

**Hacia una reflexión de la Educación Matemática desde
la Educación Popular: el caso de Germán Mariño**

Vera Álvarez Castaño

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

Bogotá, D.C

2017

**Hacia una reflexión de la Educación Matemática desde
la Educación Popular: el caso de Germán Mariño**

Vera Álvarez Castaño

Trabajo de grado para optar el título de Magister en Educación

Director

Jorge Jairo Posada Escobar

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

Bogotá, D.C

2017

AGRADECIMIENTOS

A **Santiago**, que es mi compañero y apoyo en cada camino.

Al profesor **Jorge Posada**, por creer en este trabajo y por sus acertados comentarios para mejorarlo.

Y en general a todas aquellas personas que han formado parte de mi vida en la Educación Popular y me han ayudado a conocer, comprender y reflexionar acerca de la misma.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>ANÁLISIS DE LA REALIDAD</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página iv de 5	

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado de maestría (investigación)
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Hacia una reflexión de la Educación Matemática desde la Educación Popular: El caso de Germán Mariño
Autor(es)	Álvarez Castaño, Vera
Director	Posada Escobar, Jorge Jairo
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2017, p. 221
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	EDUCACIÓN MATEMÁTICA, EDUCACIÓN POPULAR, PEDAGOGÍA, SABERES PREVIOS

2. Descripción
<p>Trabajo de investigación acerca de los planteamientos de la Educación Matemática que se han realizado desde la perspectiva crítico-transformadora de la Educación Popular, a partir del análisis documental de los textos más relevantes en los que se presentan las propuestas basadas en el reconocimientos de los saberes previos de los educandos.</p>

3. Fuentes
<p>Álvarez, J. (2009). Interculturalidad: un dialogo: educación popular e interculturalidad. Experiencias, desafíos y prospectiva. La Piragua, (28), pp.91-102.</p> <p>Ávila, Alicia. (1997). Repensando el currículo de matemáticas para la educación de los adultos. En Conocimientos matemáticos en la educación de jóvenes y adultos. Santiago de Chile: UNESCO-SANTIAGO.</p> <p>Ávila, A. (2003_a). Matemáticas y Educación de Jóvenes y Adultos. <i>Decisio</i>, (4), pp.5-7.</p> <p>Ávila, A. (2003_b). Cálculo escrito y pérdida de significación. <i>Decisio</i>, (4), pp.22-26.</p> <p>Ávila, Alicia (2005). El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. México: Revista Latinoamericana de Estudios Educativos</p> <p>Ávila, A. (2016). Repartir y compartir. Aprendizaje colaborativo en un círculo de alfabetización. <i>Decisio</i>, (45), pp.33-39.</p> <p>Becerra, R & Moya, A. (2009). Pedagogía y Didáctica Crítica. Hacia la construcción de una visión latinoamericana.</p>

- Integra Educativa. Volumen II (4)*, pp.13-23.
- Bocanegra, H. (2010). Las políticas educativas y el magisterio colombiano en la década de los 80. Recuperado de: <http://www.unilibre.edu.co/dialogos/admin/upload/uploads/Articulo%202.pdf>
- Boletines del ISGEm, agosto 1985. Brasil: Grupo Internacional de estudios de etnomatemáticas.
- Bourdé, G & Hervé, M. (1992). *Las escuelas históricas*. Madrid: Akal.
- Broitman, C. (2016). Conocimientos y reflexiones de adultos sobre la numeración escrita. *Decisio*, (45), pp.25-32.
- CEAAL. (1999). A propósito del género como eje transversal de la educación. Una conversación con Malú Valenzuela. *La Piragua*, (15), pp.34-40.
- Cendales, L. (2011). Alfabetización, educación popular y uso de nuevas tecnologías. *La Piragua*, (34), pp. 31-36.
- Céspedes, N. (2009). Céspedes Incidencias en políticas educativas: programa de formación de incidencia en políticas educativas. *Aportes*, (28), pp. 77-91.
- Civarolo, M; Amblard de Elía, S & Cartechini, S. (2010). La teoría genética de Piaget. Vigencia y actualidad de una teoría poderosa. *Bleichmar, Gardner y Piaget. Apreciaciones sobre la inteligencia*. (pp. 81-124). Argentina: Eduvim.
- Conti, K & De Carvalho, D. (2016). Clases de estadística en la educación de jóvenes e adultos: caminando hacia el letramento. *Decisio*, (45), pp.61-66.
- Couture, R. (1975). *Manual de técnicas de documentación*. Buenos Aires: Universidad de la Plata.
- CREFAL. (1987). Consulta Técnica Regional para la Constitución de la Red Regional de Capacitación de Personal y de Apoyos Específicos en Programas de Alfabetización y Educación de Adultos, REDALF. México. Recuperado de: http://www.crefal.edu.mx/crefal25/images/publicaciones/libros/consulta_tecnica_regional.pdf
- D'Ambrosio, Ubiratan. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. *En Martínón, Antonio (ed). Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos*. Madrid: Nivola.
- De Agüero, Mercedes. (2003). Interpretación y retos de las etnomatemáticas para la educación básica de adulto. *Revista Decisio*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.
- De Carvalho, D., Pavanelo, E., & Araujo, I. (2003). Reflexiones sobre la Educación Matemática de Jóvenes y Adultos. *Decisio*, (4), pp.17-21.
- Delprato, M. & Fuenlabrada, I. (2003). El Cajero. Un recurso didáctico que favorece el acceso de adultos analfabetos a la simbolización. *Decisio*, (4), pp.37-40.
- Delprato, M. & Aguilar, G. (2016). Trabajo colectivo en un aula heterogénea sobre formas de simbolización de la operatoria aditiva. *Decisio*, (45), pp.40-46.
- Dimensión Educativa, (1982). El nuevo Freire traducción y críticas a su último trabajo en África. *Aportes*, (4), pp.32-39.
- Dimensión Educativa, (2000). Escuela y Trabajo Infantil y Juvenil. Estudio de casos realizado con alumnos de 5o y 6o grado de Centros Educativos Distritales, dentro de la perspectiva de la Investigación Acción en el Aula. *Aportes*, (54).
- Di Pierro, María Clara. (2008). "Notas sobre la trayectoria reciente de la Educación de Personas Jóvenes y Adultas en América Latina y el Caribe. En: *Situación presente de la educación de personas jóvenes y adultas en América Latina y el Caribe. Informe regional*, México, CREFAL/ CEAAL.
- Eudave, D. (2016). ¿Cómo afectan las trayectorias escolares y de vida en los conocimientos matemáticos de usuarios de EPJA? *Decisio*, (45), pp.7-18
- Fernández, S. (1997). *Habermas y la Teoría Crítica de la Sociedad Legado y Diferencias en Teoría de la Comunicación*. Recuperado de http://www.infoamerica.org/documentos_pdf/habermas01.pdf
- Ferreira, E. (1999). Vigencia de Piaget. México: Ed. Siglo VI
- Ferreira, M. (2003). El género discursivo de la matemática escolar. Estrategias de inclusión cultural en la Educación de Jóvenes y Adultos. *Decisio*, (4), pp.33-36.
- Ferreira, M. (2016). El aula como espacio de formación del docente. Contribuciones de la educación matemática de jóvenes y adultos. *Decisio*, (45), pp.47-52.
- Finegan, F. (2009). Educación popular y educación de jóvenes y adultos: algunas reflexiones sobre un diálogo complejo entre tradiciones diversas. Recuperado de <http://www.oei.es/historico/noticias/spip.php?article4576>
- Freire, P. & Macedo, D. (1989). *Alfabetización: lectura de la palabra y lectura de la realidad*. Barcelona: Paidós.
- Freire, Paulo. (1987). *La pedagogía del oprimido*. (30a ed.). México: Editorial Siglo XXI.
- Freire, P. (1994). *Pedagogía del oprimido*. Buenos Aires: Siglo XXI.
- Freire, P. (2000). *La Educación como Práctica de la Libertad*. (10ª. ed.) Madrid: Siglo XXI
- Freire, P. (2004). Entrevista. La enseñanza de la Matemática. (Marcel Arvea, trad.). *Revista Nuestra Palabra*, (2), 157-164. (Entrevista original realizada en 1996).
- García Juárez, Marco Antonio (2003). *La formación de asesores en matemáticas*. *Revista Decisio*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.
- Giménez, A. (2016). Estudio de una práctica de colocación de pisos cerámicos desde una perspectiva de la educación matemática. *Decisio*, (45), pp.19-24.
- Gómez, S. (2017). *Aportes y límites de las propuestas ético-político-pedagógicas de Freire y Fals Borda o hacia un rescate de la memoria larga anticolonial*. *Aportes*, (61), pp.139-160.
- González Martínez, L. (2006). La Pedagogía Crítica de Henry A. Giroux. *Revista Electrónica Sinéctica*, (29), pp. 83-87.
- Gracia, M. (2003). La formación de asesores en matemáticas. Una experiencia en los talleres de formación y actualización de asesores y técnicos docentes del INEA. *Decisio*, (4), pp.59-63.
- Gramsci, A. (1967) *La Formación de los Intelectuales*. México: Grijalbo.

- Gramsci, A. (1974). *Antología*. Madrid: siglo XXI Editores.
- Guerrero, O. (2007). Teoría Crítica Y Educación Matemática. *Evaluación e Investigación*, 1 (3) ,24 - 41.
- Guerrero, Oscar. (2008). Educación matemática crítica: influencias teóricas y aportes. *Evaluación e Investigación*. Núm. 1. Año 3. 63-78. Venezuela: Universidad de Los Andes-Táchira.
- Habermas, J. (1981). *Teoría de la acción comunicativa, I. Racionalidad de la acción y racionalización social*. Recuperado de <http://exordio.qfb.umich.mx/archivos%20pdf%20de%20trabajo%20umsh/libros/7006894-Habermas-Jurgen-Teoria-de-La-Accion-Comunicativa-I.pdf>
- Habermas, J.(1989). *Teoría de la acción comunicativa: Complementos y estudios previos*. Madrid: Catedra.
- Hernández, F y Soriano, E. (1997). *La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria: una experiencia didáctica*. España: Universidad de Murcia.
- Hernández, R., Fernández-Collado, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. Recuperado de https://investigar1.files.wordpress.com/2010/05/1033525612-mtis_sampieri_unidad_1-1.pdf
- Jiménez, A. & Torres, A. (comp.). (2006). *La práctica investigativa en ciencias sociales*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de: <http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/ar/libros/colombia/dcsupn/practica.pdf>
- Knjiznik, Gelsa.*(2003). Educación de personas adultas y etnomatemáticas. *Revista Decisio*. . México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.
- Lara, F. & Rabanal, M. A. (1978). *Comentario de textos históricos: método y recopilación*. (2ª ed). Lérida: ed. Dilagrom.
- Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Recuperada de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-85906_archivo_pdf.pdf
- López, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista Educación*, 4,167-179.
- López, G. (2010). Apuntes sobre la pedagogía crítica: su emergencia, desarrollo y rol en la posmodernidad. Volumen I. Recuperado de: <http://www.uss.cl/biblioteca/wp-content/uploads/2015/08/989.pdf>
- Mariño, G. & Cendales, L. (1978_a). *Cartilla de lectura: guía para el profesor*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Mariño, G. & Cendales, L. (1978_b). *Fichas de aprestamiento*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Mariño, G; Cendales, L y Rodríguez, B. (1984). *Cuentas claras: cartilla de matemáticas para adultos*. Bogotá: Dimensión educativa.
- Mariño, G. (1983) *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Hipótesis para una investigación*. Bogotá: Dimensión Educativa.
- Mariño, G. (1985). *Alfabetización (material de auto formación)*. Bogotá: Universidad de San Buenaventura.
- Mariño, G. (1986_a) *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? (constataciones y propuestas)*. Bogotá: Dimensión Educativa.
- Mariño, G. (1986_b). A modo de introducción. *Aportes*, (24-25), pp.7-24.
- Mariño, G. (1993). *Dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares*. Bogotá: Dimensión Educativa.
- Mariño, G. (1994). *Comentarios a los materiales INEA (Instituto Nacional para la de Jóvenes Adultos)*. Bogotá.
- Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos. *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos* (pp. 77-100). Recuperado de: http://portal.unesco.org/geography/es/ev.phpURL_ID=8557&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html
- Mariño, G. (2003). La Educación Matemática de Jóvenes y Adultos. Influencias y trayectos. *Decisio*, (4), pp.27-32.
- Mariño, G. (2005). ¿Por dónde anda la educación matemática de jóvenes y adultos? *Revista Decisio*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.
- McLaren, Peter. (2005). *La vida en las escuelas. Una introducción a la pedagogía crítica en los fundamentos de la educación*. México: Siglo XXI.
- Mejía, M. (2010). Las teorías críticas y las pedagogías críticas. Fundamento de la Educación Popular – Hacia una agenda de futuro. *Revista Aportes*. (32), pp. 26-43.
- Mejía, M.R. (2012). Pedagogías en y desde la Educación Popular. Un asunto central para la construcción de poder desde el sur. *Revista La Piragua*, 37, pp. 110 – 132.
- Méndez, Z. (1988). El punto de Vista de Piaget. Aprendizaje y cognición. (pp.35-63).Costa Rica: EUNED.
- Mora, David. (2009). Pedagogía y Didáctica Crítica para una Educación Liberadora. *Revista Integra*, (1), pp.25-62.
- Mora, David. (2010). Formación matemática como parte de la educación integral básica de todas las personas. *Revista Integra*, nº 2 (3) ,pp. 9-73.
- Olmos, Oly. (2008). La pedagogía crítica y la interdisciplinariedad en la formación del docente.Caso venezolano. Recuperado de: http://www2.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1317-58152008000100009&lng=en&nrm=i
- OREALC. (1989). *Educación de adultos. La acción de la REDALF*. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000842/084203SB.pdf>
- Pacheco Ríos, Oscar. (1999). *Ensayo: Etnomatemática y Etnogeometría*. La Paz. Bolivia.
- Paludo, Conceição. (2004). Educación Popular: Dialogando con Redes Latinoamericanas (2000-2003). *Revista Aportes*, (20),62-81.
- Pinto, M. (1989). Introducción al análisis documental y sus niveles: el análisis de contenido. *Revista Anabad*, 2,323-341.
- Plan Nacional de alfabetización y postalfabetización de Colombia.(s.f). Recuperado de: <http://tumbi.crefal.edu.mx/rieda/images/rieda-1988-11-1/documento2.pdf>
- Prieto, D. (2004). *La comunicación en la educación*. Buenos Aires: La Crujia.
- Ramírez Bravo, R. (2008). La pedagogía crítica. Una manera ética de generar procesos educativos. *Revista Folios*, (28), pp.108-119.
- Ramírez, Jorge E. (2011). *Educación popular sus significados*. Bogotá: Centro internacional de educación y desarrollo humano.

- Reyes, J. (2002). La sustentabilidad y su interpelación a la educación popular. *Decisio*, (3), pp.36-39.
- Rivero, José. (1997). *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Chile: UNESCO-Chile.
- Sánchez, C. (2003). Autoaprendizaje de las matemáticas en los grupos del INEA. *Decisio*, (4), pp.12-16.
- Sánchez, B & Torres, J. (2013). *Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje*. Recuperado de: <http://core.ac.uk/download/pdf/12341291.pdf>
- Schulmaister, M. (2003). Elaboración de materiales escritos de matemáticas para el aprendizaje a distancia. *Decisio*, (4), pp.46-50.
- Sierra, H. (2011). *Etnomatemática Andina*. Serie Interculturalidad y educación. Recuperado de: <http://www.slideshare.net/husivaldi/etnomatematica-modulo-inicial>
- Skovsmose, Ole. (1994) Traducción por Valero, Paola (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente. Universidad de los Andes.
- Skovsmose, Ole. (1992). *Competencia democrática y conocer reflexivo en matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.
- Tamayo, A. (2006). El Movimiento Pedagógico en Colombia. Un encuentro de los maestros con la Pedagogía. *Revista HISTEDBR On-line*, (24), 102–113. Recuperado de: http://www.histedbr.fe.unicamp.br/revista/edicoes/24/art09_24.pdf
- Torres, A. (1993). La Educación Popular: Evolución Reciente Y Desafíos. *Pedagogía y Saberes*. No 4 pp.13-26. Recuperado de: http://www.pedagogica.edu.co/storage/ps/articulos/pedysab04_05arti.pdf
- Torres, A. (2000). "Ires y venires de la Educación Popular en América Latina". *Revista La Piragua*, (18), 19-30.
- Torres, A. (2004). Coordenadas Conceptuales de la Educación Popular desde la Producción del CEAAL (2000a 2003). *Revista La Piragua*, (20), 19-62.
- Torres, A. (2007_a). *Educación Popular, trayectoria y actualidad*. Venezuela: Universidad Bolivariana de Venezuela.
- Torres, Alfonso. (2007_b). Paulo Freire y la Educación Popular. En: *Educación de adultos y desarrollo*. No. 69. Instituto de Cooperación Internacional de la Asociación Alemana para la Educación de Adultos. Recuperado de: http://www.iizdv.de/index.php?article_id=279&clang=3
- Torres, Alfonso. (2009). Educación popular y nuevos paradigmas. Desde la producción del CEAAL entre 2004 y 2008. *La Piragua*, 28. Recuperado de: [http://ceaal.org/images/stories/Piragua%2028\(1\).pdf](http://ceaal.org/images/stories/Piragua%2028(1).pdf)
- UNESCO-CEAAL-CREFAL-INEA. (2000). *La educación de personas jóvenes y adultas en América Latina y el Caribe Prioridades de acción en el siglo XXI*. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001214/121482So.pdf>
- Valero, P. (1996). *La dictadura de las matemáticas: hacia una educación matemática para la paz y la democracia*. Empresa Docente. Universidad de los Andes
- Valero, P. (2006) *¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática*. Recuperado de: http://www.colombiaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles/113423_archivo.pdf
- Valero, P. (2007) Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas. Recuperado de: http://vbn.aau.dk/files/57368988/Granada_notas.pdf
- Valero, Paola & Skovsmose, Ole (2012). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.
- Vasco, C. (1990). Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. *Díaz y J. Muñoz (eds.). Pedagogía, discurso y poder*. Corprodic. Bogotá, pp. 107-122.

4. Contenidos

El trabajo se divide en la introducción y tres capítulos: En la introducción se plantean el problema, los objetivos y la metodología empleada. En el primer capítulo se exponen los antecedentes investigativos y los principios teóricos, en el segundo capítulo se desarrolla el análisis documental de cuatro documentos escritos por Germán Mariño y en el tercer capítulo se realiza un balance final acerca de los alcances y límites de la Educación Popular en materia de Educación matemática, así como posibles retos a los que se debe enfrentar.

5. Metodología

La presente investigación fue realizada desde un enfoque metodológico cualitativo. El tipo de investigación utilizado fue descriptivo-analítico. Descriptiva pues se trató de explicar y detallar los conceptos y métodos de enseñanza y aprendizaje críticos encontrados en las propuestas del autor, y analítica pues se realizó una descomposición por partes de los planteamientos

encontrados con la intención de reconocer sus características y poder extraer conclusiones. La técnica utilizada es el análisis documental desde la perspectiva del análisis integral, análisis externo e interno de los documentos.

6. Conclusiones

La EP ha fundamentado su propuesta pedagógica en el reconocimiento de los saberes previos, buscando con ello proponer nuevos contenidos curriculares y métodos de alfabetización tanto para la lectoescritura como para la formación matemática, con el fin de generar métodos de escritura que permitieran construir un lenguaje propio de las matemáticas que llevara a una mayor comprensión en su uso cotidiano.

A partir del estudio de las obras German Mariño, se pudo comprobar que los hallazgos realizados por este autor en sus investigaciones fueron claves para comprender desde donde se ha basado la EP para investigar, enseñar y aprender acerca de las matemáticas. Sus contribuciones al estudio de las formas de pensamiento matemático de los sectores populares se basaron concretamente en el reconocimiento de los saberes previos para introducirlos en las propuestas didácticas de los trabajos de alfabetización.

De manera general, el estudio de estas investigaciones permitió comprobar que el trabajo realizado por Mariño produjo considerables logros para la educación matemática de la EP, como son la creación de propuestas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje a partir del diálogo de saberes y la negociación cultural. De igual modo, se encontró la existencia de algunos límites en sus propuestas como son la presencia de un mayor acercamiento al pensamiento numérico que a los demás propios de la disciplina, o la aplicación de las propuestas didácticas desde los sistemas formales de educación y no desde lo no formal, donde más se ha concentrado el trabajo de la EP.

Elaborado por:	Vera Álvarez Castaño
Revisado por:	Posada, Jorge Jairo

Fecha de elaboración del Resumen:	30	11	2017
--	----	----	------

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
¿POR QUÉ ELABORAR ESTA INVESTIGACIÓN?	1
¿PARA QUÉ REALIZARLA? : EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	2
¿QUÉ SE QUIERE LOGRAR?	6
El Objetivo general.	6
Los objetivos específicos.	6
¿CÓMO SE LOGRARÁ? LA METODOLOGÍA	7
EL ESTADO DEL ARTE Y LOS PRINCIPIOS TEÓRICOS	12
ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS	12
Educación matemática crítica.	12
Etnomatemáticas.	15
Educación Popular y Educación de Jóvenes y Adultos (EPJA).	18
Conclusiones para la toma de decisiones.	46
MARCO TEÓRICO	49
Pedagogías Críticas.	49
Los inicios de la Teoría crítica. La escuela de Frankfurt.	49
Teoría crítica de la educación.	51
De los Antecedentes de la pedagogía crítica a sus principios fundamentales.	53
Educación matemática crítica.	61
El enfoque crítico en la Educación Matemática.	61
El origen de la Educación Matemática Crítica.	64
Educación Matemática Crítica: un enfoque sociopolítico.	65
Oposición a la escuela tradicional.	67
Una Educación matemática desde el diálogo.	69
Educación Popular.	72
Paulo Freire y la Educación Popular.	72
La denominada refundamentación de la educación popular.	73
¿Cómo se define la Educación Popular?	75
La pedagogía en la Educación Popular.	79
ANÁLISIS DOCUMENTAL	83
DESCRIPCIÓN DE LOS DOCUMENTOS A ESTUDIAR	83
Investigaciones sobre el pensamiento matemático, años 80.	83
Continuación de las investigaciones, años 90.	87
¿CÓMO OPERA MATEMÁTICAMENTE EL ADULTO DEL SECTOR POPULAR?	
HIPÓTESIS PARA UNA INVESTIGACIÓN	91
La importancia de las “otras lógicas”.	93
Sumar completando y asociando.	96
Sumar para restar.	101
Sumar y restar para multiplicar.	104
Multiplicar y sumar para dividir.	106

¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? (constataciones y propuestas)	108
Escribir como se habla.	113
Nuevas formas de escritura para las operaciones básicas.	117
Suma	117
Resta.	119
Multiplicación.	121
División.	124
Más allá de una forma de escritura.	127
EL DIBUJO ESPONTÁNEO Y LA CONCEPCIÓN DEL ESPACIO EN LOS ADULTOS DE LOS SECTORES POPULARES.	129
Diferentes “puntos de vista” en el dibujo espontáneo.	132
Varios códigos en un mismo dibujo.	144
Desproporciones.	147
Los dibujos estereotipados.	149
Recomendaciones didácticas.	150
Concepción del espacio.	152
Comentarios finales.	156
LOS SABERES MATEMÁTICOS PREVIOS DE JÓVENES Y ADULTOS: ALCANCES Y DESAFÍOS.	157
Experiencias educativas con saberes previos.	160
Reelaboración de cartillas en Colombia.	161
Saberes previos y métodos tradicionales en Ecuador.	165
Introducción de nuevos elementos en El Salvador.	169
A modo de conclusión.	173
BALANCE FINAL	175
Logros y límites de la educación matemática en la Educación Popular.	175
¿Qué retos tenemos por delante?	180
Conclusiones	184
Los aportes de Germán Mariño para la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque de EP, y su incidencia en el campo de las pedagogías críticas latinoamericanas sobre educación matemática.	184
Breves palabras de cierre.	188
REFERENCIAS	191
LISTA DE FIGURAS	199

INTRODUCCIÓN

¿POR QUÉ ELABORAR ESTA INVESTIGACIÓN?

Desde las década de los sesentas, siguiendo los planteamientos de Paulo Freire, la educación popular ha estado ligada con la alfabetización. La gran variedad de propuestas, iniciativas y programas inspiradas en su enfoque pedagógico que han estado realizándose durante décadas en toda Latinoamérica, han creado un extenso escenario de acción y reflexión sobre la educación.

La mayoría de estas experiencias han estado ligadas a procesos de aprendizaje enfocados a prácticas de cultura escrita, en las que leer y escribir se forma más como una necesidad colectiva que individual, al mismo tiempo que se continúa aprendiendo, mejorando la calidad de vida y participando de la vida comunitaria.

Aunque la cultura escrita es una parte muy importante del desarrollo en una propuesta educativa, no podemos olvidar que la capacidad de razonamiento y análisis, específicos del pensamiento matemático, forman parte también de una propuesta de educación integral que busca involucrar varias dimensiones sociales a la vez que contribuye a la formación de sujetos autónomos, comunidades críticas y a una sociedad más democrática. En este sentido cabe decir que, los estudios e investigaciones en la educación matemática desde un punto de vista crítico, se han desarrollado en mayor medida desde otras corrientes como la etnomatemática, o al menos, han sido más registradas.

Por tal motivo, y teniendo en cuenta que la Educación Popular es siempre un campo abierto a la discusión y a la construcción de iniciativas, parece conveniente realizar un ejercicio de reflexión de la educación de las matemáticas desde la perspectiva pedagógica de la educación popular.

¿PARA QUÉ REALIZARLA? : EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Tradicionalmente la educación matemática ha estado ligada al aprendizaje memorístico y repetitivo, en la que los educandos reproducen de manera mecánica lo presentado por el educador, usando métodos de ejercitación que le ayuden a la comprensión. Con la aparición de las matemáticas modernas de los años sesentas y setentas, hubo un cambio en la forma de enseñanza porque se comenzó a utilizar una forma más deductiva para alcanzar la comprensión específica, a partir de definiciones y conceptos. Esto no supuso un cambio sustancial en el aprendizaje de los educandos, lo que realmente tuvo una modificación fueron los contenidos, pues las nuevas formas de organizar los currículos escolares mostraron que “se enfatizó en las matemáticas puras y se le dio prominencia dentro de los programas a la teoría de conjuntos y al método axiomático” (Kilpatrick, 1998, p.7).

No fue hasta la aparición de la perspectiva constructivista, y sus antecesores de pedagogía activa, que sucedió algún tipo de cambio en lo que se refiere tanto a la enseñanza como al aprendizaje de las matemáticas. La metodología que propusieron, basada en la problematización de los conocimientos previos de los educandos y el trabajo sobre los errores de los mismos, replanteaba tanto el papel del educador, más como un acompañante, sin perder su autoridad de maestro, como la de los educandos, valorando las estructuras de conocimiento que se poseen y

preocupándose por el desarrollo de las mismas. Aunque se pueden encontrar cambios en los planteamientos de la educación de las matemáticas, ninguno de estos produce una verdadera transformación pedagógica.

La emergencia de las pedagogías críticas buscó encontrar una propuesta de enseñanza en la que los estudiantes se cuestionaran las creencias y prácticas que son generadas mediante las relaciones de poder y que, a su vez, producen dominación. El objetivo entonces era alcanzar una conciencia crítica a partir del encuentro entre la teoría, la práctica y la realidad, es decir, de la realización de una praxis educativa porque, en palabras de Paulo Freire

Así se encuentra la raíz de la educación misma, como manifestación exclusivamente humana. Vale decir, en la inconclusión de los hombres y en la conciencia que de ella tienen. De ahí que sea la educación un quehacer permanente. Permanente en razón de la inconclusión de los hombres y del devenir de la realidad. De esta manera, la educación se rehace constantemente en la praxis. Para ser, tiene que estar siendo (Freire, 1987, p.92).

Con estas propuestas no se pretendió únicamente cambiar una metodología por otra, o pensar diferentes didácticas y técnicas, lo que se buscó fue analizar críticamente la sociedad, la práctica docente, las dinámicas de las instituciones educativas y los roles de las personas que en ellas participan, en definitiva “la pedagogía crítica se compromete con las formas de aprendizaje y acción emprendidas en solidaridad con los grupos subordinados y marginados, y además de cuestionar los presupuestos de la educación, los teóricos críticos están dedicados a los imperativos emancipatorios de dar poder al sujeto y de la transformación social” (McLaren, 2005, p.199).

Sin embargo, dado que tienen su origen en las teorías críticas europeas, sus análisis se han fundamentado en cuestiones tales como “estudios centrados en la economía política de la escuela, el estado y la educación, la presentación de los textos y la construcción de la subjetividad del estudiante” (McLaren, 2005, p. 255). Por lo que, el alcance de estas pedagogías, se ha limitado al papel de las escuelas en las vidas políticas y culturales de las sociedades, las examina por ser parte de la estructura dominante y plantean nuevas formas de trabajar en las escuelas desde lo social, lo cultural, lo político y lo económico, pero han estado definidas desde las instituciones, dejando a un lado otros espacios sociales que también se constituyen como educativos.

De acuerdo con los planteamientos de la Educación Popular, la acción educativa parte de la realidad, reconociendo en esta sus variaciones tanto de circunstancias, como de contextos y sujetos. En palabras de Alfonso Torres, “este proceso educativo de conocimiento del mundo nunca es definitivo; más bien siempre es inacabado, dado que el mundo no está dado, determinado, sino dándose, cambiando; también los sujetos, en el proceso de conocer y transformar el mundo, van cambiando ellos mismos y sus preguntas” (Torres, 2007, párr.19). Además, responde a la especificidad de las sociedades latinoamericanas y, aunque comparte elementos con las pedagogías críticas tales como el deseo de la formación de sujetos pensantes y autónomos, la Educación Popular concibe la pedagogía desde un punto de vista más amplio ya que, ha traspasado las fronteras de la escuela, caracterizándose por ser una reflexión y discusión sistemática de procesos de investigación educativa, de la sistematización de experiencias y de la participación en diferentes escenarios sociales, políticos y educativos. En ellas, se relacionan críticamente tres puntos fundamentales para la reflexión pedagógica, primero un conjunto de saberes correspondientes a las

intencionalidades político-éticas pertenecientes a las prácticas de la EP, segundo, los resultados de las reflexiones autocriticas de los actores participantes y por último la articulación de la interacción de pensamientos y diálogos entre diferentes propuestas y modelos. Todo lo anterior ha constituido la pedagogía como un centro re-significante de contenido ético, político y epistemológico, esto es, en un saber sobre las prácticas de la Educación Popular.

Desde el punto de vista de la educación de las matemáticas, tanto las pedagogías críticas como la EP, han reconocido la importancia de conocer los mecanismos mediante los cuales se construyen los saberes relacionados con las matemáticas y de replantear la enseñanza de esta disciplina, así por ejemplo para Alicia Ávila (1997) “ la idea que debe orientar el currículo de matemáticas es articular lo que cada uno de los estudiantes adultos sabe y reconoce en el marco de su experiencia e interés con un saber más eficiente y generalizado que le permita responder eficazmente a sus necesidades inmediatas, y que se constituya en un conocimiento formalizado aplicable a distintas situaciones” (p. 109). Del mismo modo, se han realizado estudios y propuesto formas de enseñanza acerca del tema, comprobando en sus investigaciones que las personas pertenecientes a sectores populares poseen conocimientos matemáticos generados como respuesta a la necesidad de resolver problemas de su vida cotidiana, y por lo tanto adquiridos por fuera de la escuela.

Aun así, el estudio de las matemáticas no ha sido uno de los temas centrales en la Educación Popular y han sido otras propuestas, como la etnomatemática y la educación matemática de jóvenes y adultos, las que han intentado adentrarse más en el estudio de esta disciplina, realizando, desde sus propios enunciados y planteamientos, trabajos tanto académicos como de experiencias prácticas.

Teniendo en cuenta todo lo dicho hasta ahora, cabría preguntarse varias cosas acerca de la reflexión pedagógica y de la educación matemática:

¿Por qué podríamos decir que la pedagogía en la educación popular tiene un sentido más amplio que en las pedagogías críticas?

¿Cuáles han sido los planteamientos pedagógicos sobre la educación matemática, que se han llevado a cabo desde perspectivas críticas en Latinoamérica a partir de la década de 1980?

¿Qué propuesta pedagógica sobre la educación matemática se ha planteado desde la Educación Popular?

¿QUÉ SE QUIERE LOGRAR?

El Objetivo general.

Comprender las propuestas elaboradas sobre educación matemática desde la perspectiva crítica - transformadora de la Educación Popular a partir de la década de 1980.

Los objetivos específicos.

- Describir las propuestas pedagógicas de las pedagogías críticas y de la educación popular, para la educación matemática.
- Analizar los documentos sobre educación matemática elaborados desde la perspectiva de la educación popular a manos del autor Germán Mariño.
- Realizar un balance de la producción de la EP en relación a la educación matemática.

¿CÓMO SE LOGRARÁ? LA METODOLOGÍA

La presente investigación fue realizada desde un enfoque metodológico cualitativo, el cual puede definirse como

Un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo, visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. Es naturalista (porque estudia a los objetos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales) e interpretativo (pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en términos de los significados que las personas les otorguen) (Hernández, Fernández- Collado y Baptista, 2006, p.17).

Además, la metodología cualitativa utiliza una lógica inductiva a partir de la cual se parte de lo más concreto del proceso para establecer lo más general. Concretamente, en esta investigación se pretendió describir, comprender e interpretar los estudios realizados por el educador popular Germán Mariño en materia de educación matemática de los sectores populares, a través de sus percepciones y los significados producidos por sus experiencias y observaciones, para entender la relevancia y repercusiones de las propuestas que se plantean en el presente.

El tipo de investigación utilizado fue descriptivo-analítico. Descriptiva pues se trató de explicar y detallar los conceptos y métodos de enseñanza y aprendizaje críticos encontrados en las propuestas del autor, y analítica pues se realizó una descomposición por partes de los planteamientos encontrados con la intención de reconocer sus características y poder extraer conclusiones.

La técnica utilizada para llevar a cabo lo anterior fue el análisis documental, el cual como disciplina académica, ha tenido diferentes definiciones, competencias y campos de acción a lo largo de su historia. Sus orígenes se muestran a principios del siglo XX con Paul Otlet, quien es considerado uno de los padres de la biblioteconomía, el cual enumeró el conjunto de operaciones que experimentaba el binomio libro/documento y aludió a la descripción y al análisis como estudios objetivos que da lugar el trabajar con un documento. La Federación Internacional de Documentación (de la cual era miembro Otlet) por su parte, buscando una unificación de los términos más empleados en Documentación, definió el análisis desde dos puntos de vista; como un término genérico “es la determinación exacta de los elementos o componentes de un complejo cualquiera” (FID citado en Pinto, 1989, p.325) y también como un análisis de contenido el cual determinó como “ la investigación técnica con el fin de la descripción objetiva, sistemática y cuantitativa del contenido evidente de una comunicación” (FID citado en Pinto, 1989, p.325).

En los años sesentas y setentas se dio un nuevo impulso al análisis documental y varios autores ampliaron las definiciones teóricas sobre el mismo, pudiendo categorizarlos en dos perspectivas, aquellos que lo determinan únicamente desde el análisis de contenido y también para aquellos que amplian lo anterior atendiendo también a la forma de ese contenido.

En el primer grupo se encuentran estudiosos como Chaumier o Coyaud encabezados por Godin, para quien el análisis documental se fundamenta en una perspectiva lingüístico-documental (Garrido,1994) basada en la información transmitida por cada documento, a su tratamiento y a la extracción de su significado. En este primer grupo también se destaca Coyaud por darle una parte dinámica al

posibilitar que se represente el contenido de un documento de manera distinta al original y por darle un sentido práctico de recuperación de la información al definirlos como “ una operación o conjunto de operaciones que vienen a representar el contenido de un documento bajo una forma distinta de la original, a fin de facilitar su consulta o recuperación” (Coyaud, 1969, p.2).

En el segundo grupo, podemos restacar los aportes en primer lugar de Couture (1975) quien añadió el elemento de análisis a través de la forma y el contenido el definirlo como “ el estudio realizado en el documento con el fin de extraer las características de su contenido” (p.54); en segundo lugar hay que nombrar a Courier el cual reconoció dos tipos de problemas a la hora de realizar un análisis, uno propiamente documental que tienen que ver con la profundidad del análisis, el juicio o la falta de uniformidad y otro lingüístico, que se da como resultado de traducir el lenguaje natural de los documentos en un lenguaje formal de manera que para él “ ser capaz de analizar supone que es capaz de, a partir de ciertos significantes, de referirse a los mismos significados” (Courier citado en Pinto, 1989, p.326).

En este mismo grupo podemos encontrar a Fondin, quien en su trabajo "La structure et le vocabulaire de l'analyse documentaire" de 1977 buscó unificar el término y concepto de análisis documental, para Pinto (1989) este objetivo se logra al sintetizarlo en dos operaciones distintas

De una parte, el análisis de contenido, y, de otra, la normalización de la presentación y del vocabulario. Como resultado de ambas se desemboca en la realización de una descripción o representación del documento, que permitirá situarlo de forma única en el conjunto de la producción científica (p.327).

Para cerrar esta parte de conceptualización utilizaremos la definición de María Pinto (1989) para quien, siguiendo la contribución de los teóricos anteriores, el análisis documental está constituido por

Un conjunto de operaciones (unas de orden intelectual y otras mecánicas y repetitivas) que afectan al contenido y a la forma de los documentos originales, reelaborándolos y transformándolos en otros de carácter instrumental o secundarios, con el objetivo último de facilitar al usuario la identificación precisa, la recuperación y la difusión de aquellos (p.328).

Del mismo modo que los teóricos conceptualizaron el análisis documental desde dos perspectivas, los niveles dentro del mismo también se distinguirán atendiendo a los elementos que integran el documento, el contenido (la información) y la forma (el soporte), distinguiéndose así dos tipos de análisis: 1) El formal o externo que procura situar el documento en su contexto teniendo en cuenta el conjunto de circunstancias entre las que surgió y que permiten explicarlo, para poder interpretar los hechos y estudiar también factores sociales, políticos, económicos, culturales o de cualquier otro tipo que puedan ayudar a descubrir el mensaje del documento (López, 2002), y 2) El análisis de contenido o interno pretende destacar su sentido y caracteres fundamentales a partir de la descripción de lo que en él se incluye.

Teniendo en cuenta estos niveles de análisis, existen a su vez dos corrientes respecto a su uso, una en la que únicamente se tiene en cuenta el análisis interno distinguiendo en él dos operaciones; la de indización en la cual se explica el contenido

temático del documento con la intención de obtener los conceptos más representativos, y la de resumen del contenido. La segunda corriente concibe el análisis de forma integral incluyendo las operaciones anteriores del análisis de contenido pero incluyendo también el estudio de su contexto.

En esta segunda corriente se situará este trabajo procurando realizar un análisis integral al desarrollar estos dos puntos:

1) Determinar las circunstancias espacio temporales en los que fue escrito, atendiendo a la identidad del autor, a su objetivo y su finalidad concreta para conocer el contexto en el que fue elaborado y poder relacionar el contenido con la situación y momento histórico.

2) Desarrollar el análisis interno del documento a partir de a) Confeccionar la interpretación de la totalidad del texto mediante su conocimiento integral y la elaboración de una crítica del pensamiento del autor y del contenido del mismo, y b) Su descripción, teniendo en cuenta los términos, conceptos y datos contenidos en el documento, para explicar los conceptos básicos y secundarios definiéndolos y precisando su sentido.

Finalmente, como cierre al trabajo, se procederá a realizar un balance de lo que ha sido la producción de la EP en relación con la educación de las matemáticas, y se procederá a revisar los alcances y límites de la propuesta para poder concretar algunos de los retos que puedan existir para potencializar la propuesta de la Educación Popular en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

EL ESTADO DEL ARTE Y LOS PRINCIPIOS TEÓRICOS

ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

A continuación, se realiza una revisión de algunas de las investigaciones más significativas que podemos encontrar en tres campos relacionados con la educación matemática que concierne a esta investigación: la educación matemática crítica, la etnomatemática, y por último la Educación Popular y la Educación de Jóvenes y Adultos (EPJA).

En cada uno de ellos, se exponen de manera descriptiva, a ciertos autores y estudios que se eligieron como representativos para explicar en qué consisten los planteamientos y reflexiones de las disciplinas en las que se inscriben, al tiempo que se desarrollan los principales objetivos y alcances de sus análisis.

Educación matemática crítica.

Aunque la educación matemática crítica tiene su origen en los principios de la teoría crítica, este campo es relativamente joven en cuanto a la publicación de estudios específicamente planteados para interpretar este área de conocimiento desde otras miradas, ligadas a prácticas educativas basadas en aspectos pedagógicos conectados con un conjunto complejo de visiones sobre la sociedad y la política.

Lo anterior dio lugar al surgimiento de nuevos autores como el danés Ole Skovsmose quien, desde la publicación de investigaciones como *Educación matemática versus educación crítica* (1985), *Competencia democrática y conocer reflexivo en matemáticas* (1992) y *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (1994), ha llegado a ocupar un lugar importante en la investigación de la llamada educación matemática crítica, siendo una de sus mayores contribuciones a la formación de este enfoque la de “proveer un desafío a muchas de las posiciones teóricas y epistemológicas dominantes en el área” (Zevenbergen citado en Valero, 1999, p. 11), ya que, en sus escritos teóricos y filosóficos, genera una apertura de posibilidades para reflexionar críticamente acerca de la democracia y el desarrollo de las sociedades con un alto desarrollo económico, político y social en Europa Occidental, Norte América y algunos países asiáticos y de Oceanía, relacionando estas percepciones con la educación matemática.

A partir de las ideas de este autor, aparecieron otras nuevas publicaciones que seguían abordando el tema de la investigación de la educación matemática desde la perspectiva de lo social. En Colombia, se han realizado varios estudios, entre ellos la *Investigación Sociopolítica de la educación matemática: raíces tendencias y perspectivas* (2007) escrito por Paola Valero, en el cual la autora busca discutir tanto las características que tienen un enfoque socio-político en las investigaciones de educación matemática como los discursos de poder que se dan en la misma, llegando a las conclusiones de que el conocimiento matemático no es neutral ni único, que las prácticas de educación matemática no se pueden definir en términos de procesos individuales y que la investigación de esas prácticas requiere de un estudio minucioso del poder en relación con las prácticas y la indagación de los actores en diferentes contextos. Además de este escrito Valero publicó en 2012, junto con Skovsmose como compiladores, el libro titulado *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica*

del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, en él se realiza una colección de artículos que invitan a repensar las ideas que se han dado por sentadas y ciertas dentro de este campo de práctica educativa y de estudio académico.

Las ideas de la educación matemática crítica han estado presentes muy activamente en Venezuela gracias a su difusión en la Revista Integra, a cargo de su director David Mora. Algunos de sus artículos publicados son, *Pedagogía y Didáctica Crítica para una Educación Liberadora (2009)* y *Formación matemática como parte de la educación integral básica de todas las personas (2010)*. Este último forma parte de un número en el que se recogen las principales ideas del séptimo Congreso Venezolano de Educación Matemática (COVEM) de 2010. Para Mora, algunos de los objetivos más importantes que se trabajaron en él fueron los de establecer

mecanismos de reflexión y acción sociopolítica, con la finalidad de producir importantes y profundos procesos de transformación en los contextos y realidades concretas de nuestros países; contribuir a los cambios curriculares iniciados por el gobierno revolucionario de la República Bolivariana de Venezuela en el campo curricular, particularmente en el mundo de la educación matemática; incorporar a la población de estudiantes y docentes, de todos los niveles educativos, a la discusión e implementación de un currículo sociocrítico con énfasis en una concepción educativa sociocultural, políticamente comprometida con los procesos de cambio y socialmente transformadora. (p.11)

También podríamos hablar de otros estudios realizados en este país siguiendo la misma perspectiva, como es el escrito por Oscar Guerrero, *Educación matemática crítica: influencias teóricas y aportes (2008)*. En él se realiza una revisión de cómo la

teoría crítica ha influido en el aprendizaje y la enseñanza de la matemática al constituirse en la llamada educación matemática crítica, indagando sobre diversas situaciones que se presentan tanto en la práctica docente como en las instituciones educativas, concluyendo en su estudio con la idea de que “La reflexión en y sobre la práctica docente hace emerger relaciones dialécticas entre la práctica y la teoría, permitiendo así, la formación de un estudiante que pueda trascender el aquí y el ahora y proyectarse como un ser autónomo y transformador y constructor de su mundo de vida” (Guerrero,2008, p.77).

En términos generales podríamos decir que, aunque existe una variedad de estudios y escritos acerca de la educación matemática crítica, la idea principal que mueve estas investigaciones es que representa una tendencia de investigación que gira en torno a unas preocupaciones por entender la constitución social y política de las prácticas de las matemáticas escolares, además de buscar influir tanto en las indagaciones como en las prácticas de los estudiantes y profesores de las matemáticas para que su educación esté vinculada con las orientaciones al mundo de la vida, la producción y la interacción sociocultural.

Etnomatemáticas.

La etnomatemática apareció en Brasil con los estudios del profesor Ubiratan D’Ambrosio, sin embargo este término ha sido muy discutido y se han escrito diversas conceptualizaciones que han sido formuladas por distintos investigadores desde la educación, la psicología, la antropología, la epistemología y las matemáticas.

Con la creación del Grupo de Estudio Internacional de Etnomatemática en 1.985, se publica la primera definición la cual aparece como “el estudio de los procesos matemáticos, símbolos, jergas, mitologías, modelos de razonamiento, practicados por grupos culturales identificados” (Boletines del ISGEm, agosto 1985, p.9). La utilidad del prefijo “etno” aunque se suele utilizar para referirse a sociedades indígenas, en este caso se aplica para referirse a cualquier tipo de grupo, como por ejemplo comunidades obreras o población afroamericana. Las prácticas matemáticas investigadas desde la etnomatemática, incluyen sistemas simbólicos, diseños espaciales, métodos de cálculo, mediciones y formas de pensamiento, razonamiento e inferencia que pueden traducirse a representaciones de la matemática formal.

La etnomatemática ha alcanzado gran importancia adquiriendo muchos adeptos y muchos críticos, lo que ha supuesto la aparición de cuantiosos estudios relacionadas con diferentes disciplinas y referidas a una gran variedad de grupos sociales. Un ejemplo de esto es la Red Latinoamérica de Etnomatemáticas, en la que se rescatan las investigaciones realizadas en las universidades a nivel de pregrado, maestría y doctorado, promoviendo la búsqueda y la indagación del pensamiento matemático de diferentes grupos sociales, como personas iletradas, pueblos indígenas, afro descendientes y grupos laborales. La creación de este espacio ha supuesto la conformación de una red amplia de personas que son conscientes de la diversidad cultural en América Latina y que están interesadas en el campo de la etnomatemática. La sola revisión y estudio de los trabajos publicados en esta red, generaría trabajo para otra investigación.

En Colombia, desde el año 2008, surgió una publicación electrónica llamada Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática, la cual es seriada y arbitrada de la Red Latinoamericana de

Etnomatemática y del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño. Su propósito principal es el de “divulgar trabajos de investigación, de reflexión o revisión de un tema, entrevistas y reseñas de libros en el área de la Etnomatemática. Así como trabajos relacionados con los aspectos socioculturales y políticos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (Revista Latinoamericana de Etnomatemática).

Uno de los estudios más completos sobre este campo en Colombia es la investigación de Hilbert Blanco Álvarez *La Etnomatemática en Colombia: un programa en construcción (2006)*, la cual recoge la historia de la etnomatemática colombiana, caracterizando las diferentes maneras como se abordan estos estudios en el país y presentando las distintas instituciones y grupos de investigación que actualmente realizan estos estudios. La principal conclusión de este trabajo es que la Etnomatemática Colombiana ha venido consolidándose desde las últimas dos décadas y cada vez son más las investigaciones interesadas en la relación entre Etnomatemáticas y educación matemática, pero también el autor hace referencia a la necesidad de la divulgación de estas publicaciones cuando afirma que “los distintos trabajos de investigación en etnomatemática realizados en Colombia han sido generalmente aislados, y poco reconocidos en la comunidad matemática, sin embargo constituyen un punto de partida y un eje fundamental para la consolidación de estas reflexiones en el país” (Blanco, 2006, p.49).

También otros países como Perú o Bolivia han aportado investigaciones en este campo, como por ejemplo el documento *Etnomatemática Andina* de Hugo Sierra Valdivia cuyo objetivo es buscar una conciliación de la matemática occidental con al andina, abordando la etnomatemática andina desde una perspectiva de sabiduría

cosmológica y filosófica pero traducida a la dimensión curricular, metodológica y didáctica de la misma y utilizando ejemplos de la vida cotidiana. Los resultados de esta investigación están muy ligados al trabajo del boliviano Oscar Pacheco Ríos en *Primero etnogeometría para seguir con Etnomatemáticas* (1999) ya que ambos trabajos concluyen con la idea de que para ver la etnomatemática no se puede dejar de lado al etnogeometría como un primer paso, hay que partir del valor cultural que tienen las formas geométricas para luego ir al valor cultural de la matematización, aunque cada uno de los estudios se haya realizado con una metodología y objetivos diferentes.

En definitiva, la etnomatemática se ha reconocido en Latinoamérica como “una práctica escolar válida que refuerza la creatividad, los esfuerzos, el auto respeto cultural, y ofrece una visión amplia de la humanidad que tiende de forma creciente hasta el multiculturalismo o pluriculturalismo, (...) aunque el término básico se ha identificado incorrectamente con un hacer matemático sin crítica” (D’Ambrosio, 2000, pp. 440-441). La gran variedad de estudios, investigaciones, redes y espacios de trabajo que han sido creados en toda Latinoamérica, entorno a la etnomatemática y otros conceptos afines como la etnogeometría, dan cuenta de la aceptación y de la gran capacidad de abordaje que tiene este campo de las matemáticas.

Educación Popular y Educación de Jóvenes y Adultos (EPJA).

Con respecto a la última categoría trabajada en los antecedentes de este trabajo, se decidió establecer y ahondar la relación entre la EP y la EDJA puesto que, aunque la concepción de ambas corrientes educativas desde su marco político, discurso y prácticas, es distinta, diversa y compleja, ciertas tendencias crítico-transformadoras en el campo de la EDJA han estado ligadas en Latinoamérica a la EP debido, en buena medida, a los movimientos que se desarrollaban en oposición a los gobiernos y generaban influencia en la creación de nuevas políticas, ocasionando entonces que “un avance importante en el campo de la EPJA (fuera) la institucionalización e impacto de la EP en las políticas de los gobiernos. El discurso de la EP se constituyó en una práctica instituyente de la EPJA” (Di Piero citada en Finnegan, 2009, p.3).

Además, se puede evidenciar que el aporte de la Educación Popular para la Educación de Jóvenes y Adultos no se basó solamente en la inclusión de su propuesta política emancipadora, sino también desde la propuesta pedagógica que la EP ha defendido y llevado a la práctica. Al respecto Finnegan (2009) afirma que

La recuperación de los saberes del educando como punto de partida de todo proceso educativo genuino, un sujeto que en la EDJA pertenece mayoritariamente a los sectores sociales subalternos, sigue constituyendo un aporte sustantivo de la EP a una pedagogía de la EDJA. Éste se hace particularmente visible, y ha tenido sus mayores desarrollos, en marco de las iniciativas de alfabetización, a la cuales la EP aportó una “didáctica” codificada como tal (p.7).

En este sentido, para la creación de este aparte se decidió tener en cuenta tres revistas muy importantes en la difusión de estudios sobre Educación Popular y Educación de jóvenes y Adultos, de las que además había acceso a todos los

números publicados: en primer lugar, se decidió trabajar la revista *Aportes* ya que se trata de una revista que ha venido publicando trabajos de Educación Popular desde hace casi cuatro décadas además de que, el grupo Dimensión Educativa, y más concretamente Germán Mariño, ha sido un referente en el estudio de la educación matemática desde la Educación Popular; en segundo lugar, se eligió la revista *La Piragua*, -publicación perteneciente al consejo de educación popular de América Latina y el Caribe CEAAL-, porque desde hace algunas décadas ha venido siendo el órgano de difusión de ideas en el contexto Latinoamericano en el que confluyen pensadores, trabajadores y organizaciones que producen reflexiones pedagógicas desde enfoques afines a la Educación Popular; por último en tercer lugar se consideró la revista *Decisio*, publicación vinculada al Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina CREFAL, en la cual se han venido divulgando estudios y experiencias exitosas de trabajo educativo con adultos en Latinoamérica, muchas de ellas inspiradas desde un enfoque de EP.

Para la revisión y constatación del trabajo en matemáticas que había sido publicado en estas tres fuentes, se llevó a cabo un procedimiento de categorización que permitió establecer de qué manera se habían trabajado las matemáticas en cada uno de los artículos en los que se hacía mención. Se examinaron un total de 148 números repartidos de la siguiente forma: 61 *Aportes*, 42 *La piragua* y 45 *Decisio*, y se encontraron un total de 91 artículos en los que se mencionaban las matemáticas, de los cuales solamente 19 trabajan específicamente el pensamiento matemático.

Teniendo en cuenta lo anteriormente descrito, a continuación se presenta un recuento de los modos principales en los que la categoría matemáticas fue utilizada y trabajada por distintos autores en las fuentes consultadas. Para ello, se presenta un

balance de las formas de empleo de dicha categoría en aquellos casos en los que apenas fue referida de manera superficial, seguido de un análisis de los trabajos en los que existen reflexiones y aportes sistemáticos al pensamiento matemático en el campo de la EPJA.

a) Alusiones o mención de las matemáticas en las fuentes consultadas:

Las siguientes son las categorías que se construyeron después de analizar las distintas formas de alusión o mención de las matemáticas, durante el proceso de revisión de las tres fuentes escogidas:

1. Política educativa: Los artículos incluidos en esta categoría fueron aquellos en los cuales la referencia a las matemáticas se realizaba en alguna descripción acerca de políticas educativas o sobre los programas nacionales de las áreas básicas de educación como lenguaje y matemáticas.

Por ejemplo en el número 28 de la revista La Piragua, se encontró el artículo escrito por Nélida Céspedes “*Incidencias en políticas educativas: programa de formación de incidencia en políticas educativas*” en el que al momento de formular lineamientos generales en materia de Atención de adolescentes y jóvenes en situación de pobreza la autora expresa que

Se requieren programas alternativos de educación secundaria y estrategias de intervención para los jóvenes que se ven obligados a abandonar prematuramente sus estudios medios, con ofertas de capacitación que les permitan un ingreso rápido a puestos de trabajo o a la generación de pequeñas empresas; en todos estos casos será necesario enfatizar la enseñanza de las matemáticas básicas y el

aprendizaje en la resolución de problemas cotidianos (Céspedes, 2009, p.80).

2. Práctica pedagógica: En esta categoría se incluyeron los artículos que muestran una reflexión acerca de la puesta en práctica de las matemáticas ya sea en el aula, en los currículos o en la formación de los educadores.

Un ejemplo de esta alusión a las matemáticas se encuentra en la revista Aportes número 4 titulada "*El nuevo Freire traducción y críticas a su último trabajo en África*". Al respecto, cabe aclarar que Dimensión Educativa realizó un trabajo de traducción de las Cartas a los coordinadores de los círculos de cultura de su trabajo en las islas Santo Tomás y Príncipe en África, a la vez que se incluyeron las misivas que German Mariño envió a Freire con comentarios e inquietudes. En la primera carta, por ejemplo, se nombra una experiencia de alfabetización en el Perú en la que se constata que

Ellos encontraron que era muy difícil realizar un programa de alfabetización pues como el tiempo que requería era muy largo (varios meses) y los problemas eran muchos (traslado, dificultades para asistir por la época de lluvias...), los campesinos se desmotivaban y el índice de deserción era muy alto. Después de constatar esto durante varios semestres resolvieron "acabar" con el programa de alfabetización e implementar en su lugar el de matemáticas, el cual permitía enseñar cosas "útiles" (con una aplicación inmediata) y en una jornada corta - (un fin de semana, por ejemplo). Y como se trataba de una empresa agrícola comunitaria, las matemáticas les resultaban tanto más importantes que la lectura, además que se les facilitaban debido a que los campesinos ya manejaban gran parte de sus operaciones en una forma empírica (Dimensión educativa, 1982, p.34).

3. Enseñanza y aprendizaje: Aunque algunos de los artículos aquí incluidos también podrían haber estado integrados en la categoría anterior por contener reflexiones pedagógicas, se decidió separadas pues en estos artículos se hace una mención más específica a la enseñanza y el aprendizaje de estudiantes o educadores.

En el artículo “La sustentabilidad y su interpelación a la educación popular” publicado en la revista Decisio número 3, por ejemplo, se expresa lo anteriormente señalado cuando su autor, Javier Reyes, establece que:

La dimensión ambiental puede convertirse en un elemento de confluencia entre distintas áreas del conocimiento. Materias como la literatura, la historia, las matemáticas, al incluir reflexiones sobre lo ambiental crearan posibles puentes de encuentro entre los distintos campos del conocimiento, que generalmente tienen poca relación en el currículum. Esto ayuda a construir enfoques más integrales en el análisis de la realidad (Reyes, 2002, p.38)

4. Matemática como ejemplo: En esta categoría se compilaron aquellos artículos en donde el uso de las matemáticas se utiliza para hacer algún tipo de ejemplificación a la hora de realizar explicaciones o ilustrar algún argumento.

José Luis Álvarez Serna en “*Interculturalidad: un dialogo: educación popular e interculturalidad. Experiencias, desafíos y prospectiva*” publicado en el número 28 de La Piragua, por ejemplo, utiliza el concepto de límite matemático para explicar la aproximación entre conceptos de la siguiente forma:

En apretada síntesis podemos establecer que el límite entre cultura y subcultura y el límite entre lo político pedagógico desde las organizaciones y lo político pedagógico desde lo público, pueden potenciar el vínculo entre

la educación popular y la interculturalidad, se pueden acercar tanto hasta que se constituyan como un solo proceso que potencie los procesos de resistencia y de transformación social. El concepto de límite matemático puede ilustrar lo anterior, el límite es la tangente de la curva en cuestión. La tangente como figura es fundamental para entender la resistencia y la “fuga” sanamente loca y locamente sana de los y las educadoras populares en momentos como los actuales, donde la “cordura” es sinónimo de indiferencia y egoísmo (Álvarez,2009,p.98).

5. Investigación: Los artículos incluidos en esta categoría se caracterizan porque muestran el uso de las matemáticas como parte de alguna investigación aunque no sean propiamente sobre pensamiento matemático.

A manera de ejemplo, en la revista Aportes número 54 titulada “*Escuela Y Trabajo Infantil Y Juvenil. Estudio de casos realizado con alumnos de 5o y 6o grado de Centros Educativos Distritales, dentro de la perspectiva de la Investigación Acción en el Aula*”, aparece la investigación realizada por varios maestros del distrito¹ sobre el trabajo infantil y juvenil y las repercusiones de este en la escuela. Respecto al componente matemático de la investigación se establecían resultados sobre el porcentaje de estudiantes que mostraban habilidades matemáticas en tres niveles (excelente, bueno e insuficiente), y se comparaba el nivel del curso en general con el de los niños trabajadores.

6. Lógica matemática: En esta categoría los artículos incluidos cumplen la característica de que trabajan o mencionan la lógica matemática ya sea como caso para comprender una idea o como ejemplo de otras. Por ejemplo, en el número 24-25

¹ Los coordinadores de esta investigación fueron Lola Cendales y Germán Mariño.

de la revista Aportes titulada "*Hacia la construcción de un marco teórico para la investigación de la lógica popular*", Germán Mariño hace mención a la lógica matemática de las siguientes maneras:

1ª Siguiendo las teorías de Piaget acerca de las etapas del desarrollo del pensamiento Mariño (1986_b) explica que "en la etapa de operaciones concretas que 'supuestamente se extiende entre los 7-8 años hasta los 11-12 aproximadamente, ya se es capaz de manejar estructuras lógico-matemáticas tan complejas como los grupos aditivos (que implican la reversibilidad)" (p. 12).

2ª Respecto al vínculo entre diferentes lógicas Mariño (1986_b) indica que "dado que en muchos sujetos persiste la lógica del conocimiento espontáneo (sentido común, cotidianeidad...), habría necesidad de analizar cómo se articula éste al conocimiento matemático y lógico" (p.21).

3ª Haciendo referencia a las investigaciones en cuanto a la forma de operar matemáticamente del adulto popular y relacionándolo con la lógica popular, Mariño (1986_b) señala que

Han mostrado que éste-el adulto popular- trabaja con algoritmos (estrategias para resolver operaciones) ciertamente muy distintos a los presentados por la educación tradicional, pero que en algunos aspectos coinciden con las reglas del cálculo mental utilizadas por muchos adultos "cultos" en ciertos momentos de su vida cotidiana. Es decir, aquí el adulto "culto", inclusive al interior de un mismo campo -la matemática- opera con "dos lógicas" diferentes según las circunstancias (p.19).

7. Género: Los artículos que se seleccionaron para esta categoría hacían mención a la importancia y necesidad de enseñar las matemáticas desde una perspectiva de género.

Por ejemplo, en el artículo del CEAAL “*A propósito del género como eje transversal de la educación. Una conversación con Malú Valenzuela*”, publicado en la revista Piragua número 15 -el cual, valga la aclaración, es una entrevista que se le realizó a la educadora mencionada en el título-, Valenzuela plantea la necesidad de reconocer diferencias de género en los currículos puesto que

En momento dado puedo hablar de estar favoreciendo la equidad de género en una actividad educativa en un área como matemáticas y al mismo tiempo sesgar la posibilidad de que las niñas puedan indagar y preguntar y que se les dé prioridad a los varones. En este sentido tenemos que ir viendo cual es la posibilidad de que las niñas fortalezcan su capacidad indagatoria, de formulación de hipótesis, de resolución de problemas; mientras que a los niños les damos la oportunidad de que vayan incrementando su capacidad de expresar afectos, motivaciones, del cuidado de los otros, del ambiente, de la relación interpersonal. (CEAAL, 1999, p.36).

En las matrices que siguen se muestran las revistas y los artículos encontrados según la categoría.

APORTES					
Categoría	Artículo	Autor	Nº Revista	Año	Total por categoría
Práctica pedagógica	El nuevo Freire traducción y críticas a su último trabajo en África	Dimensión educativa	4	1982	2
	Características de los alumnos de los centros nocturnos	Jorge Posada Cecilia Gómez	13	1983	
Enseñanza y aprendizaje	Características de los educadores de los centros nocturnos y escrito	Joaquín Munar	18	1984	3
	La didáctica de las matemáticas. Anotaciones para establecer un estado del debate	Graciela Chemello	42	1998	
Política educativa	La educación en cuatro años de revolución	Dimensión educativa	10	1983	
Investigación	Discurso de presentación del libro de Eloísa Vasco Montoya "Maestros, alumnos y saberes",	Carlos Vasco	41	1996	4
	Habilidades en lectura, y matemáticas de jóvenes y adultos de los cuatro primeros estratos socioeconómicos. Componente de Colombia a la investigación coordinada por UNESCO, en 7 países de América Latina,	Dimensión Educativa Germán Mariño (coordinador)	49	1997	
	Educación y Trabajo. Componente de Colombia la investigación coordinada por UNESCO en 7 países de América Latina	Dimensión Educativa	52	1998	
	Escuela y trabajo infantil y juvenil. Estudio de casos realizado con alumnos de 5o y 6o grado de Centros Educativos Distritales, dentro de la perspectiva de la Investigación Acción en el Aula	Dimensión Educativa Germán Mariño y Lola Cendales (coordinadores)	54	2000	
Lógica matemática	El nuevo Freire traducción y críticas a su último trabajo en África	Dimensión Educativa	4	1982	4
	Acerca de la teoría de juegos	Germán Mariño	16	1984	
	Hacia la construcción de un marco teórico para la investigación de la lógica popular	Germán Mariño	24-25	1986	
	Los niños como consumidores	Christopher Small	48	1997	
Trabajo en matemáticas	NA	NA	NA	NA	NA
Total artículos					13

LA PIRAGUA

Categoría	Artículo	Autor	Nº Revista	Año	Total por categoría
Práctica pedagógica	Las propuestas del banco mundial para la educación: Sentido oculto o problemas de concepción?	Jose Luis Coraggio	11	1995	3
	La sustentabilidad y su interpelación a la educación popular	Javier Reyes Ruiz	15	1999	
	A construgao de um processo de formagao para educadores - alfabetizadores : reflexões em torno de uma experiênciã no nordeste brasileiro	Timothy D. Ireland	17	2000	
Enseñanza y aprendizaje	Abriendo surcos	Alfredo Ghiso	2	1990	8
	La cuestión Bilinguística Intercultural en la agenda educativa de America Latina	Annelies Merckx'	6	1993	
	Hacia una alfabetización tecnológica	María Luisa Jáuregui	12-13	1996	
	Enfoques y estrategias para la formación de educadores con jóvenes y adultos	José Rivero	12-13	1996	
	Lectura crítica y propositiva sobre la alfabetización latinoamericana	José Rivero	25	2007	
	Alfabetización, Educación Popular y uso de nuevas tecnologías	Lola Cendales	34	2011	
	Guatemala: Alfabetización e incidencia del PIA. Reflexiones en torno al estado actual de la alfabetización y la pertinencia del Plan Iberoamericano	Mónica Flores y Francisco Cabrera	34	2011	
La educación socioeconómica solidaria: La experiencia de educación popular del Instituto Cooperativo Interamericano (ICI) de Panamá	Pedro Castillo	36	2011		
Política educativa	Incidir para transformar la educación: Aportes para una reflexión	Patricia Badilla	26	2007	6
	Incidencias en políticas educativas: programa de formación de incidencia en políticas educativas	Nélida Céspedes	28	2009	
	Experiencia de Incidencia Colectivo CEAAL El Salvador	CEAAL El Salvador	33	2010	
	El papel del PIA en la educación de adultos de Colombia	Luz Jael Zapata	34	2011	
	Aprendendo com a eja: um relato da experiencia do Brasil com avaliação cognitiva em programa de alfabetizado	Jorge Luiz Teles	34	2011	
	La educación un derecho de todos	María Brown Pérez	40	2014	
Investigación	La investigación de la educación de jóvenes y adultos en América Latina: políticas necesarias y nuevas estrategias	Cesar Picón	9	1994	7
	La investigación en la educación popular: el estado de la cuestión en Colombia	Alfonso Torres	9	1994	
	Hacia una alfabetización tecnológica	María Luisa Jáuregui	12-13	1996	
	Distintas formas de producir conocimiento en la educación popular	Carlos Vasco	12-13	1996	
	Tendencias de la investigación en educación de jóvenes y adultos en América Latina	M. Isabel Infante	12-13	1996	

	Una visión de la V CONFINTEA desde la investigación sobre la educación de adultos	Judith Kalman	14	1998	
	Colombia: a propósito de una experiencia reciente en el número	Germán Mariño Lola Cendales	25	2007	
Género	Necesidades básicas de aprendizaje, proyectos educativos y campo de aprendizaje de las mujeres	Virginia Vargas	10	1995	2
	A propósito del género como eje transversal de la educación. Una conversación con Malú Valenzuela	CEAAL	15	1999	
Lógica matemática	Educación para la tolerancia en la búsqueda de lo humano.	Rosa Emilia Salamanca, M ^a Cristina DE Vargas, William Tolosa y Germán Niño	11	1995	1
Matemática como ejemplo	Lenguaje, conocimiento, acción para mejorar la calidad de la enseñanza	Alfredo Rojas Figuroa	7	1993	2
	Interculturalidad: un dialogo: educación popular e interculturalidad. experiencias, desafíos y prospectiva	José Luis Álvarez Serna	28	2009	
Trabajo en matemáticas	NA	NA	NA	NA	NA
Total artículos					29

DECISIO

Categoría	Artículo	Autor	Nº Revista	Año	Total por categoría
Práctica pedagógica	Cómo se ha ido tejiendo mi historia	Gabriel Salom	23	2009	2
	El discurso de jóvenes alfabetizados de clase popular sobre la función social de la escuela.	Eduardo López da Silva	26	2010	
Enseñanza y aprendizaje	El Modelo Educación Para La Vida	Sara Hiena Mendoza	1	2002	15
	Educación A Distancia. Materiales de educación general básica a distancia para adultos.	Marta Ester Fierro y Verónica Nespereira	1	2002	
	La sustentabilidad y su interpelación a la educación popular	Javier Reyes Ruiz	3	2002	
	Una experiencia de formación de educadores de personas jóvenes y adultas.	Lesvia Rosas	5	2003	
	¿Otra educación para todos? Una invitación a la independencia cultural para una América Latina integrada en dignidad	Jorge Rivas Díaz	9	2004	
	Formación de profesores de enseñanza media en modalidad semipresencial: la experiencia de Uruguay.	Alicia Buquet	11	2005	
	De la integración educativa a la laboral, analizadas desde el logro de la autodeterminación	María Elena Festa	13	2006	
	Una experiencia de educación con mujeres adultas con deficiencia mental	Luz María de la Parra Rebollar y Cecilia Fernández Zayas	13	2006	
	Educación de adultos: ¿Competencias para la vida o para el trabajo?	J.M. Gutiérrez-Vázquez	16	2007	
	Hoy marchamos, mañana votamos". El papel de los maestros en las movilizaciones a favor de los migrantes	Irma M. Olmedo	18	2007	
	Alfabetización: teoría y práctica	Gregorio Zamora	21	2008	
	Leer y escribir es parte de la libertad de ser mujer" Entrevista a Guadalupe Hernández Dimas	Ana María Méndez	21	2008	
	La tercera raíz en tercer grado: racismo y currículo en Puerto Rico	Isar P. Godreau	30	2011	
Ampliando voces: miradas y propuestas para la educación de personas jóvenes y adultas en la perspectiva de sus sujetos. Relato de una experiencia.	Giovanna Modé Tatiana Lotierzo Hirano	39	2014		
La educación de jóvenes y adultos dentro y fuera del salón de clases. Formación	Roberto Catelli	42	2015		

	continúa como estrategia para la incidencia política en una experiencia de reorganización curricular.	Junior, Michele Escoura y Ednéia Gonçalves			
Política educativa	Juventud Y Cultura Escrita: Prácticas Juveniles De Escritura	Gloria E. Hernández	6	2003	4
	Educación universitaria en centros de reclusión de la Ciudad de México	Natasha Bidault	14	2006	
	Las múltiples facetas de la educación en las Prisiones	David Deutsch	14	2006	
	La formación de educadoras y educadores en la educación básica de personas jóvenes y adultas: una experiencia en Oaxaca, México.	Carmen Díaz González	42	2015	
Investigación	Violencia, autoridad y discriminación por razones étnicas en escuelas públicas urbanas	América E. Hernández	27	2010	5
	La diversidad como punto de partida. Construyendo prácticas curriculares inclusivas para la alfabetización de personas jóvenes y adultas.	Margareth Fadanelli Simionato	35	2013	
	La construcción de saberes letrados con la familia. El caso de mujeres con poca escolaridad en ambientes rurales	María Leticia Galván Silva	37	2014	
	Los retos y desafíos del facilitador en procesos de IAP	Silvia del Amo Rodríguez, Isabel Castillo Cervantes, Teodora Landa Valencia y Cristina Núñez Madrazo	38	2014	
	En la vida diez y en el profesorado... ¡diez! La formación inicial de docentes de matemática desde una perspectiva investigativa.	Gabriel Roizman	45	2016	
Género	Converger Para Crecer. Género y educación con personas jóvenes y adultas.	Sara Hiena Mendoza	2	2002	2
	Género y educación: resignificando una historia. Formación del profesorado de educación básica	Rosa María González	2	2002	
Matemática como ejemplo	Trabajando Con Capacitadores. Algunos recuerdos del inicio de Cursos Comunitarios	Elsie Rockwell	5	2003	2
	Aprender/saber en el hacer	Zvi Bekerman	30	2011	
Lógica matemática	NA	NA	NA	NA	NA
Total artículos					30

b. Aportes específicos al pensamiento matemático en las fuentes consultadas:

Todos los artículos incluidos aquí cumplen la característica de ser documentos en los que se presentan estudios, prácticas o reflexiones acerca de las matemáticas como pilar principal de la investigación. Es por ello que, a continuación se presentará una breve síntesis de los textos encontrados:

En *“Matemáticas y educación de jóvenes y adultos”* (2003_a) de la mejicana Alicia Ávila, la autora hace una reflexión acerca de algunos de los métodos llevados a cabo en la enseñanza de las matemáticas que “se reducen a comunicar reglas, procedimientos y definiciones” (p.5), afirma que es necesario conocer al joven y al adulto más allá del ámbito escolar para ayudarlos en su proceso de adquisición de la matemática escrita, y reflexiona acerca de cómo lograr que las personas que llevan años utilizando sistemas de cálculo personales y no han utilizado la escritura puedan lograr el traspaso al mundo escrito. Considera que aún hay mucho que hacer en este campo ya que “Las relaciones entre los dos espacios donde las personas construyen conocimientos matemáticos, el de la escuela y el de la vida cotidiana, son complejas” (Ávila, 2003_a, p.6).

Siguiendo la idea principal del texto anterior, en *“Cálculo escrito y pérdida de significación”* (2003_b) la misma autora presenta algunos ejemplos de una investigación realizada con adultos sobre el cálculo de la adición comparando las habilidades para hacerlo mentalmente o mediante la escritura, llegando a la conclusión de que “los adultos y los jóvenes cuenten con conocimientos aritméticos previos no significa que éstos les sean útiles en sus primeros acercamientos al cálculo con lápiz y papel “ (p.24). Además, después de analizar los resultados concretos de una estudiante a la hora de sumar mentalmente y tratar de hacer la misma suma de manera escrita termina comprobando que “su problema no es conceptual, es de escritura, pues —

entre otras cosas— parece no haber descubierto que la posición de los números está vinculada al valor que representan “(p.24).

Continuando con el estudio de la aritmética, en el estudio “*Repartir y compartir. Aprendizaje colaborativo en un círculo de alfabetización*”, Alicia Ávila presenta una experiencia que se realizó con cuatro jóvenes que estaban terminando un proceso de alfabetización y se les propuso formar parte de una actividad en donde tenían que resolver una situación problema que consistía en comprar una pizza y repartir el precio de la misma de manera equitativa (se propuso un valor para la pizza y diferente número de personas a repartir).

El estudio muestra las diferentes soluciones a las que llegaron las jóvenes para cada problema, las dificultades que se iban encontrando y también las conversaciones que tenían para llegar a soluciones conjuntas en relación con un problema que no conseguían resolver.

Como conclusión final la autora manifiesta que

Algunos problemas resultaron fáciles, por ejemplo cuando la relación numérica entre dividendo y divisor pudo establecerse mediante conteo o cálculo mental, utilizando combinaciones numéricas conocidas. En cambio, resultó difícil manejar distancias “grandes” entre dividendo y divisor (...) el hecho de pensar aditivamente los problemas y utilizar la suma para probar los cocientes hizo más difíciles los cálculos, pues al no tener disponibles combinaciones multiplicativas para “probar” con agilidad la validez de los resultados que se obtenían, la prueba del cociente podía resultar muy lenta (Ávila, 2016, p.38).

Respecto al estudio de la interacción que se establece entre el asesor y el estudiante cuando se enfrenta al aprendizaje formal de las matemáticas, en el artículo denominado "*Autoaprendizaje de las matemáticas en los grupos del INEA*" se llegó a la conclusión de que en los adultos observados, el principal problema para un aprovechamiento en el aprendizaje de las matemáticas fue su nivel de lecto-escritura y, según su autora Carmina A. Sánchez Pérez, "varias experiencias han mostrado que el adulto busca en los grupos del INEA, no un círculo de estudios ni un asesor, sino un grupo y un maestro a la manera tradicional. Además, muchos de los asesores comparten esta idea" (Sánchez Pérez, 2003, p.16).

En "*Reflexiones sobre la educación matemática de jóvenes y adultos*", las autoras Dione Lucchesi de Carvalho, Elisangela Pavanelo e Izabel Cristina de Araujo plasman sus observaciones frente a la práctica metodológica y curricular llevada a cabo en las aulas de educación de jóvenes y adultos en Brasil centrándose en dos aspectos: por un lado, estableciendo una crítica a las políticas públicas de educación para este sector de la población y los cambios que provocan en la composición de los estudiantes afirmando que " No existe preocupación por su desarrollo intelectual ni por una posible continuidad de sus estudios. Por no ofrecer calidad, se crea un modelo de enseñanza que excluye de la escuela, nuevamente, a los jóvenes y adultos que ya habían sido excluidos cuando niños" (De Cavalho et all,2003,p.18) y, por otro lado, a partir del ejemplo de dos situaciones en una clase de matemáticas, las autoras hacen un llamado a elaborar currículos y métodos de enseñanza que estén ligados a las experiencias de vida de los estudiantes para generar mayores niveles de comprensión y construcción de conocimiento desde distintos saberes. Al respecto, consideran que

Estando las matemáticas presentes en la práctica social de las personas, el alumno de educación de jóvenes y adultos tiene el derecho de una

educación escolar de calidad que le dé la posibilidad de interactuar con las herramientas matemáticas, de relacionar los instrumentos de sus pensamientos particulares y compartirlos con otros alumnos volviéndose posible la elaboración y reelaboración de nuevas formas de pensamiento (De Cavalho et all, 2003,p. 19).

Germán Mariño en "*La Educación Matemática De Jóvenes Y Adultos. Influencias y trayectos*" hace un repaso histórico sobre las corrientes en el ámbito de la educación de niños que han influenciado a la educación de jóvenes y adultos, elaborando una descripción de la matemática tradicional, la matemática moderna, la influencia de Piaget y el constructivismo. Además presenta algunas de las tendencias que se han originado desde la propuesta constructivista, con el uso problematizado o no de las ideas previas de los educandos y con la práctica del diálogo cultural, a partir del análisis de algunos ejemplos sobre la escritura de los números. Al respecto Mariño (2003) indica que

Para la primera, el proceso de aprendizaje no requiere la problematización de las ideas previas de los educandos (en otras palabras: se reconocen los saberes previos, pero no se hace nada con ellos); para la segunda dicha problematización es indispensable y para la tercera, más que ser problematizadas, las ideas previas se valoran y se potencian con otros puntos de vista (diálogo cultural) (pp.28-29).

En el artículo "*El Género Discursivo De La Matemática Escolar. Estrategias de inclusión cultural en la Educación de Jóvenes y Adultos*" de María da Conceição Ferreira (2003), la autora hace una reflexión acerca de la disposición de los estudiantes de la Educación de Jóvenes y Adultos a evocar sus memorias y

conocimientos escolares y hablar sobre lo que recuerdan “como una estrategia de inclusión en el universo cultural de la institución escolar” (p.36). Para ello se basó en los trabajos del autor Mijaíl Bajtín “cuya obra aborda la comprensión de la interacción verbal como fenómeno esencialmente social” (p.34) y observó unas clases de matemáticas fundamental de jóvenes y adultos buscando con ello no solo analizar los recuerdos de las matemáticas escolares sino también relacionarlas con los discursos que no son necesariamente pronunciados pero que se encuentran en la interlocución. Como conclusión a su estudio la autora afirma que

Al movilizar sus recuerdos del conocimiento escolar, y con ellos construir recursos expresivos que han sido reconocidos como legítimos, el alumno de la EJA apuesta a favor de la convicción de que hablar un poco de *matemáticas escolarizadas* legitima su inserción en la escuela, porque revela que al compartir los modos de expresión, el pensar y el hacer de la matemática escolar, se torna mínimamente *justo* y, también *adecuado* ocupar ahí un lugar como sujeto (Ferreira, 2003, p.36).

De la misma autora, el artículo “*El aula como espacio de formación del docente. Contribuciones de la educación matemática de jóvenes y adultos*” hace una reflexión acerca de la importancia de los espacios de formación docente para compartir y analizar experiencias, actividades y herramientas entre quienes trabajan en el aula de clase, concretamente en la de matemáticas, y - a partir de la descripción de una situación sucedida en una clase de matemáticas-, la autora analiza la trascendencia de escuchar a los estudiantes y de la realización de preguntas. Al respecto la autora manifiesta que

para que nos sea posible explorar ese potencial-el salón de clases- es indispensable que establezcamos como metodología de trabajo la

disposición y la disciplina de escuchar a nuestras alumnas y alumnos, de modo que podamos comprender mejor sus modos de conocer (...) no sólo como actividad cognitiva, sino como acción social, como toma de posición (de compromiso, de resistencia, de apropiación), ejercida en prácticas discursivas responsivas e intencionales y, por tanto, políticas, asumidas por los y las estudiantes, y que demanden también posicionamientos políticos de sus docentes (pp.51-52).

Las autoras María Fernanda Delprato e Irma Fuenlabrada realizan una descripción del uso de un recurso didáctico específico, el juego del cajero, en sesiones de 45 minutos con tres mujeres adultas analfabetas. En el artículo "EL CAJERO. Un recurso didáctico que favorece el acceso de adultos analfabetos a la simbolización de los números y las operaciones de suma y de resta" (2003), elaboran una exposición del desarrollo llevado a cabo con la utilización del recurso desde las normas del juego y algunas consideraciones didácticas a tener en cuenta, hasta llegar a los resultados obtenidos.

Respecto al uso de este tipo de didácticas las autoras exponen que

La ingeniería didáctica diseñada considera las aportaciones de la educación de adultos y de la didáctica de las matemáticas en relación con la importancia de valorar y recuperar las nociones y usos sociales de los números y "las cuentas" de los sujetos de aprendizaje, siendo relevante a la vez la extensión de estos saberes y usos previos hacia el conocimiento de las funciones y leyes del sistema simbólico que usamos: el sistema numérico decimal (Delprato & Fuenlabrada, 2003, p.37).

En el artículo "Elaboración de materiales escritos de Matemáticas para el aprendizaje a distancia" Mónica Inés Schulmaister muestra, por su parte, cómo fue el

proceso llevado a cabo para la preparación de los materiales utilizados en un programa educativo lanzado desde la secretaria de educación de México en el año 2000 denominado La Secundaria a Distancia para adultos. La autora hace una descripción de los contextos que se tuvieron en cuenta para la confección de las guías de aprendizaje, la estructuración de las unidades didácticas y finalmente la metodología de enseñanza, basada principalmente en la resolución de problemas.

Schulmaiste (2003) plantea también su visión general sobre los principios básicos que deben tenerse en cuenta a la hora de elaborar materiales didácticos creados para la educación a distancia, cuando expone que

Una alta calidad pedagógica es esencial para el éxito en su utilización. Se parte del principio de que cualquier persona es capaz de aprender por sí sola cuando tiene acceso a materiales lo suficientemente comprensivos y atractivos. Los ambientes para el aprendizaje a distancia deben favorecer el desarrollo del conocimiento interdisciplinario, de la intuición y de la creatividad (p.47).

El autor Marco García Juárez en el artículo *“La formación de asesores en matemáticas. Una experiencia en los talleres de formación y actualización de asesores y técnicos docentes del INEA²”* presenta los primeros resultados de una investigación realizada con asesores y técnicos docentes a partir de la puesta en práctica del Modelo Educación para la Vida y el Trabajo (MEVyT) en algunos estados de la República Mexicana, acerca de lo que los docentes piensan sobre las matemáticas, cómo conciben el aprendizaje de las mismas y la forma en que se implementan estas ideas en los salones de clase. La metodología para su realización fue el desarrollo de talleres académicos bajo la responsabilidad del personal de la jefatura de Proyecto de

² El INEA es la sigla del Instituto Nacional de Educación de Adultos.

Matemáticas del INEA, y tras analizar las respuestas de los docentes pudieron llegar a la conclusión de que

los asesores y técnicos docentes entienden la gran importancia de la naturaleza de las matemáticas y la conciben como orientada a la resolución de problemas prácticos, como sistema de signos, como herramienta para acceder a otros saberes, como algo útil y práctico (...) aceptan la posición de considerar los saberes previos de los jóvenes y adultos y que, a partir de estos saberes, esperan que se construyan otros más formales; no obstante, en ocasiones dan una asesoría considerada tradicional, recurren a explicaciones y ejercicios con lápiz y papel para prepararlos para el examen de acreditación (García, 2003,p.63).

Siguiendo la idea de que los principios en los que se sustenta el programa Modelo Educación para la Vida y el Trabajo (MEVyT) de México, basado en el autodidactismo y la colaboración solidaria de asesores voluntarios, son muy débiles para lograr el objetivo de alfabetización en matemáticas, el autor Daniel Eudave Muñoz presenta en el artículo *“¿Cómo afectan las trayectorias escolares y de vida en los conocimientos matemáticos de usuarios de EPJA?”* algunas de las conclusiones obtenidas tras realizar entrevistas a los usuarios de los servicios del programa con la intención de esclarecer, por un lado, los antecedentes personales, escolares y laborales de los usuarios así como la percepción que tenían sobre las matemáticas y su utilidad para la vida y, por otro lado, sus conocimientos sobre fracciones, pre-álgebra, áreas, lectura de tablas y gráficas estadísticas, y proporcionalidad. Los resultados se muestran diferenciados en tres grupos de población: los jóvenes, con edades entre los 15 y los 17 años, los adultos en un rango de edad entre los 27 a los 45 años y adultos de 50 o más años pero, de manera general, la conclusión a la que llega el autor es que

Al parecer, en la EBPJA no se han tomado en serio las necesidades y características de los usuarios, y se están desaprovechando los saberes que pudieran y debieran ser recuperados en los círculos de estudio; si esto se hiciera se podría avanzar hacia la consolidación de los conocimientos prácticos y situados, y llevarlos hacia los niveles de abstracción y formalización que son los que se esperan de un egresado de la educación primaria y de la educación secundaria. Es mucho aun lo que la EBPJA tiene por hacer, en lo didáctico, en lo operativo, y sobre todo, en la capacitación de sus instructores, y por qué no, en la revisión del mismo modelo educativo (Eudave,2016,p.16)

Desde el estudio de la habilidades espaciales y la aplicación matemática, el artículo *“Estudio de una práctica de colocación de pisos cerámicos desde una perspectiva de la educación matemática”* Aníbal Darío Giménez (2016) describe y analiza una tarea común en el vida laboral de los albañiles como es la de colocar pisos de cerámica, y concretamente se detalla una parte de la tarea en la que subyacen ciertos conocimientos matemáticos utilizados por los trabajadores como, por ejemplo, el uso del teorema de Pitágoras para establecer lo que el autor denomina como “marcado de las escuadras” respecto del cual sostiene que “la utilización de distintas ternas pitagóricas para “poner a escuadra” demanda una consideración de las medidas del ambiente donde se necesita marcar una escuadra. Esas ternas variarán en múltiplos de 3, 4 y 5, y también podrán variar las unidades de medida del sistema decimal” (p.23), o la técnica de establecer la misma distancia entre rectas para mantener el paralelismo en las hileras de las cerámicas ya que según el autor “generalmente no se toman medidas ni se realizan cálculos para verificar la escuadra de las sucesivas hileras sino que se utilizan las mismas piezas cerámicas, asumiendo que son cuadradas y todas de la misma medida” (p.23).

La intención del autor es comprobar que hay saberes matemáticos que se emplean en la vida laboral de los albañiles que no son rescatados por la escuela y que podrían establecer nuevas formas de enseñanza en la formación técnica profesional o en escuelas de oficios, de manera que se puedan establecer una articulación entre las materias impartidas en los centros de formación y las matemáticas.

Claudia Broitman (2016) en el artículo *“Conocimientos y reflexiones de adultos sobre la numeración escrita”* muestra algunos de los resultados observados al realizar una investigación con tres adultos en sus primeras semanas de escolarización para establecer “además de cómo leen y escriben números intentamos comprender qué ideas numéricas subyacen a sus acciones, cómo las explican, qué contradicciones enfrentan y cómo intentan superarlas” (p.26). En el artículo se muestran algunas de las conclusiones apoyadas en parte de las conversaciones que se iban manteniendo con los estudiantes a medida que avanzaban en las preguntas sobre la lectura y escritura de números con distas cifras y como deducción final la autora comenta que “ los entrevistados pusieron de manifiesto la elaboración de regularidades del sistema de numeración que —lejos de permitirnos interpretar en términos de “sabe” o “no sabe”— nos muestra una actividad constructiva: elaboran teorías, las ponen a prueba, las transforman y se formulan nuevas preguntas” (Broitman, 2016, 31).

Las autoras María Fernanda Delprato y Gabriela Aguilar en el artículo *“Trabajo colectivo en un aula heterogénea sobre formas de simbolización de la operatoria aditiva”*, muestran diferentes ejemplos de técnicas para resolver adiciones por parte de los estudiantes de un centro de enseñanza para adultos, que formaban parte de un estudio que tenía como objetivo establecer la heterogeneidad del grupo de trabajo para comprender los diferentes métodos utilizados en la resolución de sumas, y

establecer avances en el aprendizaje para conformar grupos con ritmos de trabajo similares. Además de examinar y registrar las diversas formas de calcular que usaban los estudiantes, pudieron comprobar cómo el hecho de reconocer y socializar las diversas técnicas de cálculo produjo beneficios no solo individuales sino también para el grupo ya que “a partir de promover que las alumnas vuelvan sobre su propio registro y de que le cuenten a otros sus conocimientos empleados en la resolución, posibilita no sólo que pervivan conocimientos personales implícitos en esas técnicas, sino que otras alumnas puedan adoptarlos” (Delprto & Aguilar, 2016,p.45).

Finalmente, en *“Clases de estadística en la educación de jóvenes y adultos: caminando hacia el letramento”* Keli Cristina Conti y Dione Lucchesi de Carvalho hacen una descripción sobre una parte de un proyecto realizado con estudiantes de 7º grado de una escuela rural para jóvenes y adultos en Brasil, con el cual se buscó conseguir no solo la interpretación de gráficos sino también la capacidad de leer y escribir sobre información estadística. En el artículo se detalla cada fase de un momento del proceso como fue la creación de un cuestionario para obtener los datos a estudiar, explicando cómo se conformaron los grupos de trabajo, la manera en que llegaron al acuerdo sobre el tema a elegir, las preguntas que realizaría cada grupo y finalmente la elaboración de los cuestionarios.

Respecto al objetivo de conseguir el letramento de los estudiantes desde la información estadística, las autoras plantean que

Es importante destacar que en el proceso de construcción del cuestionario fue evidente el papel de la mediación, (...) Entre los signos (o sistemas simbólicos), destacan el lenguaje y el papel del otro en la mediación.

De cierto modo, podemos afirmar que la interacción de los alumnos con el texto académico fue de apropiación, y que implicó la resignificación del

sentido que le atribuían al cuestionario, es decir, fueron conscientes de que las respuestas “correctas” a cada pregunta no se habían definido *a priori* (p.64).

DECISIO

Categoría	Artículo	Autor	Nº Revista	Año	Total por categoría		
Trabajo en matemáticas	Matemáticas y Educación De Jóvenes y Adultos	Alicia Ávila	4	2003	19		
	Educación de personas adultas y Etnomatemáticas. Reflexiones desde la lucha del Movimiento Sin Tierra de Brasil.	Gelsa Knijnik					
	Autoaprendizaje de las matemáticas en los grupos del INEA	Carmina A. Sánchez					
	Reflexiones sobre la educación matemática de jóvenes y adultos	Dione Lucchesi de Carvalho, Elisangela Pavanelo e Izabel Cristina de Araujo					
	Cálculo escrito y pérdida de significación	Alicia Ávila					
	La Educación Matemática de Jóvenes y Adultos. Influencias y trayectos	Germán Marino					
	El género discursivo de la matemática escolar. Estrategias de inclusión cultural en la Educación de Jóvenes y Adultos	María da Conceifao Ferreira					
	EL CAJERO. Un recurso didáctico que favorece el acceso de adultos analfabetos a la simbolización de los números y las operaciones de suma y resta.	María Fernanda Delprato					
	Elaboración de materiales escritos de matemáticas para el aprendizaje a distancia	Mónica Schulmaister					
	La Formación De Asesores En Matemáticas. Una experiencia en los talleres de formación y actualización de asesores y técnicos docentes del INEA	Marco García					
	¿Cómo afectan las trayectorias escolares y de vida en los conocimientos matemáticos de usuarios de EPJA?	Daniel Eudave Muñoz	45	2016			
	Estudio de una práctica de colocación de pisos cerámicos desde una perspectiva de la educación matemática	Aníbal Giménez					
	Conocimientos y reflexiones de adultos sobre la numeración escrita	Claudia Broitman					
	Repartir y compartir. Aprendizaje colaborativo en un círculo de alfabetización	Alicia Ávila					
	Trabajo colectivo en un aula heterogénea sobre formas de simbolización de la operatoria aditiva	María F. Delprato y Gabriela Aguilar					
	El aula como espacio de formación del docente. Contribuciones de la educación matemática de jóvenes y adultos	María da Conceição Ferreira					
	Clases de estadística en la educación de jóvenes e adultos: caminando hacia el letramento	Keli Conti y Dione Lucchesi					
	Total artículos					19	

Conclusiones para la toma de decisiones.

Aunque para el análisis de fuentes ha resultado fructífero el estudio de las experiencias de Educación Popular en el campo de la Educación de Jóvenes y Adultos, es preciso señalar nuevamente que *resulta fundamental y necesario comprender a estas dos corrientes como campos autónomos y diferenciados*, toda vez que

(...) el rasgo que distingue desde su génesis a la EP de las orientaciones dominantes de la EDJA es el siguiente: “la EP nace ligada a Freire, en oposición a las posiciones integracionistas de la Educación de Adultos. (...) es una concepción de ruptura y de denuncia. (...) Y también supone una ruptura pedagógica, cuyos puntos centrales fueron la discusión sobre el vínculo dialógico y la superación de la condición de opresor y oprimido. (...) la EP posibilitó la ruptura no sólo metodológica y pedagógica, sino también de contenidos y epistemológica” (Pagano citada en Finnegan, 2009, p.3).

Además, teniendo en cuenta los espacios de acción en los que cada una de ellas han llevado a cabo sus prácticas pedagógicas, se puede constatar que la EDJA ha estado vinculada históricamente a los procesos de políticas públicas creadas para lograr la certificación en educación básica en los distintos países de la región, mientras que la EP ha estado unida a procesos de emancipación y lucha, en ocasiones ligadas en políticas de gobierno, pero en mayor medida a procesos de resistencia para aportar a la formación de sujetos políticos.

Respecto a la esta diferencia en sus finalidades Di Piero (2008) plantea que

los campos de la EP y de la EDJA tendieron a confluir hacia un espacio en el interior del cual se procesa una disputa entre proyectos educativos vinculados

a racionalidades distintas: por un lado, las concepciones, discursos, políticas y prácticas que, basados en la teoría del capital humano, proyectan en la educación beneficios económicos para los individuos y sociedades, priorizando la calificación de la mano de obra para el desarrollo capitalista globalizado; por otro, aquellas que, privilegiando los valores de justicia e igualdad, además de dotar a las capas populares de las competencias y credenciales requeridas por el mercado de trabajo (de modo de protegerlas del desempleo y de la pobreza extrema) proporcionan la formación técnica, humana y política para luchar por transformaciones societarias que aseguren vida digna en ambientes sostenibles y convivencia democrática con respecto a la diversidad y a los derechos humanos (pp.113-114).

Por otra parte, al realizar la revisión de fuentes en el campo de la EPJA, se pudo constatar la centralidad que tuvo la circulación y apropiación de los trabajos pioneros de Germán Mariño a nivel regional. Si se tiene en cuenta que en los estudios de Alicia Ávila se retoman parte de los planteamientos desarrollados por Mariño, especialmente en lo concerniente a los modos de explorar e interpretar las diversas técnicas de realización de operaciones básicas por parte de los jóvenes y adultos desde el reconocimiento de sus saberes previos, y las formas de escritura de esos procesos de cálculo, a la vez que se comprende la manera en que los trabajos de Ávila han sido uno de los principales soportes y apoyos de tipo teórico, que permitieron los ejercicios de experimentación pedagógica emprendidos por autoras como Carmina Sánchez, María Fernanda Delprato e Irma Fuenlabrada o Mercedes de Agüero, entre otros, es posible advertir la marcada influencia directa e indirecta que ha tenido y sigue teniendo la obra de Mariño en el campo de la EPJA.

Por ejemplo, respecto al orden en que los adultos resuelven sumas mentalmente, Ávila recoge una de las conclusiones que Mariño había concluido en sus investigaciones sobre saberes previos al exponer que

Por lo general se suma comenzando por las cantidades con mayor valor relativo, como serían los billetes de mayor denominación y luego los de menor valor, hasta llegar a las monedas (Marino; 1983) (...) Comparando con el cálculo sobre papel, lo anterior equivaldría a sumar primero las centenas, luego las decenas y hasta después las unidades, pero manteniendo en mente el valor relativo de las cifras (Ávila, 2003, p.24).

Sin embargo, pese a la importancia que tienen las investigaciones de este reconocido educador popular colombiano, hasta el momento, no existe un solo trabajo o artículo que se haya encargado de hacer una revisión sistemática de sus planteamientos, con la finalidad práctica de conocer los alcances y límites de sus investigaciones. En este sentido, el ejercicio analítico-interpretativo que se desarrolla en los siguientes capítulos, debe comprenderse como el aporte ético-político-cognitivo que una maestra de matemáticas realiza con el propósito de reconocer, afirmar y problematizar los marcos referenciales que, consciente o inconscientemente, utilizamos las Educadoras y Educadores Populares que actualmente asumimos el desafío que implica la realización y concreción efectiva de diseños pedagógicos para trabajar el desarrollo del pensamiento matemático de y con los sujetos educativos populares.

MARCO TEÓRICO

Pedagogías Críticas.

Los inicios de la Teoría crítica. La escuela de Frankfurt.

A comienzos del siglo XX se comenzó a estructurar una corriente filosófica en la cual la crítica era el elemento fundamental para ayudar a descubrir los problemas asociados a las desigualdades existentes en todo tipo de sociedad. Se orientaba a la necesidad de formarse críticamente y asumir esa misma actitud para comprender las carencias de una sociedad en crisis o una ciencia que podría estar al servicio de la injusticia por ello, al igual que la crítica, principios como la reflexión, la razón y la transformación serían esenciales para la Teoría crítica.

Sus inicios surgen a partir del análisis realizado, a mediados de los años 30, por Horkheimer, Adorno y Marcuse a partir del trabajo de Carlos Marx sobre “Crítica de la Economía Política”. Para ellos la comprensión del término crítica se comprendió como dialéctica crítica, de manera que se consideraban los aspectos de la economía política en relación con las diversas formas y medios de producción económica (Mora, 2009).

A este grupo de se le conoció como la primera generación de la escuela de Frankfurt³ y en obras como “Teoría Crítica” de Horkheimer o “Dialéctica de la Ilustración” de

³ La Escuela de Frankfurt se constituyó como un Centro de Investigación multidisciplinar cuyo centro de interés giró en torno a las dimensiones políticas, sociológicas, económicas, culturales y filosóficas, de la sociedad vigente en aquel entonces. En el año de 1923 el “Instituto de Investigación Social” se instaló en Alemania formalmente. Su primer director fue el Sociólogo Alemán Kurt Albert Gerlach quien murió en el

Horkheimer y Adorno hacen una revisión de lo trágico de las injusticias y desigualdades sociales, económicas, políticas, culturales, étnicas que vivieron, y claman por una sociedad de justicia, solidaridad y libertad.

Tras la muerte de Horkheimer se marcó el inicio de la segunda generación de la escuela de Frankfurt profundizando en temas como la Teoría de las categorías sociológicas, la acción social además del estudio de la Sociología y tipos de dominación. Algunos de los teóricos de esta segunda generación fueron: Claus Offe el cual se concentró en el análisis politológico y el estudio de la sociedad del capitalismo avanzado, la crisis de los partidos políticos y la aparición de los nuevos movimientos sociales; Oskar Negt cuyos temáticas principales fueron la filosofía social, la acción de los medios comunicativos, la opiniones públicas en la sociedad de clases y la interacciones entre teoría y praxis; Albrecht Wellmer quien se interesó por la epistemología como aspecto básico del proceso reconstructivo de la Ciencia Social y la Teoría Crítica; Alfred Schmidt cuyos trabajos eran basados en la teoría marxiana y su vigencia contemporánea y, por último, el autor más representativo de esta segunda generación, Habermas el cual desarrolló la fundamentación de una teoría crítica de la sociedad fundada en una teoría del lenguaje y en el análisis de las estructuras donde se llevan a cabo las interacciones de los interlocutores.

Para este autor, la comunicación surge dentro de lo que denomina el mundo de la vida, entendiendo por éste el lugar de referencia donde se realiza el acto comunicativo y desde el cual el hablante y el oyente se entienden, generando de este modo conocimiento. Durante este proceso, todos los actores actúan desde el respeto a la racionalidad del otro y entablan una relación desde distintos aspectos-lo objetivo, lo subjetivo y lo social-

mismo año, motivo por el cual el Economista Alemán Carl Grunberg ejerció la tarea de director hasta el año de 1930. A partir de 1930 el Filósofo y Sociólogo Alemán Max Horkheimer asumió la dirección del Instituto.

produciendo de este modo un entendimiento desde lo que les es común. Habermas entonces

Apela a la estructura dialógica del lenguaje como fundamento del conocimiento y de la acción (...). Como resultado extrae el concepto de acción comunicativa donde la racionalidad está dada por la capacidad de entendimiento entre 'sujetos capaces de lenguaje y acción' mediante actos de habla cuyo trasfondo es un 'mundo de la vida' de creencias e intereses no explícitos y acríticamente aceptados por las comunidades de comunicación (Fernández, 2009, p.4).

Con la investigación y aportes hechos por Habermas se comienza a generar una ciencia social crítica. La misma se fundamenta no sólo en los aportes de la primera generación de la escuela de Frankfurt, sino en entender el trabajo científico en términos de justicia, libertad, participación, democracia, valoración de la verdad y racionalidad. Desde entonces el término Teoría Crítica, se impuso como una teoría sociocrítica de la sociedad, alcanzando diversos campos, como por ejemplo la sociología y la educación.

Teoría crítica de la educación.

Desde la perspectiva de la Teoría Crítica, la educación parte de la posibilidad de poder organizar y estructurar la sociedad a partir de principios diferentes a los empleados por las sociedades capitalistas. La educación se comprende entonces como una condición esencial para la organización social emancipada e igualitaria tanto en el ámbito del sujeto como del colectivo, es decir, una educación que supere la pasividad frente a las injusticias, y para ello debe convertirse en un movimiento que logre la configuración de sociedades

más igualitarias a través de dos objetivos claros, la liberación de los sujetos y la organización igualitaria.

Desde tal perspectiva, “una teoría de la educación debe contribuir a una teorización de los diversos fenómenos que ocurren en la práctica” (Guerrero, 2007, p.30) para que ésta utilice los fundamentos teóricos como una forma de reorientarse y, a su vez, la teoría necesita de lo que ocurre en la práctica para estimular y reformar sus nociones y constructos, de manera que teoría y práctica se encuentren en un proceso dialéctico que les permita analizar y renovar sus principios.

De esta manera, y siguiendo las ideas de Mora (2009)

la educación también debe vincularse a las demás prácticas fuera y dentro de los centros educativos, fomentando el pensamiento crítico y los cambios sociales (...) para fomentar la conformación de los conocimientos y herramientas metodológicas en cada sujeto y en cada comunidad que incorporen los intereses y las necesidades del colectivo olvidándose así de una educación individualista e incorporándose a la polémica social y política, para tomar partido ante los comportamientos dominantes de las sociedades capitalistas actuales (p.51).

La influencia de esta corriente, ha impregnado las teorías explicativas del aprendizaje y enseñanza de tal manera que la práctica pedagógica se ha convertido en objeto de investigación para la teoría y la teoría en objeto de investigación para la práctica, conformándose una pedagogía crítica definida de manera informal como la "nueva sociología de la educación" o una "teoría crítica de la educación", la pedagogía crítica

examina a las escuelas tanto en su medio histórico como por ser parte de la hechura social y política que caracteriza a la sociedad dominante (Maclaren,1998).

De los Antecedentes de la pedagogía crítica a sus principios fundamentales.

La escuela nueva.

A finales del siglo XIX, emergió en Europa todo un conjunto de principios como alternativa a la enseñanza tradicional. Estos principios derivaron de un interés por el estudio científico del niño y la infancia. La multiplicación de escuelas y del número de niños, procedentes de ámbitos sociales y económicos distintos, exigió diversificar los métodos y los principios: ni todos los niños eran iguales ni podían ser tratados con un mismo patrón.

Todo ello generó una nueva comprensión de las necesidades de la infancia ya que esta corriente, en oposición con la escuela tradicional, iba a convertir al niño en el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje, mientras que el profesor dejaba de ser el punto de referencia fundamental para convertirse en un dinamizador de la vida en el aula, al servicio de los intereses y necesidades de los estudiantes.

La Escuela Nueva ejerció una dura crítica a las pedagogías disciplinarias, a los métodos coactivos de enseñanza y a los programas inflexibles, buscando la formación de un estudiante libre y autónomo, donde los saberes debían dirigirse en torno a sus intereses y necesidades.

Con este enfoque surgió en Bélgica el método de la globalización de la enseñanza de Decroly, “dirigido a agrupar los saberes a través de los centros de interés, según el desarrollo cognoscitivo del estudiante” (López, 2010, p.55).

En Estados Unidos, dicho movimiento se denominó escuela progresista, y su principal representante fue John Dewey, para el cual la realidad es considerada un todo donde se articulan y oponen elementos que manifiestan incertidumbre, y es la razón el medio de búsqueda de la seguridad (López, 2010). Dewey adoptó como método de enseñanza el lema “aprender haciendo” según el cual se otorga preeminencia a la acción y su relación con la vida del estudiante en su proceso de conocimiento.

Otro autor que resaltó la importancia de los métodos de la Escuela Nueva para el desarrollo de los niños fue Piaget el cual, en palabras de Olmos (2008), sostiene que “la educación debe poner en funcionamiento las estructuras de la mente del niño, para desarrollar su inteligencia en la edad evolutiva” (párr.19).

La Escuela Nueva fue criticada por diferentes grupos religiosos, profesionales y políticos que argumentaban en contra de su laicismo y la coeducación de niños y niñas - en caso de la iglesia católica- o juzgaban su supuesto anti intelectualismo o el abuso de los sentidos y la actividad, frente a la disciplina, la memorización y el control de la inteligencia y la voluntad.

Aun hoy coexisten la escuela nueva y la enseñanza tradicional y se podría decir que, el ideario de la primera se fue paulatinamente incorporando a los proyectos educativos de escuelas públicas y privadas e incluso a las mismas leyes, llegando a darse la paradoja de que su propia existencia dejó de tener sentido al haberse logrado gran parte de sus aspiraciones, al menos de derecho, en muchos centros de enseñanza.

Los fundamentos de la Pedagogía Crítica.

Los teóricos críticos, preocupados por el centralismo de la política y el poder en la comprensión de cómo desarrollan su trabajo las escuelas, realizaron estudios centrados en la economía política de la escuela, el estado, la educación y la construcción de la subjetividad del estudiante.

Con la conformación de este grupo heterogéneo de ideas y el análisis de los maestros de la tradición crítica, para los cuales “la corriente educativa dominante mantiene una tendencia esencialmente injusta que da como resultado la transmisión y la reproducción de la cultura del *status quo* dominante” (Martínez, s.f, p.24), la pedagogía crítica, además de cuestionar los presupuestos de la educación tradicional, se comprometió con dos objetivos clave: las formas de aprendizaje y la acción emprendidas en solidaridad con los grupos subordinados y la transformación de las desigualdades e injusticias sociales existentes.

En palabras de Luis González (2006)

La pedagogía crítica ve la educación como una práctica política social y cultural, a la vez que se plantea como objetivos centrales el cuestionamiento de las formas de subordinación que crean inequidades, el rechazo a las relaciones de salón de clases que descartan la diferencia y el rechazo a la subordinación del propósito de la escolarización a consideraciones económicas. (p.84)

Por todo lo anterior, se podría decir que la labor de la pedagogía crítica consiste en establecer una reflexión sobre la práctica pedagógica que implique altos niveles de participación y actuación de todos los actores que intervienen directa o indirectamente en los procesos de aprendizaje y enseñanza, teniendo siempre en cuenta tres dimensiones de la vida cotidiana tal y como lo señala McLaren (2005):

La primera de ellas, es *lo político* ya que una de las más importantes tareas de la pedagogía crítica ha sido revelar y desafiar el papel que las escuelas desempeñan en nuestra vida política y cultural. Desde este punto de vista, los procesos en el salón de clase en los que los conceptos de poder, política, historia y contexto sean neutrales o inexistentes ya no son admisibles en la educación puesto que el cambio de poderes en las escuelas debe darse en primer lugar desde el lugar del educador de manera que “los maestros deben comprender el papel que asume la escuela al unir el conocimiento con el poder, para aprovechar ese papel para el desarrollo de ciudadanos críticos y activos “ (p.256).

En segundo lugar *la cultura*, porque está siempre involucrada en las prácticas sociales, en las relaciones de poder y en la aceptación de las formas de conocimiento que establecen o no una escuela reproductora de clases y desigualdades, representando así una “una introducción, una preparación, y una legitimación de formas particulares de vida social” (p.257), y convierte a la escuela en una forma de política cultural.

Y en tercer lugar, está la dimensión de *la economía*, puesto que las investigaciones de los académicos críticos han demostrado cómo las pedagogías, los programas, las políticas y los conocimientos que se imparten en la escuela, dependen de las necesidades de la economía y las demandas del mercado, generando procesos educativos para crear sujetos

con habilidades técnicas específicas y maestros desespecializados que facilitan los propósitos políticos bajo los intereses particulares en competencia dentro del orden social que impiden la igualdad de oportunidades.

Principios de la Pedagogía Crítica.

La pedagogía crítica se compone de varios supuestos que se establecen como pilares y constituyen los aspectos de la práctica educacional que se afinan en la realidad, estos principios pedagógicos son:

- a) La participación social: la cual implica inducir a todos los miembros de la comunidad educativa y de la sociedad a comprender la responsabilidad que tienen en el presente para actuar sobre él y cambiar su contexto en el futuro. Es decir, participar supone analizar las prácticas de los actores comprometidos con micropoder y el macropoder (Gramsci, 1975), estudiar la hegemonía de valores presentes en las clases sociales y formar parte del proceso que llevará al éxito.

Por lo tanto, las prácticas cooperativas surgen como espacios de acción social en donde los miembros que participan asumen responsabilidades específicas con la consolidación de los procesos autónomos. En este sentido, el papel del educador en su dimensión intelectual, se expresa en el equilibrio que puede realizar en su competencia de análisis de las condiciones, en la ubicación de problemáticas y en su capacidad crítica y propositiva, es decir “en la participación activa en la vida práctica, como constructor, organizador, persuasivo permanentemente no como simple orador” (Gramsci, 1967, p.4).

- b) La comunicación horizontal: supone compartir unos símbolos que respaldan unas intenciones compartidas por quienes intervienen en el discurso, en el cual las partes se reconocen ética y mutuamente sin que ello implique ausencia de diferencias (Prieto, 2004).

Para la pedagogía crítica la comunicación en el trabajo de aula se plantea como un escenario de discusión que tiene el propósito de discernir sobre el consentimiento proporcionado por la sociedad civil al estado para que diseñe e implemente modelos y estilos de vida académica y se convierta en el educador de las sociedades (Gramsci, 1974). Sin olvidar que en esa comunicación la participación mediante el diálogo ético, refuerza la comprensión mutua, la elaboración de formas de convivencia y el compromiso para realizar todo aquello que se ha acordado.

- c) La humanización de los procesos educativos: invita a enfatizar en el mundo de los sentimientos y enfatizar el aparato sensorial al tiempo que se estimula la habilidad intelectual, supone crear escenarios en los que la colectividad tiende a autogobernarse y a auto constituirse.

De ahí que humanizar la educación no se reduzca a procesos de instrucción, sino que también “exige la reflexión, el análisis y el discernimiento de las propias actitudes y valores; reclama la confrontación del propio actuar con el actuar del otro para mejorar, no para censurar, excluir o descalificar” (Ramírez, 2008, p.111).

- d) Relación teoría y práctica: Para Mora (2009) la posición crítica ante el mundo se basa en el interés y la necesidad de liberar a las personas de las fuerzas opresoras, y es por ello que su finalidad es contribuir con la praxis hacia la emancipación y liberación definitiva, entendiendo por praxis a la acción y reflexión de los maestros y

estudiantes frente a su procesos de enseñanza y aprendizaje, lo que implica una relación dialéctica entre la teoría y la práctica.

Siguiendo esta idea, la dimensión de la educación democrática en oposición al poder dominante, no reside sólo en los contenidos, sino en las prácticas que suponen los mismos. Es decir, los contenidos se constituyen en pretextos para el desarrollo de esta praxis, considerando así la pedagogía como algo más que solo la propia práctica pedagógica sino como “el saber teórico-práctico generado por los pedagogos a través de la reflexión personal y dialogal sobre su propia práctica pedagógica, específicamente en el proceso de convertirla en praxis pedagógica, a partir de su propia experiencia y de los aportes de las otras prácticas y disciplinas que se intersectan con su quehacer” (Vasco, 1990,p.110).

- e) Racionalidad crítica dialéctica: el desarrollo del pensamiento crítico que confluye de los movimientos educativo, pedagógico cultura, sociopolítico e histórico, es la invitación que la escuela sugiere para favorecer el consenso, la discusión y la tolerancia conceptuales (Ramírez, 2011).

Es por ello que la doble dialéctica de lo teórico y lo práctico, por una parte, y el individuo y la sociedad, por otra, se puede entender como un proceso participativo y colaborativo de autorreflexión. Tal y como manifiestan Becerra y Moya (2009) siguiendo las ideas de Freire

la transformación del mundo, implica una praxis transformadora, pero al mismo tiempo, nos alerta que una praxis transformadora demanda conciencia, aunque esta no se constituya tan solo a través de la praxis transformadora, es necesario, según el autor, asumir “...una tensa

relación dialéctica entre percibir que no soy, pero soñar con ser”
(p.22).

En este marco de sentido, la pedagogía crítica contribuye a que el educador se posicione como un intelectual y como un actor social que ayuda a sus estudiantes a adquirir nuevos conocimientos críticos acerca de la estructura de la sociedad, de la economía, del estado, y de su cultura, para que puedan comprender los cambios pero también pensar en una transformación, ejerciendo de esta manera su participación y acción transformadora en los aspectos que competen a su labor.

- f) Contextualización: el escenario representativo de la escuela, no se entiende solo como un espacio de reproducción ideológica y social (Ramírez, 2011) sino también como un espacio de investigación y análisis, de intercambio y encuentro de culturas y de resistencia, por ello “la contextualización del proceso educativo se revierte en la posibilidad de educar para la vida en comunidad” (p.111).

La escuela se convierte entonces en un lugar de aprendizaje y crítica en donde se formulan distintos problemas y se planifican sus posibles soluciones, produciéndose una reconstrucción de la autonomía a partir de situaciones y conflictos específicos en contextos socio-históricos concretos.

- g) Finalidad Ética: para la escuela, dar poder al sujeto y a la sociedad es una prioridad ética ligada a que el fin de la práctica pedagógica está dirigida a hacer lo mejor para la comunidad a través de la acción.

Lo anterior, presenta muchas posibilidades de lograrse en razón de la naturaleza de la pedagogía crítica, pues es una ciencia práctica con fines éticos, lo cual implica

considerar la relación entre la razón y la moralidad al momento de la reflexión y la acción práctica (Habermas, 1989).

- h) Transformación de la realidad social: la cual es un proceso y es el resultado de todos los anteriores principios.

Aunque transformar la realidad es algo más que cambiarla o adaptarla a las necesidades, también es “conceptuarla desde la conciencia social, desde el fortalecimiento del trabajo en equipo, desde la consolidación de la investigación permanente, desde la resignificación histórica que dé cuenta explícita de un pasado, un presente y un futuro como procesos” (Ramírez, 2008, p.111).

De esta manera, el asumir la educación como un movimiento emancipador-transformador, permite incorporar la crítica de manera permanente para buscar la libertad y la igualdad evitando con ello el surgimiento de fuerzas opresoras, por el contrario, se estaría poniendo al servicio de la conformación de nuevas sociedades que respondan a los intereses de toda la colectividad.

Educación matemática crítica.

El enfoque crítico en la Educación Matemática.

A partir de la aparición de la teoría del conocimiento del constructivismo, la educación matemática ha tenido su desarrollo desde varios enfoques los cuales dan una visión general de las posiciones que se dan en las investigaciones en el campo de la didáctica, de cómo se consideran en cada una de ellas a los sujetos que forman parte de la acción

educativa, así como la enseñanza y el aprendizaje de los mismos y la percepción del contexto en el que todo se realiza.

La idea principal de la teoría constructivista afirma que el conocimiento surge a partir de la actividad intelectual de los sujetos, la cual se desarrolla según la interacción que se tenga con el medio. Se cree necesario entregar al estudiante las herramientas que le permitan crear sus propios procedimientos para resolver una situación problema. De ahí que, el aprendizaje sea una construcción del sujeto con su propio entorno, él es el autor de su propio aprendizaje.

El constructivismo supuso un rompimiento con la antigua forma de enseñar, ofreciendo nuevos métodos de trabajo, sobre todo colaborativos, que generaban una mayor flexibilidad y funcionalidad de los aprendizajes y, a partir de estos planteamientos, surgieron diferentes enfoques investigativos dentro de la educación matemática, los cuales pretendían reflexionar acerca de las características, problemas, métodos y resultados de la didáctica especialmente, buscando con ello esclarecer la naturaleza misma de las matemáticas en algunos casos y en otros, más su significado.

Uno de estos enfoques es el crítico, según el cual la educación matemática crítica coincide con los puntos de vista que entienden la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como fenómenos sociales pero los amplía hasta los aspectos político-sociales, ya que, en palabras de Valero (2007) “las matemáticas son un conocimiento poderoso para la acción social” (p.3).

Respecto a la parte política de este enfoque, se podría decir que las matemáticas, así como su enseñanza y aprendizaje, son poderosas en el sentido de que su conocimiento fortalecen y desarrollan a quienes las aprenden, pero hay que tener en cuenta el uso que se da a esos saberes, de tal manera que una mirada crítica sobre la manera en que los sujetos sociales forman parte de las prácticas educativas, es importante y necesaria para conocer la posición que existe en la construcción de sus significados (Sánchez y Torres, 2013).

Además, por el lado de lo social, el enfoque crítico considera que los procesos asociados a la educación matemática van más allá del plano de lo individual; promoviendo el trabajo en equipo, la participación, la interacción en el aula, el diálogo comunicativo, la negociación de significados, la extrapolación de conocimientos del contexto a la escuela y de la escuela al contexto.

En general podríamos decir que el enfoque crítico en la educación matemática, asume la mirada sobre los aspectos sociopolíticos presentes en las prácticas pedagógicas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, implicando esto, el interés por el estudio de los procesos sociales, históricamente situados, a través de los cuales seres humanos concretos (de carne y hueso), se involucran en la creación y recreación de diversos tipos de conocimiento y razonamiento asociado con las matemáticas (Valero, 2007), estudiando las intenciones de poder que existen detrás de determinadas prácticas pedagógicas y matemáticas que influyen en la construcción de la sociedad.

La perspectiva socio política surge entonces como un enfoque alternativo de investigación, en el que se plantea una visión distinta de las matemáticas como no neutrales y como herramienta para empoderar o no a las personas que la estudian.

El origen de la Educación Matemática Crítica.

Desde la década de los años setentas, el concepto de educación crítica ha estado relacionado con las ideas de numerosos trabajos en educación en los que se incluyen la educación matemática. La influencia de la teoría crítica, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas, ha constituido en lo que se conoce como Educación Matemática Crítica la cual ha asumido algunos de sus fundamentos para ser teorizados y aplicados tanto en la práctica pedagógica como en otros contextos en los que se utilicen conocimientos matemáticos.

La Educación Matemática Crítica proviene de la corriente de pensamiento filosófico de la Teoría Crítica la cual, como se explicaba anteriormente, nace en un contexto histórico en el que, la existencia de grupos y movimientos ideológicos que ejercían su fuerza de poder a través de la guerra (nazismo y fascismo), fomentaron a su vez que autores como Marcuse, Horkheimer, Adorno o Habermas, enunciaran la necesidad humana de liberación, justicia, igualdad y cambio social desde el desarrollo de la conciencia autocrítica (Sánchez y Torres,2009).

Como ya se mencionó, la teoría crítica de la educación surgió de la derivación de los principios teóricos de la Escuela de Frankfurt a la educación, según los cuales el elemento fundamental de esta corriente filosófica es la crítica, pues será a partir de ella, de la reflexión, la razón y la transformación que se descubran las dificultades asociadas a todas las desigualdades que existen en las sociedades (Guerrero, 2007).

De este modo, la educación matemática vista desde el punto de vista crítico, concibe la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina desde los mismos patrones culturales de las sociedades y se orienta a la necesidad de asumir una actitud crítica y a formarse críticamente para hacer frente a las desigualdades de la sociedad y a una ciencia que puede estar al servicio de la injusticia, la miseria y la no libertad.

Educación Matemática Crítica: un enfoque sociopolítico.

Bajo la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, los propósitos primordiales de la enseñanza de las matemáticas son sociales y políticos y, por ello, van más allá del fomento del sujeto cognitivo, para llevarlo a una dimensión en la cual las matemáticas se consideran como una herramienta para la comprensión y la mejora de las situaciones sociales en las que se encuentra el estudiante, así como para la formación democrática del mismo.

En este sentido, podríamos concebir la Educación Matemática Crítica como el enfoque sociopolítico de la educación matemática, compartiendo con la enseñanza de las Ciencias Sociales algunas pretensiones relacionadas como la comprensión crítica de la complejidad del presente de la sociedad para proponer alternativas de superación de los problemas de la humanidad hacia el futuro (Bourdé y Hervé, 1992), lo mismo que con la formación de ciudadanos críticos, democráticos y solidarios frente a los problemas y a sus posibles soluciones.

Por lo tanto, una educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática que permita tener en cuenta el contexto sociopolítico, esto es,

tener en cuenta los aspectos políticos del macrocontexto de los sujetos como parte del ambiente que determina las distintas situaciones que se viven en el aula de clases y adicionalmente, también se tienen en cuenta las condiciones sociales y culturales en las que se encuentra el estudiante (Sánchez y Torres, 2013), a la vez que se promueve una actitud más democrática de todos los sujetos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Para ello, la Educación Matemática Crítica se basa en unos postulados fundamentales que hacen posible la creación y recreación de los diversos conocimientos matemáticos, en una diversidad de contextos en los que para Sánchez y Torres (2013) siguiendo las ideas de Valero, lo democrático está relacionado con lo social y lo político de la siguiente manera:

lo social porque considera que los procesos asociados a la educación matemática van más allá del plano de lo individual y estimula la participación, la interacción en el aula, el diálogo comunicativo y la negociación de significados, a partir de la transferencia de conocimientos del contexto a la escuela y viceversa, relacionando matemáticas y prácticas en problemas cotidianos de la escuela y los estudiantes (...), *lo político* porque los usos, tanto de la enseñanza como del aprendizaje de las matemáticas, pueden ser utilizados de manera constructiva o destructiva y por tanto, es necesaria una mirada crítica sobre la manera como los actores sociales que participan en las prácticas de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se posicionan en la construcción de sus significados (...); en *lo democrático*, ya que promueve la comunicación, fomenta la toma de decisiones de manera colectiva, propende por la transformación de las condiciones de vida de las y los estudiantes, estimula las deliberaciones y la toma de conciencia social frente a los problemas del contexto (pp.89-90).

En relación con la construcción de sujeto político tanto dentro como fuera del aula de clase, esto último supone que “puede tomar decisiones con criterio frente a su actuar, a su papel dentro de la sociedad y que el poder que tiene en el aula de clase, está en el mismo nivel del profesor, pues sus decisiones, direccionan y modifican las dinámicas de clase, incidiendo en su micro o macro contexto⁴”(Sánchez y Torres, 2013, p.90).

Esto quiere decir que, la educación matemática busca que los estudiantes tengan mayor participación en procesos democráticos a partir de las dinámicas que se den desde las aulas de clases, y en la medida en que ellos vivencien desde la escuela, situaciones en las que sean agentes activos para la toma de decisiones y el desarrollo de las actividades, podrán transmitir tal formación en su actuar y como sujetos activos de una comunidad.

Oposición a la escuela tradicional.

La perspectiva crítica de la educación matemática contradice muchos de los elementos que fundamentan las matemáticas correspondientes a la escuela tradicional la cual, según Valero (1996), se ha caracterizado por ser la que históricamente mayor exclusión ha generado debido a que en perspectivas como ésta o la conductista, el nivel de abstracción que requiere el estudio de la disciplina y la falta de capacidad de los estudiantes para comprender sus principios generan el poco interés de los estudiantes. Desde la Educación Matemática Crítica este fracaso se debe a la falta de cercanía del estudio de las

⁴ Microcontexto y macrocontexto son dos acepciones utilizadas por Valero (2002) donde, en la primera, se miran las acciones individuales e interacciones sociales dentro de espacios como la familia, la escuela, el trabajo y todos aquellos más cercanos al individuo; mientras que en la segunda, se consideran las estructuras sociales, políticas, económicas, que han sido construidas a nivel local, regional o global durante la historia.

matemáticas con la situación real de los estudiantes, es decir del alejamiento de lo que se estudia en clase de matemáticas con lo que se presenta en la realidad de su contexto.

Diferenciándose de la escuela tradicional, la visión de contexto desde la Educación Matemática Crítica, trasciende del aula y se concibe como la forma directa en que el contexto afecta al estudiante y con ello a las dinámicas al interior de la clase. De la misma forma, el modo de vida de los estudiantes puede verse afectado a partir del estudio de las matemáticas, influyendo en la sociedad a la cual pertenece.

Respecto a la idea de que las matemáticas son un proceso de construcción individual y disciplinar en el cual una persona construye significados y construye conocimientos matemáticos, la perspectiva crítica indica que las prácticas de la educación matemática no se pueden definir exclusivamente en términos de procesos de pensamiento individual ya que “los problemas no están solamente en la 'cabeza' de los individuos, sino en la manera como colectivamente y a través de la historia se construyen ideas sobre lo que es válido y legítimo como acción y como pensamiento. De esta manera, los problemas se encuentran tanto en el nivel de la acción individual como en el nivel de la acción colectiva de grupos de personas y de sistemas sociales” (Valero, 2007, p. 2).

Otro de los elementos de clara distinción entre la escuela tradicional y la Educación Matemática Crítica, tiene que ver con las relaciones de poder en el aula. En la primera, se considera al profesor o profesora como el poseedor del conocimiento y es quien posee el poder en la clase, el o la estudiante es un sujeto pasivo que debe tener la actitud de escuchar, entender y aplicar el conocimiento, sin embargo esto puede generar justo lo contrario, esto es, la lejanía del proceso de aprendizaje, por lo que el estudiante carecerá de las herramientas necesarias para utilizar su conocimiento en su contexto. En la

segunda, se reconoce que el profesor o profesora y las y los estudiantes tienen igual capacidad de decisión y que el maestro o la maestra pueden proporcionar poder a sus estudiantes por medio de la enseñanza de las matemáticas, convirtiéndose no solo en sujetos cognitivos sino también políticos.

Una Educación matemática desde el diálogo.

La educación matemática bajo la perspectiva crítica ha recibido la influencia de la escuela de Frankfurt y los pensadores de la Teoría Crítica apuntando su aporte a “la comprensión y transformación de situaciones de dominio y poder fundamentadas en el pensamiento positivista por la emancipación de las personas mediante sus propios entendimientos y actos” (Guerrero, 2008, p.67), pero también ha tenido otras influencias que han creado otros aportes muy significativos, tales como la interculturalidad, la decolonialidad, la ciudadanía y la más importante por ser el impulsor de las anteriores: el diálogo.

La etnomatemática, que a través de sus diferentes dimensiones ha posicionado la relación de las matemáticas con la cultura, muestra el diálogo como una noción fundamental para lograr la ampliación del conocimiento matemático. D’Ambrosio (citado en Guerrero, 2008) identifica la existencia de las diversas dimensiones que abarca la etnomatemática; la dimensión conceptual comprende aquellos conocimientos y técnicas que los grupos culturales conciben para interpretar su realidad; la dimensión cognitiva hace referencia a las distintas habilidades que son requeridas en el pensamiento matemático (contar, inferir, medir, evaluar etc.) y también a la posibilidad que nos da la comunicación con el otro; la dimensión histórica establece una revisión de las matemáticas en la experiencia de los saberes no solo acumulados por el ser humano, sino también aquellos

creados por cada uno y con el colectivo; la dimensión epistemológica crea una visión de las relaciones entre el conocimiento y las prácticas de los grupos sociales y culturales; la dimensión “*los desafíos (cambios) de la vida diaria*” se refiere al uso de las matemáticas para analizar y entender los factores ambientales y sociales y su influencia en la forma de vida de cada grupo social; la dimensión política persigue la descolonización a partir del fortalecimiento de los orígenes y el respeto por las raíces de los diferentes grupos sociales y por último la dimensión educativa logra el afianzamiento del razonamiento matemático de dos maneras, una cuantitativa (cálculo) y otra cualitativa basada en el análisis del mundo y del ejercicio de la crítica.

De esta manera, la etnomatemática ha conseguido construir la relación entre la cultura y el conocimiento matemático que en ella existe a partir de la creación de un diálogo entre diferentes seres y entre diversos saberes, un diálogo hacia el entendimiento y para un bienestar común y un diálogo como acto político.

Consecuentemente la inclusión educativa se realiza a través de procesos de diálogo con los saberes y seres diferentes, la inclusión supera con creces las prácticas de integración, pues trae consigo un tratamiento ético que propende por el respeto, la solidaridad y la cooperación para asumir la diferencia, de esta manera el conocimiento se amplía en la medida en que se comparte con otro y ese otro también amplía su conocimiento por la interacción entre ambos y el grupo.

Otro aporte que ha contribuido a que la Educación Matemática Crítica tenga un carácter dialógico es el de Paulo Freire y la educación problematizadora y liberadora la cual, a partir del diálogo, la reflexión y la acción posibilita que los sujetos alcancen una conciencia crítica que les permita apropiarse de la realidad en la que viven para transformarla.

El diálogo para Freire es un fenómeno humano y por ello debe ser la base de la educación ya que el diálogo promueve y acepta la pregunta y el cuestionamiento; así, la interrogación se torna afirmación del sujeto y confrontación al lenguaje de la instrucción, basado en respuestas únicas. De igual forma, el diálogo permite el intercambio de contenidos signados por una perspectiva real y de otros que se construyen desde lo posible (Freire y Macedo, 1989).

Además, se podría decir que el fomento de una cultura reflexiva y crítica a través del diálogo no termina en las producciones reflexivas, sino que supone trascender el espacio de encuentro y realizar acciones que impacten en la vida cotidiana, lo que implica que el carácter crítico y liberador del diálogo (Freire, 1994) es más que un llamado a la reflexión como ejercicio intelectual, es una movilización a la acción y al compromiso de los dialogantes con la transformación, ya sea individual, grupal o social.

Para el caso concreto de las matemáticas, Freire manifiesta que su comprensión es más simple y también se percibe mejor su importancia cuando dicha comprensión nace de la existencia humana, de manera que si el diálogo es la escucha de la palabra del otro y la reflexión y crítica acerca de lo que se recibe como conocimiento, cualquier persona puede descubrir la existencia de una forma matemática de estar siendo en el mundo.

El diálogo entonces forma parte de la sociedad porque es el motor capaz de cambiar una sociedad injusta por otra sociedad donde prevalezcan los sueños de un futuro mejor, donde el otro y el excluido sean los protagonistas y puedan utilizar todo el conocimiento matemático para lograrlo pues “el momento donde se traduce la naturalidad de las matemáticas como condición de estar en el mundo es la realidad, allí es donde se trabaja

contra el elitismo que tienen los estudios matemáticos; quiero decir, se democratiza la posibilidad y naturalidad de las matemáticas y eso es ciudadanía “ (Freire, 2004, p.159).

Educación Popular.

Paulo Freire y la Educación Popular.

En sus orígenes, la Educación Popular articuló las ideas y las experiencias desarrolladas en Brasil por Paulo Freire, tanto en la educación para adultos como en la alfabetización.

La creación de un método en el que se aprendía a leer y a escribir al mismo tiempo, que se dialogaba sobre los problemas de la realidad que los rodeaba y se buscaban alternativas para resolverlos y transformarlos produjo que, en el 1963, el ministro de educación reconociera esta propuesta y le pidiera a Freire coordinar el Plan Nacional de Alfabetización. Pero el golpe militar de 1964 produjo su encarcelación y posterior exilio, rompiendo de este modo el proceso de alfabetización que se había comenzado⁵.

No fue sino hasta 1980 que Freire volvió a Brasil y comenzó a desempeñarse como profesor universitario, en 1989 fue nombrado secretario de educación de Sao Paulo. Durante este proceso “realizó una importante tarea para llevar a la práctica sus ideas, revisar el programa de estudios bajo el lema de una escuela pública popular y democrática y mejorar los sueldos de los educadores brasileños” (Torres, 2007, párr.9).

⁵ Es durante este exilio, primero en Bolivia y después en Chile, Europa, Estados Unidos y África que Freire comienza la sistematización de su experiencia y la plasma en sus libros *Educación como práctica de la libertad* (1967) y *Pedagogía del oprimido* (1970) entre otros, en los cuales “desarrolla sus tesis sobre la conciencia dominada, lo opresivo de la educación, la concientización, el diálogo y el proceso de liberación” (Torres, 2007, párr. 6).

En la década de los noventa, antes de fallecer en 1997, Freire continua su trabajo como investigador y su práctica como educador, además de sistematizar su trayectoria pedagógica en varios libros como *Pedagogía de la esperanza* (1992) o *Cartas a quien pretende enseñar* (1994).

No cabe duda alguna que, gracias a la contribución de Freire, se conformaron amplias reflexiones acerca de la educación, la pedagogía y la formación de éticas liberadoras y, aunque a lo largo de los años sus ideas han tenido modificaciones, es evidente su aporte en la configuración de la Educación Popular y del pensamiento emancipador en general.

Según Torres (2007) cuatro son las dimensiones en las que se pueden enmarcar dichos aportes: 1) Educar es conocer críticamente la realidad, de tal manera que, la toma de conciencia acerca de la realidad que rodea al educador y a los educandos se realice desde la experiencia para, desde la misma, tener la capacidad de transformarla, 2) Educar es una práctica política, porque toda educación es intencional, busca formar valores, cuestionar, legitimar, crear proyectos y por lo tanto no puede ser neutra, 3) Educar es constituirse como sujetos, como personas que, de manera colectiva, puedan conocer el mundo y a los que lo rodean para conseguir el cambio, y 4) Educar es diálogo, una comunicación dialógica, de prácticas compartidas y esperanzadora, es la condición de posibilidad que nos permite convertirnos en sujetos autónomos con capacidad de incidir en la realidad.

La denominada refundamentación de la educación popular.

La propuesta pedagógica de Freire fue acogida con más fuerza a partir de la década de los setentas cuando el movimiento popular tuvo un auge debido al fortalecimiento de los movimientos, luchas y organizaciones de resistencia, junto a los cuales la Educación Popular se fue “configurando como una corriente educativa y pedagógica que (...) con la influencia del marxismo y de otros críticos de la escuela capitalista como Bourdieu, Passeron, Illich y Vasconi, se radicalizaron los cuestionamientos al sistema escolar, se evidenció el carácter político de las prácticas educativas y se generaron propuestas pedagógicas alternativas” (Torres, 2007, p.32). Al mismo tiempo, la educación popular se configuraba con otras propuestas culturales como la Investigación Acción y la Teología de la liberación llegando, a finales de la década, al momento de la creación del discurso fundacional.

Sin embargo, a mediados de los ochenta, se evidenció una insatisfacción asociada a que los educadores populares venían replanteándose los discursos que orientaban sus prácticas, ya que en palabras de Torres (2000) para el caso colombiano

...los referentes teóricos con que interpretábamos a la sociedad, a los proyectos de cambio político y social, así como a los sujetos que la protagonizarían no expresaban todo lo que queríamos decir o no correspondían a la realidad sobre la cual estábamos actuando (...), no convocaban nuevas generaciones, (...) y personas que estaban trabajando, por ejemplo, en cuestiones de género, ambientales o de derechos humanos, empiezan a señalar que su trabajo tiene otras particularidades no previstas por el discurso fundacional (p.21).

Aparece de esta forma, lo que fue denominado como refundamentación, aunque para muchos no fue un concepto adecuado ya que no se trató de buscar nuevos fundamentos

dejando atrás sus elementos originales, sino más bien de un proceso de reflexión y cuestionamiento de algunos de los supuestos de la Educación Popular, originando una resignificación de los fundamentos de esta propuesta.

Tras este periodo, que duró aproximadamente hasta mediados de los noventa, surgió una nueva etapa en la que, se transitó de la crisis de la refundamentación a otro momento de rescate de raíces y de continuidad de la concepción de educación popular, generando que ese proceso hubiese tenido otro sentido para seguir adelante y reformular lo afirmado pues, tal y como lo expresa Conceição Paludo (2004) - la resignificación-refundamentación- “ se realiza desde una determinada dirección, desde un determinado norte que es el compromiso histórico, ético, político y pedagógico de la educación popular con la formación humana emancipadora de las clases populares (...) que sólo será posible con la transformación de lo actual” (p.80).

¿Cómo se define la Educación Popular?

Aún hoy, tras más de cincuenta años de existencia, no hay un cuerpo conceptual de significados universal para definir concretamente la Educación Popular, pues la variedad de experiencias y prácticas educativas lo imposibilita, generando más bien un proceso de cambio y reflexión de las intencionalidades ético –políticas, de las elaboraciones pedagógicas, las propuestas metodológicas y de sus impactos en la vida social de los participantes.

Cuando se habla de la especificidad de la educación popular se puede decir que, las diferencias existentes no solo son semánticas o de contenido, si no que estas diferencias

se basan también en su carácter y ámbito ya que estos las diferencian de otras prácticas cercanas. Podemos decir entonces que, la diversidad de maneras de entender y asumirla está asociada a la gran variedad de contextos, experiencias, discursos y actores que la conformen. Como señala Alfonso Torres (2000), “la educación popular no constituye una teoría o cuerpo doctrinal homogéneo. Es una corriente político pedagógica construida histórica y contextualmente, en la que confluye una diversidad de prácticas y discursos diferentes entre sí, tanto temporal como espacialmente” (p.19).

Al intentar caracterizar la Educación Popular, están quienes la reducen a un instrumento, una herramienta o una metodología al servicio de otras prácticas sociales como por ejemplo la acción política, en el otro, están quienes la consideran una opción política, otros como un movimiento cultural, una comunidad de pensamiento o una práctica educativa; también se le califica como una práctica o una estrategia educativa o una acción cultural, política y pedagógica. Existe por tanto, una gran variedad de formas para definir a la EP pero, si nos fijamos en que consta de ciertos rasgos identitarios comunes en todas ellas, puede ser posible dar una definición más clara. Estos rasgos a los que nos referimos pueden agruparse en dos ámbitos: los que acentúan lo político y social y los que enfatizan lo educativo y metodológico.

En el primer caso los encontramos en aspectos como las lecturas críticas a la sociedad, la opción política y ética por el pueblo y la vinculación a los movimientos sociales, por ejemplo para Alfonso Conde (2009), la EP es una “corriente educativa que reivindica la opción política del educador y de la educación, con el fin de hacer a los hombres y mujeres conscientes de la dominación y explotación, para transformar la sociedad hacia relaciones de equidad y justicia social” (p.95). Siguiendo en lo que a la intencionalidad político-pedagógica de carácter emancipatorio y el propósito de reconstruir al sujeto social que

interviene en las prácticas educativas se refiere, Jorge Enrique Ramírez (2011) describe la educación popular como “una práctica social que desarrolla acciones intencionalmente orientadas a ampliar o transformar las formas de representar, de comprender y de actuar de los sectores populares” (p.21).

En el segundo caso, son la participación, el diálogo, la concentración y la formación de sujetos quienes lo conforman, así para Marco Raúl Mejía (2010) la EP puede considerarse como una “concepción educativa que tiene sus prácticas, sus conceptualizaciones, sus pedagogías y sus metodologías, mediante las cuales hacen vigente su propuesta de indignación ética frente al capitalismo actual y de transformación de esta sociedad (p.26).

Una definición que podría englobar lo anteriormente expuesto en ambos énfasis es la aportada por Torres (2004) cuando expone que, la educación popular se trata de un “conjunto de actores, prácticas y discursos que se identifican entorno a unas ideas centrales: su posicionamiento crítico frente al sistema social imperante, su orientación ética y política emancipadora, su opción con los sectores y movimientos populares, su intención de contribuir a que éstos se constituyan en sujetos a partir del ensanchamiento de su conciencia y subjetividad y por la utilización de métodos, participativos, dialógicos y críticos” (p.27).

Las diversas reflexiones que se han dado acerca de la educación popular han mostrado que, no solo son los asuntos metodológicos y la intencionalidad política quienes la definen, también podemos encontrar deliberaciones acerca de la intervención de la educación popular y la construcción de la modernidad en los sectores populares, como la idea de Levisolo (1993) leída en la publicación de Ramírez (2011) en el sentido de la construcción

de identidad y formación del individuo moral, o también reflexiones acerca del fortalecimiento de las organizaciones de control público popular sobre el estado como una fuerza organizadora de participación popular transformadora (Gadoti,1991, citado en Ramírez 2011).

Como se puede observar, la diversidad de interpretaciones y el énfasis que en cada una de ellas se establece, indican la existencia de distintas tendencias dentro de la misma que, no siendo excluyentes, muchas se pueden complementar y se presentan en una misma práctica educativa que se caracteriza por buscar transformar la sociedad y hacer posible la emancipación de todas las formas de dominio.

Así pues, se puede decir que la Educación Popular se ha constituido como una propuesta educativa de lucha que, a través de un acumulado de teorías, planteamientos pedagógicos, metodologías y experiencias que, siguiendo las síntesis de Marco Raúl Mejía (2012), se caracteriza por presentar estas diez condiciones: 1) Parte de una lectura crítica de la realidad para reconocer los intereses de los actores; 2) Implica una tarea de transformación de las condiciones de injusticia social, económica y cultural; 3) Exige una opción ético-política de solidaridad, responsabilidad e indignación frente a al injusticia que se produzca sobre las condiciones humanas y otras formas vivas del planeta; 4) Construye el empoderamiento de los sectores populares propiciando su organización para transformar la sociedad a una más igualitaria donde se reconozcan las diferencias; 5) Su propuesta pedagógica está basada en procesos de negociación cultural, confrontación y diálogo de saberes; 6) Considera la cultura como un escenario “ con dinámicas de intraculturalidad, interculturalidad y transculturalidad de los diferentes grupos humanos” (p.114) ; 7) Genera una subjetividad popular crítica a partir de la construcción de identidad y conciencia; 8) Propicia la emancipación propia de los sectores populares al reconocer sus saberes y

hacerlos visibles; 9) Se construye como un saber teórico-práctico que constituye nuevos escenarios conceptuales y de acción; y 10) Reconoce diferentes dimensiones de producción de conocimiento y saberes tomando las particularidades de cada lugar en el que se realiza y sin perder sus principios.

Los fundamentos anteriores muestran como, a lo largo de la historia de la Educación Popular, se ha ido conformando un conjunto de pilares que “dota a los educadores críticos de una propuesta a ser implementada en toda la sociedad, bajo el reconocimiento de que hacerlo desde los intereses de los grupos oprimidos y excluidos permitirá la transformación de esa condición para construir sociedades más justas, más humanas y, ante todo, con una diferencia que no permita la desigualdad y el control, por razones de clase, género, etnia, raza, opción sexual, edad, condiciones físicas” (Mejía, 2012, p.113), además, dicha propuesta trae consigo una reflexión pedagógica que ha ido creciendo y definiéndose en la práctica y de la que se hablará a continuación.

La pedagogía en la Educación Popular.

El terreno de la pedagogía en la Educación Popular se ha caracterizado por ser una reflexión y discusión sistemática de procesos de investigación educativa, de la sistematización de experiencias y de la participación en diferentes escenarios sociales, políticos y educativos. En ellas, se relacionan críticamente tres puntos fundamentales para la reflexión pedagógica, primero un conjunto de saberes correspondientes a las intencionalidades político-éticas pertenecientes a las prácticas de la EP, segundo, los resultados de las reflexiones autocriticas de los actores participantes y por último la articulación de la interacción de pensamientos y diálogos entre diferentes propuestas y

modelos. Todo lo anterior ha constituido la pedagogía como un centro resignificante de contenido ético, político y epistemológico, esto es, en un saber sobre las prácticas de la Educación Popular.

Durante la década de los setenta, varios acontecimientos como la radicalización del movimiento popular, la politización del discurso y la práctica de la EP, dieron lugar a una idea de lo educativo como una extensión del desarrollo de la conciencia humana. Este tipo de Educación Popular se identificó con el método dialéctico como la única posibilidad de acceder al conocimiento, por lo que la pedagogía se redujo a lo metodológico. Concretamente se trataba de una metodología dialéctica y participativa que facilitaba un conjunto de herramientas y actividades sin la capacidad de articularse con otras prácticas que también venían reflexionando la relación saber-conocimiento.

Es a partir de la década de los noventa que la EP comienza a gestar una cultura política en la que las lógicas, desde donde los actores sociales con los que trabaja comprenden y actúan sobre la realidad, se vean ampliadas. En este contexto, la EP puso un conjunto de dispositivos pedagógicos de carácter activo y participativo para intervenir en el mundo de los sujetos populares como son: la acción educativa como un proceso de negociación cultural, el diálogo de conocimientos y la participación de los actores educativos.

La pedagogía adquirió entonces dos connotaciones importantes, una como un discurso comprensivo sobre el proceso educativo y otra como un discurso reorientador de las prácticas educativas, llevando a la pedagogía a ser , como afirma Jorge Ramírez (2011) “un saber-conocimiento, de carácter explicativo y comprensivo, elaborado sobre las prácticas educativas, pero también es un discurso teórico-práctico, que asumiendo

intereses ético políticos, busca de manera explícita, orientar y dirigir la educación como práctica social.” (p.31).

Es por esto que podemos decir que la EP es explicada y direccionada por la pedagogía, en la medida en que es un saber con una base ética y política comprometido con la sociedad y además reconoce los diversos sentidos y significados que las practicas otorgan a los actores participantes definiendo el papel que los sujetos representan en el tejido social. En consecuencia, la Educación Popular entiende la estrecha vinculación que existe entre la teoría y los saberes relacionados con la práctica del estudiante y parte de los mismos para construir conocimiento de manera participativa, teniendo en cuenta a los sujetos, sus sentimientos y su contexto, a través de un “ir y venir de la acción a la reflexión” (González, 2012, p.48).

El hecho de que en la Educación Popular se parta del reconocimiento de que todos tenemos capacidades intelectuales y manuales, y unos saberes derivados de nuestras propias vivencias y las prácticas que desarrollamos, muestra que las relaciones educativas son mediaciones en las que los diferentes saberes dialogan y se negocian como parte de la cultura, de ahí que se pueda decir que tanto educadores como educandos participan en una correspondencia de enseñanza y aprendizaje mutuos. Pero, para que esta negociación cultural y este diálogo de saberes existan, deben asentarse en el reconocimiento del otro o la otra, construyéndose no solo desde la mirada del o la diferente sino también desde el choque que ésta produce en el proceso de llegar a ser uno mismo, generando así una educación en donde se resuelve educativamente el conflicto y la diferencia.

En resumen, de los principios anteriores la negociación cultural, la confrontación y el diálogo de saberes, se obtienen las siguientes preguntas: educar ¿para qué? ¿a quiénes? ¿en dónde? ¿desde dónde? y ¿cómo?; que conforman la principal reflexión de la propuesta pedagógica de la Educación Popular desde su apuesta crítica.

ANÁLISIS DOCUMENTAL

DESCRIPCIÓN DE LOS DOCUMENTOS A ESTUDIAR

Tras la revisión de las obras dedicadas al estudio de las matemáticas desde las pedagogías críticas, la etnomatemática, la educación de jóvenes y adultos y aquellos estudios enmarcados desde la educación popular, a continuación se analizarán algunos de los textos del educador popular Germán Mariño por ser una de las figuras más representativas en el campo de la investigación matemática de los sectores populares en América Latina.

Este autor bogotano, ha trabajado y colaborado con diversos procesos por toda Colombia y diferentes lugares de Latinoamérica. Su obra abarca varios campos como la semiología, la lectura y la escritura, las matemáticas o los juegos, así como la educación (pedagogía, didáctica, metodología, evaluación) y la investigación (IAP, sistematización, etnografía).

Es miembro fundador de la ONG Dimensión educativa, ha formado parte en diferentes momentos del comité editorial de la Revista Educación y Cultura de FECODE, y ha cooperado con distintas organizaciones como el CRIC y el CINEP o UNICEF entre otras.

Investigaciones sobre el pensamiento matemático, años 80.

La década de los años ochenta en Colombia, fue una época marcada por el crecimiento del narcotráfico; el aumento de la violencia y la corrupción; una crisis política derivada de

un régimen político restrictivo con casi nula participación política de fuerzas distintas a las del bipartidismo y la deslegitimación de la política tradicional; una intensificación del conflicto armado colombiano entre guerrillas de un lado y del otro Estado y grupos paramilitares, que empezaban a obtener gran fuerza; y por una desaceleración de la economía, pero también fue un momento de unión de la sociedad frente a estos hechos que supuso la constitución de fuertes ideales de lucha en búsqueda de cambios, un ejemplo de lo anterior se encuentra en la Federación Colombiana de Educadores (FECODE) que se constituyó, desde finales de los años setenta, en un fuerte grupo de presión dentro de la sociedad.

Dentro del ámbito educativo se sufría una profunda crisis de carácter administrativo, financiero, de formas, procesos y contenidos (Herrera Santana en Bocanegra, 2010) que mostraba un desarrollo de la educación pública colombiana como “excluyente; desintegrado; ineficiente; -que- no responde a las necesidades sociales e individuales y desconoce a sus principales actores: maestros, estudiantes y sociedad “(p.5).

De ahí que, en el XII Congreso de FECODE realizado en 1982, se impulsara a los maestros colombianos hacia el desarrollo de lo que denominó el Movimiento Pedagógico mediante el cual se analizaban, criticaban, debatían y formulaban propuestas acerca de los aspectos fundamentales de la educación pública como el papel de la escuela y los maestros en la educación, lo pedagógico y la calidad entre otros. Este desarrollo se dio principalmente como respuesta a la reforma curricular que se pretendía imponer por parte del Ministerio de Educación Nacional⁶, así como también por el auge de los movimientos sociales que intentaban construir proyectos alternativos a los existentes.

⁶ “ La reforma educativa que proponía el gobierno se fundamentaba en los principios de la psicología conductista y reducía el maestro a ser un simple “administrador de currículo”, pensado, organizado e impuesto por “los técnicos del ministerio de educación” quienes obsesionados por el cumplimiento de

En 1983, durante el mandato de Belisario Betancur, se decretó el establecimiento del denominado Plan Nacional de Alfabetización Participativa⁷ mediante el cual se lograra promover la participación social y la organización comunitaria para la erradicación del analfabetismo. El programa CAMINA (Campaña de Instrucción Nacional) ofrecía entre los años 1983 y 1984 como una de sus alternativas la alfabetización atendida principalmente a través de los programas regulares del Ministerio como el de Educación Básica de Adultos. A partir del 1984, con el objetivo de impulsar los programas de alfabetización se convocó la creación de una comisión tripartita integrada por CAMINA – Presidencia, CAMINA- Ministerio de Educación Nacional y la División de Educación del Departamento Nacional de Planeación, que tendría el propósito de estructurar un plan de alfabetización y postalfabetización para el periodo 1985-1986 en el que se retomaron las experiencias previas en este campo y se introdujeron elementos nuevos que consideraron oportunos.

En este contexto Germán Mariño crea el documento “*¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? (hipótesis para una investigación)*” de 1983, que formaba parte del proyecto: Elaboración del programa de matemáticas para adultos analfabetas partiendo de sus formas empíricas de operar, financiado por COLCIENCIAS. Se trató de un estudio de carácter exploratorio acerca de los conocimientos y saberes de las personas adultas analfabetas acerca de las operaciones matemáticas, sus modos de entender y realizar cálculos. El texto analiza las estrategias operatorias que los adultos de los sectores populares llevan a cabo al realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, también se examinan los cálculos que elaboran al utilizar sistemas de medidas de peso. Para cada uno de estos estudios, el autor plantea recomendaciones para seguir comprendiendo la

`objetivos instruccionales`, negaban la voz y el pensamiento a los maestros, reducían el proceso de aprendizaje al cumplimiento de objetivos “observables” predeterminados por la Tecnología educativa y el diseño instruccional (TEYDI) así como también centraban la enseñanza en la transmisión fiel de contenidos “ (Tamayo, 2006, p.1).

⁷ Véase al respecto el Decreto número 1633 de 1983.

lógica operativa que se muestra, así como también para mejorar sus procesos. Al final del escrito se propone una guía de siete puntos para reflexionar y trabajar el pensamiento matemático con adultos analfabetos. Este texto también formó parte del material de auto formación correspondiente a la asignatura Alfabetización de la maestría en Educación de Adultos de la Universidad San Buenaventura del año 1986.

Una vez terminado este primer trabajo, se diseñó una cartilla, "*Cuentas Claras: cartilla de matemáticas para adultos*" de la que se imprimieron solo 100 ejemplares y fue experimentada con vendedores de la Central de Abastos de Bogotá (CORABASTOS), apoyado por un pequeño grupo de estudiantes de Psicología de la Universidad Javeriana.

La cartilla contó con la colaboración de la educadora popular Lola Cendales para la investigación y de Beatriz Rodríguez en la validación de las guías con los alfabetizadores y estudiantes de la Primaria Nocturna del Colegio Claretiano de Bosa. Está compuesta por setenta guías de trabajo en las que, a partir de elementos como imágenes, símbolos, tablas y operaciones entre otros, se presenta la tarea que el estudiante tiene que realizar así como también una explicación de cómo el profesor debe llevarlo a cabo. Las últimas guías hacen referencia a la composición y uso de una herramienta para el cálculo utilizada por los incas para realizar cálculos, el Yupana.

En 1986, de nuevo con la financiación parcial de COLCIENCIAS, se publicó una nueva aproximación "*¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? constataciones y propuestas*" en el que se planteaban los puntos de vista de los colaboradores. En este trabajo se muestra de manera más sistemática, las formas de sumar, restar, multiplicar y dividir de los adultos que habían investigado en su estudio

anterior, buscando semejanzas con otras formas de operar de sociedades más antiguas, también se explica la existencia de un sistema de numeración multiplicativo originario al posicional y se presenta el diseño de un sistema de escritura para operaciones matemáticas del adulto y la transición del sistema multiplicativo al posicional. Además se sugiere una propuesta para introducir los nuevos sistemas en el trabajo con los adultos y se desarrollan cuáles fueron los alcances y restricciones de la propuesta que se plantea en el documento. El texto termina con una explicación desde las ideas de Piaget y Beth, de las relaciones que se encontraron con las formas de desarrollo del pensamiento matemático del adulto en diferentes etapas y la propia historia de las matemáticas.

Continuación de las investigaciones, años 90.

Durante el periodo de la década de los noventa, Colombia sufrió grandes transformaciones políticas, económicas, sociales y culturales propiciadas principalmente por dos factores, la búsqueda de la democracia y la introducción a un nuevo modelo económico, que inscribió al mundo, y en especial a Latinoamérica, dentro de las leyes globalizadoras de la apertura de los mercados y la detracción del papel del estado.

Si bien a comienzos de la década se pudieron apreciar resultados positivos en la situación económica y social de los países, al final de este decenio las economías se fueron mostrando cada vez más inestables y los Estados presentaban serias dificultades de financiamiento, lo que produjo, en términos sociales, un fuerte incremento de la inequidad en la distribución de la riqueza y ocasionó que los procesos de fragmentación social se profundizaran y consolidaran los sectores excluidos de la sociedad.

En materia de educación, fue el periodo de las reformas educativas, lo cual significó un momento de profundos debates en torno a la cuestión, hecho que se tradujo además en un reposicionamiento de la educación en la agenda pública, y la puesta en práctica de nuevas propuestas tanto de gestión como pedagógicas. Fue una década de gran expansión de los sistemas educativos en términos de matrícula y cobertura, llevando a que varios países consoliden la meta de acceso universal a la educación básica, y se amplíe significativamente el acceso a la educación inicial y media.

En Colombia, la instauración de la Ley General de Educación de 1994 supuso un cambio en cuanto se establecieron unos lineamientos claros sobre el sistema educativo, que involucraban principios básicos de la constitución de 1991, logrando que se crearan expectativas de transformación. La ley 115 de 1994 abarcó diferentes elementos, los principales se dirigieron hacia: 1) definir la finalidad de la educación como atender al pleno desarrollo de la personalidad, teniendo presente la formación la adquisición, el progreso, el acceso, el estudio y la promoción de los valores y principios de cada individuo; 2) la determinación de la educación en tres modalidades Formal, no formal e informal, estableciendo niveles en cuanto a la formal en preescolar, básica y media, estructurados en un currículo conformado por unas áreas del conocimiento; 3) la ampliación de las oportunidades de acceso, permanencia y formación productiva para la población en la educación post-secundaria, a través de la estrategia de universidad abierta y a distancia; 4) la calidad en la educación, para lo cual plantearon que había que crear permanentemente estrategias de seguimiento y mejoramiento continuo que garantizaran el ejercicio, la generación de recursos e innovación, además de orientar los procesos inspeccionarlos y evaluarlos; 5) la Evaluación por Competencias implementada tanto para educandos como para docentes y La Inspección y Vigilancia por cuenta del Gobierno Nacional a través del Ministerio de Educación Nacional y sus respectivas Secretarías; y 6) creación de un Sistema Nacional de Educación que incorporó a Secretarías de Educación, ICFES,

COLCIENCIAS, COLCULTURA, COLDEPORTES, ICETEX e ICCE, operando con cuatro subsistemas: académico, administrativo, planeación y financiero.

De la misma forma que en los textos de German Mariño descritos para los años ochenta, en 1993, con la financiación de COLCIENCIAS, este autor prosigue su investigación acerca del pensamiento matemático de los sectores populares y se publica *“El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares”*. En este ensayo se realiza una investigación acerca de la idea, percepción y comprensión que los sectores populares tienen sobre el concepto del espacio, a partir del análisis cualitativo de dibujos elaborados no explícitamente para esta investigación, sino pertenecientes a distintos procesos, concretamente tres: los dibujos de los barrios de Medellín donde vivían los adultos (hombres y mujeres, de diferentes edades y oficios) que formaban parte de los proyectos de investigación participativa del programa CIPACU del SENA regional Antioquia; los dibujos de las casas donde vivían los adultos (entre 25 y 50 años con diversas ocupaciones) de la primaria nocturna del Colegio Claretiano de Bosa; y los dibujos realizados por un grupo de trabajo damnificados de Armero en la población de Fusagasugá, con los que trabajaba el Centro de Investigación y Educación Popular CINEP y la Fundación PROCO.

Mediante la utilización de tres componentes metodológicos como son un énfasis histórico del dibujo, del arte y la geometría, el uso de los modelos piagetianos relacionados con la reflexión de la teoría de la psicogénesis⁸ y lo que nombraron “lectura de lo obvio”, en la primera parte, se muestra un resumen acerca de la historia del dibujo y se examinan

⁸ Para Piaget, el conocimiento no es un estado sino un proceso activo en el cual, tanto el sujeto que conoce como el objeto a conocer, cambian en el proceso de interacción, por ello, mediante el análisis estructural, la psicología de la genética estudia el proceso general del desarrollo cognoscitivo a partir de las leyes generales de los comportamientos humanos, con el fin de comprender cómo se construyen las categorías cognoscitivas que permiten transformar las formas del pensamiento (Ferreira, 1999).

elementos incluidos en el proceso del dibujo espontáneo como la perspectiva, la simultaneidad y las proporciones, y se hacen unas recomendaciones didácticas sobre el dibujo técnico para los sectores populares. En una segunda parte se estudia el concepto del espacio teniendo en cuenta lo tipológico del dibujo, la parte proyectiva y su paso al espacio euclidiano.

Según el autor, la intención de la publicación de este libro no es solo el análisis del pensamiento espacial en los sectores populares y cómo se representa en los dibujos que realizan de manera espontánea, sino también la de realizar aportes teóricos a la educación de adultos, ya que “al fin y al cabo es lo único que nos permite mirar la realidad detrás de sus apariencias” (Mariño, 1993, p.29).

Unos años más tarde, concretamente en 1997, en una recopilación de los trabajos presentados por los diferentes conferencistas, en un documento llamado *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos* publicado por la UNESCO-Santiago de Chile, se publicó el artículo “*Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos*” el cual se trata de una ponencia realizada en las Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación en Río de Janeiro, entre el 24 y 28 de octubre 1995, organizadas por la Red Regional de Capacitación de Personal y de Apoyos Específicos en los Programas de Alfabetización y Educación de Adultos (REDALF)⁹ en Brasil, con el propósito de dar a conocer algunas de las investigaciones

⁹La REDALF fue constituida siguiendo el mandato de la Primera Reunión del Comité Regional Intergubernamental del Proyecto Principal de Educación en América Latina y el Caribe celebrada en México en 1984, con el propósito de generar las acciones necesarias para la consecución de objetivos de atención prioritaria en el campo de la educación tales como: “asegurar la escolarización antes del año 2000 a todos los niños de edad escolar y ofrecerles una educación general mínima de 8 a 10 años; Eliminar el analfabetismo antes del fin de siglo y desarrollar y ampliar los servicios educativos para los adultos; Mejorar la calidad y la

realizadas sobre los saberes previos matemáticos y las posibles propuestas pedagógicas que los incluya.

En este documento, German Mariño presenta cuáles fueron los principales resultados y conclusiones que, derivados de diferentes investigaciones, procesos y experiencias elaboradas acerca de los saberes previos de jóvenes y adultos en matemáticas, desarrolladas por diferentes investigadores e investigadoras como Isabel Soto en Chile (1992); Alicia Ávila en México (1990); y Germán Marino, en Colombia (1983); Ecuador (1988); y El Salvador (1992), se pudieron utilizar para crear propuestas alternativas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y realiza una reflexión sobre las dificultades que se presentaron al llevarlas a la práctica en tres países como Colombia en donde, con las cartillas de la campaña CAMINA del Ministerio de Educación de Colombia, hubo un intento de acercamiento al uso de los saberes previos planteados por Mariño aunque no concretado; en Ecuador, con El Programa Nacional “El Ecuador Estudia” del Ministerio de Educación; y El proyecto movilizador de alfabetización y educación básica para todos en El Salvador, llevado a cabo por el Ministerio de Educación de ese país.

¿CÓMO OPERA MATEMÁTICAMENTE EL ADULTO DEL SECTOR POPULAR? HIPÓTESIS PARA UNA INVESTIGACIÓN

En este texto de 1983, se muestran los resultados iniciales de una primera investigación acerca del pensamiento matemático de los adultos analfabetos que, a comienzos de los

eficiencia de los sistemas educativos a través de la realización de las reformas necesarias” (CREFAL, 1987, p.2).

años ochenta, eran aproximadamente cinco millones de adultos¹⁰. En este contexto, Germán Mariño reconoce que de ese número de adultos analfabetos, que no saben leer ni escribir, la cantidad que no saben realizar operaciones de cálculo es prácticamente nulo porque “se puede sobrevivir sin saber leer ni escribir, pero es imposible hacerlo sin saber contar” (Mariño, 1983, p.116).

Con estas primeras reflexiones y sistematizaciones de las formas de operar del adulto popular, se buscaba aportar con unos instrumentos concretos que ayudaran a dar un giro a la comprensión de lo que debería ser la formación del adulto y las herramientas que para ello se utilizaban ya que, en los textos utilizados en ese momento para alfabetizar, solo se realizaban cambios de abreviación de contenido e ilustraciones de los textos elaborados para la educación de menores (Mariño, 1983), de manera que en palabras del autor, había que evitar “ seguir repitiendo el error de considerar a los adultos como unos 'niños grandes' “ (Mariño, 1983, p.117).

Por estas razones, esta primera investigación influyó directamente en la creación de nuevos materiales, como la cartilla *Cuentas Claras* de la misma época, que se pudieran utilizar en la formación de adultos, se alejaron de los ya existentes y tuviesen en cuenta para su elaboración ciertos elementos como; el reconocimiento de que el adulto no parte de cero en su conocimiento matemáticos, la identificación de los saberes previos de los educandos, así como también la realidad del contexto en el que viven y usan esos saberes. Además, la mayor repercusión que pudo tener este texto fue ser un primer acercamiento a la sistematización de un pensamiento que no había sido investigado en el campo de la educación para adultos analfabetos y que permitiría, en unos años, la

¹⁰ En la década de los ochenta en Colombia la tasa de alfabetización era del 15,8% de la población adulta. Fuente: Oxford Latin American Economic History and Data base (OXLAD).

publicación de un nuevo texto más amplio y sistematizado de las lógicas matemáticas de los sectores populares.

La importancia de las “otras lógicas”.

De esta primera investigación acerca del pensamiento matemático de los adultos de los sectores populares, se pueden extraer diferentes planteamientos fundamentales, como la explicación sobre las formas en que realizan los cálculos de las operaciones básicas, presentado el método que utilizan para cada una de ellas; las propuestas de escritura que se plantean y también, aunque no sea algo explícito en el texto, la metodología de investigación del autor.

Respecto a los métodos de cálculo, el autor realiza un análisis de las técnicas utilizadas y desarrolla una explicación matemática de los mismos, así, para la suma Mariño concluye que es a partir de la búsqueda de complementar decenas y de asociar valores que llegan al resultado; en la resta se utiliza el mismo sistema que para la suma de complementar hasta llegar a la decena más cercana; en el caso de la multiplicación el resultado de los cálculos se obtienen mediante la suma de valores que se van duplicando aunque también tiene variaciones; y finalmente la división, la cual se realiza mediante el uso de valores multiplicados y valores intermedios sumados.

Para cada uno de estos procedimientos, el autor plantea que uno de los principales límites en las técnicas operativas aparece cuando se sobrepasan los usos cotidianos y se enfrentan a cantidades y valores mayores a los acostumbrados por ello, para Mariño (1983) debe existir una propuesta de escritura adecuada a la lógica de cálculo de los sectores populares para que puedan superarse las dificultades causadas “ porque no se

elabora un sistema de registro, una memoria gráfica y todas las cuentas se tienen que hacer de cabeza” (p.124).

Por otra parte, algo elemental que se debe resaltar del texto, es el propósito mismo de la investigación, que se aleja de las investigaciones clásicas en las que más que intentar comprender los métodos y lógicas de los usos de las matemáticas buscan imponer unos razonamientos que se posicionan como verdaderos, en lugar de encontrar una forma de dialogar entre ambos para reconocer y utilizar las fortalezas de cada uno y superar los obstáculos, en palabras de Mariño (1983) con esta investigación “más que enseñar, vamos a aprender” (p.116) y este punto de partida demuestra el reconocimiento de los saberes previos y la apertura a considerar y explorar un pensamiento hasta el momento ignorado por la investigación académica.

De manera secundaria, en el documento aparecen las recomendaciones que el autor hace a los lectores acerca de cada uno de sus propios análisis para alentar a la continuación de las investigaciones y algunos de los alcances y límites analizados en el estudio. La sugerencia primordial del autor hacia los educadores de adultos de los sectores populares es la investigación para poder sistematizar las estrategias operativas que puedan observar en los educandos y diseñar unas propuestas de escritura, acorde con esas tácticas y habilidades, que puedan ser utilizadas por el adulto. Además propone que inicialmente se trabaje con aquellas cantidades, valores y cifras que sean usualmente utilizados por el adulto y formen parte de su manejo, pues de ahí se desprende la restricción más importante encontrada, y de la que ya hablamos, el traspaso de los límites de lo cotidiano y el causante de la búsqueda de esas propuestas de escritura.

En cuanto a los alcances de las habilidades operativas, Mariño (1986_a) destaca el manejo práctico de los números decimales que tienen equivalentes monetarios, y en base a ello fundamenta la idea de que la secuenciación de contenidos en la enseñanza de las matemáticas no sigue un orden adecuado a los conocimientos y realidades de aquellos a los que se les enseña, sino que se deriva de un criterio histórico de que cuanto más complejo parece algo, tarda más en conceptualizarse, cuando en realidad lo que se está haciendo es retrasar el aprendizaje.

En síntesis, lo que el autor quiere manifestar con esta investigación es que existe una lógica matemática popular que se compone de elementos y procedimientos diferentes a los de la escuela tradicional, fruto de la relación que las personas adultas poseen con las matemáticas en su vida cotidiana aunque sean catalogados como analfabetas por no saber leer ni escribir. Para el autor entonces, era necesario elaborar materiales de trabajo que incluyesen esos razonamientos propios del adulto del sector popular para que el aprendizaje se realizase a partir de sus saberes previos y en relación con sus hábitos y el contexto en el que viven.

Estos planteamientos generales del autor están muy acordes con la propuesta de la Educación Popular, ya que se partía de una lectura crítica de la realidad de los educandos para conocer sus intereses y reconocer sus saberes, a la vez que se ampliaban y utilizaban para generar un empoderamiento y transformar las condiciones de vida.

También desde la parte pedagógica, la propuesta de este documento refleja la idea de la EP en los años ochenta desde dos puntos de vista; primero cuando se manifiesta que llevar a la práctica la intervención de nuevos aportes a esos saberes desde una forma de

superponer unos conocimientos sobre otros “ es un óptica equivocada, porque en esencia no valora realmente esa 'otra lógica', simplemente la usa, de igual forma que el invasor aprende el lenguaje del 'nativo', para dominarlo más rápidamente “ (Mariño, 1983,p.123), se muestra una crítica al constructivismo desde la posición de que no se puede reconocer los saberes para “construir” sobre estos unos nuevos que sí son los válidos; y en segundo lugar, se evidencian los planteamientos de una primera etapa pedagógica en la EP cuando Mariño (1983) expone que “ lo que habría que hacer es algo más radical, negar dialécticamente la lógica popular, depurarla de sus límites y utilizarla, en la medida de lo posible en la introducción de nuevos elementos que llenen sus vacíos” (p. 123) , porque la propuesta pedagógica se reduce a una propuesta metodológica desde la dialéctica, en la que se incluye la participación para la elaboración de nuevas herramientas y didácticas que ayudasen al proceso de enseñanza y aprendizaje pero sin crear relaciones con otras prácticas en las que también existiese un saber-conocimiento.

A continuación se procederá a realizar una explicación del contenido interno del texto que abarca las técnicas para sumar, restar, multiplicar y dividir del adulto del sector popular.

Sumar completando y asociando.

En cuanto al análisis en los procedimientos de cálculo para la suma, el autor encuentra que es mediante el uso de complementar decenas y la propiedad asociativa¹¹ que llegan a un resultado final de cálculo. Así por ejemplo, para sumar dos valores como 7 y 6 (sumandos) el autor distingue cuatro momentos:

¹¹ La propiedad asociativa de la suma establece que cuando se suman tres o más números reales esto es, los números racionales (positivos, negativos y el cero) e irracionales (cualquier número real que no es racional), la suma siempre es la misma independientemente de su agrupamiento. Es decir, $(a + b) + c = a + (b + c)$

1º Utilizando el número más grande de los dos sumando, buscar el valor que lo complementa hasta llegar a la decena más cercana, en este caso el 3:

$$7 + \underline{3} = 10$$

2º El menor de los sumandos se descompone a su vez en dos números que, sumados, lo igualen, en el ejemplo:

$$6 = 3 + 3$$

3º Aplicación de la propiedad asociativa para formar decenas:

$$7 + 6 = 7 + (3 + 3)$$

$$7 + 6 = (7 + 3) + 3$$

4º Sumar:

$$7 + 6 = 10 + 3$$

$$7 + 6 = 13$$

En el caso de que la suma tenga que realizarse con números de dos cifras se sigue el mismo procedimiento pero aparecen peculiaridades:

Por ejemplo para sumar $34 + 16$ el primer paso sería el segundo del caso anterior, una descomposición, pero para lograr el primer paso, llegar a una decena, es decir:

$$34 = (30 + 4)$$

$$16 = (10 + 6)$$

Después se procedería a aplicar la propiedad asociativa uniendo decenas con decenas y unidades con unidades:

$$34 + 16 = (30 + 4) + (10 + 6)$$

$$34 + 16 = (30 + 10) + (4 + 6)$$

Y finalmente se sumaría:

$$34 + 16 = 40 + 10 = 50$$

Además de ser muy interesante el hecho de que se pueda extraer la metodología para el cálculo, lo más importante es poder reconocer las diferencias que existen con el método tradicional. La más evidente para el autor es la forma en que colocan los números para operar, pues desde el método tradicional se colocarían verticalmente comenzándose a sumar de derecha a izquierda y en el caso de sobrepasar una decena, se anotarían en la columna siguiente “se llevaría una”.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 34 \\ + 16 \\ \hline 50 \end{array}$$

Así mismo, otra característica derivada de esta diferencia y que también analiza el autor, es que el adulto popular no comienza a sumar de derecha a izquierda sino al revés, suma primero los valores de la izquierda y continúa con los de la derecha sugiriendo para Mariño (1983) que “ este cambio en la dirección de la suma es algo muy significativo; podría ser para el adulto popular, lo mismo que para nosotros el que le español no se leyerá de izquierda a derecha sino de arriba abajo” (p.122).

Esta observación se podría complementar, a mi parecer, incluyendo el hecho de que, dado que el adulto popular suma asociando valores hasta llegar a una decena, comienza sumando por la izquierda porque es el número más grande el que complementa hasta la decena y, dentro de su lógica, es más fácil comenzar sumando los números que forman cantidades mayores para después añadir las cantidades más pequeñas, algo así como “comenzar con lo grande y después añadir lo pequeño”. En el método tradicional vertical sin embargo, como no se aplica directamente la propiedad asociativa, sino que se sigue el razonamiento del sistema posicional, parece más sencillo comenzar con lo pequeño (las unidades) para comprobar si “se pasa” del conjunto de esa posición (si se pasa de 10 pasa a las decenas) y añadirlo a la siguiente posición. Es decir, hay que tener en cuenta que, dado que el adulto popular no ha estado expuesto a la imposición de los contenidos de la escuela y a la enseñanza del sistema posicional¹² como formalmente se realiza en las escuelas (ir agrupando unidades hasta formar una decena, y agrupando decenas hasta formar una centena etc.), las formas de razonamiento de las y los adultos de los sectores populares, buscan intuitivamente “juntar” números que le den la cantidad más cercana a la que para ellos, en sus aproximaciones mentales, se acerque al resultado que creen correcto. De todas formas y de acuerdo con lo que manifiesta Mariño (1983), “la lógica difiere cualitativamente de la forma como suponemos que se opera” (p.122).

Para superar el límite de operar con números grandes que resulta más difícil y lento al aplicar el procedimiento anterior de descomposición, asociación y suma, Mariño (1983) propone un método de escritura que, conservando elementos del sistema tradicional, incorporara las lógicas del adulto popular. Su propuesta consiste en colocar los sumandos

¹² Un sistema de numeración es posicional cuando el valor de cada símbolo depende del lugar que ocupe respecto a los demás. Por ejemplo, en los números 234 y 456 el valor del dígito 4 no es el mismo en el primero son cuatro unidades pero en el segundo son cuatrocientas unidades, su valor cambia al pasar de la posición de unidades a la posición de centenas.

verticalmente en una cuadrícula donde haya espacio para colocar sumas completas en una misma columna esto es, por ejemplo para sumar $195 + 476$

$$\begin{array}{r}
 195 \\
 + 476 \\
 \hline
 \end{array}$$

Resultado

Como se puede observar, con este método sí se comienza a sumar por la izquierda, hay espacio en la casilla para colocar el cálculo completo y después, para hallar el resultado, se suman las cantidades que aparecen en las casillas diagonales.

La propuesta tiene un objetivo concreto que es operar de forma más rápida números más grandes, sin embargo Mariño sugiere que comience a utilizarse en lo que él denomina un “segundo nivel” (el “primer nivel” sería el de complementar y asociar) porque intervienen cantidades más grandes, sin embargo para que este método tuviese una incorporación más natural en los procesos de aprendizaje de los adultos y pudiese ser utilizado en su cotidianidad, parecería más deseable que el modo en que se utilizara se desprendiese de un método de escritura anterior que se hubiese pensado utilizando las técnicas que se usan en el “primer nivel” (complementar y asociar), de esa manera la continuidad de los razonamientos produciría una menor variación e imposición en los conocimientos adquiridos. Pero para hacer una propuesta de este tipo habría que conocer no solo los procesos de pensamiento del adulto del sector popular, sino también otros elementos como la forma de colocar los números, de agruparlos y de escribirlos en general y para ello

sería necesario hacer un análisis tal y como lo hizo Mariño, pero fijándonos también en este tipo de componentes de sus procesos.

Sumar para restar.

Para el caso de la resta, el proceso de cálculo se presenta como se realizaría una suma, así para restar por ejemplo $80 - 32$

1º Se buscaría el número que le hace falta al sustraendo¹³, en este caso el 32, para llegar a la decena siguiente:

$$32 + \underline{8} = 40$$

2º Desde esa decena se cuentan la cantidad de decenas necesarias para llegar hasta el minuendo:

$$40 + \underline{40} = 80$$

3º Sumar todos los complementos hallados:

$$40 + 8 = 48$$

Entonces: $80 - 32 = 48$

En el ejemplo de la investigación Mariño (1983) muestra una de las situaciones más comunes de uso de la resta, comprar algo. Con dicho ejemplo y tras su análisis explica que

¹³ En la terminología de la resta el minuendo es la cantidad a la que se le resta otra cantidad para obtener la diferencia y el sustraendo es la cantidad que se resta.

el tamaño de los complementos esta normalmente ligada a las cantidades representadas en los billetes y monedas (\$10, \$ 20, \$50 etc.) y no se trabajará con otras denominaciones.

Del mismo modo que para cantidades enteras, el adulto popular opera con los centavos expresados como números decimales que se utilizan en los intercambios, pero complementado hasta el número entero siguiente no hasta la decena, por ejemplo en la resta $20 - 14,50$, buscaría el complemento de 14,50 para llegar a 15 y el complemento de 15 para llegar a 20 y los sumaría.

$$0,50 + 7 = 7,50$$

De estas situaciones se desprende el alcance del que se habló anteriormente cuando Mariño proponía que el uso de los decimales en los cálculos del adulto popular se producía sin mayores dificultades gracias a sus técnicas y a los equivalentes monetarios de esos valores.

Desde el punto de vista cognitivo, en el proceso de la resta se puede apreciar el uso del pensamiento reversible pues es evidente que, aunque el adulto popular sabe y utiliza sin dificultades la diferencia entre sumar y restar, usa el mismo método para resolver ambas operaciones porque instintivamente reconoce que la operación inversa de cada una es la otra, esto es, reconoce que aunque tenga que restar una cantidad de otra, puede sumar valores hasta llegar a esa cantidad primera de la que necesita restar otra, de ahí que sea claro el uso de la reversibilidad la cual está asociada a la realización de actividades en las que tras un proceso de transformaciones, se puede volver al punto de partida, es decir, aquellas en las que a cada acción u operación, le corresponde la acción u operación contraria, es pensar en dos direcciones (Hernández & Soriano, 1997).

En relación con las recomendaciones que el autor propone para seguir la investigación, está la de seguir profundizando en las reglas que utilizan para este cálculo mental pero insiste, al igual que para la suma, en que hay que pensar un diseño de escritura que le permita al adulto popular resolver cálculos operativos con números más grandes y con un método más rápido y eficaz que ahorrase tiempo.

La manera en que se podría proceder para Mariño (1983) consiste en lo siguiente:

Por ejemplo para restar $300 - 153 =$

$$\begin{array}{r}
 153 + \underline{\quad} = 160 \\
 \downarrow \\
 7
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 160 + \underline{\quad} = 200 \\
 \downarrow \\
 40
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 200 + \underline{\quad} = 300 \\
 \downarrow \\
 100
 \end{array}$$

$$7 + 40 + 100 = 147$$

Entonces: $300 - 153 = 147$

Este sistema tal y como lo expresa el autor es “más largo, sin embargo mucho más ‘lógico’ ” (Mariño, 1983, p.128), ya que requiere de mayor tiempo para realizar cada suma en la que se descomponen para complementar a la decena o centena siguiente pero utiliza

la misma táctica que en el cálculo mental (complementar y asociar), más incluso que el método de escritura presentado para la suma.

Sumar y restar para multiplicar.

Por lo que se refiere a la multiplicación, las operaciones que realiza el adulto popular para llegar a un resultado dependen de las circunstancias en las que se vaya utilizar así como también de los valores que se estén usando, en palabras de Mariño (1983) “las estrategias de cálculo del adulto popular varían de acuerdo al tipo de situación; sin embargo, en términos generales, podríamos decir que tiende a trabajar con decenas y sus duplos o mitades” (p.130).

En el ejemplo que presenta el autor, la situación es la venta de unos costales por parte de un artesano analfabeto y cuando le preguntaban como hacía para venderlos, observaban que si su precio de referencia era por pares, iba calculando de par en par cuánto costaría hasta llegar al número de costales que necesitaba vender. Una peculiaridad de este procedimiento es que al llegar a un número formado por otro u otros ya calculados precedían a sumarlos. Por ejemplo, si el par de costales costase 350 pesos y se fuesen a vender 10 pares, se procedería de la siguiente forma: 2 pares costarían 700 pesos; 4 pares costarían 1400 pesos ($700 + 700$); 8 pares costarían 2800 pesos, 4 pares más 4 pares ($1400 + 1400$); y 10 pares entonces serían 3500 pesos, 8 pares más 2 pares ($2800 + 350$).

Pero este método es flexible y también utiliza la resta, siguiendo el mismo ejemplo, si el precio del par de costales no hubiese sido 350 sino 348 el procedimiento sería el mismo

porque buscaría llevar el precio a la decena siguiente más cercana y realizaría los mismos cálculos, al final, cuando llegase a los 3500, procedería a calcular con el precio exacto de la siguiente manera: la diferencia entre 348 y 350 es 2, entonces 2 por 10 pares serían 20, entonces $3500 - 20 = 3480$ pesos que sería el precio real.

Acorde con la generalización que el autor hace sobre las habilidades de cálculo de la multiplicación, según la situación que el adulto popular tenga que afrontar elige la mejor forma para llegar al resultado, sin embargo, como ocurre con las otras estrategias operativas, la falta de un sistema de escritura provoca el límite del mismo, por ello la manera como Mariño (1983) sugiere que se puede sistematizar utilizando la descomposición y la suma. Si por ejemplo quisieran multiplicar 275×125 procederían de la siguiente manera:

1º Descomponer el número más pequeño: $125 = 100 + 20 + 5$

2º Multiplicar cada uno de los componentes por el otro número:

$$100 \times 275 = 27500$$

$$20 \times 275 = 5500$$

$$5 \times 275 = 1375$$

3º Sumar todos los resultados: $27500 + 5500 + 1375 = 34375$

Para el autor es evidente que usando números que el adulto popular no maneje mentalmente en su vida cotidiana este método sería muy lento, pero su propuesta no se basaba en encontrar una táctica que lo hiciese llegar a una solución más rápidamente, sino que pensaba que “en un primer momento, es necesario que el adulto aprenda a escribir de la forma como piensa y que gradualmente, al comprender los límites de su sistema, vaya

modificando tanto su estrategia mental como su sistema de escritura” (Mariño, 1983,p.131).

Multiplicar y sumar para dividir.

Para explicar la última operación analizada en este documento, la división, el autor utiliza un ejemplo de uso común para un campesino, el cambio entre las unidades de masa libras y arrobas. Para Mariño (1983), la estrategia utilizada por el adulto popular al resolver esa situación de equivalencias consiste en formar un tipo de tablas de multiplicar que dan unos resultados parciales que después se suman para llegar a la solución.

Pongamos por caso que se quiere dividir 136 entre 4, según el autor el adulto popular procedería, con un método escrito, de la siguiente manera:

1º Construir tablas utilizando decenas completas:

$$4 \times 10 = 40$$

$$4 \times 20 = 80$$

$$4 \times 30 = 120$$

$$4 \times 40 = 160$$

2º Como 160 es mayor que el número que se necesita, elegiría el número anterior y buscaría cuanto le hace falta a 120 para llegar a 136, esto es $136 - 120 = 16$

3º Como 16 es un número más pequeño que el primero de su tabla, construiría nuevas tablas con números menores al 10 hasta encontrar el número que necesita o el más cercano, en este caso:

$$4 \times 5 = 20$$

$$4 \times 4 = 16$$

4º Entonces $136 = 120 + 16$ por lo que 136 dividido 4 sería $30 + 4$

$$136 \div 4 = 34$$

Al igual que para el resto de las operaciones, Mariño (1983) establece la necesidad de crear un sistema de escritura que “disminuya la carga de memoria pero que se halle en consonancia con dicha lógica” (p.131) al tiempo que plantea que la división es el tipo de cálculo que menos ha desarrollado el adulto popular. Pero, teniendo en cuenta que tanto para restar como para multiplicar los procedimientos utilizados eran derivados de la suma, no parece extraño que para dividir también se usen las mismas técnicas que han ido construyendo y ampliado. Para dividir, así como para la resta, se emplea el pensamiento reversible, en lugar de tomar la cantidad que hay que dividir y repartirla en partes iguales, se busca el número multiplicado que lo alcanza, es decir se utilizan como operaciones inversas.

En resumen, tras el análisis del documento *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Hipótesis para una investigación*, se puede decir que el trabajo realizado sobre los procedimientos operativos del adulto popular, ofreció en su momento una visión nunca antes investigada en Colombia sobre el pensamiento matemático, y sus

análisis, propuestas y objetivos eran muy acordes con las circunstancias históricas en la educación del país que buscaba ampliar la alfabetización de un sector de la población. Este documento supuso un primer intento por llevar a cabo la educación de las personas adultas desde otro punto de vista, al menos de comenzar con un reconocimiento de saberes que pudiera ser utilizado para elaborar nuevos materiales de trabajo que consideraran al otro y mostraran formas de educar que se alejaban de lo tradicional, y fuesen eran más acordes con las propuestas políticas y las luchas de los educadores populares del momento.

¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? (constataciones y propuestas)

En 1986, tres años después de la publicación del texto *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular?* Hipótesis para una investigación, German Mariño presentó la continuación de ese estudio, un documento en el cual se hace referencia a las observaciones, hallazgos y planteamientos del primero, desarrollando su trabajo con propuestas de escritura para trabajar las operaciones básicas con los adultos analfabetos y ampliando su investigación con nuevos descubrimientos en relación a los sistemas numéricos en la historia y las formas de operar del adulto analfabeto.

La intención del autor con este trabajo, además de buscar una solución a uno de los mayores problemas encontrados en la primera investigación como era la de las formas de escribir el pensamiento matemático que utiliza el adulto analfabeto, es la de generar propuestas de enseñanza y aprendizaje para esta población que difieran de los utilizados hasta el momento, los cuales se basan en las premisas tradicionales de educación y basan sus propuestas en ejercicios memorísticos y descontextualizados, sin tener en cuenta los conocimientos que el adulto analfabeto ya trae consigo y le ayudan en su vida diaria.

Además, así como la primera investigación trajo consigo la publicación de la cartilla de trabajo Cuentas Claras, para esta segunda la decisión tomada fue que no se realizaría ninguna otra cartilla ya que en palabras del autor “ los educadores se “pegan” a ella sin comprender que cada adulto no solo posee un punto de partida diferente, sino que no todos atraviesan, ni las mismas etapas ni en el mismo orden y velocidad; es decir , que realmente se requiere elaborar una camino especial para cada adulto” (Mariño, 1986_a, p.7), de manera que el mejor trabajo para los educadores sería aquel que les diese las herramientas necesarias para crear su propio material de trabajo y no uno a seguir.

Esta última idea se basa en uno de los principios por los cuales se rige la Educación Popular, según el cual cada educador debería tener en cuenta los saberes previos de sus educandos, el contexto en el que se desarrolla y generar instrumentos e ideas educativas acorde con lo anterior. Además, si pensamos en la época que se estaba viviendo en Colombia, los fundamentos expuestos concuerdan con los ideales defendidos por el Movimiento Pedagógico, el cual surgió a partir de diferentes procesos históricos tales como la reforma curricular del ministerio de educación que se fundamentaba en propuestas conductistas y convertía al maestro en un reproductor del currículo y un técnico de la educación para conseguir objetivos impuestos, sin tener en cuenta los procesos, diferencias y contextos de los educandos.

De ahí que surgiera un movimiento desde el magisterio del país que luchara contra los modelos tradicionales de la educación y defendiera la posibilidad de construir a partir de procesos alternativos, y aunque desde sus comienzos los propósitos del Movimiento Pedagógico estuvieran en controversia entre ser un movimiento político y uno educativo, no cabe duda en que Mariño en su documento defiende una postura clara frente a los

maestros, los educandos y la realidad social del momento insistiendo en que la pedagogía es un saber propio del maestro, el cual es un intelectual que, desde su trabajo profesional, puede generar alternativas que mejoren la calidad de vida de sus estudiantes a través de una mejor educación que se base en la formación crítica (Tamayo, 2006).

Pero este documento no solo pudo haber sido importante para su época por el momento histórico que se vivía sino que también tuvo una importancia posterior principalmente por dos motivos; el primero son las propuestas de escritura que se propusieron en el documento, éstas se basan en un postulado muy importante y es que los adultos analfabetos no llegan “ de cero” es decir, tiene unos saberes previamente adquiridos en su vida cotidiana que hay que tener en cuenta a la hora de plantear las formas de seguir ampliándolos, por ello esas propuestas que se produjeron después de una investigación sobre cómo entienden y usan las operaciones básicas de las matemáticas, generaron formas originales de enseñanza y aprendizaje de las operaciones que ayudaron a comprender cómo se pueden producir materiales que ayuden a los estudiantes a aumentar sus conocimientos sin invisibilizar unos métodos e inteligencias generados por sus contextos y sus propias vidas; y en segundo lugar, esta investigación produjo la posibilidad de estudiar no solo como opera el adulto popular y como comprende y utiliza el sistema numérico, sino también la comprensión de que hacía falta seguir estudiando otros escenarios de las matemáticas que no habían sido investigados como la geometría que usa el adulto analfabeto, lo que más tarde produciría el siguiente libro que se analizará en este trabajo.

Por lo que se refiere a la totalidad del texto, cabría resaltar que la parte fundamental de esta investigación es que Mariño no solo proporciona un estudio sobre las formas de operar del adulto analfabeto como en el primer documento, sino que va más allá y realiza

un análisis acerca del modo como el adulto interpreta y usa nuestro sistema numérico, encontrando similitudes en sus razonamientos de cálculo con otros sistemas numéricos utilizados en la historia por diferentes sociedades. De manera que la idea de reconocer los conocimientos previos de los educandos para formar nuevas propuestas de enseñanza y materiales que ayuden en el aprendizaje, no se queda solamente en una proposición sino que presenta una manera de hacerlo, generando nuevas formas de escritura de los contenidos matemáticos, teniendo en cuenta lo que ya sabe el adulto, al tiempo que proporciona la posibilidad de establecer y transcribir esos saberes para ampliarlos, abriendo de esta manera el camino para entender cómo producir herramientas que ayuden al educando y al maestro en sus procesos de enseñanza y aprendizaje.

De manera secundaria, en este documento Mariño hace referencia en varias ocasiones a los comentarios sugeridos por Carlos Vasco a la primera investigación¹⁴ y tiene algunos en consideración, además, tal y como sucedía en el primer documento, Mariño se apoya en la teoría de Piaget para analizar lo encontrado y explicar las conclusiones obtenidas. En concreto se apoya en la teoría de la psicogénesis, la cual se trata de una de las teorías sobre las que se basa el constructivismo, muy acorde también con las formas de entender, reconocer y defender métodos alternativos en la educación de la época. Según esta psicología genética, a partir de la herencia genética el individuo construye sus propias estructuras intelectuales, que cada vez se vuelven más equilibradas, permitiendo una mayor adaptación de la persona al medio físico y social mediante una serie de intercambios con el mismo (Civarolo, Amblard de Elía y Cartechini, 2010), por lo cual Mariño (1986_a) la utiliza para realizar una explicación acerca de los descubrimientos sobre las similitudes entre el uso del sistema numérico de los adultos analfabetos y otros sistemas numéricos que han existido, afirmando que

¹⁴ Nos referimos aquí a la carta enviada por Carlos Vasco en agosto de 1985 desde Cambrage a Germán Mariño a propósito del documento ¿Cómo opera matemáticamente el adulto popular? Hipótesis para una investigación.

El adulto analfabeto, al enfrentarse a conflictos aritméticos que le plantea su mundo social, se inventa (sin saber realmente que está re-inventando) una serie de estrategias, que dada la semejanza de los problemas que tuvo que enfrentar la humanidad en épocas pasadas, terminan siendo parecidos. (p.83)

En síntesis, el estudio de Mariño defiende que el adulto posee un conocimiento sobre las matemáticas que ha adquirido previamente porque son necesarias para la vida y, aunque reconoce que no todos esos saberes son iguales y no todos se encuentran en una misma etapa de conocimiento, en general el adulto que acude a la escuela a alfabetizarse no posee un método de escritura que le permita ser más eficaz en sus cálculos y razonamientos matemáticos, por lo que se vuelve necesario generar nuevas propuestas de enseñanza y aprendizaje que le permitan saber mejor lo que ya sabe y pasar a otros métodos más complejos, que no son propios, pero le permitirían seguir estudiando en el sistema formal.

De acuerdo con esta tesis, todos los maestros y maestras deberíamos comenzar por conocer y reconocer qué saben nuestros estudiantes acerca de lo que queremos estudiar con ellos y de qué manera se ha adquirido ese conocimiento, para, a partir de eso, producir materiales que permitan aumentar esos saberes y producir nuevo conocimiento sin que esto suponga erigir otro nuevo entendimiento sobre el antiguo, sino más bien usarlo para desarrollarlo y crear más allá, pues pueden existir semejanzas o diferencias con lo que nosotros hemos conocido y como nos lo han enseñado, que puede permitir generar una nueva forma de enseñar y aprender que sea mucho más respetuosa desde el punto de vista intelectual con nuestros estudiantes y eficaz en términos pedagógicos y didácticos.

Escribir como se habla.

Uno de los nuevos descubrimientos que Mariño hace en este documento, como ya se dijo anteriormente, es el estudio del uso del sistema numérico que hace el adulto analfabeto y las similitudes encontradas con otros sistemas numéricos de la historia.

Al respecto cabe señalar que el primer hallazgo encontrado por el autor es que el adulto escribe los números de manera espontánea como los usa de manera oral, esto es para escribir por ejemplo el número 6804, el adulto analfabeto lo expresaría de la siguiente manera:

Seis (veces) mil ocho (veces) cien (tos) cuatro

6 x 1000 8 x 100 4

60008004

De forma que, aunque nuestro sistema numérico es posicional, realmente lo que el adulto está utilizando es un sistema multiplicativo empleando potencias de diez y sin usar el cero.

Esto a su vez muestra otro reconocimiento, y es que aunque utiliza una escritura multiplicativa en base diez, también utiliza los símbolos posicionales de nuestro sistema tradicional, generando de esa manera una hibridación entre ambos sistemas, el que se le enseña (posicional) y el que el utiliza para poder escribir lo que ya utilizaba a lo largo de su vida, en palabras de Mariño (1986_a) “ el adulto que no poseía una escritura de los números, recoge la propuesta, pero solo para lograr escribir su sistema no para “destruirlo”(p.12).

Estas características conforman entonces lo que el sistema numérico es para el adulto analfabeto, un sistema multiplicativo en base diez sin la existencia del cero, el cual escribe como lo habla.

A partir de estos descubrimientos, el autor realiza un análisis entre otros sistemas numéricos utilizados por distintas sociedades y el utilizado por el adulto analfabeto, encontrando similitudes que van desde el uso a su composición. Para ello, Mariño describe los grandes sistemas numéricos conocidos y utilizados a lo largo de la historia en distintas partes del mundo; algunos como el de los egipcios, usaban también base diez y sin cero pero era aditivo, esto es, para aumentar una cantidad añadían el mismo símbolo un número determinado de veces; otros como el ático griego también era base diez y aditivo pero con estrategias multiplicativas para escribir números grandes; en China se utilizaban dos tipos de sistemas, uno multiplicativo y también base diez, y otro posicional sin cero que les permitió el uso del ábaco; y por último sistemas posicionales con cero aunque de diferentes bases, como el de los mayas que usaban base veinte para agrupar sus números.

Al recoger las particularidades de cada sistema, Mariño llega a la conclusión de que desde a lo largo de la historia, los primeros sistemas utilizados no eran posicionales, sino de tipo aditivo, pero al ver las dificultades que traían construían uno multiplicativo y posteriormente adquirirían otro más funcional como es el posicional. Igualmente genera su sistema el adulto analfabeto, a partir de sus vivencias crea un sistema como el de las primeras civilizaciones de carácter multiplicativo, porque le resulta más comprensible y acorde a como se habla.

Para el autor, esta es una prueba clara de que no se puede obviar los descubrimientos del mismo adulto y los conocimientos que presenta, y que deben usarse en su proceso de aprendizaje, pero dado que el punto final de la escolarización es que comprenda el sistema posicional que rige en nuestra sociedad se pregunta acerca de cómo comenzar para lograr ese objetivo, para Mariño (1986_a)

El punto de partida debe ser el sistema de escritura que él posee; sostener lo contrario no solo sería asumir una posición de irrespeto por el otro (asumir que es un ignorante), sino que desde el punto de vista didáctico traería enormes problemas, pues lo que terminaríamos es yuxtaponiendo nuestro saber a su saber. (p.19)

De nuevo se evidencia un argumento a favor del reconocimiento de los saberes previos del educando pero evidencia una dificultad extra que es la de colocar un conocimiento junto al otro sin tener en cuenta la posible interacción de las estructuras que se puedan evidenciar entre ambas. Siguiendo la teoría de asimilación-acomodación de Piaget, su propuesta sería la más adecuada ya que, partiendo de unas estructuras ya construidas se está generalizando ese conocimiento previo a nuevos escenarios de la realidad, produciendo un proceso de modificación en dichas estructuras de conocimiento cuando se utilizan en esas nuevas parcelas de realidad (Méndez, 1988).

De acuerdo con lo anterior, el camino que Mariño (1986_a) propone para que el maestro pueda partir de los saberes del educando y llegar a la comprensión y escritura del sistema posicional lo plantea de la siguiente manera:

- Identificar el tipo de sistema de numeración que maneja el adulto.
- Hacer consciente ese saber; es decir, explicitarle lo que sabe para que sepa que sabe, que no está “en blanco”.

- Poner en crisis al sistema, evidenciando los límites del mismo (en términos de por ejemplo: la longitud de la escritura (...))
- Suministrar herramientas para que construya un sistema “más fuerte”
- Afianzar el manejo del nuevo sistema (p.21)

El autor resalta que la proposición no tiene por qué ser lineal y sugiere que se empleen diferentes sistemas numéricos para avanzar en este camino, como por ejemplo el posicional maya, que al tener diferente base puede ser utilizado para el aprendizaje.

A pesar de que este camino es muy coherente con todo lo planteado hasta el momento, no queda muy claro a que se refiere el autor al querer “suministrar herramientas que fortalezcan el sistema”. Después de leer todo el documento se podría creer que se refería a la creación de formas de cálculo en el que se tengan en cuenta esos sistemas previos del adulto y su manera de usarlo, sin embargo desde el punto de vista de lo que significa realizar un cálculo, a entender un sistema numérico que agrupa de diez en diez y cambia su valor según en el lugar en el que un número se encuentre, habría que pensar en más usos de las matemáticas en los que se puedan aplicar (no solo el uso de operaciones) y que el adulto analfabeto ya esté utilizando a través de un estructura propia de comprensión, como pudiese ser la agrupación de objetos en su trabajo o en el uso de longitudes al construir algo.

En definitiva, los descubrimientos de Mariño, así como su propuesta de trabajo, resultan acordes con una propuesta pedagógica en la que, teniendo en cuenta los saberes con que llegan los educandos se puede lograr el desarrollo de las

capacidades a partir de una adaptación que ayude a su vez a comprender y enfrentar un entorno para lograr así su transformación.

Nuevas formas de escritura para las operaciones básicas.

Suma

En relación con las operaciones de suma y resta en el texto, el autor retoma los hallazgos encontrados en la primera investigación y realiza una propuesta de escritura que se podría realizar con el adulto analfabeto, teniendo en cuenta sus conocimientos y sus formas de operar.

Para recordar los descubrimientos que Mariño constató en el documento anteriormente presentado ¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Hipótesis para una investigación, podemos hacer la siguiente síntesis respecto a la suma:

El adulto sumaba de izquierda a derecha, complementando a la siguiente decena y asociando valores

$$\begin{aligned} 362 + 218 &= (300 + 200) + (60 + 10) + (2+8) \\ &= 500 + 70 + 10 \\ &= 580 \end{aligned}$$

Es decir, a diferencia de los métodos tradicionales (donde siempre se comienza a operar desde la derecha, por las unidades), al adulto comienza operando los valores más

grandes y los va complementando a la vez que los agrupa para simplificar las operaciones, lo que produce que no se encuentre con lo que se denominaría “llevar”.

A partir de este conocimiento, en el primer documento de esta investigación, y dado que el problema fundamental es que no posee una forma de escritura que le permita seguir avanzando en sus cálculos con números más grandes, Mariño realizó una propuesta de escritura de la suma que se usó en la Cartilla Cuentas Claras. En este segundo documento el método sugerido varía, generando uno nuevo en el que, teniendo en cuenta los saberes previos del adulto se crea una correspondencia más clara con la estrategia utilizada por el adulto.

Comparando ambas propuestas:

1ª Propuesta

$$\begin{array}{r}
 195 \\
 + 476 \\
 \hline
 561 \\
 \hline
 671
 \end{array}$$

2ª Propuesta

$$\begin{array}{r}
 100 \quad 90 \quad 5 \\
 + 400 \quad 70 \quad 6 \\
 \hline
 500 \quad 100 \quad 60 \quad 10 \quad 1 \\
 100 \quad 10 \\
 \hline
 600 \quad 70 \quad 1 \\
 6 \quad 7 \quad 1 \\
 \hline
 671
 \end{array}$$

Como se puede observar, en la segunda se tiene en cuenta la forma espontánea de escribir y operar los números que tiene el adulto a la vez que se va convirtiendo en un sistema de escritura posicional. Pero, a pesar de esto, podría surgir una pregunta con esta propuesta y es que en las sumas en las que haya que “llevar” como la del ejemplo, el adulto tiene que acordarse de que cuando se pase de nueve tiene que agregar un nuevo

número con un cero más que la columna anterior, entonces ¿no se estaría agregando un elemento memorístico como en el algoritmo tradicional?

Además, también se podría pensar que en lugar de separar por agrupaciones el adulto sumaría según lo que va encontrando de izquierda a derecha de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 100 \quad 90 \quad 5 \\ + \quad 400 \quad 70 \quad 6 \\ \hline 500 \quad 1060 \quad 101 \end{array}$$

Si así fuera, esa forma de escritura no serviría y habría que inventar un nuevo método, aunque en realidad es eso a lo que se refiere el autor, no a generar una propuesta que sea una “receta” a seguir a prueba de todo, si no que deberían existir diferentes formas de escritura para los algoritmos de manera que fuesen los educadores quienes descubrieran cual sería la forma de que sus educandos pudiesen expresarse, mejorar en su cálculo e ir haciendo una transición al algoritmo tradicional (Mariño, 1986_a).

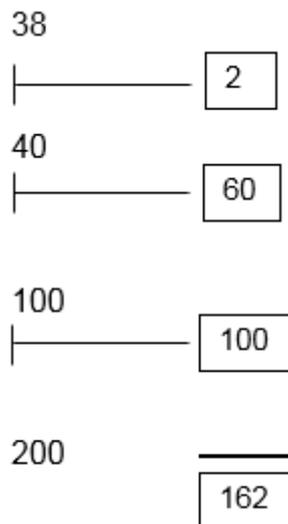
Resta.

Con respecto a la resta podríamos resumir los hallazgos de la siguiente manera: averiguar el número que la hace falta para completar la cantidad que está buscando. Con un ejemplo sencillo si pago con una moneda de 500 algo que me ha costado 250, del 250 hasta 300 irían 50, y del 300 al 500 irían 200, es decir que $500 - 250 = 250$.

Del mismo modo que para la suma, Mariño encontró una forma de escritura en la cual se plasmara la forma de operar que ya conocía y usaba el adulto, y al igual que con la

primera operación, ese método fue el utilizado en la cartilla Cuentas Claras de la siguiente forma:

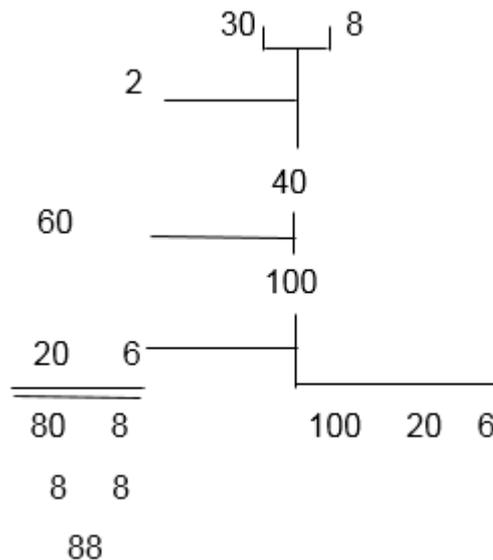
Si se pagan \$38 con un billete de \$200, ¿cuánto nos deben devolver?



De este método de escritura Mariño relata que se trata de la iniciativa de uno de los adultos que estaba aprendiendo y, para obviar pasos cuando se hacía muy larga la operación, buscó simplificar la táctica encontrando una en la que, aunque se puedan presentar diferencias en el número de pasos por ejemplo, la estrategia no cambiaría.

Teniendo en cuenta este procedimiento basado en la primera investigación, el autor manifiesta en este nuevo documento la necesidad, al igual que para la suma, de generar una nueva forma de escritura en la que se introdujera el sistema multiplicativo que utiliza el adulto para escribir los números, con lo que presenta una propuesta como la siguiente (Mariño, 1986_a,p.46):

$$126 - 38 =$$



Como se puede ver, este sistema aunque incluye la escritura espontánea del adulto, resulta menos intuitiva que la anterior para realizar los cálculos, de manera que, cabría preguntarse si siempre es mejor involucrar todas las formas espontáneas de escritura si ya utilizan otras más eficientes.

Multiplicación.

Para el caso de la multiplicación, Mariño hace referencia a que si bien se sigue enseñando el procedimiento tradicional para solucionarlas, así como el adulto busca sus propias estrategias para resolverlas, en diferentes culturas han existido distintos métodos que pueden ayudarnos a comprender sus estrategias.

En la primera investigación, se pudo comprobar que para resolver situaciones en las que el adulto tuviese que multiplicar empleaban una serie de duplicaciones sucesivas hasta alcanzar el valor requerido. Por ejemplo para saber cuánto valen 7 artículos a \$9 cada uno se procedería de la siguiente forma:

1 vale \$9

2 valen \$18

4 valen \$36

6 valen \$54

Como 6 + 1 es 7 7 valen \$54 + \$9 = 50 4 + 9 = 50 + 10 3 = \$ 63

Respecto a este método aritmético de multiplicar, Mariño hace referencia a uno de los comentarios que Carlos Vasco le hizo en su carta cuando ve la conexión entre este sistema y el de los egipcios, los cuales también multiplicaban a través de duplicaciones. De manera que, al igual que ocurría con el sistema numérico multiplicativo, el adulto analfabeto genera formas de pensamiento de manera espontánea existentes desde la antigüedad para realizar multiplicaciones.

En cuanto al método de escritura en la Cartilla Cuentas Claras se presentaba de la siguiente forma:

Cuánto cuestan 28 artículos a \$53 cada uno

$$20 \times \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} = 20 \longrightarrow 20 \\ \textcircled{2} = 40 \longrightarrow 40 \\ \textcircled{10} = 200 \longrightarrow 200 \\ 20 = 400 \longrightarrow \\ \textcircled{40} = 800 \longrightarrow 800 \end{array} \right. +$$

$$8 \times \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} = 8 \longrightarrow 8 \\ \textcircled{2} = 16 \longrightarrow 16 \\ \textcircled{10} = 80 \longrightarrow 80 \\ 20 = 160 \\ \textcircled{40} = 320 \longrightarrow 320 \end{array} \right. +$$

$$\begin{array}{r}
 1060 \\
 + 424 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 4 & 8 & 4 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

Como se puede observar, este método descompone el número de los artículos 28 en $(20 + 8)$, para hallar las multiplicaciones 20×53 y 8×53 , "eligiendo" aquellos duplicados que formen el número 53, para finalmente se sumar los resultados parciales.

En la carta de Carlos Vasco anteriormente mencionada, se sugieren unos cambios que Mariño tiene en cuenta a la hora de plantear el nuevo método de escritura. Introduciendo además el sistema multiplicativo, la propuesta final se presentó así:

Cuánto cuestan 50 2 artículos a \$20 8 cada uno

a) 50 2

b) 50 x (20 8)

10	⇒	200	80
20	⇒	500	60
40	⇒	1000	100 20
50	⇒	1000	300 100
		1000	400
		1000	400

$$2 \times (20 \ 8)$$

$$1 \Rightarrow 20 \ 8$$

$$2 \Rightarrow 50 \ 6$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2 \times (20 \ 8) &= 50 \ 6 \\ 50 \times (20 \ 8) &= \underline{\underline{1000 \ 400}} \end{aligned}$$

$$1000 \ 400 \ 50 \ 6$$

$$1 \ 4 \ 5 \ 6$$

$$1456$$

Respecto al procedimiento de multiplicar que sigue los conocimientos del adulto, se puede percibir en primer lugar que no es necesario memorizar las tablas de multiplicar, pues con el método de duplicaciones se está continuamente construyendo las tablas necesarias, lo que genera que en segundo lugar, la persona que utiliza este método esté continuamente utilizando sus habilidades de razonamiento matemático, y no las memorísticas, pues lo necesita para crear las duplicaciones. La limitación de este sistema está en que el proceso se vuelve más largo pero, desde el punto de vista analítico, genera mucha más comprensión de lo que significa multiplicar y en qué tipo de situaciones es más eficaz su uso.

División.

Del mismo modo que para restar el adulto sumaba, para esta última operación también realiza el procedimiento de la operación contraria, es decir, al igual que para la multiplicación, cuando el adulto tiene que repartir alguna cantidad su estrategia consiste en duplicar repetidas veces la cantidad hasta encontrar la cantidad a dividir.

Si, por ejemplo, se desearan repartir \$198 para 24 personas, se resolvería de la siguiente forma:

Como hay 24 personas, si a cada una le doy \$1 entregaría \$24

si a cada una le doy \$2 entregaría \$48

si a cada una le entrego \$4 entregaría \$96

si a cada una le entrego \$8 entregaría \$192

Como ya está muy cerca de la cantidad a repartir, al probar con otra cantidad sabríamos que nos pasamos, por lo que a cada uno se le deben repartir \$8 y sobrarían \$6.

Siguiendo este descubrimiento, las propuestas de escritura diseñadas fueron dos, una la planteada en el primer documento “Hipótesis para una investigación”, y que se presentó anteriormente en este mismo documento, y la segunda fue utilizada en la cartilla “Cuentas claras” y es un planteamiento similar al de la multiplicación, tenía el siguiente diseño:

$$554 \div 4 =$$

4 x	10	= 40	→	40	→	10
	20	= 80				
Como 554 - 5	40	= 160	→	160	→	40
	80	= 320	→	320	→	80
4 x	1	= 4				
	2	= 8				
	4	= 16				
	8	= 32	→	32	→	8
				520		130
				552		138
				+ 2	y sobran	2
				554		

Tal y como se realizaban las multiplicaciones, para dividir se efectúan las duplicaciones hasta llegar al número más cercano al que queremos repartir (sin pasarse), después se realiza la diferencia entre esa cantidad y la que se ha conseguido, y con el resultado se vuelve a realizar el mismo procedimiento hasta conseguir repartir la mayor cantidad posible.

Pero , al igual que para el resto de las operaciones, el nuevo planteamiento para resolver estas operaciones se ha introducido el sistema multiplicativo para escribir los

números , además de otros cambios más de forma, el nuevo método propuesto es el siguiente:

- a) 10 ~ 40
 20 ~ 80
 40 ~ 160
 80 ~ 320

$$(500 \ 50 \ 4) \div 4$$

b) $(500 \ 50 \ 4) - (500 \ 20) = 30 \ 4$

- c) 1 ~ 4
 2 ~ 8
 4 ~ 16
 8 ~ 32

d) $(30 \ 4) - (30 \ 2) = 2$

e) 34 y sobran 2

Uno de los cambios entre ambas propuestas – además de la escritura de números - es muy clara a primera vista pues se dejan de utilizar los símbolos de multiplicación (x) y los del igual (=) y se sustituyen por el \sim símbolo el cual normalmente es utilizado en geometría para indicar la palabra semejante con, o en otras ocasiones equivalente a. Podríamos pensar que es para generar en el adulto un sustituto del pensamiento que se presentaba al comienzo, si a cada uno le entrego ... entregaría... , y no crear confusiones con la multiplicación, sin embargo no es claro en el documento. Una segunda observación es la eliminación de las flechas así como de la repetición de valores para hacer las sumas parciales que, aunque simplifican el proceso, también crean la necesidad de memorizar los pasos a seguir. Como última observación, en ninguna de las dos propuestas parece muy claro cuál es la solución (el cociente de la división) y el residuo (lo que sobra), pues aunque es lógico por el proceso, en la escritura debería estar más explícito utilizando otro símbolo o colocándolo en otro lugar.

Más allá de una forma de escritura.

Se podría sintetizar lo dicho hasta aquí, sosteniendo que la propuesta de leer como se escribe del autor, pretendía ir más allá de generar una invitación a crear nuevas formas de escritura para el adulto analfabeto que procuraran la no deserción de la escuela una vez

habían tomado la determinación de ingresar, pues los supuestos pedagógicos que se presentan en el mismo producen unos alcances mayores.

La capacidad para tener en cuenta que los procesos de desarrollo de los adultos no son los mismos para todos, que no todos parten del mismo lugar ni siguen el mismo proceso en cada etapa de su aprendizaje, así como la disposición a entender que existen diferentes caminos, que no tienen por qué ser lineales, para lograr un objetivo, generan una reflexión acerca de la enseñanza y el aprendizaje que fue aterrizada en una propuesta la cual buscaba partir de los elementos y saberes que el adulto ya posee, para potencializarlos y crear la posibilidad de crear nuevas formas de resolver algoritmos que, aun pudiendo utilizar elementos de los métodos tradicionales que ayuden al educando a resolver situaciones matemáticas, generaran formas de aprendizaje que permitieran difundir un proceso de comprensión basado en el razonamiento y el análisis para conseguir un resultado, y no en la memorización de técnicas sin entendimiento del proceso.

Al mismo tiempo resulta importante destacar la trascendencia del papel del maestro, pues con este trabajo Mariño no tenía la intención de crear otra cartilla que “ dijese” a los maestros como hacer el trabajo con sus estudiantes sino que, a lo largo del documento, el autor pretende continuamente que sea el maestro quien observe y estudie los conocimientos ya adquiridos por los educandos y los emplee para crear nuevas formas de producir conocimiento que le permitan pasar a nuevas etapas en su proceso de aprendizaje. Para ello el autor propone como fundamental la tarea de que también los maestros deben ser capacitados para realizar estos procesos y hacer posible el cambio.

En resumen, este trabajo muestra que, a través de la reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de los maestros y estudiantes, es posible generar nuevas formas de conocimiento y, desde el punto de vista didáctico, cómo los conocimientos previos permiten inventar y cambiar las formas de enseñanza tradicionales.

EL DIBUJO ESPONTÁNEO Y LA CONCEPCIÓN DEL ESPACIO EN LOS ADULTOS DE LOS SECTORES POPULARES.

Mientras Germán Mariño investigaba acerca de las formas de operar matemáticamente del adulto analfabeto, se dio cuenta de que había otros aspectos de las matemáticas que faltaban por indagar como lo relacionado con el pensamiento geométrico, así que siguiendo las investigaciones realizadas por Piaget sobre el tema, en 1993 publica este documento acerca de los elementos geométricos que el adulto popular utiliza en sus dibujos espontáneos y la concepción del espacio que posee, ampliando de este modo su investigación acerca de los saberes previos matemáticos que el adulto tiene como consecuencia de su quehacer diario.

El propósito de Mariño es entonces comprender de qué manera el adulto de los sectores populares crea conocimiento y genera unos códigos¹⁵ propios que utiliza para resolver situaciones cotidianas que requieren de este tipo de pensamiento, con la intención de descubrir dichos conocimientos para que los maestros y maestras, tanto del dibujo

¹⁵ German Mariño (1993) aclara el sentido que le da a la palabra código diciendo que “Ciertamente el código parece hacer referencia aquí a una convención individual; sin embargo en la medida en que se detecta la tendencia de usarlo por parte de muchos adultos populares, es decir que aparece frecuentemente, cobra una acepción que trasciende lo estrictamente individual. Se convierte-inconscientemente- en una especie de “común denominador social” (p.95).

técnico como del dibujo artístico, los consideren y plasmen en sus propuestas de enseñanza y aprendizaje. Para ello, el principio pedagógico que se reivindica es el diálogo de saberes, a través del cual se reconoce lo que el adulto ya sabe, aunque lo sepa de otro modo, y dialogue con el conocimiento más formal que se puede adquirir en la escuela para que haya un encuentro de saberes y ambos, los “informales y los formales”, se amplíen y enriquezcan.

El proceso llevado a cabo para la investigación no puede clasificarse en un tipo de metodología por tratarse de una creación propia basada en lo histórico, en Piaget y en los propios descubrimientos, al respecto Mariño (1993) afirma que

Como procedimos nosotros es una respuesta que nos atrevemos a bocetar fundamentalmente solo después de haberlo hecho “a posteriori”. El camino que empleamos, creemos, tiene por lo menos tres componentes: la historia del dibujo, íntimamente ligada a la historia del arte y tangencialmente a la historia de los mapas (cartografía); los modelos piagetianos, articulados a la reflexión psicogénesis-historia de la geometría y un tercero, que al no encontrarle un mejor nombre hemos llamado “lectura de lo obvio” y que está “inspirado” en el trabajo que sobre lo popular han hecho pintores como Beatriz González¹⁶ (p. 19).

Respecto al uso del enfoque histórico, al igual que en las investigaciones acerca de la operatividad matemática del adulto analfabeto, tiene su justificación en las coincidencias encontradas entre las formas espontáneas que utiliza el adulto y las estructuras elaboradas por otras sociedades en otras épocas (como por ejemplo en el modo de multiplicar del adulto y de los egipcios), que para el caso de esta

¹⁶ Se refiere aquí a la pintora, historiadora y crítica de arte santandereana Beatriz González, que se caracterizó por apoyarse en la cultura popular para crear sus obras.

investigación, lo descubierto fue que al dibujar de manera espontánea el adulto de los sectores populares empleaba códigos similares a los utilizados en las ilustraciones medievales (como las desproporciones) y los usados por pintores del siglo XX (diferentes puntos de vista), los cuales a su vez usaban parámetros de los pintores del siglo XV, lo que produce que no haya una linealidad pero en todos existan códigos comunes como por ejemplo la simultaneidad espacial.

Con relación a la teoría de Piaget en la metodología, Mariño (1993) puntualiza que, en la segunda parte de la investigación, para conocer la comprensión el espacio del adulto, se utilizaron una serie de pruebas geométricas adaptadas de los modelos piagetianos, utilizando en esa fase dibujos que fueron elaborados expresamente para la investigación, al contrario que con los dibujos presentados de la primera parte los cuales provienen de tres fuentes diferentes: los dibujos de los barrios donde vivían los adultos populares de Medellín que participaban en el programa CIPACU del SENA regional de Antioquia; los dibujos de las casas de los adultos de la primaria nocturna del Colegio Claretiano de Bosa; y por último dibujos hechos por damnificados de Armero que se encontraban realizando un trabajo con el CINEP y la Fundación PROCO.

En cuanto a lo que el autor denomina “lectura de lo obvio” se refiere a la interpretación de los dibujos teniendo en cuenta la parte subjetiva que se está plasmando al dibujar sin darnos cuenta, como por ejemplo dibujar una figura de mayor tamaño entre otras de igual tamaño porque para nosotros es más importante. Los aspectos en los que realizaron esa lectura fueron la perspectiva, las proporciones y la simultaneidad.

Teniendo en cuenta lo anterior, es posible que la metodología llevada a cabo sea una evidencia de la búsqueda de nuevos caminos de investigación que llevaran a la pluralidad para realizar nuevos descubrimientos y no a la descripción de un método específico, como el científico, para generar conocimiento, además de encontrar una forma de investigar que permitiera realizar aportes teóricos a la educación popular a partir de uno de los principios básicos de su propuesta pedagógica, el diálogo de saberes.

Por último cabe señalar que, aunque no se trata de uno de los objetivos principales de la investigación, también se plantea una propuesta didáctica para que, teniendo en cuenta los conocimientos previos del adulto de los sectores populares, se incluyan en la enseñanza del dibujo. Con dicha propuesta el autor no busca crear un método o una forma de “hacer las cosas” sino dar algunas estrategias e ideas a partir de las cuales se puedan establecer nuevas formas de enseñanza y aprendizaje.

Diferentes “puntos de vista” en el dibujo espontáneo.

En la primera parte del documento se realiza el análisis a los dibujos espontáneos de los adultos. Para este estudio, Mariño separa su explicación en los distintos conceptos encontrados y elabora también un recorrido histórico del mismo para ayudar a comprender su uso en el dibujo.

El primero de estos conceptos es el de la perspectiva, la cual ha sido utilizada para dibujar desde épocas antiguas aun sin tener conocimiento de su fundamentación teórica. En el recorrido a lo largo de la historia que hace el autor, comienza reconociendo en los

egipcios que las figuras aparecen representadas de perfil y que el tamaño de las figuras viene dadas no por el tamaño que pudiesen tener en la realidad sino por la importancia con la cual se querían simbolizar, de los dibujos de los Asirios reconoce que se muestra la perspectiva de forma que lo que esté encima de una figura significa que se encuentra detrás, y en los griegos de manera oblicua, por lo que parece estar todo el dibujo en el mismo plano pero al mirar de perfil la imagen se proyecta de manera oblicua.



Figura 1. Pinturas de la tumba de Nebamun (XVIII dinastía)
Recuperado de: <http://www.arteiconografia.com/2012/12/la-tumba-de-nebamun.html>

Para hacer referencia a la invención de la perspectiva matemática, el autor hace alusión a Brunelleschi y su técnica revolucionaria para pintar la perspectiva utilizada a partir del siglo XV (ver Figura 2) la cual consistía en “levantarla - la perspectiva- con la planta y el perfil y por medio de la intersección¹⁷” (Bonet, 2014, p.32) y representar pictóricamente con exactitud matemática la realidad visual.

¹⁷ Con la prueba de su método de visión lo que quería demostrar Brunellechi era cómo la vista del observador de un panorama podía coincidir exactamente con el de la perspectiva. Esta prueba consistió en

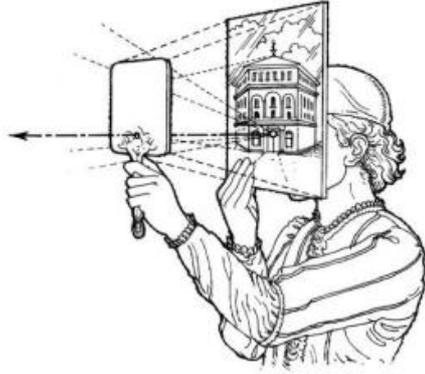


Figura 2. Método de empleo de la tabla del Baptisterio

Recuperado de: <http://www.uv.es/mahiques/ENCICLOPEDIA/BRUNELLESCHI/perspectiva.pdf>

Este procedimiento se extendió rápidamente por los pintores de Florencia de la época renacentista como se muestra en la obra de Masaccio o Ucello que, al aplicar las matemáticas de la perspectiva superaron la bidimensionalidad de lo pictórico.

utilizar con su mano derecha una pequeña tabla que representaba el monumento arquitectónico que se encontraba enfrente, la tabla que retrataba el Baptisterio visto al revés tenía en su centro un minúsculo agujero cónico del tamaño de una lenteja a través del cual Brunellechi miraba a un espejo de metal bruñido, que manejado por su alargado brazo derecho, reflejaba la imagen invertida del Baptisterio, tal como la percibía en realidad su ojo fijo desde el punto en que él estaba colocado (Bonet, 2014, pp.32 -33).

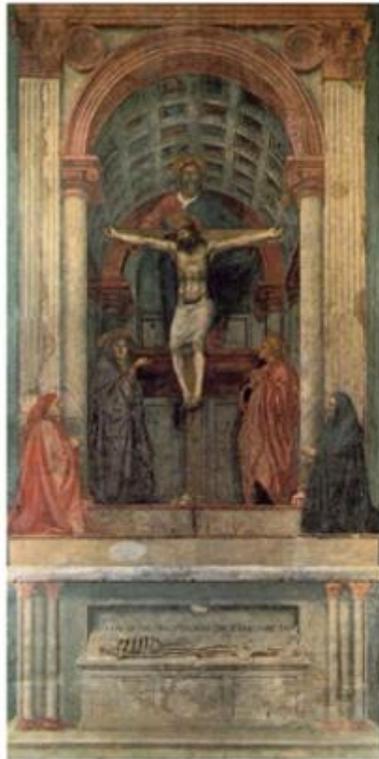


Figura 3. La Trinidad (Masaccio, 1428)

Recuperado de: <http://dibujojosejuan.blogspot.com.co/2012/05/la-trinidad-de-masaccio-y-la.html>

Siguiendo con los pintores italianos, Mariño hace relación a la perspectiva atmosférica de Leonardo Da Vinci, según la cual a partir de la lejanía, la graduación de los tonos y la difuminación de los contornos se producía la profundidad o tridimensionalidad de un cuadro pictórico. Otros pintores de la escuela flamenca, como Jan Van Eyck, también utilizaban la perspectiva a través de las tonalidades pero con un especial detalle en las texturas, en el aspecto de los diferentes materiales y en la calidad de la luz para recrear la profundidad del espacio (Bonet, 2014).



Figura 4. La Gioconda (Da Vinci, 1519)

Recuperado de: <http://www.parisbestlodge.com/jocondeEN.html>



Figura 5. El matrimonio Arnolfini (Van Eyck, 1434)

Recuperado de: <http://arteinternacional.blogspot.com.co/2011/02/jan-van-eyck-1390-1441.html>

Ya en la primera mitad del siglo XX, el autor se refiere a Cezanne para hablar de la perspectiva plana ya que este pintor, al colocar los objetos unos encima de los otros de manera que los planos horizontales no siempre coincidían, generaba la creación de diferentes perspectivas en una misma obra. Esto se convertiría en el origen del cubismo del cual Picasso fue el máximo representante, y supuso un rompimiento total con la perspectiva tradicional ya que en sus obras utilizaba la superposición de diferentes tipos de vistas para crear no solo diferentes puntos de vista en un mismo cuadro, sino también en una misma figura.

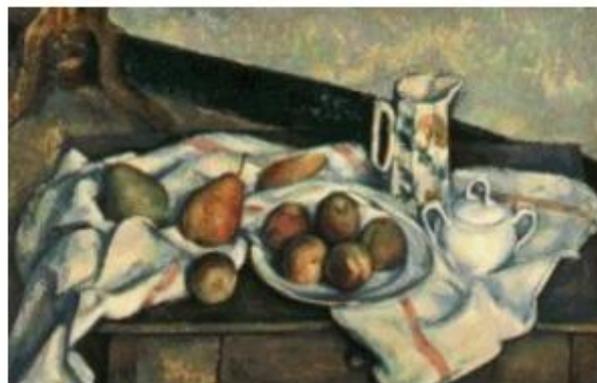


Figura 6. Melocotones y peras (Cezanne, 1888)

Recuperado de: <http://alerce.pntic.mec.es/pong0000/doc06-mundo.htm>



Figura 7. El Guernica (Picasso, 1937)

Recuperado de: <http://www.elmundo.es/especiales/2011/10/cultura/guernica/grito.html>

Tomando como referencia los distintos de tipos de perspectivas utilizados a lo largo de la historia de la pintura y el dibujo, Mariño reconoce en los dibujos espontáneos varios elementos característicos de este concepto a través de los cuales el adulto popular creaba sus propios códigos para representar el espacio, encontrando similitudes entre los utilizados en los diferentes momentos históricos así como los usados en la actualidad en la geometría descriptiva¹⁸ del dibujo técnico.

A continuación se muestran los códigos encontrados por el autor con ejemplos de los dibujos utilizados por el autor como fuente de investigación:

La perspectiva jerárquica es aquella en la cual las figuras representadas se disponen por tamaños según su relevancia e importancia tal y como se utilizaba en el arte egipcio. En el adulto popular parece que, del mismo modo, cuando algo tiene mayor importancia para el dibujante esto será representado con un tamaño mayor al correspondiente en la realidad, de manera que el adulto no utiliza las dimensiones de los objetos para darle

¹⁸ Se refiere a la parte de la geometría dedicada a la representación de lo tridimensional en dos dimensiones esto es, se encarga de proporcionar los fundamentos y principios para resolver y comunicar los diferentes elementos en el espacio (puntos, rectas, superficies planas o curvas, sólidos o volúmenes) a partir de proyecciones ortogonales sobre una superficie plana (Clemens, O'Daffer & Cooney, 1984).

profundidad al dibujo sino para señalar la importancia de las figuras, tal y como se muestra en la Figura 8, en donde se representa una casa de dos pisos y el perro de la familia tiene el tamaño del primer piso.

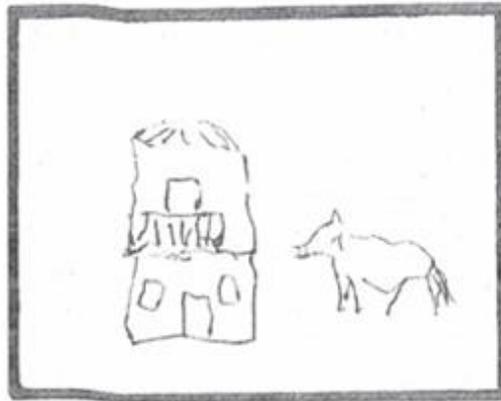


Figura 8. Ejemplo de dibujo de perspectiva jerárquica

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

La perspectiva escalonada en varios planos es en la que, según queramos dibujar un objeto más arriba o más abajo, deberemos variar la altura de las líneas del horizonte, las cuales marcan la altura de los ojos del espectador. Como se muestra en la Figura 9 la línea detrás de las mujeres forma la visión de lo que está detrás.



Figura 9. El día de la cruz (Zelié Lardé, 1966)

Recuperado de: <http://www.laprensagrafica.com/amp/2017/02/05/las-luces-a-las-que-crio-salarrue>

En su investigación, Mariño encontró que este tipo de perspectiva se utilizaba para expresar profundidad de manera yuxtapuesta, esto es para dibujar lo que estaba al fondo o detrás de algo, el adulto lo colocaba encima de lo que estaba delante, como en el ejemplo siguiente (Figura 10) en el cual las casas que se encuentran arriba en la realidad se encontraban detrás de las primeras.

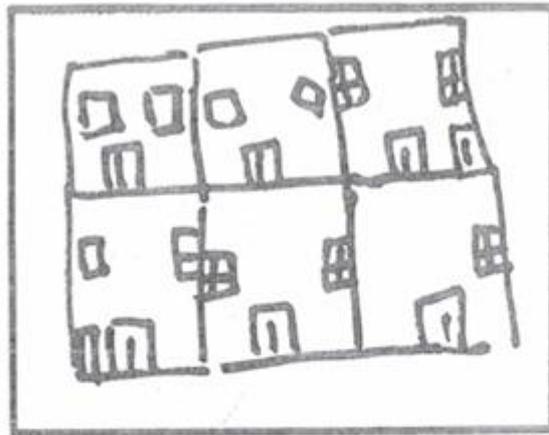


Figura 10. Ejemplo de dibujo de perspectiva escalonada

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

En la perspectiva clásica la profundidad se creaba a partir de un punto de fuga hacia el que tendían a converger las rectas paralelas al plano del cuadro, y partir de este concepto fueron surgiendo nuevas formas de representar la profundidad como vimos con otros pintores, hoy en día, a esta representación de lo tridimensional se le denomina perspectiva cónica¹⁹, en la que según la posición que adopte el espectador, se pueden distinguir tres tipos de perspectivas:

¹⁹ Recibe este nombre por el hecho de que todas las líneas de proyección parten de un punto a modo de cono.

La perspectiva frontal, utiliza un solo punto de fuga principal de manera que una de las caras principales del objeto es paralela al plano de proyección y dos de sus ejes principales son paralelas al plano de proyección.

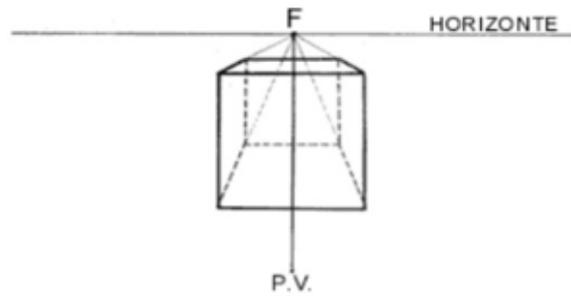


Figura 11. Dibujo perspectiva frontal

Recuperado de: <http://harris-dibujotecnicopectivas.blogspot.com.co/>

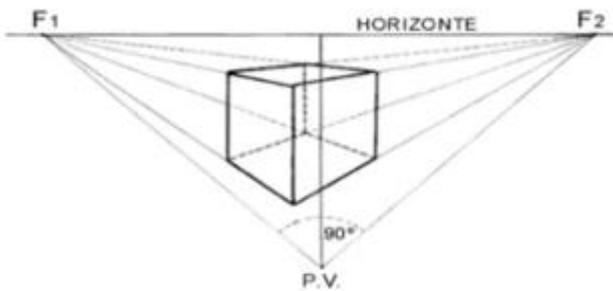


Figura 12. Dibujo perspectiva oblicua

Recuperado de: <http://harris-dibujotecnicopectivas.blogspot.com.co/>

La perspectiva oblicua se obtiene cuando el plano de proyección es paralelo solamente a uno de los tres ejes principales del objeto. Las rectas con esa dirección se verán realmente paralelas en el

dibujo.

La perspectiva aérea es en la cual se utilizan tres puntos de fuga y ninguno de los tres ejes principales del objeto es paralelo al plano de proyección.

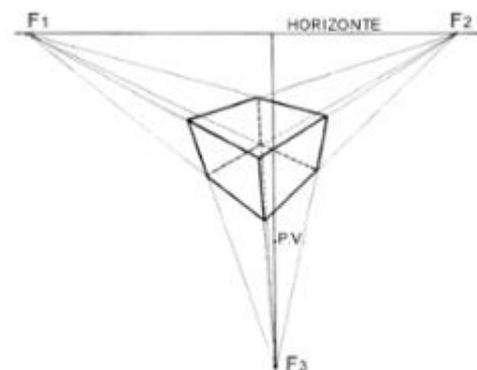


Figura 13. Dibujo perspectiva aérea.

Recuperado de: <http://harris-dibujotecnicopectivas.blogspot.com.co/>

Sin embargo, Mariño descubrió que el adulto popular utilizaba en sus dibujos diferentes formas de representar esta profundidad como el uso de líneas verticales, tal y como se puede observar en la Figura 14, en donde la carretera del barrio es representada a partir de dos líneas verticales por las cuales circulan los carros.



Figura 14. Ejemplo de dibujo con profundidad vertical

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

Y también a partir del uso de diferentes puntos de vista, como en la Figura 15 en la que se muestra la lectura de las casas desde un lado, por ejemplo el derecho y luego desde el otro, al tiempo que realiza la profundización con líneas verticales como visto desde arriba.

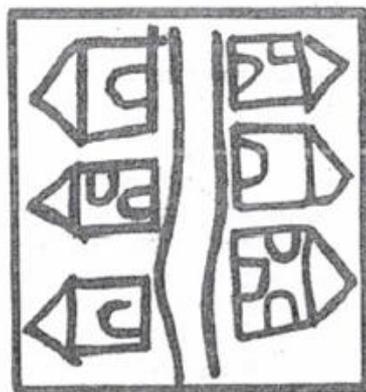


Figura 15. Ejemplo de dibujo con diferentes puntos de vista

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

Así como también lo planteado en la Figura 16, en donde, a través del uso de las rotaciones de 90 ° y proyecciones sobre rectas ortogonales, se crea la profundidad a

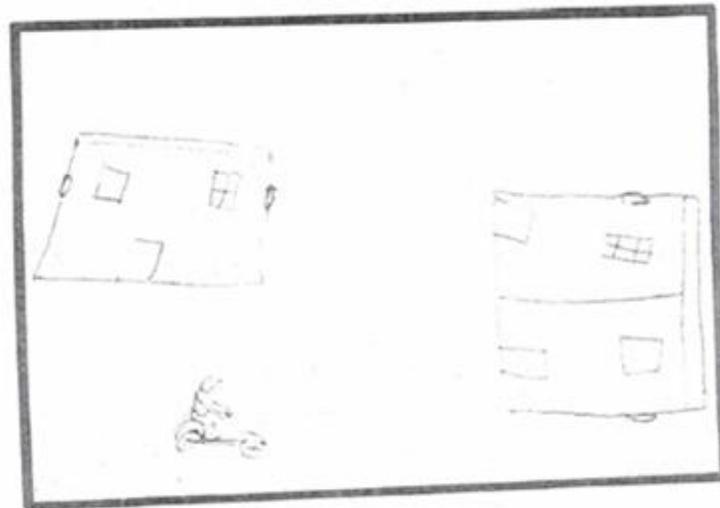


Figura 16. Ejemplo de dibujo con rotaciones

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

través de “acostar” las figuras pero utilizando diferentes puntos de vistas.

En definitiva Mariño concluye que, respecto al concepto de la perspectiva, el adulto popular, al igual que los cubistas utiliza en sus dibujos diferentes puntos de vistas para representar la realidad y que no sigue el concepto de la perspectiva clásica de dibujar a partir de un solo punto de fuga, aunque hay algunos adultos que también se acercan a ésta como en el ejemplo de la Figura 17, lo que implica que no todos utilizan los mismos códigos y que además pueden ser utilizados de manera simultánea o ser modificados como en la Figura 18 en la que la silla se encuentra en perspectiva y la cama aparece dibujada con otro código.



Figura 17. Ejemplo de dibujo con perspectiva clásica

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

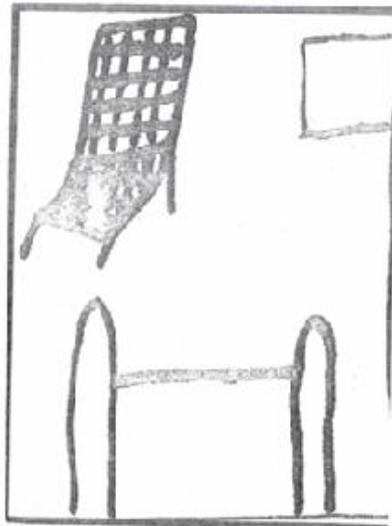


Figura 18. Ejemplo de dibujo con códigos simultáneos

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

Todo lo anterior ocasiona entonces que para Mariño la perspectiva se convierta en un “código arbitrario que de ninguna manera resulta indispensable para representar el espacio” (Mariño, 1993, p.15).

Varios códigos en un mismo dibujo.

El segundo concepto sobre el que trabaja el autor es la simultaneidad entre códigos, es decir en la capacidad de representar en un solo dibujo varias de las reglas sobre elementos espaciales que se utilizan, y reconoce en el dibujo del adulto popular dos tipos de simultaneidades:

1. Lo que se sabe (se ha visto) en un solo dibujo: en el cual el adulto dibuja no sólo lo que puede ver (realismo visual) sino también lo que conoce a cerca de lo que está viendo (realismo intelectual). En el dibujo de la figura 19 se puede observar que la cama está dibujada teniendo en cuenta cinco sitios distintos, desde arriba y los cuatro costados.

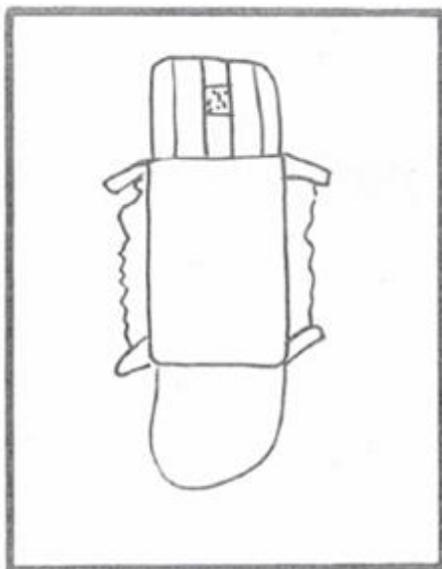


Figura 19. Ejemplo de dibujo Lo que se sabe

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

2. Lo visible y lo invisible: se trata de representar el interior y el exterior de lo que se está dibujando. En el ejemplo de la Figura 20 se muestra la casa de uno de los estudiantes por fuera, y también la parte de adentro, de manera que se muestra en palabras del autor

como “transparente” (Mariño, 1993, p.99). Además de este incorporar en el dibujo lo de adentro también se podría incluir en el análisis que está implementado parte de los códigos de la perspectiva, pues de manera escalonada, está mostrando donde se encuentra la cocina (detrás de la puerta) y el lavadero y la pieza (detrás o quizá en una proyección ortogonal) de la cocina.



Figura 20. Ejemplo de dibujo Lo visible e invisible

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

Si guiendo con esta idea de utilizar diferentes códigos en un mismo dibujo, Mariño también encontró que en sus dibujos el adulto además de utilizar distintos códigos simultáneamente tal y como se muestra en el ejemplo de la Figura 21 en la cual se pueden observar una profundidad integrada verticalmente y diferentes vistas integradas en el dibujo de la cama además de la perspectiva clásica en la mesita de noche que tiene un punto de fuga, también utilizaba sus propios códigos al tiempo con los adquiridos, como muestra la imagen de la Figura 22 en la que el dibujo ya muestra lo visible y lo invisible desde dos puntos de vista diferentes pues está representando la tridimensionalidad como la percibía en su trabajo, ya que quien dibujó la casa trabajaba en la construcción.

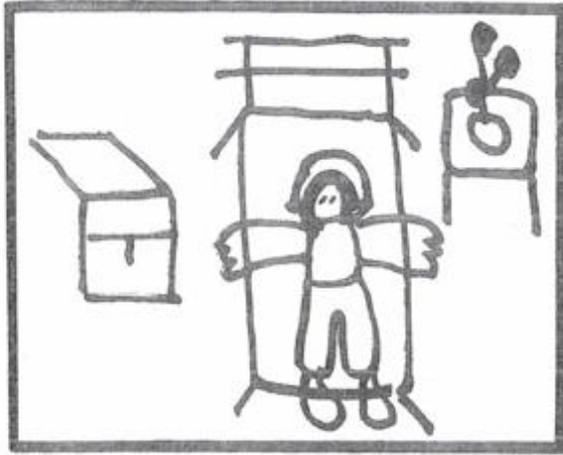


Figura 21. Ejemplo de dibujo códigos simultáneos II

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

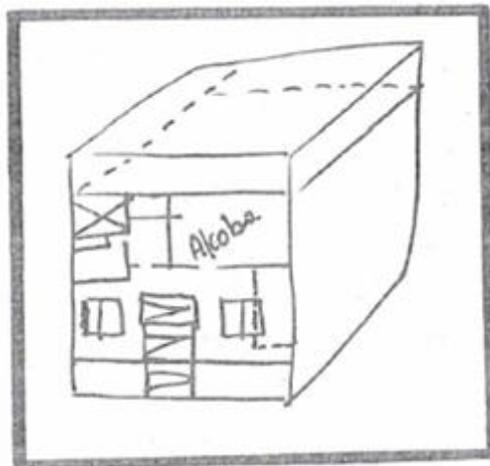


Figura 22. Ejemplo de dibujo códigos simultáneos III

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

En relación con el enfoque histórico de la investigación, Mariño relaciona la simultaneidad expresada por el adulto popular con la utilizada en las ilustraciones medievales en donde se representaban en un mismo dibujo varios acontecimientos, como en la de la Figura 23 o también varias vistas de un mismo objeto como las representadas en la Figura 24 en donde se ve la torre de frente y también la parte de arriba de la torre (que no se vería desde una vista frontal).



Figura 23. Miniatura de las Cantigas de Santa María (S.XIII)
Recuperado de: <http://www.artehistoria.com/v2/contextos/7355.htm>



Figura 24. Ilustración de Bible Historiale (Guyart des Moulins, S.XIV)
Recuperado de: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b84581379/f9.image>

Desproporciones.

Al igual que para el concepto anterior, para el tercero analizado por el autor, las proporciones, hay una semejanza con las ilustraciones realizadas en la edad media, en las

cuales tal y como se muestra en la Figura 25 los personajes con mayor importancia en el dibujo son representados con un tamaño desproporcionado con respecto a la realidad.



Figura 25. Ilustración del Livre du Trésor (Yates Thompson, S.XV)
Recuperado de: <http://www.bl.uk/catalogues/illuminatedmanuscripts/record.asp?MSID=8217>

Del mismo modo, el adulto popular parece mostrar una desproporción en sus dibujos aumentando o disminuyendo los objetos que aparecen en sus dibujos y para el autor existen dos hipótesis que pueden explicarlo; una en la que el uso de imágenes ya concebidas como estereotipos (por ejemplo el de una casa) los dibuja del tamaño como los conoce y se desproporcionen respecto a los de la realidad, y una segunda que para el autor es la más probable en la que

La desproporción es un indicador de la importancia que el adulto le concede al objeto. Lo hace porque significa mucho para él y así quiere manifestarlo. Hay allí una expresión de la subjetividad, todo un sesgo que nos permite conocer la afectividad. Le interesa más expresar su visión de la realidad que imitarla” (Mariño, 1993, p.104).

Y se basa para creer más en esta segunda hipótesis en que, aunque no todos los adultos tienen porque utilizar esta subjetividad o incluso no ser consciente de ello, sí

parece que puede utilizar la proporción cuando se lo propone, al mismo tiempo que usa la desproporción.

En el dibujo de la Figura 26 se muestra como al mismo tiempo que se dibujaron las flores a un tamaño más grande de lo normal, las sillas que se dejan ver en la

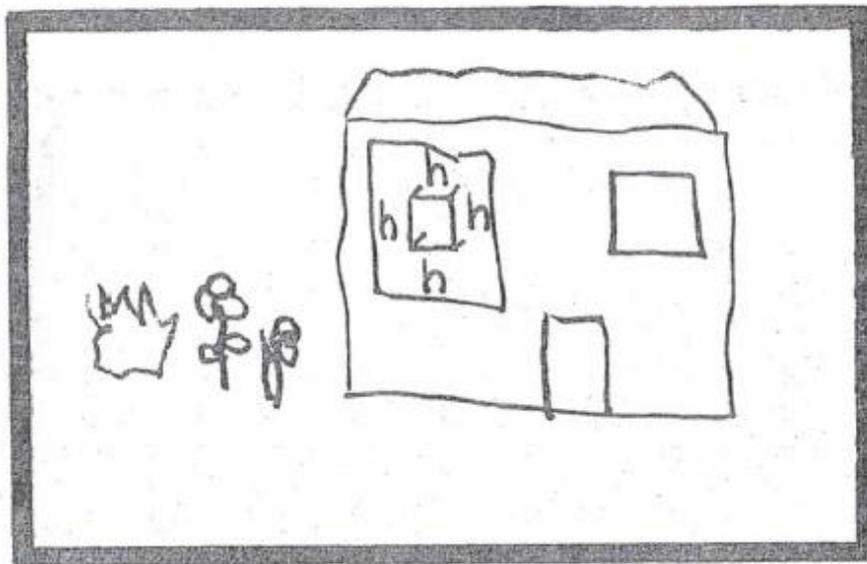


Figura 26. Ejemplo de dibujo con desproporciones.

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

ventana son proporcionadas a la mesa (Mariño, 1993).

Los dibujos estereotipados.

Un cuarto elemento encontrado por el autor en su investigación, es la utilización de ciertos dibujos invariables y estándar a los que Mariño (1993) denomina “esquemas” (p.114), los cuales utiliza de manera recurrente independientemente de si se parecen o no al objeto que quieren imitar de la realidad. El uso de estos estereotipos se muestran en los dibujos del adulto siguiendo tres estrategias diferentes: la multiplicación (repetición), el

enriquecimiento (sofisticación del estereotipo) y el cambio de tamaño (físico o de jerarquización).

En el dibujo de la Figura 27 se puede observar cómo todas las estrategias convergen en un solo dibujo generando de nuevo la coexistencia de diferentes códigos, en este caso los esquemas, en una misma representación: Se pueden observar los estereotipos repetidos del dibujo de una casa, pero utilizando diferentes tamaños (las casas del centro y las de los lados) además de que existen algunas diferencias en el diseño como representar el tejado con color y lo que parecen ser tejas, así como la incorporación de dos puertas laterales lo que hace darle más importancia al vista del cuadro.



Figura 27. Ejemplo de dibujo con estereotipos.

Fuente: Mariño, G. (1993). El dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares.

Recomendaciones didácticas.

Mariño expone de manera muy clara al comienzo de esta parte del documento, que la propuesta didáctica para trabajar los conceptos del dibujo técnico y artístico, así como los

materiales necesarios para la educación comunitaria, debe ser una tarea colectiva de manos de los educadores de adultos, pero aun así realiza una propuesta para encaminar dicha tarea.

Para ello es importante señalar que el autor resalta unos supuestos pedagógicos antes de presentar sus sugerencias didácticas: a) no todos los adultos se encuentran en el mismo nivel de expresión y comprensión de espacio; b) la edad, género y tipo de trabajo pueden ser determinantes de sus habilidades, y c) por todo lo anterior las recomendaciones sugeridas no pueden llevarse a cabo de manera mecánica (Mariño, 1993).

Acerca de la enseñanza del dibujo técnico, Mariño sugiere una propuesta de enseñanza que podríamos resumir en cuatro fases: una primera en la que el adulto solo tendría que dibujar lo que ve del objeto a dibujar, esto es, lo visible, aunque, teniendo en cuenta sus conocimientos previos, se le permitiría dibujarlo utilizando diferentes vistas simultáneas, tamaños y proyecciones; una segunda fase en la que se dibujaría solo lo invisible; una tercera en la que ya se pediría realizar los dibujos de las fases anteriores pero utilizando las proporciones que corresponden con la realidad; y una cuarta fase en la que ya se pasaría a introducir el resto de elementos geométricos básicos en una capacitación sobre dibujo técnico.

Siguiendo los principios pedagógicos que caracterizan a la educación popular y siendo coherente con sus descubrimientos, Mariño sugiere que la propuesta pedagógica se base en los saberes previos que el adulto posee, sin buscar romperlos sino haciéndolos tomar conciencia de ellos para seguir aprendiendo, por ello la enseñanza de la perspectiva

clásica no le parece un concepto imprescindible al autor, sino más bien una ampliación del conocimiento que se podría dar en el momento oportuno para cada estudiante.

Respecto a la propuesta para el material visual que se utilizaría con el adulto, la sugerencia es crearlo teniendo en cuenta los códigos usados por los educandos y no utilizar aquellos a los que el maestro, por su formación, está acostumbrado, es decir lo más acorde sería incluir material con proyecciones ortogonales, uso de diferentes puntos de vista y no incluir en un principio la perspectiva clásica con un solo punto de fuga (Mariño, 1993). Además de lo sugerido por el autor, se podría pensar en incluir materiales en los que se incluyeran los diferentes modelos de estereotipos (simples y sofisticados) que utilicen los educandos, así como imágenes en los que el tamaño determine la importancia de los dibujos representados que ellos mismos tengan que interpretar.

Concepción del espacio.

En la segunda parte del documento, el autor muestra cómo, tras el análisis del dibujo en el plano, se realizó un estudio de la concepción espacial desde cinco categorías como referentes: lo topológico, lo intrafigural e interfigural, el espacio proyectivo y el espacio euclidiano. Para ello el autor va describiendo las actividades planteadas para cada análisis y expone sus hallazgos al respecto.

Antes de explicar sus descubrimientos sería importante señalar que el análisis realizado por el autor corresponde a una observación de lo que Castro Bustamante (2004) denominaría “espacio total” pues no solo tiene en cuenta el espacio euclidiano, es decir lo

relativo al mundo de las medidas, las distancias o los ángulos, sino que incorpora los aspectos proyectivos y topológicos que se configuran en unión con lo euclidiano.

Lo anterior corresponde a los principios pedagógicos por los que se rige Mariño y la psicogenesis del espacio de Piaget puesto que en la obra “La representación del espacio en el niño” J. Piaget y B. Inhelder de 1948 defienden que:

[...] el análisis geométrico abstracto tiende a mostrar que los conceptos fundamentales del espacio no son de manera alguna euclidianos, sino ‘topológicos’. Es decir, basados enteramente en correspondencias cualitativas o ‘bicontinuas’ que involucran conceptos como proximidad y separación, orden y encerramiento. Y, ciertamente, encontraremos que el espacio del niño, que es esencialmente de carácter activo y operacional, invariablemente comienza con ese tipo simple de relaciones topológicas mucho antes que se haga proyectivo o euclidiano (Piaget & Inheker, citado en MarKarian,2008)

A continuación se expondrán las conclusiones descubiertas por el autor para cada una de esos elementos del espacio:

1. Lo topológico estudia las propiedades de los cuerpos geométricos que permanecen inalterables a pesar de sufrir transformaciones, como por ejemplo lo que ocurriría si realizáramos un dibujo en una goma elástica, la podríamos estirar, deformar y apretar (sin llegar a romperla) y el dibujo mantendría propiedades topológicas porque, aunque por ejemplo las distancias no se mantienen, otras propiedades como el de orden o el de frontera sí se mantienen.

Mariño, con actividades de reconocimiento de formas a través del tacto (percepción háptica), descubrió al respecto que el adulto popular podía representar dibujos donde se conservaban las propiedades topológicas y las euclidianas, ya que tras dibujar un triángulo cerrado y con tres lados “ de haberse percibido solo topológicamente, a un triángulo bien le podrían corresponder 4 o 5 ángulos y 4 o 5 lados, transformación que sería ' correcta' (topológicamente) en la medida en que seguía siendo una línea cerrada” (Mariño, 1993,p.151).

2. Lo intrafigural hace referencia a aquellas relaciones que se establecen entre un cuerpo o una figura geométrica y las partes que lo constituyen, tales como lados, caras, vértices o ángulos y lo interfigural estudia las relaciones que permiten comparar los cuerpos y figuras geométricas entre sí, estableciendo diferencias, semejanzas y analogías.

Para estudiar este aspecto del espacio, Mariño realizó actividades en las que el adulto debía pasar de uno a otro a partir de señalar el lugar en el que una persona debía colocarse para quedar a la misma distancia de la puerta y la ventana del salón (punto equidistante respecto a dos puntos) y después otra actividad en la que debían identificar que en un círculo todos los puntos equidistan del centro. Descubrió que todos los adultos que realizaron las actividades lograron responder con exactitud, llegando a dos conclusiones, que el adulto ya superaba la fase intrafigural y no podía pasar la interfigural y que esto (el paso espontáneo de uno a otro) se debía a los desarrollos que se dan en su práctica cotidiana.

3. El espacio proyectivo es aquel que comprende las representaciones de las transformaciones, en las cuales, las longitudes y los ángulos experimentan cambios que

dependen de la posición relativa entre el objeto representado y el objeto que lo plasma. Su observación depende de la distancia de observación y del ángulo visual, y lo que se busca es que sea lo más parecido posible al objeto real, a través de una proyección relativa (Clemens et al, 1998).

Mariño analizó este elemento utilizando varias actividades: la construcción de una línea recta proyectiva a partir de la colocación de fichas de parkés, una en cada extremo de una mesa cuadrada, y realizando movimientos con las fichas en los lados opuestos, la cual fue resultó sin mayores problemas por parte de los adultos; otra actividad en la que debían anticipar la forma de un objeto a través de la sombra proyectada del objeto, en esta actividad no hubo problemas de acierto hasta que no se movieron los ángulos de giro, los cuales generaron dificultades en algunos de los educandos, o se usaron figuras no tan cotidianas para ellos como por ejemplo un cono, del cual casi ninguno de los adultos logro saber que la sombra sería un círculo, aunque Mariño (1993) resalta que al realizar nuevas predicciones ya lo hacían correctamente; otra actividad correspondía a las secciones geométricas, en ella los adultos, a partir de un cono creado con plastilina, debían dibujar el resultado después de generar un corte en el mismo lo que realizaron sin dificultad, esto último implica un mayor grado de abstracción formal ya que pueden imaginar un punto de vista interno; y por último se planteó una actividad en la que primero, a partir de una hoja rectangular doblada por la mitad y, segundo, de una hoja enrollada, el adulto debía predecir que figura se generaría al desdoblar o plegar la hoja, lo que lograron realizar sin dificultades.

4. Paso al espacio euclidiano

El espacio euclidiano trata el estudio y representación de las longitudes, ángulos, áreas y volúmenes de las figuras como propiedades que, ante transformaciones rígidas permanecen constantes.

Para trabajar la parte de la etapa intrafigural desde el concepto de área como superficie, los adultos populares realizaron una actividad en la que a partir de una hoja cuadrada dividida diagonalmente en dos triángulos y otra hoja cuadrada de la misma medida, debían saber responder si, al imaginarse que eran potreros con pasto, en alguno habría más pasto que en la otra. Todos los adultos contestaron correctamente incluso cuando los triángulos se colocaban formando diferentes ángulos o se cortaban formando triángulos de diferentes medidas.

En el estudio del volumen de las figuras, los adultos tuvieron que resolver dos problemas, en el primero debían verter una copa de aguardiente llena de agua en recipientes con distintas formas para saber si había la misma cantidad de agua en cada uno de los recipientes, en todos los casos la conservación del volumen fue obvia para los adultos, pero no lo fue tanto con el segundo problema, en el que tenían que introducir ocho ladrillos para maquetas de manera vertical y uno a uno en un recipiente con agua y marcar hasta donde llegaba el nivel del agua, después debían colocar los mismos ladrillos de dos en dos (generando una pared la mitad de lata) y predecir hasta donde llegaría el nivel del agua, a lo que la mitad de los adultos contestaron que el nivel de agua sería más bajo.

Comentarios finales.

Como se ha dicho con anterioridad, Mariño defiende en esta investigación el estudio de los saberes previos como base para crear un diálogo de saberes entre educador y educando que genere nuevas propuestas de enseñanza y aprendizaje, y para comprender la matemática del adulto popular utiliza una visión histórica o psicogénesis que conlleva a otras implicaciones pedagógicas ya planteadas en el análisis de los textos anteriores, y es que a pesar de que existan coincidencias entre los saberes espontáneos y los utilizados en otras épocas, no se puede pensar que el adulto como individuo reproduce la historia de la humanidad sino que los sujetos, al enfrentarse a los mismo problemas que históricamente se han presentado a la humanidad, plantean respuestas semejantes a las propuestas en otras épocas.

En definitiva, la creación de esta investigación supuso la creación de un documento único en el que, a partir de los modelos de investigación creados por Piaget y sus estudios sobre la concepción del espacio en los niños, se generó no solo una cierta comprensión acerca de la concepción espacial del adulto de los sectores populares, sino también un apuesta política y pedagógica acerca de la importancia de la producción de teoría como un instrumento para conocer el mundo que se quiere transformar, en palabras de Mariño (1993) “ muy poco avanzamos si no somos capaces de producir teoría, obviamente no como mera especulación, sin referentes concretos pero teoría al fin y al cabo es lo único que nos permite mirar la realidad detrás de sus apariencias” (p. 35).

LOS SABERES MATEMÁTICOS PREVIOS DE JÓVENES Y ADULTOS: ALCANCES Y DESAFÍOS.

Este documento forma parte de la publicación *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos* de 1997 editado por la UNESCO-Santiago de Chile, el cual recoge los trabajos presentados en las Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación en Rio de Janeiro entre el 24 y 28 de octubre 1995 en Brasil, organizadas por la Red Regional de Capacitación de Personal y de Apoyos Específicos en los Programas de Alfabetización y Educación de Adultos (REDALF)²⁰

La participación de Mariño en estas jornadas de reflexión y la posterior participación del documento recopilado, tuvo una gran importancia para su época no solo por recoger las experiencias de un proceso regional, sino porque los resultados publicados enriquecieron la Conferencia Regional Preparatoria de CONFINTEA V desarrollada en Brasilia en enero de 1997, la cual sirvió por un lado a la organización para la participación de la región en la V Conferencia Internacional sobre Educación de Adultos celebrada en Hamburgo en ese mismo año, y por otro lado para ampliar los escenarios de la educación de adultos de entonces, ya que allí se confirmó que “ la categoría 'educación de adultos' ya no da cuenta de su referente y que 'educación de jóvenes y adultos' (EDJA) era una denominación más precisa para designar un tipo de educación donde los jóvenes eran la mayoría y un lugar desde donde se pueden generar nuevas oportunidades sociales (UNESCO-CEAAL-CREFAL-INEA, 2000, p.13).

²⁰La REDALF fue constituida siguiendo el mandato de la Primera Reunión del Comité Regional Intergubernamental del Proyecto Principal de Educación en América Latina y el Caribe celebrada en México en 1984, con el propósito de generar las acciones necesarias para la consecución de objetivos de atención prioritaria en el campo de la educación tales como: “asegurar la escolarización antes del año 2000 a todos los niños de edad escolar y ofrecerles una educación general mínima de 8 a 10 años; eliminar el analfabetismo antes del fin de siglo y desarrollar y ampliar los servicios educativos para los adultos; Mejorar la calidad y la eficiencia de los sistemas educativos a través de la realización de las reformas necesarias” (OREALC, 1989, p.2).

En consonancia con este marco parece muy coherente lo presentado por Mariño en este texto, en el cual se recoge la importancia del reconocimiento de los saberes previos en la enseñanza y aprendizaje de los adultos y qué hacer con ellos, también presenta tres experiencias educativas alternativas en las que, a partir del uso de los saberes previos se diseñaron nuevos currículos y diseñaron nuevos materiales de trabajo, elaborando un análisis de las propuestas realizadas. Dichas experiencias están situadas en Colombia, Ecuador y el Salvador.

En cuanto al reconocimiento de los saberes previos de jóvenes y adultos, Mariño explicita que el punto de partida del documento es la reflexión en torno a los mismos y los hallazgos descubiertos, como el uso de algoritmos distintos a los tradicionales y el manejo de diferentes sistemas de notación que no corresponden al sistema posicional. Sin dejar de lado la correspondencia existente entre los resultados obtenidos en las investigaciones de otros países con los hallados en sus trabajos sobre la operatividad matemática del adulto popular, así como también con las sociedades de otros periodos históricos, como pudimos ver en investigaciones anteriores del autor.

Una de las ideas más importantes que nos presenta Mariño en este documento es qué hacer con los saberes previos para no caer en dos situaciones, que a su parecer suelen ser frecuentes, tener una posición populista que solo nos permita trabajar a partir de la admiración de esos saberes hasta el punto de ser los únicos que se tengan en cuenta, ni en un constructivismo que aunque parta de esos conocimientos, solo los utilice para sustituirlos por los nuevos saberes. Para el autor, la forma de abordar los saberes previos en la educación de adultos debe suceder desde dos puntos de vista, uno sociológico y otro antropológico

Sociológico, en la medida en que se parte del presupuesto que desconocer los conocimientos de los adultos es simplemente una actitud altiva y vanguardista, con serias implicaciones en el plano político. Antropológico, porque se tiene como premisa la existencia de la diversidad cultural, lo que inicialmente sólo es claramente aceptado para otras etnias (de ahí, por ejemplo, los trabajos pioneros en etnomatemática) pero que gradualmente se va extendiendo a los grupos campesinos y urbanos marginales, hablándose entonces de culturas populares, las cuales deben ser respetadas y tenidas en cuenta (Mariño, 1997, p.79).

Acorde con lo anterior, se puede ver reflejada en la propuesta de Mariño como premisa pedagógica, uno de los principios de la Educación Popular, el diálogo de saberes, pues al plantear que los diseños de currículos y materiales de enseñanza estén basados en las estrategias utilizadas por los adultos para después generar puentes que desde ahí aporten al aprendizaje de las matemáticas estatuidas, tal y como se presentan en la descripción de las experiencias, el diálogo de saberes se constituye en una negociación cultural en donde ambas partes, educador y educando, se están enriqueciendo a través del intercambio sin pretender alabar los saberes del adulto popular ni tampoco destruirlos para volverlos a construir , como se podrá observar en la descripción de las prácticas recogidas.

Experiencias educativas con saberes previos.

Para Mariño los saberes previos han sido utilizados en distintas experiencias en dos escalas: una pequeña referida al modo de uso que se les ha dado y otra más grande que abarca las propuestas realizadas junto con los ministerios de educación de tres países: Colombia, Ecuador y El Salvador.

Respecto a las primeras, Mariño (1997) hace mención a dos usos comunes que se realizan a nivel micro, una en la que los saberes previos son utilizados como una referencia para que el educador comprenda posibles problemas de aprendizaje que puede encontrar en un educando y los tiene en cuenta para entender por qué, ante una pregunta o la realización de una actividad, un educando puede dar una respuesta extraña o errónea; y otra a la que el autor denomina “postura aislacionista” (p.81) en la que se presentan esos saberes como suficientes para llevar a cabo la enseñanza y aprendizaje del adulto, sin tener en cuenta la conexión de esos saberes con las propuestas de la escuela formal, sobre todo la forma de escritura del pensamiento matemático.

Con respecto a las segundas, a continuación se hará una descripción de lo presentado por Mariño para cada una de las experiencias.

Reelaboración de cartillas en Colombia.

En el caso de este país, analiza las cartillas utilizadas con los adultos en la campaña CAMINA a mediados de los ochentas, las cuales fueron una reelaboración de las anteriores denominadas Leo y Escribo.

Para Mariño (1997), en esta nueva edición de las cartillas, el reconocimiento de los saberes previos no se realiza completamente ya que, en sus palabras “hace reconocer parte de los saberes de los adultos para pasar a plantear sus limitaciones y posteriormente introducir ' el método que nos han enseñado en la escuela'. Y al método instituido le agrega el ábaco” (p.82).Esta conclusión viene dada por el hecho de que al estudiar las nuevas cartillas, el autor encontró que se tomaban como punto de partida los saberes

previos pero no se trabajan con ellos durante mucho tiempo y más bien se utilizaban de manera parcial alejándose de ellos para introducir el método tradicional.

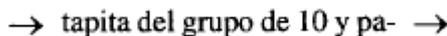
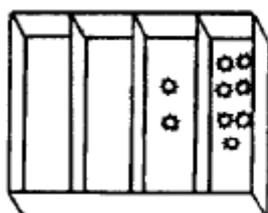
En la Figura 28 se muestra un fragmento de la cartilla analizada por el autor en donde se puede encontrar cómo se tienen en cuenta los saberes previos de los adultos “al sumar para poder restar” pero se distancia de ellos y no utiliza un método de escritura que permita transcribir esos saberes para resolver la resta sino que plantea el método tradicional de desagrupación de la decena “le pido prestado”.

Miremos, por ejemplo, este caso: $27-8$. El método del participante es, más o menos, el siguiente:

de 8 a 10 son 2 más 10
 más 7, a 27, son 19.
 Algunos simplifican así:
 más 17, a 27 son 19.

Para profundizar en o
 ¿Cómo opera matemática
 tificación, Dimensión Edu

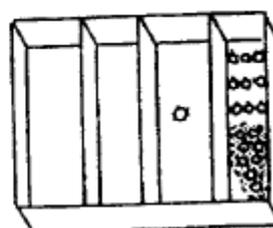
Situación inicial



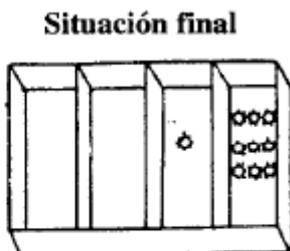
Como no se puede sacar 8 de 7, es necesario sacar una tapita del grupo de 10 y pasarla a la primera fila de la derecha.



Situación intermedia

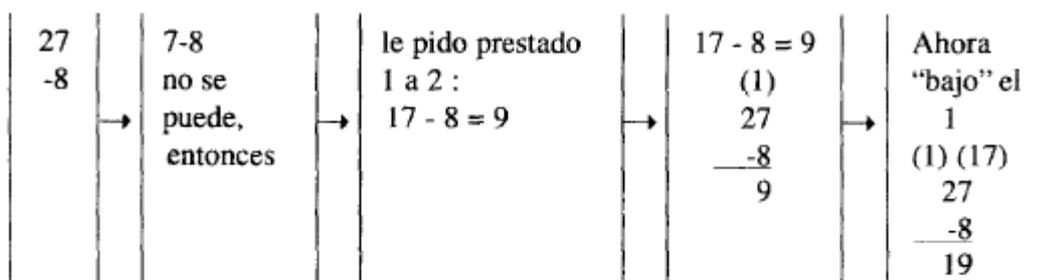


Ahora en la fila de la derecha hay 17 tapitas de las que se sacaron 8.



¿Qué le parece? Haga, Ud. ahora la siguiente operación: $36-7$

Observe como este conjunto ilustra, al pie de la letra y a las mil maravillas, el método que usamos diariamente:



El 1 que se pide "prestado" es la tapita que pasó a la fila de la derecha en el Abaco convirtiéndose en 10 (en el sistema decimal el 1 de la izquierda vale 10 a la derecha y el 10 de la derecha es 1 a la izquierda)

Hay que tener presente que este método, tan difícil de ser entendido cuando se explica sólo con números, es facilísimo con el Abaco .

Sin embargo, no ha llegado aún el momento de presentar a los participantes este método aparentemente tan complicado. Se requiere que los participantes vayan avanzando poco a poco.

Figura 28. Ejemplo de resta, experiencia en Colombia.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

Otro rasgo al cual se hace referencia es el uso del ábaco el cual, según el autor, fue objeto de debate en un encuentro en Medellín en 1990 por ser en su momento una de las innovaciones en el campo de la educación de jóvenes y adultos.

Al respecto, Mariño (1997) declara que existían diversas opiniones acerca del uso ábaco, ya que se podía utilizar como un instrumento que facilitaba el aprendizaje o (posición en la que se sitúa el autor) dado que el adulto opera mentalmente podría verse como una herramienta que supone un regreso a lo concreto, por lo que se pregunta lo siguiente

¿Cuáles son las implicaciones del uso del ábaco sino se tiene en cuenta para nada los algoritmos ya elaborados por el adulto? ¿Se podría utilizar el ábaco para visualizar el sistema posicional-que el adulto no maneja-pero sin “arrasar con los sistemas de notación “espontáneos” (los cuales, son entre otros aditivos y multiplicativos) y los algoritmos previos? Más aun, ¿se podría utilizar el ábaco para visualizar los saberes previos? (Mariño, 1997, p.86).

Las preguntas anteriores hacen posible plantear que tal vez el uso del ábaco no debería verse solo desde dos perspectivas , usarlo o no usarlo, sino más bien pensar en qué situaciones o procedimientos es más conveniente su función y en cuáles no. Sería entonces pensar en su empleo a través de la diferenciación, se podría observar cómo utiliza el ábaco de manera espontánea el adulto- así como se hizo para conocer el uso de las operaciones básicas- ofreciendo tal vez una alternativa al uso que ya conocemos y ser muy útil para aquellos cálculos de más cifras que ralentizaban el método espontaneo del adulto, visualizando de este modo sus saberes previos y familiarizándolo con una herramienta que permite percibir como está pensando el adulto (cosa que no ocurre con una calculadora)²¹.Al mismo tiempo, no todos los educandos tendrían por qué usarlo si no lo necesitan pero podría ser útil en algunos casos en los que el manejo visual y concreto

²¹Este debate parece no tener mucho sentido hoy en día existiendo calculadoras a muy bajos precios y al alcance de tantos, pero si lo que se busca es comprender cómo está pensando el educando, las calculadoras no permiten hacerlo puesto que solo son herramientas para realizar calculo directos ya determinados, no para realizar procesos de pensamiento.

del material apoye el aprendizaje, o también ser utilizado para algunos usos concretos y no para otros, pero al menos no cerrar la puerta a posibles herramientas que ofrecen más alternativas de enseñanza y aprendizaje. De hecho en la Cartilla Cuantas Claras se propone el uso de la Yupana²² como herramienta para realizar cálculos, al tiempo que supone un diálogo de saberes entre culturas.

Saberes previos y métodos tradicionales en Ecuador.

Mariño contribuyó, en calidad de consultor, en un proyecto llamado “El Ecuador estudia” llevado a cabo por el ministerio de educación del país en conjunto con la ONG Centro de Educación y Promoción Popular, en el cual se presentaba un nuevo currículo y materiales para el programa de educación básica de adultos.

El área de matemáticas se desarrolló como parte de un currículo integrado con otros temas como la educación, la salud, el trabajo y el medio ambiente, y se presentó por módulos que planteaban el desarrollo simultáneo de los sistemas de numeración utilizados por los adultos y el sistema formal. En los módulos 1 y 2, se planteaban la suma y la resta teniendo en cuenta lo anterior tal y como se muestra en la Figura 29, que pertenece a un ejercicio de sumas llevando, y en donde se puede observar cómo en el diseño de la propuesta se tienen en cuenta la escritura de la suma con el hecho de que el adulto comienza a sumar de izquierda a derecha.

²² La Yupana es una herramienta utilizada por los incas para realizar operaciones aritméticas mediante anotaciones divididas por columnas que representan las diferentes cantidades del sistema decimal posicional.

• Ejercicio 1

Pedir que lean los problemas y luego analicen las sumas:

En un primer momento, al sumar 600 más 500 se obtiene 1.100 que se escribe 1.000 100

$$\begin{array}{r} 600 \quad 60 \quad 3 \\ +500 \quad 80 \quad 2 \\ \hline 1000 \quad 100 \end{array}$$

Luego, se suma 60 + 80, obteniendo 140 y se escribe 100 40

$$\begin{array}{r} 600 \quad 60 \quad 3 \\ +500 \quad 80 \quad 2 \\ \hline 1000 \quad 100 \\ \quad 100 \quad 40 \end{array}$$

Ahora, se suma 3 + 2

$$\begin{array}{r} 600 \quad 60 \quad 3 \\ +500 \quad 80 \quad 2 \\ \hline 1000 \quad 100 \\ \quad 100 \quad 40 \quad 5 \end{array}$$

Finalmente, se suma todo

$$\begin{array}{r} 600 \quad 60 \quad 3 \\ +500 \quad 80 \quad 2 \\ \hline 1000 \quad 100 \\ \quad 100 \quad 40 \quad 5 \\ \hline 1000 \quad 200 \quad 40 \quad 5 \end{array}$$

Así se llega al resultado: 1.245

Explique estos pasos en el pizarrón y haga lo mismo con el segundo problema.

Sugiera que calculen cuánto dinero necesitan para comprar el diario, si es que llega a su comunidad. En ese caso proponga que los participantes junten el dinero para comprarlo, aunque sólo puedan hacerlo algunas veces y lean el periódico en grupo.

Figura 29. Ejemplo de suma, experiencia de Ecuador.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

Para el caso de la multiplicación y la división Mariño planteó una forma de operar en el que no se dejara atrás las maneras de calcular del adulto pero también sirviera de puente para que aprendieran el método tradicional, ya que en palabras del autor

“(…) el algoritmo en sí mismo no es malo; lo malo es que presente dejando a un lado su comprensión, y en el caso de los adultos, sus maneras de operar, el camino aprendido en la práctica social. Creo entonces que el algoritmo tradicional bien podría ser enseñado, pero sin pretender atribuirle funciones que lo desborden (…) podría enseñarse como lo que es: un procedimiento mnemotécnico (p.89).

Es por esto que, en el método propuesto por Mariño, se tiene en cuenta el proceso de duplicar cantidades hasta llegar a las cantidades relacionadas con los números que se están multiplicando al tiempo que se organizan como en el método tradicional, un ejemplo de esta propuesta del autor se muestra en la Figura 30.

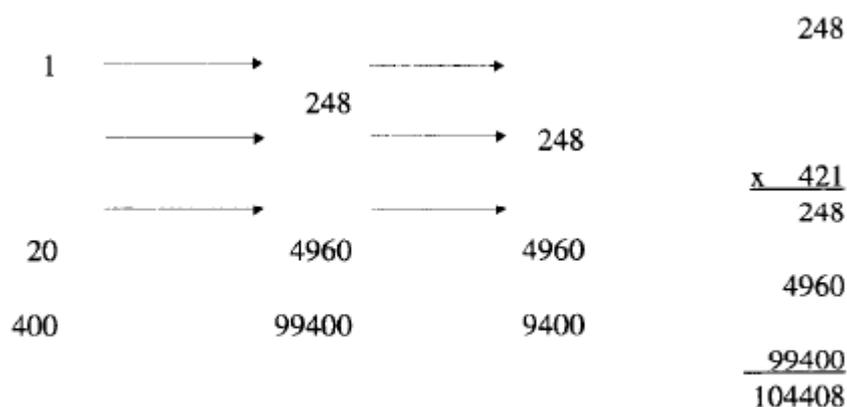


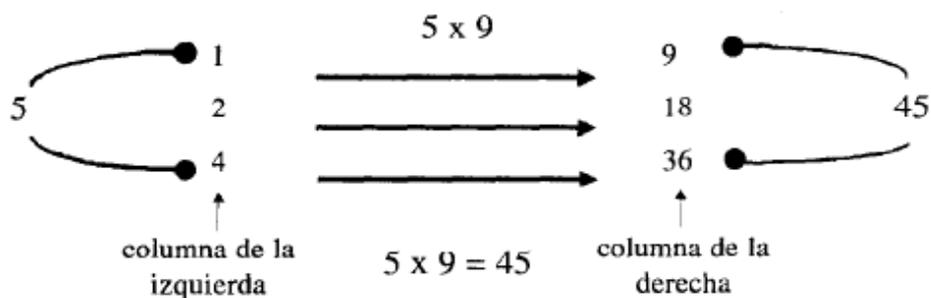
Figura 30. Ejemplo de multiplicación, experiencia de Ecuador.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

Finalmente, en los materiales de “El Ecuador estudia”, se rescataron las formas de multiplicar del adulto popular al utilizar los cálculos por dobles buscando el resultado al sumar los resultados parciales, para posteriormente introducir el algoritmo tradicional

como una estrategia memorística. Un ejemplo de cómo se trabajó en la cartilla se presenta en la Figura 31, en donde se puede observar el procedimiento que estudiábamos en las investigaciones anteriores de Mariño, pero también se multiplica con el método tradicional.

Las lavanderas están metidas en el agua 9 horas y trabajan 5 días por semana.
¿Cuántas horas semanales están metidas en el agua?



En promedio, las lavanderas están metidas en el agua 45 horas por semana.

Figura 31. Ejemplo de multiplicación, experiencia de Ecuador.

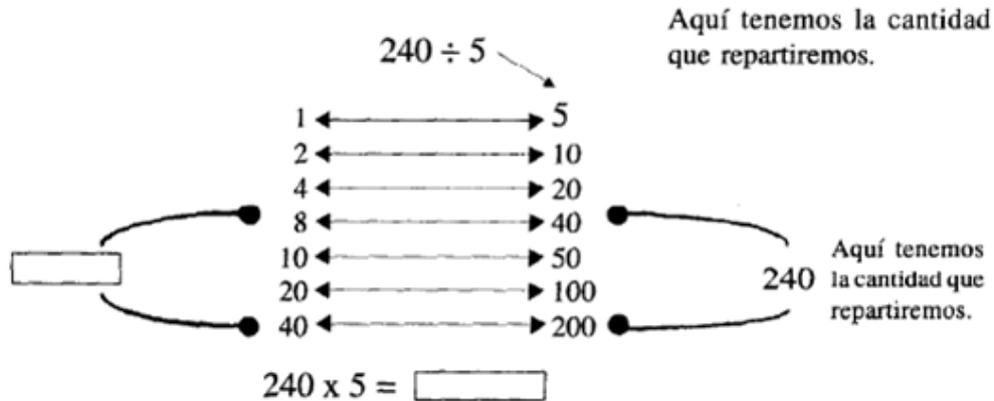
Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

Para el caso de la división se planteó una propuesta similar en la que se utilizan las estrategias utilizadas por el adulto para posteriormente pasar a la enseñanza del método tradicional una vez que ya manejaban la división desde sus propios saberes. En la Figura 32 aparece un ejemplo de una de las actividades de los materiales finales en la que, al igual que con la multiplicación, se puede ver cómo se utiliza la propuesta que Mariño planteaba en sus investigaciones anteriores.

¿Cómo haríamos la siguiente repartición?

• Nos encargan de la distribución de 240 sacos de sal yodada entre 5 establecimientos comerciales.

¿Cuántos sacos de sal yodada recibirá cada establecimiento?



En cada establecimiento podemos entregar [] sacos de sal yodada.

Figura 32. Ejemplo de división, experiencia de Ecuador.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

La propuesta de Ecuador es para Mariño (1997) un ejemplo de lo difícil que resulta llevar a cabo una innovación educativa de este tipo a nivel masivo, pues la apropiación de la propuesta no fue fácil por parte de los capacitadores de los educadores de adultos ya que los funcionarios del ministerio que habían participado activamente en el diseño en las primeras etapas fueron relegados de sus funciones en una etapa posterior y ya no sentían la propuesta como propia, ejemplificando qué importante es la capacitación y el sentimiento de apropiación en la generación y desarrollo de un plan nacional de educación.

Introducción de nuevos elementos en El Salvador.

De la misma manera que para la experiencia de Ecuador, Mariño también fue contratado en calidad de consultor como ayuda en el diseño de los materiales de matemáticas utilizados por la Dirección General de Educación de Adultos, para llevar a

cabo el proyecto movilizador de alfabetización enmarcado en el proyecto PNUD-Unesco en 1990.

Este proyecto tuvo diferentes fases en su proceso; se comenzó teniendo en cuenta una investigación previa realizada en el país sobre los saberes previos de los adultos que recogía las experiencias de 192 adultos que incluían mujeres, hombres, personas que habían asistido alguna vez a la escuela y otras que no lo habían hecho nunca. Los resultados de la investigación fueron muy similares a los encontrados anteriormente acerca de los cálculos mentales, los algoritmos y los sistemas de notación, pero agregaban además información sobre medidas de longitud, peso y superficies.

A partir de esta investigación se produjeron unas primeras cartillas de trabajo acerca de la suma y la resta llevando, en las que se presentaban de manera expandida y comenzando de izquierda a derecha como se puede observar en la Figura 33.

cdu + du = cdu

Estefanía le dio a su mamá 147 mangos y a su cuñado 85 mangos. ¿Cuántos mangos les dio?				
100	40	7		147 +
	80	5		85 =
100				
100	20			
	10	2		
200	30	2		232

Figura 33. Ejemplo de suma, experiencia de El Salvador.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

Y para el caso de la resta buscando complementos, como puede verse en el extracto de la cartilla de la Figura 34.

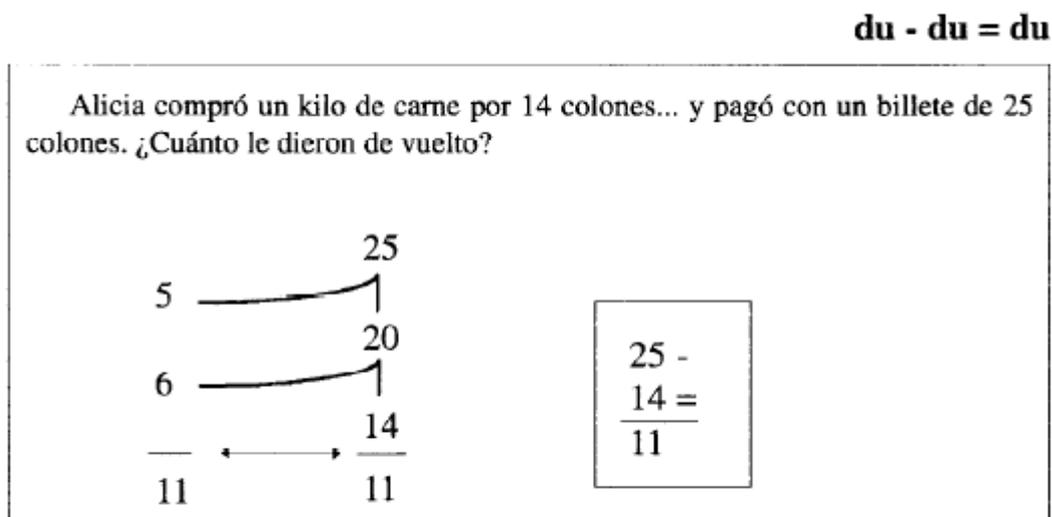


Figura 34. Ejemplo de resta, experiencia de El Salvador.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

En un segundo momento de este proyecto, en 1994, bajo el marco de un convenio entre el Ministerio de Educación y la OEI²³ el objetivo del proyecto cambió y el diseño del currículo y los materiales ya no eran solamente para la educación de adultos sino para toda la formación básica, modificando el enfoque del proyecto en dos formas, una pasando del tratamiento por áreas a uno integrado, y otra olvidando los saberes previos para pasar a los métodos tradicionales, lo que llevó a que gran parte de las personas que habían trabajado en la investigación de los saberes previos fueran asignadas a otras funciones (Mariño 1993).

²³ Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Algoritmo del adulto	Algoritmo estatuido
1 2	2 x 1 1
2 4	2 x 2 2
4 8	2 x 3 6
8 16	2 x 4 8
9 18	2 x 5 10
	2 x 6 12
	2 x 7 14
	2 x 8 16
	2 x 9 18

Figura 35. Ejemplo de multiplicación, experiencia de El Salvador.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos

Más adelante, este mismo equipo fue restituido y decidieron seguir trabajando en finalizar el módulo de las operaciones básicas planteando cómo efectuar la multiplicación y la división. Presentaron una propuesta en la que se unen las estrategias utilizadas por el adulto y la construcción de tablas de multiplicar tradicionales para obtener los resultados de las multiplicaciones (Figura 35).

Del mismo modo se plantea para la división, la cual se resuelve buscando en las tablas de multiplicar los resultados, como puede verse en la Figura 36.

Para evitar la erosión del suelo debe hacerse una terraza de 21 metros de largo.
Si tres personas hacen la terraza... ¿Cuántos metros hará cada persona?

3	x	1	=	3	
3	x	2	=	6	
3	x	3	=	9	21
3	x	4	=	12	21
3	x	5	=	15	00
3	x	6	=	18	
3	x	7	=	21	

$$\begin{array}{r} 3 \\ \underline{21} \\ 21 \\ \underline{00} \end{array}$$

Figura 36. Ejemplo de multiplicación, experiencia de El Salvador.

Fuente: Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos.

A modo de conclusión.

Para finalizar, se podría decir que en cada una de las experiencias presentadas por el autor podemos ver unas similitudes que tienen que ver con el reconocimiento del uso del cálculo mental siguiendo las estrategias del adulto, como por ejemplo empezar a sumar de izquierda a derecha, y unas diferencias basadas en la forma de escritura y la introducción de nuevos elementos que permiten crear nuevos caminos entre esas tácticas utilizadas de manera espontánea y los métodos tradicionales para operar, como la introducción de las tablas de multiplicar en el Salvador o la escritura del método tradicional de multiplicar en Ecuador.

El hecho de incluir las técnicas estatuidas, aunque podría parecer algo impuesto tratándose de experiencias en las que los ministerios de educación formaban parte de los diseños, resulta más bien un cambio en la manera de afrontar el hecho de que el adulto tiene que ser eficiente en su manera de aprender y que tiene que conocer también los modos de la escuela tradicional que se encontrará a lo largo de su camino escolar para poder decidir sobre su uso, pero desde el punto de vista del autor, esta modificación en sus planteamientos supone la superación de una etapa que se presentaba en sus anteriores propuestas en las que, en palabras del autor

(...) nos encontrábamos deslumbrados por el descubrimiento de los saberes populares y que llegábamos a valorarlos tanto que quizá asumíamos una posición aislacionista. Quizás nuestra terquedad no fue más que la expresión de un período histórico, donde requeríamos a toda costa darle identidad a los sectores populares para compensar las desigualdades sociales (Mariño, 1997, p.81).

BALANCE FINAL

Logros y límites de la educación matemática en la Educación Popular.

En el capítulo anterior se analizaron cuatro textos que abarcan los mayores avances en la educación matemática desde la Educación Popular- en adelante EP-. La intención de estudiar más a fondo los trabajos de Germán Mariño, era la de encontrar los aportes, descubrimientos y desarrollos que se habían realizado y por ello se eligió al autor más destacado en esta disciplina.

Como pudimos ver, el autor ha trabajado lo concerniente a las matemáticas desde la época de los ochenta, realizando investigaciones sobre la forma de pensar las matemáticas del adulto de los sectores populares, creando propuestas didácticas que ayudaran a los educadores a llevar a cabo sus procesos de enseñanza, y contribuyendo en las políticas educativas de jóvenes y adultos no solo de Colombia sino de otros países en los que se generó la posibilidad de implementar innovaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

A lo largo del estudio de los textos, se conoció cómo Mariño obtiene sus análisis, conclusiones y hallazgos a través del uso de un enfoque histórico y la perspectiva de la psicogénesis de Piaget, al tiempo que se pudo reconocer su postura frente al constructivismo como un enfoque con el límite estructural de eliminar los saberes previos para reconstruirlos y crear nuevo conocimiento ya determinado. Y, aunque se pueden entrever ciertos cambios en el pensamiento del autor desde las primeras investigaciones a la última, como es el caso de la consideración de los saberes previos como principal fuente

de conocimientos matemáticos - lo que Mariño denominó etapa aislacionista - a utilizarlos como generadores de nuevo conocimiento que establezca puentes hacia nuevos saberes aunque sean los estatuidos, o un mayor reconocimiento de la teoría como base fundamental para la praxis, no cabe duda de que su posición política y pedagógica siempre se basó en los principios de la EP, utilizando como pilares el diálogo de saberes y la negociación cultural, buscando una forma de llevarlos a la práctica.

Podríamos decir entonces, que varios han sido los logros que la EP ha tenido en cuanto a la educación de las matemáticas: desde el punto de vista del análisis del pensamiento, a partir de las investigaciones realizadas por Mariño, se pudo encontrar que lxs²⁴ adultxs de los sectores populares utilizaban unas lógicas particulares para diseñar algoritmos que les permitieran realizar las operaciones diarias a las que se enfrentaban en sus vidas cotidianas, además, se pudo constatar que dichos hallazgos se mostraban de manera similar en otras investigaciones con adultos de otros países, lo que supone un descubrimiento de las formas de crear conocimiento desde el pensamiento operativo de las matemáticas. La observación y análisis que requieren un descubrimiento de este tipo, no solo muestran formas de poder realizar nuevas investigaciones acerca del pensamiento matemático, sino también posibles resultados que se podrían volver a encontrar o relacionar con nuevos hallazgos, lo que supone un gran avance desde la parte pedagógica de comprender y reflexionar acerca de qué es lo que tenemos que enseñar y aprender.

Las revelaciones anteriores permitieron a su vez que, a partir de los principios que constituyen a la Educación Popular, se crearan propuestas didácticas innovadoras para las matemáticas, pues la identificación y la inclusión sistemática de los saberes previos en la

²⁴ Aunque no se haya usado en las partes anteriores por un motivo de simplificar la lectura, en el balance final se utilizará la letra x para referirse a las distintas formas de identificación existentes por los géneros y los sexos, con la intención de dar cuenta del reconocimiento de las distintas expresiones que coexisten en la sociedad.

educación, genera un diálogo de saberes que ocasiona una interacción colectiva entre quienes aprenden y quienes enseñan sin destruir los conocimientos, sino más bien recuperándolos para construir y ampliar a partir de los mismos, creando un verdadero reconocimiento de saberes que permite a su vez formar una negociación cultural entre los conocimientos producidos desde la espontaneidad y cotidianidad, con aquellos conocimientos formalmente establecidos y determinados, creando una verdadera transformación en el modo de cómo llevar a cabo la enseñanza de las matemáticas.

Desde el punto de vista de la democratización de la educación, las propuestas estudiadas en este trabajo estaban pensadas para la educación de adultxs, pues la época en las que fueron creadas se buscaba la alfabetización de aquellos sectores que aún no tenían acceso a la educación o no la habían terminado, y buscaron crear nuevas propuestas curriculares que permitieran por un lado la formación de los adultxs y por otro la no deserción escolar de aquellos que, ya habiendo accedido a un proceso escolar, la abandonarían antes de tiempo, de manera que estas propuestas generaran una forma de evitar que la exclusión escolar o la deserción siguiera siendo un motivo de exclusión social y la escuela se convirtiera en un espacio de inclusión.

Pero, a pesar de que la educación matemática en la Educación Popular ha tenido logros desde cada una de las partes en las que nos podríamos pensar pedagógicamente, el qué, el para qué, el por qué y el cómo²⁵, también se presentan varios límites que no han posibilitado el avance de este campo desde la EP.

²⁵ No se menciona a quienes va dirigida la educación, pues es muy evidente en todo el capítulo anterior.

Comenzando con las propuestas didácticas analizadas en los documentos de Mariño, un primer límite es que la EP se ha preocupado en pensarse la educación matemática sobre todo desde el punto de vista de la didáctica en la educación para adultos, desde el cómo enseñar y aprender y, aunque estos planteamientos supongan una transformación como se dijo anteriormente, no han sido suficientes.

Los trabajos estudiados, aunque descubren parte de las lógicas usadas en los sectores populares, están basados sobre todo en la parte numérica y la operatividad lo que supone una parte muy pequeña de la educación matemática, también en ciertos aspectos del pensamiento espacial aunque son más pruebas de identificación y de madurez en la etapa de desarrollo del pensamiento, que formas de identificar y pensar el espacio. Es por esto que quedan por ser estudiadas otras partes muy importantes de la educación matemática desde los propios pensamientos de la disciplina, como todo lo referente a la medición y los sistemas geométricos, el pensamiento aleatorio y estadístico y el pensamiento variacional²⁶. Poniendo como ejemplo a un sector con el que comúnmente se trabaja desde la EP, como son los recicladores, nos encontramos con todos los anteriores pensamientos en sus acciones cotidianas: movilización por diferentes barrios de la ciudad (pensamiento espacial); construcción de herramientas que les facilitan su trabajo tales como zorras o carretas (sistemas geométricos y pensamiento métrico); cálculos monetarios en función de lo recolectado (pensamiento numérico); recolección e incluso predicciones sobre las cantidades de los materiales que encontraran según las zonas (sistemas de

²⁶ El pensamiento matemático consiste en la sistematización y contextualización del conocimiento de las matemáticas y está íntimamente relacionado con la capacidad de pensar y trabajar en términos numéricos empleando el razonamiento lógico. Pero este tipo de pensamiento se desarrolla a partir del conocimiento del origen y evolución de conceptos y herramientas que lo componen, de ahí que se suele subdividir en cinco pensamientos que abarcan los diferentes sistemas que se generan en las matemáticas: sistemas numéricos (pensamiento numérico), sistemas geométricos (pensamiento espacial), sistemas de medidas (pensamiento métrico), sistemas de datos (pensamiento aleatorio) y sistemas algebraicos y analíticos (pensamiento variacional).

datos y pensamiento aleatorio); razones de cambio entre variables²⁷ como por ejemplo la cantidad de reciclaje recolectado y la celebración de fiestas en un barrio (pensamiento variacional). Sería necesario entonces realizar nuevas investigaciones que abarcaran el estudio de las lógicas utilizadas y los razonamientos empleados por los sectores populares en todos los aspectos anteriores, para poder realizar propuestas curriculares que cubriesen de manera más amplia los pensamientos matemáticos empleados en su cotidianeidad.

Otro de los límites que podríamos encontrar se basa en el hecho de que, aunque la EP ha aprovechado con gran ventaja durante toda su existencia el hecho de no estar sujeta a parámetros institucionales o académicos determinados para desarrollar planteamientos pedagógicos innovadores y transformadores no posibles de aplicar en el sistema formal, la educación matemática si ha estado más sujeta a los sistemas educativos determinados, como pudimos comprobar con los trabajos de Mariño. Sus estudios y planteamientos formaron parte o fueron añadidas a propuestas establecidas desde las instituciones de educación formal y por ello, es posible que las propuestas no fueran reconocidas para trabajarlas en otros escenarios educativos no formales e informales, o no se hiciesen con la continuidad y confianza necesarias, pues la separación entre la EP y las instituciones formales ha sido reconocida durante mucho tiempo, el propio Mariño comentaba acerca de las propuestas realizadas junto con los ministerios de educación de diferentes países lo siguiente:

Pero la vida nos ha enseñado a ser realistas y desde hace mucho tiempo aprendimos que es tan sólo una ilusión, sobre todo cuando se trabaja en los marcos de los ministerios de educación, esperar tener las condiciones ideales para lanzarse a experimentar una innovación. De ahí que “a partir de lo que se tiene” nos hayamos aventurado a lanzarnos al agua (Mariño, 1997, p. 99-100).

²⁷ El concepto de razón de cambio se refiere a la medida en que una variable cambia o se modifica con relación a otra.

Así que, junto con las dificultades que Mariño mostraba en su documento de implementación y capacitación de formadores, se podría pensar también que esa separación entre la educación formal y las propuestas revolucionarias podría ser la causa de la ruptura entre la escuela y la EP, ya sea por falta de determinación para llevar a cabo el desarrollo de las propuestas o por una causa natural de que la escuela no haya decidido arriesgarse a “lanzarse al agua”.

¿Qué retos tenemos por delante?

Las investigaciones realizadas en materia de educación matemática y las propuestas didácticas de Mariño, no solo han aportado en muchos aspectos propios de la EP sino que también permiten reflexionar acerca de los nuevos desafíos a los que tenemos que enfrentarnos para contribuir a la ampliación de los alcances de la EP.

En primer lugar, parece completamente necesario continuar con el trabajo ya comenzado y seguir investigando acerca de los saberes matemáticos que se tienen en los sectores populares, ya sean previos a una escolarización o por los conocimientos que sus quehaceres diarios en sus contextos cotidianos les proveen, y para ello es importante realizar investigaciones que involucren las diferentes esferas que conforman el mundo de los sectores populares que estemos observando y analizando, pues será de esta manera la forma más completa de conocer, comprender y reflexionar acerca de su realidad y poder plantear una propuesta pedagógica coherente con la misma, siguiendo las ideas que Freire publicó en pedagogía del oprimido, Gómez (2017) plantea que

Esta investigación rigurosa del universo temático de los sectores populares era condición sine qua non para desarrollar la propuesta de alfabetización, tanto en su nivel operativo y procedimental (definición de los temas generadores, el universo vocabular y las palabras generadores) como en su dimensión ética y política (concientización, problematización y transformación de la lectura del mundo y la realidad). Conocer la manera cómo viven, piensan y aprenden los sectores populares, era el presupuesto a partir del cual se podría llegar a elaborar posteriormente el programa educativo (p.7)

De ahí, la importancia de seguir elaborando y registrando las búsquedas, indagaciones y descubrimientos que se hagan en materia de pensamiento matemático de los sectores populares, ya sea a través de sistematizaciones, Investigación Acción Participativa (IAP), etnografías u otras formas de investigar que sean propias de la EP o no, todos estos tipos de trabajo ayudarán en la forma de percibir la realidad de los sectores populares y construir propuestas que lleven a la reflexión crítica y transformación de la misma.

En segundo lugar, hay que tener en cuenta otras propuestas pedagógicas que, al igual que la EP, busquen reivindicar los saberes previos de lxs educandxs para establecer un diálogo de saberes que, desde el ámbito de lo cultural, nos acerque a comprender como están construidas la identidad social, cultural y política de los sectores populares, ya que, en palabras de Torres (2007_a)

La ubicación de los saberes en el universo más amplio de las culturas, ha conducido a afirmar que la Educación Popular, entendida como diálogo de saberes, no es sólo un problema de construcción de conocimiento sino de ampliación del universo de sentido de los sujetos involucrados en los procesos educativos. El diálogo cultural trasciende de las esferas formalmente

educativas (el taller, la clase, el encuentro) hacia todas las prácticas sociales donde hay interacción entre sujetos populares y educadores, es decir, planeación y ejecución de proyectos sociales, organización comunitaria y luchas sociales, entre otros (p.55).

Es por ello que, propuestas como la Etnomatemáticas, pueden ser puestas a dialogar con la EP y conseguir establecer puentes que permitan crear nuevo conocimiento que relacione los saberes matemáticos y la antropología cultural de la etnomatemática con las metodologías, intenciones, sentidos, contenidos y ámbitos de la EP, así como también propuestas de la educación para adultos e incluso formas de comprensión de la educación matemática crítica, con el propósito de fortalecer una propuesta pedagógica de la educación matemática que pretenda como fin último la comprensión crítica de la realidad para buscar la emancipación.

Como tercer reto, se podría intensificar la educación matemática ampliando los espacios y procesos de formación de educadores que tengan estudios matemáticos de base pero requieran de conocimientos sobre los fundamentos y metodologías de las pedagogías críticas. Esto supone reconocer a otrxs individuxs que, aunque su formación no corresponda al campo de ciencias sociales – a donde suelen pertenecer la mayoría de los educadores populares- , son importantes para entender los contextos desde puntos de vista diferentes y generar nuevas propuestas. Economistas, administradores, ingenieros o informáticos son ejemplos de posibles sujetos que podrían contribuir en la ampliación de la visión de la EP desde la educación matemática que no suelen formar parte de las organizaciones o los centros educativos, y ayudarían a considerar nuevos posibles contenidos de las propuestas educativas como la matemática financiera, las construcciones o la tecnología desde un punto de vista crítico.

En cuarto lugar, otro reto que tendría la EP en su educación matemática corresponde a su presencia en la escuela formal pues sería de gran importancia la formación de las matemáticas desde el punto de vista del diálogo, la crítica y la transformación en estos espacios. Pero, teniendo en cuenta la importancia de entender los contextos de los sectores populares para reflexionar acerca de su realidad, la integración entre la escuela y la comunidad debería estar estrechamente ligada para reconocer mutuamente saberes, necesidades e ilusiones de transformar la realidad, pues una educación que esté cerrada a la comunidad nunca tendría sentido en la EP. Esto supone que las escuelas deberían tener un cambio de su concepción, actitudes y en lxs sujetxs que forman parte de ella (directivos, educadores, estudiantes, padres de familia...) lo que solo sería posible si todxs lxs involucrados reconociesen que se trata de un desarrollo en comunidad y, para ello, habría que comenzar por aumentar la presencia de educadores populares en el sistema educativo formal, de manera que, desde adentro, se crearan grupos, asociaciones y redes que fuesen estableciendo un proceso de construcción colectiva en búsqueda de la transformación.

En resumen, aunque existen triunfos y resultados positivos que nos ayudan a comprender y reflexionar la posición de las matemáticas desde la EP, estos mismos nos hacen comprender que aún hay muchas metas que alcanzar y nuevos objetivos que nos permitan seguir pensándonos cómo abordar la educación matemática para llevarla a la práctica desde un posición crítica y transformadora.

Conclusiones

Con el objetivo de comprender las bases de las propuestas pedagógicas en educación matemática que desde la Educación Popular se habían planteado y llevado a la práctica en Latinoamérica desde la década de los años ochenta, en esta investigación se realizó una descripción de las principales propuestas de pedagogías críticas en la región, tales como la educación matemática crítica, la etnomatemática, la educación de jóvenes y adultos y la Educación Popular, con la intención de conocer los principios pedagógicos establecidos en cada campo.

En lo que atañe concretamente a la EP, se realizó un análisis a la obra del autor Germán Mariño, que concretamente estaba dirigida al estudio del pensamiento matemático de los sectores populares, con el fin de establecer cómo se habían trabajado los principios de esta corriente pedagógica específicamente en el campo de las matemáticas. Es por ello que las conclusiones que se presentan a continuación, enlazan entre sí diferentes aspectos trabajados en el transcurso de la investigación.

Los aportes de Germán Mariño para la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque de EP, y su incidencia en el campo de las pedagogías críticas latinoamericanas sobre educación matemática.

Los mayores aportes publicados sobre la educación matemática que se han llevado a cabo desde perspectivas críticas en Latinoamérica a partir de la década de 1980, han estado ligados a corrientes como la educación matemática crítica, la etnomatemática y la educación de jóvenes y adultos desde una perspectiva transformadora adoptada, en buena medida, de la Educación Popular (EP).

La educación matemática crítica ha basado su trabajo sobre todo en el ámbito de la escuela formal, conformándose más como una tendencia de investigación que busca influir tanto en las indagaciones como en las prácticas de estudiantes y profesores, a partir del estudio de la constitución social y política de las matemáticas escolares vinculadas con las orientaciones al mundo de la vida, la producción y la interacción sociocultural.

Basando sus principios pedagógicos en la relación entre los aspectos culturales propios de las comunidades y aspectos característicos del trabajo en matemáticas, tales como los diseños espaciales, las mediciones o los métodos de cálculo, la Etnomatemática ha creado un campo extenso de propuestas e investigaciones buscando traducir esas relaciones culturales a representaciones de la matemática formal.

Por su parte, la EP ha fundamentado su propuesta pedagógica en el reconocimiento de los saberes previos, buscando con ello proponer nuevos contenidos curriculares y métodos de alfabetización tanto para la lectoescritura como para la formación matemática, con el fin de generar métodos de escritura que permitieran construir un lenguaje propio de las matemáticas que llevara a una mayor comprensión en su uso cotidiano.

En el caso de esta última corriente, a partir del estudio de las obras German Mariño, se pudo comprobar que los hallazgos realizados por este autor en sus investigaciones fueron claves para comprender desde donde se ha basado la EP para investigar, enseñar y aprender acerca de las matemáticas. Sus contribuciones al estudio de las formas de pensamiento matemático de los sectores populares se basaron concretamente en el reconocimiento de los saberes previos para introducirlos en las propuestas didácticas de los trabajos de alfabetización.

En lo que se refiere al pensamiento numérico, los principales descubrimientos de Mariño fueron el uso de algoritmos particulares por aparte de los adultos de los sectores populares, para realizar operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división; el empleo del sistema de numeración decimal como multiplicativo y no como posicional, así como su conexión con otros sistemas numéricos de distintas sociedades en la historia como, por ejemplo, los egipcios.

Además, a partir del análisis de dibujos espontáneos, Mariño comprobó cómo el adulto utiliza diferentes códigos para representar en el plano, tales como las desproporciones o los diferentes puntos de vista, al tiempo que no utiliza el concepto de la perspectiva clásica. Respecto a la concepción del espacio, encontró que el adulto no solo manejaba las propiedades del mismo desde lo euclidiano (conservación de distancias, medidas y ángulos), sino también desde lo topológico (proximidades, aperturas y cierres, dobleces, estiramientos, etc. manteniendo uniones o separaciones originales) y lo proyectivo (intercoordinación de objetos según un punto de vista determinado como por ejemplo tamaños) , comprobado así, que aunque no se haya estudiado lo que se presenta desde los sistemas de educación formal, el uso cotidiano de las habilidades espaciales genera conocimiento del mismo.

Por otra parte, los trabajos realizados por Mariño, fueron utilizados como referentes para la realización de las propuestas de educación para jóvenes y adultos en países como Colombia, Ecuador y El Salvador, en donde los planteamientos de este autor fueron utilizados para crear nuevos métodos y proposiciones para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, sobre todo, en la parte aritmética y las técnicas de escritura al realizar operaciones básicas.

De manera general, el estudio de estas investigaciones permitió comprobar que el trabajo realizado por Mariño produjo considerables logros para la educación matemática de la EP, como son la creación de propuestas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje a partir del diálogo de saberes y la negociación cultural. De igual modo, se encontró la existencia de algunos límites en sus propuestas como son la presencia de un mayor acercamiento al pensamiento numérico que a los demás propios de la disciplina, o la aplicación de las propuestas didácticas desde los sistemas formales de educación y no desde lo no formal, donde más se ha concentrado el trabajo de la EP.

Estos puntos son clave para comprender los desafíos que debe enfrentar la EP en su trabajo con la educación matemática, los cuales abarcan la creación de nuevas investigaciones que permitan ampliar los descubrimientos de Mariño sobre saberes previos y desarrollar nuevos planteamientos respecto a todos los ámbitos de las matemáticas, realizar procesos de diálogo con otros enfoques que trabajen la matemática desde un punto de vista crítico y tengan conexión con los principios de la EP, buscar la participación de educadores populares que tengan formación en matemáticas para incrementar los contenidos y escenarios en los que las matemáticas deben ser estudiadas desde una perspectiva crítico-transformadora y, por último, fomentar la cooperación entre educadores populares que formen parte del sistema escolar formal para generar un mayor impacto en y desde las escuelas.

Finalmente, en caso de que otras y otros investigadores, maestros o estudiantes decidan continuar la línea de investigación iniciada en esta tesis de grado, se propone la realización de estudios analítico-interpretativos sobre los trabajos desarrollados en educación matemática desde un enfoque de EP por otros autores de la región, buscando

con ello, la concreción de insumos que posibiliten la elaboración de un balance general sobre la manera en que se ha trabajado el pensamiento matemático al interior de esta corriente educativa en el contexto latinoamericano.

A su vez, podría resultar de gran importancia la indagación sobre experiencias educativas que hayan sido llevadas a la práctica por parte de educadoras y educadores populares sin que hayan sido publicadas, con el fin de realizar una o varias sistematizaciones que permitan generar un análisis sobre los conceptos y habilidades matemáticas que posiblemente han sido trabajadas desde una perspectiva crítico-transformadora en las últimas décadas.

Así mismo, resultaría interesante generar nuevos estudios sobre los saberes previos en los sectores populares para comprobar qué cambios hayan podido ocurrir en el tiempo, lo cual llevaría necesariamente a la readecuación, refundamentación y replanteamiento de las propuestas didácticas que se diseñan y/o emplean abordar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque de EP.

Breves palabras de cierre.

Es innegable la importancia que han tenido y siguen teniendo los aportes de Germán Mariño para la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque de EP. Sin embargo, es necesario que en los próximos años las y los pocos educadores populares que contamos con las habilidades y herramientas necesarias para trabajar y profundizar el desarrollo del pensamiento matemático de los sectores populares, nos esforcemos por ampliar y mejorar los referentes teóricos, pedagógicos y metodológicos que utilizamos para realizar el esfuerzo creativo que implica la imaginación y experimentación de otras educaciones posibles.

Al respecto, es necesario señalar que la EP ha experimentado dificultades y anquilosamientos en el pasado, como consecuencia del empleo continuo y acrítico de determinadas propuestas metodológicas o didácticas. En el caso de la educación de adultos, por ejemplo, Lola Cendales (2011) considera que:

(...) existe una debilidad en lo metodológico. Haber encontrado “el método” (...) llevó al estancamiento en este aspecto. No se han tenido en cuenta, no se han entablado diálogos con los avances en la lingüística, la semiología, la antropología, la epistemología; no se han establecido puentes entre lo tradicional y lo nuevo, que den confianza a los alfabetizadores(as) y garanticen los cambios en la mentalidad y en las prácticas, que sabemos no se dan de la noche a la mañana (p. 34).

Aunque los planteamientos de Mariño no deben simplificarse al punto de considerarlos simplemente como métodos o didácticas específicas, puede haber ocurrido que la falta de balances crítico-propositivos sobre sus aportes al pensamiento matemático, lo hayan tendido a convertir –de manera directa o indirecta- en “el referente” a seguir en el campo de la EP. Esto último, además de limitar los posibles diálogos y encuentros que podrían presentarse con otro tipo de enfoques y perspectivas, pudo haber significado también el empobrecimiento teórico-metodológico de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque de EP.

Es por ello que, quienes trabajamos el componente matemático que se requiere para contribuir en la realización efectiva de la dimensión educativa de la transformación social, tenemos el enorme reto y desafío de soñar-crear despiertas y despiertos nuevos horizontes de sentido y actuación que nos permitan ampliar los límites dejados por nuestros grandes maestros. Por consiguiente, el principal reto que tenemos actualmente es

el de asumir aquella premisa que afirma que las y los maestros debemos ser intelectuales de nuestra propia práctica, lo cual necesariamente implica la relectura y apropiación crítica de nuestros acumulados, al mismo tiempo que asumimos el reto de dialogar con otras propuestas y enfoques que nos ayuden a replantear la manera en que estamos siendo-actuando como educadores.

En definitiva, lo que se requiere es que continuemos trabajando con el propósito de renovar constantemente las maneras en que estamos comprendiendo las educaciones que practicamos, las formas de pensamiento-acción de los sujetos con los que trabajamos, y la realidad de lo social que buscamos aprehender para subvertir.

REFERENCIAS

- Álvarez, J. (2009). Interculturalidad: un dialogo: educación popular e interculturalidad. Experiencias, desafíos y prospectiva. *La Piragua*, (28), pp.91-102.
- Ávila, Alicia. (1997). Repensando el currículo de matemáticas para la educación de los adultos. En *Conocimientos matemáticos en la educación de jóvenes y adultos*. Santiago de Chile: UNESCO-SANTIAGO.
- Ávila, A. (2003_a). Matemáticas y Educación de Jóvenes y Adultos. *Decisio*, (4), pp.5-7.
- Ávila, A. (2003_b). Cálculo escrito y pérdida de significación. *Decisio*, (4), pp.22-26.
- Ávila, Alicia (2005). El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. México: Revista Latinoamericana de Estudios Educativos
- Ávila, A. (2016). Repartir y compartir. Aprendizaje colaborativo en un círculo de alfabetización. *Decisio*, (45), pp.33-39.
- Becerra, R & Moya, A. (2009). Pedagogía y Didáctica Crítica. Hacia la construcción de una visión latinoamericana. *Integra Educativa. Volumen II* (4), pp.13-23.
- Bocanegra, H. (2010). Las políticas educativas y el magisterio colombiano en la década de los 80. Recuperado de:
<http://www.unilibre.edu.co/dialogos/admin/upload/uploads/Articulo%202.pdf>
- Boletines del ISGEm, agosto 1985. Brasil: Grupo Internacional de estudios de etnomatemáticas.
- Bourdé, G & Hervé, M. (1992). *Las escuelas históricas*. Madrid: Akal.
- Broitman, C. (2016). Conocimientos y reflexiones de adultos sobre la numeración escrita. *Decisio*, (45), pp.25-32.
- CEAAL. (1999). A propósito del género como eje transversal de la educación. Una conversación con Malú Valenzuela. *La Piragua*, (15), pp.34-40.
- Cendales, L. (2011). Alfabetización, educación popular y uso de nuevas tecnologías. *La Piragua*, (34), pp. 31-36.
- Céspedes, N. (2009). Céspedes Incidencias en políticas educativas: programa de formación de incidencia en políticas educativas. *Aportes*, (28), pp. 77-91.
- Civarolo, M; Amblard de Elía, S & Cartechini, S. (2010). La teoría genética de Piaget. Vigencia y actualidad de una teoría poderosa. *Bleichmar, Gardner y Piaget. Apreciaciones sobre la inteligencia*. (pp. 81-124). Argentina: Eduvim.

Conti,K & De Carvalho,D.(2016). Clases de estadística en la educación de jóvenes e adultos:caminando hacia el letramento. *Decisio*, (45), pp.61-66.

Couture, R. (1975).*Manual de técnicas de documentación*. Buenos Aires: Universidad de la Plata.

CREFAL. (1987). Consulta Técnica Regional para la Constitución de la Red Regional de Capacitación de Personal y de Apoyos Específicos en Programas de Alfabetización y Educación de Adultos, REDALF. México. Recuperado de: http://www.crefal.edu.mx/crefal25/images/publicaciones/libros/consulta_tecnica_regional.pdf

D'Ambrosio, Ubiratan. (2000).Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. *En Martínón, Antonio (ed).Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos. Madrid: Nivola.*

De Agüero, Mercedes. (2003). Interpretación y retos de las etnomatemáticas para la educación básica de adulto. *Revista Decisio*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.

De Carvalho,D., Pavanelo,E.,& Araujo, I. (2003). Reflexiones sobre la Educación Matemática de Jóvenes y Adultos. *Decisio*, (4), pp.17-21.

Delprato, M. & Fuenlabrada, I. (2003). El Cajero. Un recurso didáctico que favorece el acceso de adultos analfabetos a la simbolización. *Decisio*,(4),pp.37-40.

Delprato,M. & Aguilar,G.(2016). Trabajo colectivo en un aula heterogénea sobre formas de simbolización de la operatoria aditiva.*Decisio*,(45),pp.40-46.

Dimensión Educativa, (1982). El nuevo Freire traducción y críticas a su último trabajo en África. *Aportes*, (4), pp.32-39.

Dimensión Educativa, (2000). Escuela y Trabajo Infantil y Juvenil. Estudio de casos realizado con alumnos de 5o y 6o grado de Centros Educativos Distritales, dentro de la perspectiva de la Investigación Acción en el Aula. *Aportes*, (54).

Di Pierro, María Clara. (2008). "Notas sobre la trayectoria reciente de la Educación de Personas Jóvenes y Adultas en América Latina y el Caribe. En: *Situación presente de la educación de personas jóvenes y adultas en América Latina y el Caribe. Informe regional*, México, CREFAL/ CEAAL.

Eudave, D. (2016). ¿Cómo afectan las trayectorias escolares y de vida en los conocimientos matemáticos de usuarios de EPJA? *Decisio*, (45), pp.7-18

Fernández, S. (1997). *Habermas y la Teoría Crítica de la Sociedad Legado y Diferencias en Teoría de la Comunicación*. Recuperado de

http://www.infoamerica.org/documentos_pdf/habermas01.pdf

Ferreira, E. (1999). Vigencia de Piaget. México: Ed. Siglo VI

Ferreira, M. (2003). El género discursivo de la matemática escolar. Estrategias de inclusión cultural en la Educación de Jóvenes y Adultos. *Decisio*, (4), pp.33-36.

Ferreira, M. (2016). El aula como espacio de formación del docente. Contribuciones de la educación matemática de jóvenes y adultos. *Decisio*,(45),pp.47-52.

Finegan, F. (2009). Educación popular y educación de jóvenes y adultos: algunas reflexiones sobre un diálogo complejo entre tradiciones diversas. Recuperado de <http://www.oei.es/historico/noticias/spip.php?article4576>

Freire, P. & Macedo, D. (1989). *Alfabetización: lectura de la palabra y lectura de la realidad*. Barcelona: Paidós.

Freire, Paulo. (1987). *La pedagogía del oprimido*. (30a ed.). México: Editorial Siglo XXI.

Freire, P. (1994). *Pedagogía del oprimido*. Buenos Aires: Siglo XXI.

Freire, P. (2000). *La Educación como Práctica de la Libertad*. (10ª. ed.) Madrid: Siglo XXI

Freire, P. (2004). Entrevista. La enseñanza de la Matemática. (Marcel Arvea, trad.). *Revista Nuestra Palabra*, (2), 157-164. (Entrevista original realizada en 1996).

García Juárez, Marco Antonio (2003). *La formación de asesores en matemáticas*. *Revista Decisio*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.

Giménez, A. (2016). Estudio de una práctica de colocación de pisos cerámicos desde una perspectiva de la educación matemática. *Decisio*, (45), pp.19-24.

Gómez, S. (2017). *Aportes y límites de las propuestas ético-político-pedagógicas de Freire y Fals Borda o hacia un rescate de la memoria larga anticolonial*. *Aportes*, (61), pp.139-160.

González Martínez, L. (2006). La Pedagogía Crítica de Henry A. Giroux. *Revista Electrónica Sinéctica*,(29), pp. 83-87.

Gracia, M. (2003). La formación de asesores en matemáticas. Una experiencia en los talleres de formación y actualización de asesores y técnicos docentes del INEA. *Decisio*, (4), pp.59-63.

Gramsci, A. (1967) *La Formación de los Intelectuales*. México: Grijalbo.

Gramsci, A. (1974). *Antología*. Madrid: siglo XXI Editores.

Guerrero, O. (2007). Teoría Crítica Y Educación Matemática. *Evaluación e Investigación*, 1 (3) ,24 - 41.

Guerrero, Oscar. (2008). Educación matemática crítica: influencias teóricas y aportes. *Evaluación e Investigación*. Núm. 1. Año 3. 63-78. Venezuela: Universidad de Los Andes-Táchira.

Habermas, J. (1981). *Teoría de la acción comunicativa, I. Racionalidad de la acción y racionalización social*. Recuperado de <http://exordio.qfb.umich.mx/archivos%20pdf%20de%20trabajo%20umsh/libros/7006894-Habermas-Jurgen-Teoria-de-La-Accion-Comunicativa-I.pdf>

Habermas, J.(1989). *Teoría de la acción comunicativa: Complementos y estudios previos*. Madrid: Catedra.

Hernández, F y Soriano, E. (1997). *La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria: una experiencia didáctica*. España: Universidad de Murcia.

Hernández, R., Fernández-Collado, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. Recuperado de https://investigar1.files.wordpress.com/2010/05/1033525612-mtis_sampieri_unidad_1-1.pdf

Jiménez, A. & Torres, A. (comp.). (2006). *La práctica investigativa en ciencias sociales*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de: <http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/ar/libros/colombia/dcsupn/practica.pdf>

Knijnik, Gelsa.(2003). Educación de personas adultas y etnomatemáticas. *Revista Decisio*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.

Lara, F. & Rabanal, M. A. (1978). *Comentario de textos históricos: método y recopilación*. (2ª ed). Lérida: ed. Dilagrom.

Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Recuperada de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

López, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista Educación*, 4,167-179.

López, G. (2010). Apuntes sobre la pedagogía crítica: su emergencia, desarrollo y rol en la posmodernidad. Volumen I. Recuperado de: <http://www.uss.cl/biblioteca/wp-content/uploads/2015/08/989.pdf>

Mariño, G. & Cendales, L. (1978_a). *Cartilla de lectura: guía para el profesor*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Mariño, G. & Cendales, L. (1978_b). *Fichas de aprestamiento*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Mariño, G; Cendales, L y Rodríguez, B. (1984). *Cuentas claras: cartilla de matemáticas para adultos*. Bogotá: Dimensión educativa.

Mariño, G. (1983) *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Hipótesis para una investigación*. Bogotá: Dimensión Educativa.

Mariño, G. (1985). *Alfabetización (material de auto formación)*. Bogotá: Universidad de San Buenaventura.

Mariño, G. (1986_a) *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? (constataciones y propuestas)*. Bogotá: Dimensión Educativa.

Mariño, G. (1986_b). A modo de introducción. *Aportes*, (24-25), pp.7-24.

Mariño, G. (1993). *Dibujo espontáneo y la concepción del espacio en los adultos de los sectores populares*. Bogotá: Dimensión Educativa.

Mariño, G. (1994). *Comentarios a los materiales INEA (Instituto Nacional para la de Jóvenes Adultos)*. Bogotá.

Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos. *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos* (pp. 77-100).

Recuperado de:

http://portal.unesco.org/geography/es/ev.phpURL_ID=8557&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html

Mariño, G. (2003). La Educación Matemática de Jóvenes y Adultos. Influencias y trayectos. *Decisio*, (4), pp.27-32.

Mariño, G. (2005). *¿Por dónde anda la educación matemática de jóvenes y adultos? Revista Decisio*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe CREFAL.

McLaren, Peter. (2005). *La vida en las escuelas. Una introducción a la pedagogía crítica en los fundamentos de la educación*. México: Siglo XXI.

Mejía, M. (2010). Las teorías críticas y las pedagogías críticas. Fundamento de la Educación Popular – Hacia una agenda de futuro. *Revista Aportes*. (32), pp. 26-43.

Mejía, M.R. (2012). Pedagogías en y desde la Educación Popular. Un asunto central para la construcción de poder desde el sur. *Revista La Piragua*, 37, pp. 110 – 132.

Méndez, Z. (1988). El punto de Vista de Piaget. Aprendizaje y cognición. (pp.35-63). Costa Rica: EUNED.

Mora, David. (2009). Pedagogía y Didáctica Crítica para una Educación Liberadora. *Revista Integra*, (1), pp.25-62.

Mora, David. (2010). Formación matemática como parte de la educación integral básica de todas las personas. *Revista Integra*, nº 2 (3) ,pp. 9-73.

Olmos, Oly. (2008). La pedagogía crítica y la interdisciplinariedad en la formación del docente. Caso venezolano. Recuperado de: http://www2.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1317-58152008000100009&lng=en&nrm=i

OREALC. (1989). *Educación de adultos. La acción de la REDALF*. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000842/084203SB.pdf>

Pacheco Ríos, Oscar. (1999). *Ensayo: Etnomatemática y Etnogeometría*. La Paz. Bolivia.

Paludo, Conceição. (2004). Educación Popular: Dialogando con Redes Latinoamericanas (2000-2003). *Revista Aportes*, (20), 62-81.

Pinto, M. (1989). Introducción al análisis documental y sus niveles: el análisis de contenido. *Revista Anabad*, 2, 323-341.

Plan Nacional de alfabetización y postalfabetización de Colombia. (s.f). Recuperado de: <http://tumbi.crefal.edu.mx/rieda/images/rieda-1988-11-1/documento2.pdf>

Prieto, D. (2004). *La comunicación en la educación*. Buenos Aires: La Crujía.

Ramírez Bravo, R. (2008). La pedagogía crítica. Una manera ética de generar procesos educativos. *Revista Folios*, (28), pp.108-119.

Ramírez, Jorge E. (2011). *Educación popular sus significados*. Bogotá: Centro internacional de educación y desarrollo humano.

Reyes, J. (2002). La sustentabilidad y su interpelación a la educación popular. *Decisio*, (3).pp.36-39.

Rivero, José. (1997). *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Chile: UNESCO-Chile.

Sánchez, C. (2003). Autoaprendizaje de las matemáticas en los grupos del INEA. *Decisio*, (4), pp.12-16.

Sánchez, B & Torres, J. (2013). *Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje*. Recuperado de: <http://core.ac.uk/download/pdf/12341291.pdf>

Schulmaister, M. (2003). Elaboración de materiales escritos de matemáticas para el aprendizaje a distancia. *Decisio*, (4), pp.46-50.

Sierra, H. (2011). *Etnomatemática Andina*. Serie Interculturalidad y educación. Recuperado de: <http://www.slideshare.net/husivaldi/etnomatematica-modulo-inicial>

Skovsmose, Ole. (1994) Traducción por Valero, Paola (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente. Universidad de los Andes.

Skovsmose, Ole. (1992). *Competencia democrática y conocer reflexivo en matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.

Tamayo, A. (2006). El Movimiento Pedagógico en Colombia. Un encuentro de los maestros con la Pedagogía. *Revista HISTEDBR On-line*, (24) ,102 –113. Recuperado de: http://www.histedbr.fe.unicamp.br/revista/edicoes/24/art09_24.pdf

Torres, A. (1993). La Educación Popular: Evolución Reciente Y Desafíos. *Pedagogía y Saberes*. No 4 pp.13-26. Recuperado de: http://www.pedagogica.edu.co/storage/ps/articulos/pedysab04_05arti.pdf

Torres, A. (2000), "Ires y venires de la Educación Popular en América Latina". *Revista La Piragua*, (18) ,19-30.

Torres, A. (2004). Coordenadas Conceptuales de la Educación Popular desde la Producción del CEAAL (2000a 2003). *Revista La Piragua*, (20) ,19-62.

Torres, A. (2007_a). *Educación Popular, trayectoria y actualidad*. Venezuela: Universidad Bolivariana de Venezuela.

Torres, Alfonso. (2007_b). Paulo Freire y la Educación Popular. En: *Educación de adultos y desarrollo*. No. 69. Instituto de Cooperación Internacional de la Asociación Alemana para la Educación de Adultos. Recuperado de: http://www.iizdv.de/index.php?article_id=279&clang=3

Torres, Alfonso. (2009). Educación popular y nuevos paradigmas. Desde la producción del CEAAL entre 2004 y 2008. *La Piragua*, 28. Recuperado de: [http://ceaal.org/images/stories/Piragua%2028\(1\).pdf](http://ceaal.org/images/stories/Piragua%2028(1).pdf)

UNESCO-CEAAL-CREFAL-INEA. (2000). *La educación de personas jóvenes y adultas en América Latina y el Caribe Prioridades de acción en el siglo XXI*. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001214/121482So.pdf>

Valero, P. (1996). *La dictadura de las matemáticas: hacia una educación matemática para la paz y la democracia*. Empresa Docente. Universidad de los Andes

Valero, P. (2006) *¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles113423_archivo.pdf

Valero, P. (2007) Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas. Recuperado de: http://vbn.aau.dk/files/57368988/Granada_notas.pdf

Valero, Paola & Skovsmose, Ole (2012). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.

Vasco, C. (1990). Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. Díaz y J. Muñoz (eds.). *Pedagogía, discurso y poder*. Corprodic. Bogotá, pp. 107-122.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Pinturas de la tumba de Nebamun (XVIII dinastía).....	96
Figura 2. Método de empleo de la tabla del Baptisterio.....	96
Figura 3. La Trinidad (Masaccio, 1428).....	97
Figura 4. La Gioconda (Da Vinci, 1519).....	98
Figura 5. El matrimonio Arnolfini (Van Eyck, 1434).....	98
Figura 6. Melocotones y peras (Cezanne, 1888).....	99
Figura 7. El Guernica (Picasso, 1937).....	99
Figura 8. Ejemplo de dibujo de perspectiva jerárquica.....	100
Figura 9. El día de la cruz (Zelié Lardé, 1966).....	101
Figura 10. Ejemplo de dibujo de perspectiva escalonada.....	101
Figura 11. Dibujo perspectiva frontal.....	102
Figura 12. Dibujo perspectiva oblicua.....	102
Figura 13. Dibujo perspectiva aérea.....	103
Figura 14. Ejemplo de dibujo con profundidad vertical.....	103
Figura 15. Ejemplo de dibujo con diferentes puntos de vista.....	104
Figura 16. Ejemplo de dibujos con rotaciones.....	104
Figura 17. Ejemplo de dibujos con perspectiva clásica.....	105
Figura 18. Ejemplo de dibujos con códigos simultáneos.....	105
Figura 19. Ejemplo de dibujo Lo que se sabe.....	106
Figura 20. Ejemplo de dibujo Lo visible e invisible.....	107
Figura 21. Ejemplo de dibujo códigos simultáneos II.....	108
Figura 22. Ejemplo de dibujo códigos simultáneos III.....	108
Figura 23. Miniatura de las Cantigas de Santa María (S.XIII).....	109
Figura 24. Ilustración de Bible Historiale (Guyart des Moulins. S. XIV).....	109
Figura 25. Ilustración del Livre du Trésor (Yates Thompson, S.XV).....	110
Figura 26. Ejemplo de dibujo con desproporciones.....	111
Figura 27. Ejemplo de dibujos con estereotipos.....	112

Figura 28. Ejemplo de resta, experiencia en Colombia.....	123
Figura 29. Ejemplo de suma, experiencia de Ecuador.....	126
Figura 30. Ejemplo de multiplicación, experiencia de Ecuador.....	127
Figura 31. Ejemplo de multiplicación, experiencia de Ecuador.....	128
Figura 32. Ejemplo de división, experiencia de Ecuador.....	128
Figura 33. Ejemplo de suma, experiencia de El Salvador.....	130
Figura 34. Ejemplo de resta, experiencia de El Salvador.....	130
Figura 35. Ejemplo de multiplicación, experiencia de El Salvador.....	131
Figura 36. Ejemplo de multiplicación, experiencia de El Salvador.....	132