1996). *Variable compleja y aplicaciones*. 5 ed. Madrid: McGraw-Hill.



Sánchez G., C. A. (2018). *Implementación de una Metodología de Aprendizaje Conjunta (PBL and EBL) para Satisfacer los Criterios de ABET para Prácticas de Laboratorio en Ingeniería de Fabricación* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/68816>

Santiago P., L. (2017). La Domótica como herramienta para el desarrollo de competencias básicas en electrónica e informática. *Revista Electrónica Sobre Cuerpos Académicos y Grupos de Investigación*, 4(8). <http://www.cagi.org.mx/index.php/CAGI/article/view/138>

Serrano García, D. A., Noriega Quintero, M. J., Orozco Mendoza, H., & Arroyo Ramírez, B. (2017). Simulador de movimientos lineales basado en un robot con 6 grados de libertad. *Pistas Educativas*, 39(125), 611-622. <http://www.itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas/article/view/934/800>

Simancas G., J. L. (2017). *Filtrado analógico en instrumentación para acondicionamiento de señales de pulsos en procesos industriales utilizando la técnica POSICAST* (Tesis de maestría). Universidad de La Costa, Barranquilla, Colombia. <https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/607>

Tipantuña B., J. F., & Velasco S., J. L. (2017). *Las TIC como herramienta para la enseñanza de Estadística básica en los estudiantes de primero de bachillerato general unificado del Instituto Nacional Mejía, situada en la provincia de Pichincha cantón Quito zona 9 distrito 17d04_c05 en el período 2015-2016* (Tesis de pregrado). Universidad de Guayaquil, Quito, Ecuador. <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/30512>

Trinidad T., A. (2017). *Transformada de Fourier y su aplicación en procesamiento digital de imágenes* (Tesis de pregrado). Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México. <https://www.fcm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/ma/FlorAngelicaTrinidadTorres.pdf>

Vergara G., J. C. (2019). *Desarrollo de un simulador de electrocardiografía con propósito académico* (Tesis de pregrado). Universidad Autónoma de Occidente, Cali, Colombia. <https://red.uao.edu.co/handle/10614/11893>