

TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE PARA LA ORGANIZACIÓN Y  
REPRESENTACIÓN DE DATOS CON NIÑOS Y NIÑAS DE PRIMERO DEL  
INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL

NATALIA CAROLINA CRUZ MORENO  
SANDRA VIVIANA MORENO MONTAÑEZ  
LAYDE CATERINE MORENO PIZA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN INFANTIL  
BOGOTÁ D.C

2020

TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE PARA LA ORGANIZACIÓN Y  
REPRESENTACIÓN DE GRÁFICOS CON NIÑOS DE PRIMERO DEL INSTITUTO  
PEDAGÓGICO NACIONAL

NATALIA CAROLINA CRUZ MORENO  
SANDRA VIVIANA MORENO MONTAÑEZ  
LAYDE CATERINE MORENO PIZA

Asesora:

LUZ MERY MEDINA

Magister en Educación

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN INFANTIL  
BOGOTÁ D.C

2020

## AGRADECIMIENTOS

*A mis padres, Fanny Moreno y José Cruz, ya que son mi pilar fundamental y apoyo en mi formación académica, me han dado todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi perseverancia y mi empeño, y todo ello de una manera enriquecedora para mi futuro y llena de amor.*

*A mis hermanos, Cristian, Sebastián, David y Valentina, que han sido un magnífico ejemplo de vida, lucha y fijeza para alcanzar mis metas. Son y siempre serán mi más grande fuente de orgullo y firmeza en la vida.*

*A mis compañeras de tesis Sandra Moreno y Caterine Moreno, por su compromiso para lograr un trabajo de grado con tanto empeño como este, y por ser la compañía perfecta durante estos cinco años de universidad. A la gran maestra y tutora de este trabajo Luz Mery Medina por acompañarnos en este proceso y compartir su conocimiento ya que, sin esto, no hubiese sido posible realizar este trabajo, y a la que sin duda le quedamos infinitamente agradecidas.*

*A los niños y las niñas del grado primero del Instituto Pedagógico Nacional por su disposición y trabajo a lo largo de las sesiones de clase. A la Universidad Pedagógica Nacional por darme la oportunidad de crecer como profesional y como persona.*

*A todos ellos dedico y consagro mis triunfos y futuro quehacer profesional.*

*Natalia Carolina Cruz Moreno*

*A mi madre Nubia Montañez por su fortaleza y resiliencia ante la vida, por brindarme un hogar cálido, por ser mi apoyo incondicional y mi sustento, por haberme formado con los mejores principios y valores que solo ella pudo inculcarme, y principalmente, por darme la oportunidad de crecer profesionalmente.*

*A mi hija Sofía por ser mi fuente de inspiración y mi más grande motivación, gracias por impulsarme cada día más a superarme y buscar ofrecerle siempre lo mejor. Sé que el camino no es fácil, pero no estuviera en mi vida, no habría logrado tantas grandes cosas, tal vez la vida sería más difícil sin su presencia, y por ser siempre “la luz en mi camino”.*

*A mis hermanos Carlos Moreno y Luis Moreno por ofrecerme su compañía incondicional y ser el mejor ejemplo de fortaleza y tenacidad cualquier dificultad.*

*A la Universidad Pedagógica Nacional por darme la oportunidad de crecer como profesional y como persona.*

*A la maestra Luz Mery Medina por su apoyo y guía en el desarrollo del presente trabajo de grado.*

*A aquellos amigos, profesores, conocidos y familiares, que por cuestión de espacio no mencionaré, pero que con sus buenos deseos hicieron que el camino estuviera lleno de buena energía.*

*Sandra Viviana Moreno Montañez*

*Agradezco a Dios por haberme guiado y acompañado a lo largo de mi carrera, por ser mi fortaleza en tiempos difíciles, a la vida por brindarme esta oportunidad que trajo consigo grandes y significativos aprendizajes y experiencias.*

*A mi madre Ana Piza y a mi abuelita María Custodia Castillo por apoyarme en todo momento, por ser esas personas incondicionales en mi vida, por el cariño y amor que siempre me han brindado y que me inculcaron en mi formación como persona. A mis hermanos Cristian Camilo Moreno y Julián Andrés Moreno por acompañarme en este proceso y por ser importantes en mi vida.*

*A mi esposo Luis Alexander Murcia quien ha luchado junto conmigo para lograr este sueño, acompañándome en momentos difíciles y ha sido la voz de aliento para levantar la cabeza y continuar con nuestros sueños. A mis hijos Ángel Emanuel Murcia y Valentina Murcia quienes son la luz de mi vida y el motor que me fortalece para seguir creciendo como persona, como madre y como profesional.*

*A mis compañeras Natalia Cruz y Sandra Moreno quienes han sido un gran apoyo desde el momento que iniciamos nuestro proceso de formación, quienes con su amistad y confianza durante estos cinco años formaron parte de mi vida.*

*A la Universidad Pedagógica Nacional por haber permitido formarme como profesional y a sus docentes quienes me acompañaron en este proceso transmitiendo su sabiduría y conocimientos. A la tutora Luz Mery Medina quien con su experiencia y conocimiento nos brindó la oportunidad de desarrollar nuestro trabajo de grado.*

*Layde Caterine Moreno Piza*

## TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO .....	5
TABLA DE FIGURAS .....	8
TABLA DE ILUSTRACIONES .....	9
1. MARCO CONTEXTUAL .....	10
1.1 Instituto Pedagógico Nacional .....	12
1.2 Ubicación geográfica .....	12
1.3 PEI (Proyecto Educativo Institucional) .....	13
1.4 Metodología del Instituto Pedagógico Nacional .....	15
1.5 Caracterización del grupo .....	17
1.5.1. Cuso 103:.....	17
1.5.2 Curso 104.....	18
2. ANTECEDENTES.....	24
2.1 Antecedentes relacionados con el pensamiento aleatorio, principalmente con la enseñanza de la Estadística .....	24
2.2 Antecedentes relacionados con las trayectorias hipotéticas de aprendizaje a nivel nacional e internacional .....	26
3. JUSTIFICACIÓN .....	29
4.PALABRAS CLAVES .....	31
5.MARCO DE REFERENCIA.....	33
5.1 Referente normativo .....	33
5.1.1 Ley General de Educación (1994).....	33
5.1.2 Lineamientos curriculares (1998). .....	34
5.1.3 Estándares Básicos de Competencias (2006). .....	35
5.1.4. Concepto de Pensamiento Aleatorio. ....	36
5.1.5 Derechos Básicos de Aprendizaje (2016).....	39
5.1.6 Mallas de Aprendizaje (2017).....	41
6. MARCO CONCEPTUAL .....	43
6.1 Concepción constructivista de las matemáticas .....	43
6.1.1 Rol del niño y el maestro en el constructivismo. ....	44
6.1.2 Las matemáticas desde el constructivismo. ....	45
6.2 Trayectoria Hipotética de Aprendizaje .....	46
6.3 Referente matemático .....	48

6.3.1	Concepto de la estadística y recolección de datos. ....	48
6.3.2	Relación con el desarrollo del pensamiento estadístico en la educación infantil	50
6.3.3	Estadística en el currículo de matemáticas en los primeros grados de primaria. .	53
6.3.4	Desarrollo del pensamiento estadístico en el primer grado de la básica primaria	54
6.3.5	Derechos Básicos de Aprendizaje grado Primero (relacionados con acercamiento a la estadística).....	57
6.3.6	Cuadro comparativo referente normativo.....	58
6.4	Definición de los gráficos. ....	58
6.4.1	Tabla de conteo. ....	59
6.4.2.	Pictograma. ....	59
6.4.3.	Gráfico de puntos. ....	60
6.4.4.	Diagrama de barras.....	61
6.5	Niveles de lectura de gráficos ....	61
6.6.	Dificultades de la lectura de gráficos.....	64
7.	MARCO METODOLÓGICO .....	66
7.1	Descripción .....	66
7.2	Situación problema .....	66
7.3	Objetivo General .....	68
7.4	Objetivos Específicos .....	68
7.5	Marco metodológico de la investigación .....	69
7.5.1	Método de investigación: cualitativo. ....	69
7.6	Instrumentos.....	72
7.6.1	Fotografías .....	72
7.6.2	Videos de las grabaciones.....	73
7.7	Definición de las categorías .....	75
7.7.1	Categorías de análisis. ....	76
7.8	Etapas de la trayectoria de aprendizaje.....	80
8.	IMPLEMENTACIÓN TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE PARA LA ORGANIZACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE DATOS .....	81
8.1	Planeaciones de la Trayectoria de Aprendizaje.....	83
8.1.1.	Planeación N° 1.....	83
8.1.2	Planeación N° 2.....	86

8.2 Análisis de las sesiones.....	90
8.2.1 Sesión 1. ....	90
8.2.1.1.1 Anexo 1:.....	97
8.2.2 Sesión 2 .....	98
8.2.2.1 Anexos.....	105
8. 2.2.2. Notas finales.....	108
9. CONCLUSIONES .....	108
10. BIBLIOGRAFIA .....	115

## TABLA DE FIGURAS

Figura 1. Mapa localidad 1 de Usaquén. Fuente: [www.masterpredios.com](http://www.masterpredios.com)

Figura 2. Apartado Estándares Básicos de competencias. Primero a tercero. Fuente: [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf).

Figura 3. Apartado Derechos Básicos de Aprendizaje. Pensamiento Aleatorio. Grado 1. Fuente:

[http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

Figura 4. Mallas de Aprendizaje Matemáticas grado 1. Mapa de relaciones. Fuente: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

Figura 5. Apartado Mallas de Aprendizaje. Grado 1°. Pensamiento Aleatorio. Fuente: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

Figura 6. Apartado Mallas de Aprendizaje. Grado 1°. Pensamiento Aleatorio. Fuente: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

Figura 7. Apartado Derechos Básicos de Aprendizaje. Matemáticas. Grado 1°. Fuente [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

Figura 8. Tabla de conteo. Fuente [http://funes.uniandes.edu.co/7778/1/Art%C3%ADculo\\_ULA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/7778/1/Art%C3%ADculo_ULA.pdf).

Figura 9. Pictograma. Fuente <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

Figura 10. Gráfico de puntos. Fuente <https://www.disfrutalasmatematicas.com/definiciones/diagrama-de-puntos.html>.

Figura 11. Diagrama de Barras. Fuente <https://www.plandemejora.com/que-es-grafica-de-barras-ejemplos/>

## **TABLA DE ILUSTRACIONES**

Ilustración 1. Pensamiento aleatorio. Fuente propia.

Ilustración 2. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje. Fuente propia.

Ilustración 3. Cuadro Comparativo Referente Normativo. Fuente propia.

Ilustración 4. Categorías de análisis. Fuente propia.

Ilustración 5. Etapas de la Trayectoria de Aprendizaje. Fuente propia.

Ilustración 6. Implementación de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje. Fuente propia.

## INTRODUCCIÓN

En la presente propuesta pedagógica se analizan algunos referentes teóricos que desde la normativa respaldan y le dan un lugar privilegiado al pensamiento aleatorio; reconociendo la importancia de fomentar actividades relacionadas con la educación estadística, en este caso, con la organización y representación de datos desde edades tempranas.

Partiendo de los contenidos y la progresión del desarrollo acorde a las distintas edades de los niños y las niñas, es posible encontrar referentes teóricos relacionados con el papel que toma el constructivismo en las matemáticas y el rol que cumplen tanto los maestros como los estudiantes en el aprendizaje de la matemática escolar desde esta perspectiva. Por tal razón, esta propuesta pedagógica enfatiza en el diseño y desarrollo de una trayectoria hipotética de aprendizaje desde una mirada constructivista del aprendizaje que aporta al desarrollo de las nociones de organización y representación de datos en niños y niñas de los cursos 103 y 104 del Instituto Pedagógico Nacional.

Desde el marco metodológico, esta trayectoria de aprendizaje está diseñada en cuatro etapas que pretendemos estén articuladas las unas con las otras, comenzando por el diseño de las categorías de análisis que orientan las acciones a realizar dentro de esta investigación, continuando con la construcción de la trayectoria, la implementación de esta, para terminar en la sistematización y análisis de lo que se logró reconocer con la implementación de este modelo pedagógico.

La planeación de la serie de actividades que componen esta trayectoria tiene como propósito permitir que los niños y las niñas desarrollen competencias en torno a la Estadística principalmente alrededor de cuatro categorías preestablecidas. Estas actividades buscan que los niños y las niñas analicen las características de los datos que recolectan, y que dependiendo de ese análisis logran organizar la información, para posteriormente realizar la representación e interpretación de los datos.

Por último, se presenta un balance del trabajo investigativo, desde el análisis y las conclusiones que dejó la implementación de la trayectoria, mencionando los aspectos más relevantes que han sido identificados luego de la aplicación de las actividades y la reflexión acerca de la experiencia de implementación. Igualmente, reconocemos la importancia del trabajo de la Educación Estadística desde edades tempranas y principalmente, la manera como se evidencia la progresión del desarrollo que siguen los niños y las niñas crucial en la comprensión de lo que es la trayectoria hipotética de aprendizaje.

# 1. MARCO CONTEXTUAL

## 1.1 Instituto Pedagógico Nacional

La implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje se realizó en el Instituto Pedagógico Nacional (de ahora en adelante se le llamará I.P.N), aproximándonos a aspectos y particularidades que enmarcan el contexto y la comunidad educativa. En primer lugar, se realizará una descripción de la ubicación geográfica del IPN resaltando principalmente sus alrededores y las particularidades de la población estudiantil, junto a sus dinámicas sociales y educativas. En segundo lugar, indagar la misión y el proyecto educativo institucional PEI, incluyendo el método o modelo evaluativo que establece este documento para el I.P.N.

## 1.2 Ubicación geográfica

El I.P.N se encuentra ubicado en la localidad 1 de Usaquén, más exactamente, en el nororiente de Bogotá y limita al occidente con la autopista norte de tal modo, que lo separa de la localidad de Suba; al sur con la calle 100, al norte con el municipio de Chía y Sopo y al oriente con el municipio de La Calera. “Esta localidad está conformada por 418.792 habitantes y estos se encuentran en un estrato socioeconómico alto (3-4). Esta localidad se encuentra dividida por nueve UPZ (unidades de planeamiento zonal) divididas en barrios respectivamente”. (secretaría de cultura, recreación y deporte, 2020)



Figura 1. Mapa localidad 1 de Usaquén. Fuente: [www.masterpredios.com](http://www.masterpredios.com)

### **1.3 PEI (Proyecto Educativo Institucional)**

Actualmente, la institución cuenta con un PEI (Proyecto Educativo Institucional) renovado que buscaba adaptarse a los cambios sociales de los últimos años, entre los que se encuentran: la construcción de un currículo integrado y problematizador, la instauración de una política de no tareas (política que implica un reto para sus docentes), y la puesta en marcha del proyecto que busca reconocer al IPN como Patrimonio Pedagógico.

La Ley 1890 de 2018, establece que la declaración del IPN, como Patrimonio Histórico y Cultural de la Nación, está relacionada con la enseñanza que la institución ha desarrollado en la formación musical, la educación física, la formación en valores para la convivencia pacífica y las formas alternativas de práctica docente, que se utilizan para la formación inicial de maestros. (Instituto Pedagógico Nacional y Universidad Pedagógica Nacional, 2019, p. 7).

Es así, como recurriremos a la versión actualizada del Proyecto Institucional Educativo realizada en el año 2019, en la cual, se puede observar que el I. P.N ha sido una institución muy autónoma que cuenta con un Proyecto Educativo Institucional completamente pensado bajo unos parámetros de preservación de su historia, preservación de su concepción pedagógica y los lineamientos del quehacer institucional en la formación de los niños, las niñas y jóvenes de los diversos sectores de la ciudad.

El I.P.N se basa en una serie de “principios que permiten la contextualización, la coherencia, continuidad, fortaleza y unidad de proyectos, programas y acciones que se realizan dentro de sus instalaciones”. A continuación, los principios:

*Libertad y democracia:* Se cultiva y se respeta la libertad para que el sujeto pueda hacerse a sí mismo y pueda ser un ciudadano de una democracia, la cual estará abierta al consenso, revisión y la participación crítica por parte de la comunidad.

*Racionalidad y espíritu científico:* El espíritu científico se basa en la racionalidad crítica de cuestionamientos, los cuales se promueven en la cultura de la

argumentación, del rigor de la lógica, de la sustentación discursiva de cada planteamiento, propuesta y de cada acción que se realice.

*Autonomía y liderazgo de los estudiantes:* la autonomía entendida como el uso responsable de la libertad en relación con la interacción con los otros, la capacidad de decisión y asumir las consecuencias.

*Pluralidad y diferencia:* Respeto y tolerancia con las particularidades individuales como valor de la condición humana y la diversidad.

*Integridad del ser humano:* A partir de proyectos y planes se busca responder a una formación integral de los sujetos, partiendo desde el grado preescolar.

*Convivencia y paz:* La paz como un proceso educativo, continuo y permanente, comprendiendo las relaciones que se construyen en pro de una cultura de paz fortaleciendo la convivencia. (Instituto Pedagógico Nacional y Universidad Pedagógica Nacional, 2019, p.14)

La institución a través del P.E.I (2019) ha venido trabajando por el bienestar educativo de sus estudiantes, es por esto, que, desde su creación, ha logrado tener varios avances en propuestas de trabajo educativo y que han sido cruciales a la hora de observar ese camino que ha propiciado el establecer lo que es hoy en día la educación, específicamente en el área de matemáticas (p.21). Es así, como el I.P.N, de la mano de la Ley 115 del año 1994 crea proyectos y experiencias encaminadas en pro del desarrollo de la lógica en los niños como base para su aprendizaje y desarrollo del pensamiento lógico matemático. Además, gracias a que la institución siempre ha pensado en darle un lugar primordial a los ambientes de aprendizaje, de la mano de grandes proyectos propuestos por diversas “entidades”, nacen convenios con entidades como el Ministerio de Educación Nacional, quien invitó al I.P.N a participar en algunos programas que posibilitaron el crecimiento en las áreas que componen el currículo de la institución. Así mismo, gracias a esos grandes avances significativos es que la institución ha logrado, con la asesoría de profesores de matemáticas y español, participar en las olimpiadas de matemáticas y ortografía en las cuales los estudiantes han avanzado a etapas finales de estos concursos. Sin embargo, el documento no cuenta con algún apartado dirigido

específicamente al enfoque o enseñanza de las matemáticas del grado primero o cualquier otro curso.

#### **1.4 Metodología del Instituto Pedagógico Nacional**

El Instituto Pedagógico Nacional tiene como característica metodológica la escuela activa, en la que predomina, principalmente, el apostarle a la formación integral del ser de la mano de un horizonte pedagógico y unas estrategias que buscan alcanzar dicho horizonte en el que prima el cumplimiento de esa mencionada formación integral estandarte de tradición histórica del instituto.

Para lograr este gran propósito, se organiza todo el quehacer pedagógico del colegio alrededor de un horizonte pedagógico centrado en la convivencia, la pasión por el saber y la innovación pedagógica. A su vez se definen tres estrategias que precisan la forma de alcanzarlo: Proyectos Pedagógicos; Convivir en Comunidad e Innovación, Investigación y Formación de Maestros. (Instituto Pedagógico Nacional y Universidad Pedagógica Nacional, 2019, p. 19).

Así mismo, el P.E.I (2019) reitera “la importancia del aprender con base en la actividad en relación con el medio, estandarte de la escuela activa, continuo presente en el IPN aún con la desaparición del bachillerato pedagógico en el año 1994, evidenciado en la formulación de proyectos pedagógicos con sentido, lo que indica que el conocimiento no se agota en el proceso de transmisión de la información, incorporando lo afectivo y lo social en contraste con el diario vivir, lo cotidiano en ese proceso de elaboración del conocimiento”(p. 19).

Dentro de sus fundamentos pedagógicos y soporte teórico se encuentra la inclinación por las ideas de algunos pedagogos activos, entre ellos se resalta en el (PEI, 2019) el alemán Kerschensteiner, de él se retoma el concepto de *trabajo*, el cual se refiere a la actividad manual e intelectual, ya que en ambos casos hay trabajo mecánico y reflexivo los cuales posibilitan el aprendizaje. Lo anterior junto con el sustento teórico de los pedagogos de la escuela activa (Montessori, Decroly, Compayré, Binet, Claparède, Dewey) aportaron significativamente en la didáctica del I.P.N, por ejemplo: aprender a partir de la actividad en relación con el medio.

Además, en el P.E.I (2019) se retoma el concepto de trabajo mencionado anteriormente y del sustento teórico de los pedagogos de la escuela activa, para darle acogida en el I.P.N al concepto de didáctica, en el que prima la clase de metodología general, en la que se trabajaba la enseñanza y manejo de la escuela, previsto por Radke en 1936, es en este momento, donde se concibe que las maestras son formadas a la vez, para dirigir centros educativos desde lo práctico (p.19). Junto con la clase de metodología, en la estructura académica se encontraba la práctica la enseñanza en la escuela anexa, concepto fundamental para la preparación de maestras, instaurado por Radke.

El I.P.N cuenta con una evaluación de tipo cualitativo, es decir, para ellos es importante entender que la evaluación tiene un juicio y bajo la afirmación de que “todo juicio tiene pretensiones de verdad”, la institución ha logrado consolidar un enfoque pedagógico basado en la integralidad del currículo, es así, como vemos que la evaluación se realiza cada año por áreas del conocimiento y bajo unas formas de trabajo que presentaremos a continuación:

- Trabajo por áreas: Espacios necesarios que requieren las áreas para construir un conocimiento específico que orienta las actividades de acuerdo con una planeación que se hace de cada una de ellas.
- Espacios académicos interdisciplinarios: Permiten la integración y el diálogo de saberes de las diferentes áreas en torno a una pregunta problema que surge de los intereses de los estudiantes y del conocimiento de los maestros sobre los asuntos que se consideran pertinentes en cada comunidad.
- Actividades curriculares complementarias: Son parte fundamental del currículo y se realizan tanto en horarios escolares como extraescolares. Las actividades curriculares complementarias pueden ser de diferente tipo y se refieren por ejemplo a los talleres, los proyectos transversales y las actividades extraescolares.
- Talleres: Durante la jornada escolar se destina un espacio académico por comunidad para que las áreas ofrezcan diversos talleres que se estructuran de manera flexible, en torno a una temática, una problemática o un campo de acción específico, en los cuales los estudiantes se conocen a sí mismos, sus gustos e intereses, así como las habilidades y destrezas que poseen en diferentes campos.

- Proyectos transversales: Se desarrollan dentro de la jornada escolar y se estructuran alrededor de actividades que se implementan en diferentes momentos del calendario escolar, liderados por una o más áreas. (Instituto Pedagógico Nacional y Universidad Pedagógica Nacional, 2019, pp. 41-42).

## **1.5 Caracterización del grupo**

### **1.5.1. Cuso 103**

El curso 103 está conformado por 30 estudiantes que oscilan las edades entre los 6 y los 8 años, estudiantes muy activos, participativos y entusiastas, pero sobre todo con gran motivación por interactuar con sus pares y aprender conjuntamente. En este curso se encuentran 15 niños y 15 niñas, un 77% de los estudiantes son antiguos, es decir, pertenecen a la institución desde años anteriores o el año anterior, el 13% son nuevos en la institución, es decir llegaron de otra institución educativa y el 10% son de reinicio (repiten el año). En cuanto al contexto familiar, se encuentran núcleos constituidos por: mamá, papá y hermanos, mamá y hermanos, mamá, papá y abuelo o abuela.

La docente titular es Marcia Alejandra Ramos, ella es Licenciada en Docencia del Diseño de la Universidad Pedagógica Nacional, cuenta con una Especialización en Educación e Intervención para la primera infancia de la Fundación Universitaria Juan de Castellanos. Además, ha realizado diversos diplomados sobre variados temas, de los cuales encontramos: Diplomado sobre Sentido humanizador de la ER, Diplomado sobre Escuela Terapéutica para una ciudad más humana, Diplomado sobre Competencias Argumentativas todos estos realizados en la Pontificia Universidad Javeriana.

La docente titular refiere las siguientes características del grupo realizadas en un diario de campo de escritura personal, en el mes de septiembre del año 2020:

*“Académicamente y en general, es un grupo con ritmos adecuados de trabajo, comprometido y responsable que presencialmente respondió a las diferentes dinámicas planteadas, habla bastante, es curioso y dinámico. Es un grupo*

*heterogéneo en cuanto a su comportamiento, en mayoría son niños que atienden, siguen instrucciones fácilmente y acogieron los pactos del aula tanto en etapa presencial como en el acompañamiento en casa, después de algunas direcciones de grupo”.*

### **1.5.2 Curso 104**

El curso 104 está conformado por 30 estudiantes, entre los 6 y los 8 años cuenta con un grupo de 17 niños y 13 niñas. En este curso el 67% son estudiantes que pertenecían a la institución desde años anteriores, el 23% son estudiantes nuevos (que se incorporaron este año a la institución) y el 10% son de reinicio (repiten el año). En cuanto al contexto familiar se encuentran núcleos constituidos por padre y madre; madre y abuela; padre y abuelo. Además, los niños y las niñas viven en las localidades de: Usaquéen, Suba, Engativá y la 80; y están entre los estratos 1, 2, 3 y 4.

La docente titular es Luz Mary Esquivel, ella es Licenciada en Educación Preescolar cuenta con especialidades en: Edumatica Educativa, Pedagogía de la Recreación Ambiental y Lúdica Educativa. Para conocer las particularidades del grupo se recurre a la docente titular, quién indica que son niños muy alegres, participativos, colaboradores y particularmente muy comunicativos, curiosos y muy abiertos a realizar diversas experiencias de aprendizaje.

La docente titular refiere las siguientes características del grupo realizadas en un diario de campo de escritura personal, en el mes de octubre del año 2020:

*“El grupo se caracteriza por su compromiso en la realización de las actividades y cumplimiento en la asistencia de encuentros sincrónicos, y también son comprometidos con la participación de los niños y las niñas durante la ejecución de las actividades propuestas, pues mantienen una actitud de interés en interactuar con los materiales diseñados para cada clase. A su vez, los niños y las niñas construyen conocimiento en un ambiente que les facilita dialogar, reflexionar, preguntar, cuestionarse y relacionarse con sus pares.”*

### **1.5.3 Desarrollo integral de los niños y las niñas.**

#### ***1.5.3.1 Teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget***

Jean Piaget fue el primer psicólogo en realizar un estudio sistemático del desarrollo cognitivo, su teoría del desarrollo se apoya en estudios observacionales detallados de la cognición de los niños y en algunas pruebas simples para reconocer las diversas capacidades cognoscitivas que estos tienen. El psicólogo propone tres ejes conceptuales que validan su teoría, los cuales son: las estructuras cognitivas, las funciones cognitivas y los contenidos de la cognición.

Las estructuras cognitivas son aquellas formas o patrones que toma la cognición de los individuos en cada uno de los estadios piagetianos, es así como lo mencionan Rosas y Sebastián (2008) afirmando que “estas estructuras son de naturaleza abstracta y tienen su modelo en las estructuras matemáticas y lógicas; no pueden ser medidas directamente, sino que se infieren a partir de la observación de diversos conjuntos de conductas. Son, en un sentido estricto, constructos psicológicos” (p. 6). Con esto, Piaget plantea que dentro de estas estructuras se encuentran los esquemas (unidades básicas de la estructura cognitiva humana) y las operaciones (coordinaciones de acciones interiorizadas, reversibles, agrupadas en sistemas de conjunto con leyes de totalidad).

Continuando, las funciones cognitivas son vistas por Piaget desde dos “invariantes” funcionales a la base de la cognición humana: la organización y la adaptación. Rosas y Sebastián (2008) reconocen a estas dos de la siguiente manera “la organización, que trata de responder al problema de la conservación de la identidad a lo largo de la ontogenia, y la adaptación, que trata de responder al problema de cómo es posible la transformación del organismo en su interacción con el medio, con conservación de la organización.” (p.10).

Piaget propuso los contenidos de la cognición, estos son vistos como los elementos que se organizan de acuerdo con ciertas características y que, a través de percepciones, conceptos, recuerdos, operaciones matemáticas o lógicas propician las relaciones que pueden ser de múltiples tipos, como las espacio- temporales. En este punto, Piaget propuso

unas etapas de desarrollo: la sensorio motriz, la preoperacional, la de operaciones concretas y la de operaciones formales.

Finalmente, esta trayectoria hipotética se implementará con niños y niñas de grado primero, los cuales se encuentran en unas edades entre los 6 y los 8 años, de acuerdo con las etapas de desarrollo propuestas por Piaget, ellos se encuentran en un tránsito de la etapa preoperacional (2-7 años) y la de operaciones concretas (7 – 12 años).

Etapa preoperacional, (2-7 años), cuyo máximo logro es la preparación, a partir del ejercicio activo del uso de símbolos, para la adquisición de las “operaciones mentales”, las que son descritas por Piaget como estructuras cognitivas que les permiten al individuo operar en el ambiente de manera lógica y reversible,

Etapa de las operaciones concretas, (7-12 años) caracterizada por el ejercicio de la lógica en la acción del individuo con los objetos de su entorno. (Rosas y Sebastián, 2008, p. 13).

### ***1.5.3.2 Teoría sobre el aprendizaje de las matemáticas de Zoltán Pál Dienes***

El trabajo de Zoltan Dienes en la enseñanza de las matemáticas constituye una aportación original, útil y refrescante para docentes y estudiantes. Dienes parte de una concepción piagetana pero sus diseños didácticos pueden situarse muy cerca del diseño instrumental en la perspectiva histórico- cultural. A su vez, sus obras y experiencias reflejaban un gran interés por establecer que los alcances del aprendizaje no solo se pueden medir por la etapa de desarrollo en la que se encuentra el niño, sino que, un factor fundamental en el aprendizaje sería el tipo de tarea y la forma en que se le presentan al niño; es decir, si se le presentan tareas que se basan en una estructura matemática de una manera lúdica, entonces los niños serán capaces de mostrar logros cognitivos altos a edades sorprendentemente jóvenes.

A partir del acercamiento de Dienes con las obras de Piaget y Bruner, éste comienza a enunciar una teoría sobre el aprendizaje de las matemáticas, la cual consta de cuatro principios rectores:

*Principio dinámico:* Considera que el aprendizaje es un proceso activo por lo que la construcción de conceptos se promueve proporcionando un entorno adecuado con el que los alumnos puedan interactuar.

*Principio constructivo:* Las matemáticas son para los niños una actividad constructiva y no analítica. El pensamiento lógico-formal dependiente del análisis puede ser muy bien una tarea a la que se consagran los adultos, pero los niños han de construir su conocimiento.

*Principio de variabilidad matemática:* Un concepto matemático contiene cierto número de variables y de la constancia de la relación entre estas surge el concepto.

*Principio de variabilidad perceptiva:* Existen diferencias individuales en cuanto a la percepción de los conceptos (Castro M *et al.*, 2002, p.9).

Ahora bien, Dienes establece una serie de etapas para la construcción de un concepto matemático: etapa del juego, etapa de la estructuración y etapa de la práctica; sin embargo, tiempo después estas etapas se transformarían en seis y a su vez la etapa del juego podría ser no lúdica para los alumnos mayores. A continuación, se enuncian las seis etapas en el aprendizaje de un concepto matemático:

*Juego libre:* Se introduce al individuo en un medio preparado especialmente y del que se podrán extraer algunas estructuras matemáticas, el objetivo es que se vaya adaptando al medio y se familiarice con él.

*Juego con reglas:* Se dan unas reglas que en cierto modo son restricciones en el juego, éstas representan las limitaciones de las situaciones matemáticas. Cuando se manipulan estas limitaciones se consigue dominar la situación.

*Juegos Isomorfos.* Como no se aprenden matemáticas solo jugando a un juego estructurado según unas leyes matemáticas. Los niños habrán de realizar varios juegos de apariencia distinta, pero con la misma estructura de donde llegarán a descubrir las conexiones de naturaleza abstracta que existen entre los elementos de los distintos juegos.

*Representación:* Dicha abstracción no ha quedado todavía impresa en la mente del niño para favorecer este proceso es necesario hacer una representación de la actividad realizada a la vez que se habla de ella lo que además permite contemplarla desde fuera del juego.

*Descripción:* Hay que extraer las propiedades del concepto matemático implícito en todo este proceso del que ya se ha llegado a su representación, para ello es conveniente inventar un lenguaje que describa todo aquello que se ha realizado. En un principio cada niño inventará su propio lenguaje, pero más tarde y con ayuda del profesor será conveniente ponerlos todos de acuerdo y conseguir un lenguaje común. Esta descripción constituirá la base de un sistema de axiomas.

*Dedución:* Las estructuras matemáticas tienen muchas propiedades, unas se pueden deducir de otras así que se tomarán un número mínimo de propiedades (axiomas) y se inventarán los procedimientos (demostraciones) para llegar a las demás (teoremas). Según Dienes habrá que contar con estas etapas cuando se vaya a organizar la enseñanza de las matemáticas si se pretende que todos los niños accedan a ella (Castro M *et al.*, 2002, p.10).

### ***1.5.3.3 Etapas de la adquisición del conocimiento matemático de Mialaret***

Gastón Mialaret es licenciado en matemáticas, psicología y psicopedagogía; su pensamiento se enmarca en el empleo de metodologías activas basadas en la actividad del alumno; utilización de los conceptos concreto y abstracto; aprendizaje matemático a través de lo lúdico y lo manipulativo y razonamiento y conciencia sobre el propio cuerpo.

Ahora bien, Gastón Mialaret define una serie de etapas para la adquisición del conocimiento matemático:

*Primera etapa:* Acción misma, comienza admitiendo la necesidad de manipulación, de acciones con los objetos sobre las que reflexionar. En esto sigue a Piaget que considera que "las operaciones son acciones interiorizadas".

*Segunda etapa:* Acción acompañada por el lenguaje, la acción por sí sola no es suficiente y debe de estar apoyada por el lenguaje, iniciándose así en el vocabulario elemental del concepto correspondiente. Las descripciones se hacen significativas, ya que cada una de ellas se sustenta en una acción simultánea.

*Tercera etapa:* Conducta del relato, sin necesidad de repetir una acción se puede narrar, la acción es evocada y recreada por su simple emisión verbal. Se puede afirmar que es en esta fase en la que la experiencia se transforma en conocimiento.

*Cuarta etapa:* Aplicación del relato a situaciones reales, actuando y esquematizando las conductas relatadas mediante objetos simples o material no figurativo.

*Quinta etapa:* Expresión gráfica de las acciones ya relatadas y representadas, supone un paso más en el camino de la esquematización progresiva de la abstracción creciente y sobre todo en la matematización del problema que se está considerando.

*Sexta etapa:* Traducción simbólica del problema estudiado, último escalón para la asimilación matemática de un concepto. (Castro M *et al.*, 2002, p.11).

## **2. ANTECEDENTES**

Hasta hace poco tiempo, las prácticas de la matemática escolar en primaria se centraban en los contenidos de números y operaciones, geometría y medida; sin embargo, la incorporación de la estadística responde a la necesidad de promover en los niños y las niñas conocimientos que les sirvan de base para la recogida, descripción, representación e interpretación de datos y además guardan relación con los conceptos antes mencionados, propios de la matemática escolar. Por lo que, llevar a cabo una propuesta que permitiera el desarrollo de los conceptos, procesos y habilidades en torno a la estadística, debía pasar por una rigurosa planificación curricular, por lo que las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje podían ser una alternativa rigurosa y viable para este fin.

Por tal razón, se inicia con una revisión de los estudios existentes, relacionados con este tema de investigación, que permitan conocer las acciones que se han realizado en torno a la importancia de la estadística desde los primeros grados. Dichos estudios se exponen a continuación:

### **2.1 Antecedentes relacionados con el pensamiento aleatorio, principalmente con la enseñanza de la Estadística**

A lo largo del proceso de búsqueda de trabajos de grado relacionados con el pensamiento aleatorio y la enseñanza de la estadística encontramos:

En la Universidad Pedagógica Nacional se encuentra el trabajo de grado “Análisis de materiales y recursos informáticos para la enseñanza de la estocástica en la Educación Básica y Media en Colombia”. En este documento, la autora Diana Paola Garzón Aguilar (2018) del departamento de Matemáticas, hace un análisis de algunos de los materiales y recursos informáticos con los que se cuenta actualmente para la enseñanza de la Estadística

y la Probabilidad desde las perspectivas de las investigaciones en Educación Estocástica y la reglamentación para la educación en Colombia. El producto final consiste en un catálogo técnico y didáctico de materiales y recursos informáticos que se pueden implementar en el campo de la Educación Estocástica en los niveles de la Educación Básica y Media en Colombia.

Así mismo, en la Universidad ICESI se realizó el trabajo de grado “El aprendizaje de las nociones de probabilidad y el pensamiento aleatorio mediante una secuencia didáctica, basada en juegos y experiencias de la vida cotidiana”. En este trabajo la autora Luz Elena Jiménez Suescun (2017) describe cómo a través de la implementación de una unidad o secuencia didáctica, basada en juegos y experiencias de la vida cotidiana sobre el aprendizaje de las nociones de probabilidad y el pensamiento aleatorio, pueden aprenderse de forma fácil. Dichos conceptos están presentes en casi todas las actividades del ser humano, como en aquellas donde es necesario la toma de decisiones y su aplicabilidad a la vida diaria.

Además, en la Universidad Pedagógica Nacional se encontró con el trabajo de grado “El pensamiento aleatorio como fundamento para el desarrollo del pensamiento matemático y sus componentes”. En este documento las autoras Sileni Marcela Carranza Cantor y Milady Astrid Guerrero Velasco (2016) realizan una propuesta que se logra identificando y estableciendo relaciones entre los conceptos y procesos propios de cada pensamiento (aleatorio, variacional, numérico, espacial y métrico) y los procesos generales que permiten desarrollar el pensamiento matemático; se materializa al exponer una estructura curricular para cada uno de los conjuntos de grados y ejemplos de actividades para el aula, que han de poner en juego las relaciones que se reconocen entre los conceptos y procesos, con el fin de mostrar y brindar herramientas prácticas para que los docentes implementen en el aula el desarrollo del pensamiento matemático de manera integrada.

También se encontraron diversos referentes internacionales que nos permiten visibilizar la importancia de introducir nociones del pensamiento aleatorio desde edades tempranas:

En este caso, se centró la mirada en la investigación “Gráficos estadísticos y tablas: una actividad exploratoria en educación infantil”. En esta investigación Sandra Fuentes,

Pedro Arteaga y Carmen Batanero (2014) centran su atención en actividades con niños y niñas en edades comprendidas entre 3 y 5 años. Dicha actividad se orienta bajo los objetivos de relacionar el conteo con la clasificación de objetos, introducir el concepto de tabla y gráfico; describir e identificar los errores cometidos por los alumnos en la realización de dicha actividad y por último cuantificar la cantidad de niños que son capaces de resolver la tarea, aunque con errores.

Así mismo, se encontró la investigación “¿Es posible trabajar con gráficos estadísticos en preescolar?” propuesta por Carmen Cevilla Rodríguez, Pedro Arteaga Cezón y Danilo Díaz- Levicoy (2012) en la que realizan un diseño y puesta en práctica de un proyecto educativo globalizado sobre el consumo de frutas con el objetivo de incorporar contenidos de estadística, en particular de gráficos estadísticos y tablas de doble entrada, en las aulas de preescolar. El desarrollo de este proyecto se llevó a cabo con alumnos de entre 4 y 5 años en un aula de preescolar en Granada (España), en el cual los niños tenían que construir sus propias gráficas y tablas estadísticas para luego leerlas e interpretarlas, obteniendo información que les permitió argumentar e incluso realizar hipótesis. Los resultados de la puesta en práctica mostraron que es posible trabajar contenidos de estadística adaptados al nivel de preescolar.

## **2.2 Antecedentes relacionados con las trayectorias hipotéticas de aprendizaje a nivel nacional e internacional**

En la Universidad Distrital Francisco José de Caldas se encuentra el trabajo de grado “Producción de enunciados de problemas aritméticos de tipo aditivo con números naturales en lengua de señas colombiana y en español escrito con estudiantes sordos de tercero de primaria”. En el documento el autor Juan Manuel Castro Pinto (2019) presenta una propuesta encaminada a fortalecer las prácticas de profesores sordos y oyentes que enseñan problemas aritméticos a los estudiantes sordos de los colegios, por lo cual, para favorecer los procesos de los estudiantes realiza los instrumentos de las actividades adecuadas a las THA para

analizar cómo se expresan con la producción de enunciados de los problemas aritméticos de tipo aditivo en LSC y en EE.

El autor concluye que la trayectoria real de aprendizaje (TRA) presenta los resultados:

- Todos los estudiantes no escribieron en EE, predominó el recurso a representaciones matemáticas y a íconos para enunciar los problemas del tipo aditivo.
- Todos los estudiantes expresaron en forma escrita en diferentes representaciones, solo un nivel va a lograr por medio de estos estudiantes, ya que, se manifestaron los dibujos en símbolos.
- En expresión escrita con sistemas de numeración, los estudiantes lograron los dos últimos niveles, debido a que, los estudiantes registraron la escritura en números junto con el conteo en LSC.

De igual forma, en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas se encuentra el trabajo de grado “Trayectoria hipotética de aprendizaje: aprendizaje de las operaciones suma y resta en aulas inclusivas con incorporación tecnológica”. En el documento la autora Luisa Fernanda Rodríguez Molina (2016) presenta una serie de situaciones didácticas enfocadas en la estructura aditiva (suma-resta) en donde se incorporan tecnologías para crear ambientes que respondan a la diversidad. En un primer momento nos enumera una serie de habilidades matemáticas que debe adquirir el niño antes de incursionar en las operaciones, En un segundo momento comparte tres trayectorias de aprendizaje realizadas por Clements y Sarama en relación con: cantidad, número y subitización, conteo verbal y conteo de objetos. En un tercer momento se enfoca en la accesibilidad de personas con discapacidad visual a la matemática y a los diferentes recursos didácticos que se pueden emplear para su enseñanza.

Finalmente, la autora concluye que las trayectorias de aprendizaje tienen un papel importante en la enseñanza de las matemáticas de cualquier concepto, ya que es una estructura ordenada y definida, permite identificar proceso por nivel, objetivos y además, las actividades a desarrollar de forma específica, entrelazando nivel a nivel y profundizando los conocimientos, esto permitió que se analizará adecuadamente la trayectoria de

aprendizaje de la aritmética identificando habilidades, procesos y procedimientos que un estudiante debe seguir con el transcurrir de las actividades.

Además, en la Universidad de Alicante se encuentra el documento titulado “propuestas de enseñanza centradas en una trayectoria de aprendizaje de un contenido matemático usando materiales didácticos”. En este texto los autores F. J. Martínez, S. Linares y G. Torregrosa (2015) invitan a los estudiantes en formación a replantear sus prácticas pedagógicas entorno al conocimiento de matemáticas y de didáctica de las matemáticas, analizando su propia enseñanza y así poder mejorarla gradualmente, de igual manera utilizan materiales didácticos en los diferentes tópicos matemáticos, respondiendo a las dificultades en las transiciones o progresiones hacia otro nivel en una determinada Trayectoria Hipotética de Aprendizaje. Ahora bien, al final del documento muestran dos ejemplos de trayectorias de aprendizaje construidas en un taller de matemáticas por algunos maestros en formación, la primera está enfocada en la enseñanza de las fracciones usando el tangram y la segunda enfocada hacia el desarrollo del pensamiento relacional usando las regletas Cuisenaire.

En síntesis, los ocho documentos mencionados anteriormente, sirven como punto de referencia para evidenciar cómo se abordó el trabajo del desarrollo del pensamiento aleatorio, desde diversas perspectivas y diseños didácticos y, además, cómo se posibilita la comprensión de diversas nociones que se abordarán. Otro punto de referencia fue el modelo didáctico que se implementó en este trabajo, las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje. También, al revisar los anteriores documentos encontramos experiencias, como la implementación de actividades exploratorias y experimentales usando diversos procesos relacionados con el pensamiento aleatorio, principalmente con la estadística, como son relacionados con la organización y la representación de datos.

Igualmente, fue relevante analizar la importancia de las Trayectoria Hipotéticas de Aprendizaje y la manera como en este modelo didáctico la planificación de experiencias y el papel del maestro hacen parte de la construcción de ambientes de aprendizaje de las matemáticas propicios para que los niños y niñas adquieran ideas y habilidades

matemáticas a su ritmo. Los trabajos e investigaciones que se presentaron en este apartado develaron la importancia de un modelo didáctico que no es muy común, pero, que propicia el desarrollo de unas acciones pedagógicas intencionadas y adecuadas para los niños y las niñas, de modo que se logre una progresión del desarrollo, a partir de unos objetivos previamente establecidos y unas tareas instructivas.

### 3. JUSTIFICACIÓN

Para las investigadoras es muy interesante analizar la manera como se vincula el pensamiento aleatorio en los primeros grados; algunas veces visible y otras veces opacado por contenidos matemáticos enfocados principalmente al pensamiento numérico. Es así, que partimos de la premisa que proponen Clements y Sarama (2015), en lo relacionado al niño y al desarrollo del pensamiento matemático, pensando en que los niños son sujetos que piensan, que sienten y que viven en un mundo matemático, pero que más específicamente, se busca que disfruten de todas las actividades o tareas que se les presentan en su segundo hogar, al que llamamos: escuela.

*A los niños pequeños les encanta pensar matemáticamente.* Los niños se emocionan con sus propias ideas y con las ideas de otros. Para que haya un desarrollo completo del niño, debemos desarrollar al niño matemático. Además, los profesores disfrutan el razonamiento y el aprendizaje que se generan, desde los niños, a causa de la educación matemática de alta calidad. (Clements y Sarama, 2015, p.10).

Partiendo del poco acceso que tienen los niños y las niñas con experiencias pedagógicas relacionadas con el pensamiento aleatorio y encontrándonos con una perspectiva pedagógica que nos llamó demasiado la atención; cómo son las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (en adelante THA), las cuales se enmarcan dentro del constructivismo, en donde se reconoce al estudiante como sujeto activo y constructor de su conocimiento. Se busca responder a las necesidades o exigencias cognitivas de los estudiantes, para ello se necesita de una planeación que tenga claridad en los temas o

conceptos a abordar y logre establecer una progresión del desarrollo acorde a las características de la población y, por último, disponer de una serie de tareas instructivas que apoyen el desarrollo y el tránsito de los niños y las niñas dentro de la progresión del desarrollo. Por todo lo anterior se decide implementar como marco didáctico las THA, puesto que orientan la construcción de planeaciones que estén articuladas a metas de aprendizaje y permiten definir el rol de los estudiantes y el del maestro.

Además, se realizó una búsqueda centrada en aspectos y temáticas de educación estadística dentro de la normativa Curricular para básica primaria, por lo cual, se revisan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), Estándares básicos de competencias en Matemáticas (2006), Derechos básicos de aprendizaje (2016) y Mallas de aprendizaje (2017) de grado primero. En estos documentos se concluye la importancia y necesidad de realizar experiencias pedagógicas en el aula que promuevan el desarrollo y fortalecimiento de acciones de clasificación y organización, representación y comunicación de datos en los niños y las niñas, puesto que, realizar estas acciones le permiten decidir sobre cuestiones relacionadas con situaciones cotidianas como: conocer el deporte favorito de los estudiantes del salón, decidir qué alimentos traer para el compartir, entre otras variables de estudio cualitativas de las cuales los estudiantes se pregunten o tengan interés en conocer.

Finalmente, en el plano personal, como futuras maestras en educación infantil, consideramos importante abrir posibilidades a la planificación de experiencias encaminadas al fortalecimiento de la estadística en los primeros grados. Además, que nos parece importante señalar que los contenidos que más se estudian en estos grados son los referidos a la elaboración e interpretación de tablas y gráficos, y que son precisamente dos de los procesos estandarte de este trabajo y los cuales se pretenden implementar a través de las THA. Así mismo, nos parece que la incorporación de estos procesos ofrece a los niños y las niñas herramientas tanto conceptuales como metodológicas que les permite a ellos desarrollar competencias relacionadas con recolección de datos, organización de la información, construcción y lectura de tablas y gráficos, lo que posibilita el desarrollo de habilidades cognitivas relacionadas con el razonamiento lógico y la resolución de problemas, entre otras.

#### 4. PALABRAS CLAVES

*Pensamiento aleatorio:* Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p. 64).

*Estadística:* Ciencia cuyo objetivo es reunir información cuantitativa concerniente a individuos, grupos, series de hechos, etc. y deducir de ello gracias al análisis de estos datos unos significados precisos o unas previsiones para el futuro. (Ruiz, 2004, p.3)

*Recolección de datos:* La recolección o recopilación de datos es la acción que realiza el investigador para ponerse en contacto con los sujetos, objetos o elementos sometidos a estudio con el propósito de obtener datos de la variable estudiada; Dentro de los métodos para la recolección de datos están: observación, encuesta, entrevista. Además, se recomienda que las acciones de recolección de datos por parte de niños y niñas comience por centrarse en recoger sus propios datos a partir de la observación de situaciones de su entorno inmediato. (Alsina, 2012, p.21)

*Organización de datos:* Hace referencia a la clasificación y ordenación de los datos de acuerdo con sus atributos. (Alsina, 2012, p.7)

*Representación de datos:* Los gráficos muestran visualmente y de forma rápida la distribución de los datos y sus principales características, constituyen un importante complemento en la presentación de la información. Además, se pueden representar los datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos. (Alsina, 2012, p.20)

*Interpretación de datos:* La lectura del gráfico parte de realizar una interpretación semiótica de cada componente en particular y pasar de la interpretación de cada dato al de la distribución de estos. (Curcio, 1989, citado en Estrella y Olfos (2012), p. 124)

*Trayectoria Hipotética de Aprendizaje:* Procesos de desarrollo y secuencias de actividades basadas en tales procesos, construcción de ambientes de aprendizaje de las matemáticas que son particularmente apropiadas y efectivas en términos de desarrollo. (Clements y Sarama, 2015, p.10).

*Metamatemática:* Grandes ideas de las matemáticas, vistas estas ideas como las agrupaciones de conceptos y habilidades que son matemáticamente centrales y coherentes, consistentes con el pensamiento de los niños y generadoras de aprendizaje hacia el futuro. (Clements y Sarama, 2015, p.11).

*Progresión del desarrollo o Ruta de Aprendizaje:* Niveles del pensamiento, cada uno más sofisticado que el anterior y que conduce al logro del objetivo matemático. Es decir, es la ruta típica que los niños siguen durante el desarrollo del entendimiento y las habilidades necesarias alrededor del tema matemático. (Clements y Sarama, 2015, p.11).

*Tareas instructivas:* Conjunto de tareas de instrucción que se adaptan a cada uno de los niveles del pensamiento en desarrollo progresivo. Estas tareas son diseñadas para apoyar a los niños y a las niñas a aprender ideas y herramientas necesarias para lograr el nivel de pensamiento. (Clements y Sarama, 2015, p.12).

## **5. MARCO DE REFERENCIA**

### **5.1 Referente normativo**

#### **5.1.1 Ley General de Educación (1994).**

El siguiente referente normativo se basa en las normas o leyes establecidas por diversos estamentos que sustentan el cumplimiento y regulación de la educación en Colombia, para lo cual, la Ley General de Educación o Ley 115 de febrero 8 de 1994, afirma que la presente Ley señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público. (Congreso de la República, 1994, p.1).

En lo concerniente al campo de la matemática, la Ley General de Educación (1994), en la sección segunda destinada a hablar de la educación preescolar, en el artículo 16 se mencionan unos objetivos específicos de dicha educación, el objetivo “b” enfatiza en que “El crecimiento armónico y equilibrado del niño, de tal manera que facilite la motricidad, el aprestamiento y la motivación para la lecto-escritura y para las soluciones de problemas que impliquen relaciones y operaciones matemáticas” (p,5). Además, en la sección tercera en lo referente a la educación básica, el artículo 23, habla de las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que se tendrán en cuenta en el currículo y en el Proyecto Educativo Institucional.

De acuerdo con lo anterior, la Ley General de Educación (1994) cuenta con unas áreas obligatorias y fundamentales, en las cuales se puede evidenciar que estas comprenden alrededor del 80% del plan de estudios de los niños y las niñas; dentro de estas áreas fundamentales, se encuentra que las matemáticas ocupan un lugar dentro de estas 9 (nueve) áreas del conocimiento y de la actividad humana.

### **5.1.2 Lineamientos curriculares (1998).**

El Ministerio de Educación Nacional crea una serie de documentos titulados “Lineamientos curriculares” en cumplimiento del artículo 78 de la Ley 115 de 1994, los cuales pretenden atender las orientaciones y criterios nacionales sobre los currículos, sobre la función de las áreas y sobre nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas. Ahora bien, se abordará el Lineamiento curricular en Matemáticas donde se encuentra en un primer momento una serie de reflexiones relacionadas con una nueva visión de las matemáticas escolares basada en:

“El conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento; Valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas; Considerar que el conocimiento matemático (sus conceptos y estructuras), constituyen una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento”. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.14)

En el Lineamientos del área de matemáticas (1998) en cuanto a la formación matemática básica, se deberá hacer énfasis en potenciar el pensamiento matemático por medio de la apropiación de contenidos relacionados con determinados sistemas matemáticos, éstos contenidos se convierten en herramientas para desarrollar, el pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional.

Además, cuenta con un apartado destinado al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, la probabilidad y su aplicación a los fenómenos aleatorios, los cuales han logrado de alguna manera dominar y manejar la incertidumbre. Además, el Ministerio de Educación Nacional (1998) menciona que las “las matemáticas escolares deben desarrollar el pensamiento aleatorio mediante contenidos de probabilidad y estadística bajo un espíritu de exploración e investigación por parte de los estudiantes y de los maestros” (p.48)

Explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar

correlaciones, distinguir correlación de causalidad, calcular correlaciones y su significación, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, reinterpretar los datos, criticarlos, leer entre líneas, hacer simulaciones, saber que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.48).

### **5.1.3 Estándares Básicos de Competencias (2006).**

Otro de los referentes son los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, los cuales según el Ministerio de Educación Nacional (2006) son los parámetros o criterios de lo que todo niño, niña y joven debe “saber” y “saber hacer” para lograr alcanzar el nivel de calidad esperado por el mismo sistema educativo, es decir, gracias a esos criterios se puede evidenciar si un estudiante, institución o el mismo sistema educativo, todos en conjunto, cumplen con las expectativas comunes de calidad.

Según el Ministerio de Educación Nacional (2006), en lo relacionado al campo de la matemática, y más específicamente en el pensamiento aleatorio, los Estándares lo reconocen como probabilístico o estocástico, que es una ayuda en cuanto a la toma de decisiones en situaciones que se involucra la incertidumbre, el azar, de riesgo o de ambigüedad por ausencia de información certera, en la que se desdibuja el pensar en predecir con seguridad lo que va a pasar.

El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 64).

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas cuentan con una estructura en la cual se distribuyen en cinco grupos o conjuntos de grados (primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a undécimo), y en los que mencionan los criterios de acuerdo con los cinco tipos de pensamiento. En el caso de primero a tercero, los estándares enfatizan que el pensamiento aleatorio y sistemas de datos comprenden:

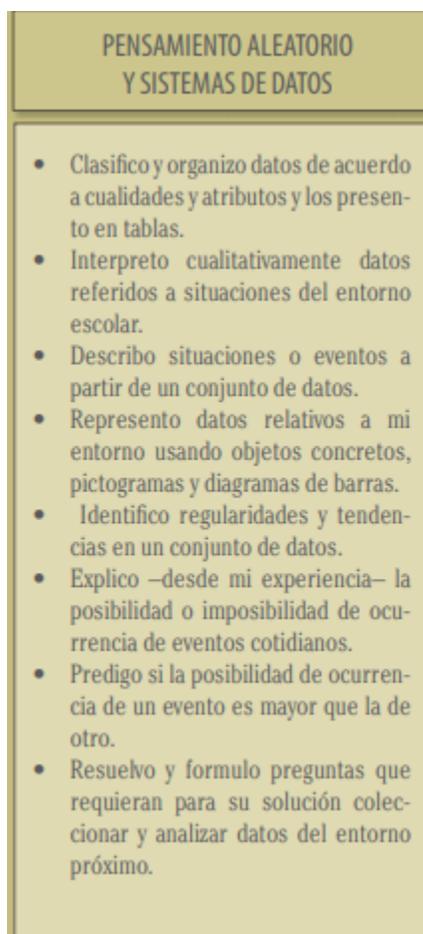


Figura 2. Apartado Estándares Básicos de competencias. Primero a tercero. Fuente: [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf).

#### **5.1.4. Concepto de Pensamiento Aleatorio.**

En cuanto al pensamiento aleatorio, según los Estándares Básicos en Competencias (2006) en Colombia se establece que este pensamiento, hace parte de los cinco tipos de pensamiento matemático centrados en pensar en la necesidad de un currículo enfocado en el desarrollo de las competencias matemáticas que se involucren con los cinco procesos

generales de la actividad matemática – la formulación, tratamiento y resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento y la formulación, la comparación y ejercitación de procedimientos-.

A continuación, presentaremos cada uno de estos cinco procesos generales, desde lo que establecen los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas:

- La formulación, tratamiento y resolución de problemas: Permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas.
- La modelación: Puede pues entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente.
- La comunicación: La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos.
- El razonamiento: El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas.

- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pp. 52-55).

En consecuencia, los procesos generales de la actividad matemática evidentemente son procesos que se esperan, los niños y las niñas atraviesan a lo largo de la adquisición del pensamiento matemático, pero que pueden o no darse en ellos; teniendo claro, que aparte de estos, en los niños y las niñas pueden surgir otros procesos diferentes a los mencionados, pero todos con la característica de que existen relaciones e interacciones entre cada uno de los procesos a los que se enfrenta el niño. Ahora bien, habiendo entendido los procesos generales de la actividad matemática, pasaremos a la definición de lo que es el pensamiento aleatorio desde los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas, los cuales afirman que:

Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la

simulación de experimentos y la realización de conteos. (Ministerio de Educación Nacional, 2016, pp. 64-65).

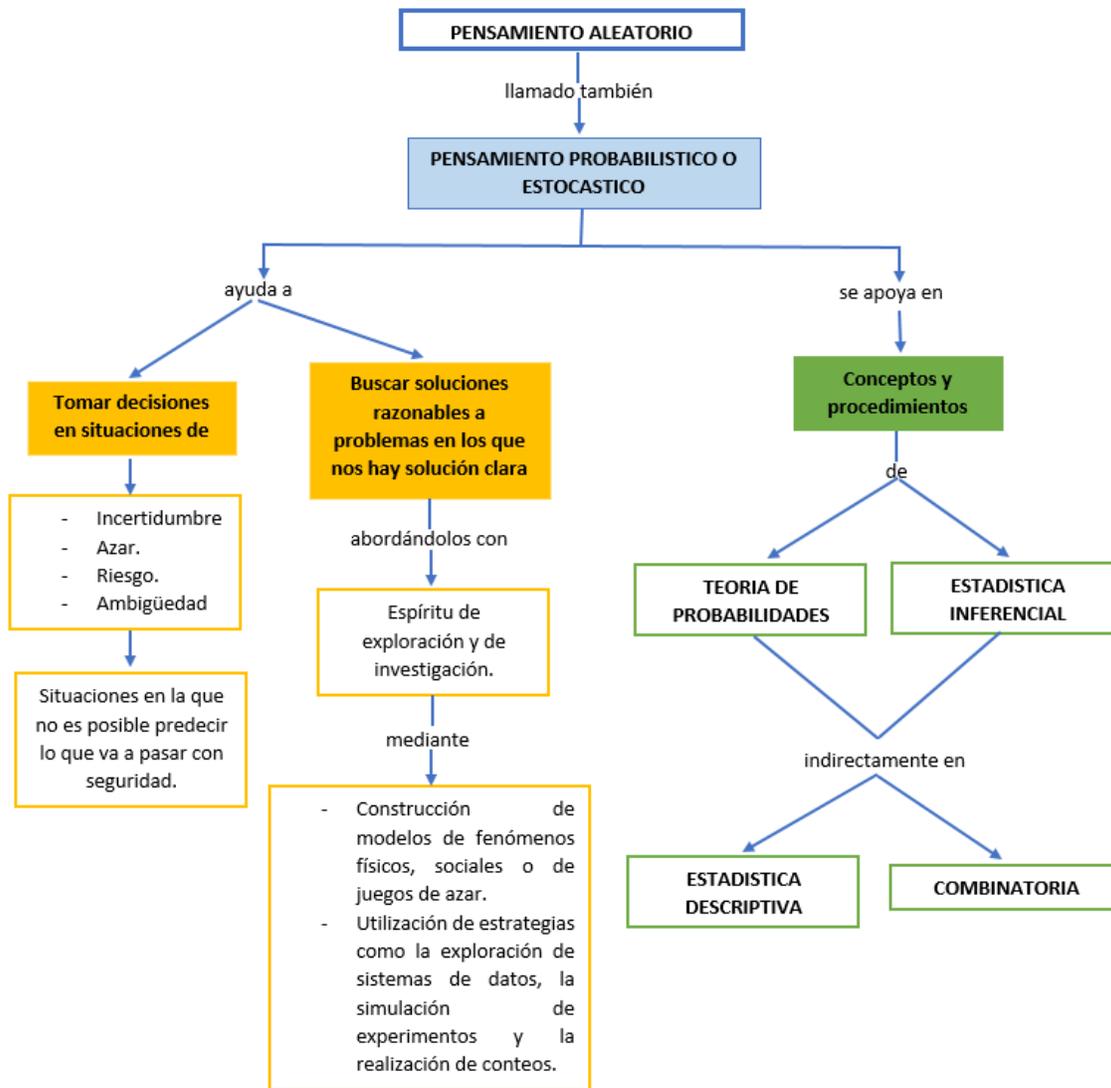


Ilustración 1. Pensamiento aleatorio. Fuente propia.

### 5.1.5 Derechos Básicos de Aprendizaje (2016).

Los Derechos básicos de aprendizaje son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país. De igual manera indican una serie de saberes claves que los estudiantes deben aprender en cada grado escolar desde 1° hasta 11° para las áreas de lenguaje y matemáticas; cada

Derecho Básico de Aprendizaje da cuenta del desarrollo progresivo de determinados conceptos a lo largo de los grados, presentan ejemplos para aclarar los enunciados y son referentes para la planeación de actividades en el aula. (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p. 4).

Según los Derechos Básicos de Aprendizaje de grado 1° y 2° se clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas; además explica, a partir de la experiencia la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza, para predecir la ocurrencia de otros eventos (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p. 7).

Ahora bien, se revisarán los Derechos Básicos de Aprendizaje de grado 1° y grado 2° de matemáticas, identificando las actividades relacionadas con pensamiento aleatorio, se encuentran las siguientes:

En el Derecho Básico de Aprendizaje número 10 de grado 1° se encontraron las siguientes evidencias de aprendizaje:

- Identifica en fichas u objetos reales los valores de la variable en estudio.
- Organiza los datos en tablas de conteo y/o en pictogramas sin escala.
- Lee la información presentada en tablas de conteo y/o pictogramas sin escala (1 a 1).
- Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿Cuántos hay en total?, ¿Cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿Cuál es el dato que menos aparece? (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p.7).

En el Derecho Básico de Aprendizaje número 10 y 11 de grado 2° se encontraron las siguientes evidencias de aprendizaje:

- Identifica la equivalencia de fichas u objetos con el valor de la variable
- Organiza los datos en tablas de conteo y en pictogramas con escala (uno a muchos).
- Lee la información presentada en tablas de conteo, pictogramas con escala y gráficos de puntos.

- Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total, ¿cuántos hay en cada dato?, ¿Cuál es el dato que más se repite?, ¿Cuál es el dato que menos se repite?
  - Diferencia situaciones cotidianas cuyo resultado puede ser incierto de aquellas cuyo resultado es conocido o seguro.
  - Identifica resultados posibles o imposibles, según corresponda, en una situación cotidiana.
  - Predice la ocurrencia o no de eventos cotidianos basados en sus observaciones.
- (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p.14)

Pensamiento Aleatorio	
GRADO 1°	GRADO 2°
<p><b>DBA 10</b> Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.</p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Identifica</b> en fichas u objetos reales los valores de la variable en estudio.</li> <li>● <b>Organiza</b> los datos en tablas de conteo y en pictogramas sin escala.</li> <li>● <b>Lee</b> la información presentada en tablas de conteo y pictogramas sin escala.</li> <li>● <b>Comunica</b> los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos aparece?</li> </ul>	<p>Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.</p>

Figura 3. Apartado Derechos Básicos de Aprendizaje. Pensamiento Aleatorio. Grado 1. Fuente: [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

### 5.1.6 Mallas de Aprendizaje (2017).

Finalmente, las Mallas de Aprendizaje son una herramienta didáctica y pedagógica para las instituciones educativas, pero más puntualmente para los docentes, que establece o se centra en los aprendizajes de los estudiantes grado a grado, indispensable a la hora de ofrecer sugerencias didácticas que guíen los procesos curriculares en el aula. (Ministerio de Educación Nacional, 2017, p.3).

De acuerdo con esto, las mallas de aprendizaje están dispuestas de la mano de los cinco pensamientos que se abordan en el trabajo del área de matemáticas y mencionan lo que esperan que los estudiantes deben saber al llegar a un grado determinado y lo que los estudiantes aprenden durante ese mismo grado.

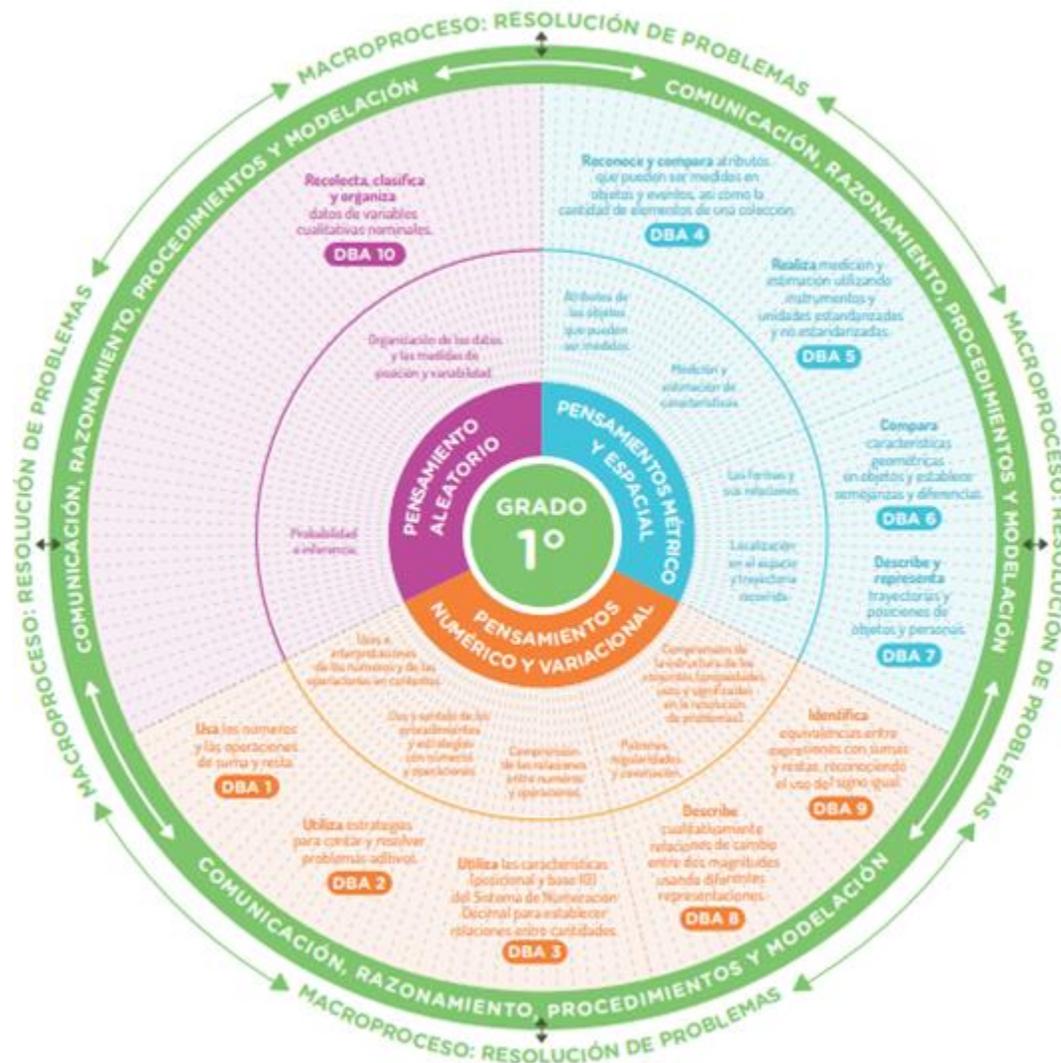


Figura 4. Mallas de Aprendizaje Matemáticas grado 1. Mapa de relaciones. Fuente: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

En el caso del grado primero, en torno al pensamiento aleatorio, el Ministerio de Educación Nacional (2017) plantea que los estudiantes tienen la capacidad de encontrar semejanzas y diferencias en relación con los objetos, para así lograr pasar a lo que es la representación de la información que lograron identificar (pp. 3-4). Lo anterior, permite reconocer que esa capacidad que tienen los niños y las niñas es clave para el desarrollo y a la vez, es una estrategia útil a medida que ellos aprenden a conocer el mundo, a socializarlo y a retomar eso que descubrieron y logran realizar un proceso de observación y reconocimiento que permite categorizar esa información o conocimientos que adquirieron.

Es así, como durante el grado primero se espera que los estudiantes sean partícipes de experiencias en las que los niños y las niñas “Recolecten, representen (en tablas de conteo y pictogramas sin escala) y analicen datos sobre ellos mismos y su entorno cercano. Las variables en estudio principalmente serán variables cualitativas nominales” (Ministerio de Educación Nacional, 2017, p. 3). Con esto, los niños y las niñas logran un avance en lo referente a lo que es el pensamiento aleatorio, reconociendo ya no como una clasificación de formas, colores y demás, sino que pasan a lograr una representación un análisis de la misma información.

## **6. MARCO CONCEPTUAL**

### **6.1 Concepción constructivista de las matemáticas**

El conocimiento ha estado en la historia de la humanidad desde hace muchos años, se puede caer en el error de afirmar que, desde la creación de los seres humanos, es por esto, que este término no tiene un único significado, que desde las distintas ópticas que se encuentran en el mundo, se le atribuye a este, definiciones que vuelven al término, un término polisémico. En ese orden de ideas, se puede asumir al mismo tiempo, que, en algunas ocasiones, la existencia del término está sujeta a diversas perspectivas, que, desde las mismas, le dan sentido y se apropian de una postura que permite darle un significado al término. Es así como en este apartado hablaremos del conocimiento o más bien de un proceso de aprendizaje en función de una teoría constructivista, prestando especial atención al área de las matemáticas.

Ahora bien, Saldarriaga, Bravo y Loo- Rivadeneira (2016) afirman que, en cuanto a la teoría constructivista de Piaget, el conocimiento se produce a través de un proceso de construcción, en el que cobra un lugar privilegiado las interacciones que el sujeto hace con la realidad, reconociendo así, la manera cómo se produce el aprendizaje (p.130). El constructivismo, según Piaget, cobra sentido cuando se piensa el conocimiento como una

construcción propia del sujeto y que se va promoviendo en la cotidianidad de este, resultado de las interacciones de los factores cognitivos y sociales, haciendo énfasis en que este proceso de construcción de conocimiento se realiza de manera continua y en entorno propicio en el que el sujeto interactúa.

### **6.1.1 Rol del niño y el maestro en el constructivismo.**

La teoría de aprendizaje propuesta por Piaget considera que a los niños y las niñas les resulta de una manera más simple el aprendizaje si se encuentran inmersos en actividades significativas en las que se involucren: la interacción con su realidad, con sus pares, el deseo de aprender y el trabajo en equipo, resaltando que este sea de la mano de llegar a un logro del aprendizaje más no a una valoración cuantificable. Es así, como lo mencionan Saldarriaga et al (2016) “otro de los aspectos de la teoría de Piaget que han tenido gran significación también en la pedagogía es la idea de que el alumno es un sujeto activo que elabora la información y es capaz de progresar por sí mismo” (p.10).

Con lo anterior, es posible reconocer el rol activo que tienen los niños y las niñas, como constructores de su propio conocimiento y en el que participa y se apropia de las actividades o ambientes que se le presentan. Reconociendo también, un rol fundamental a los descubrimientos y la apropiación que hacen ellos de los aprendizajes que adquieren a través de la experiencia. Ahora bien, aclarado el rol del niño, podemos ver que quien propicia la construcción activa del conocimiento del niño es el maestro a través del diseño de los ambientes y los aprendizajes.

Es por esto, que Saldarriaga et al (2016) reconoce que el rol del maestro es propiciar entornos de aprendizaje y actividades de acuerdo al nivel de desarrollo de los niños y las niñas con los que se relaciona. Además de que es el profesor quien asume que el conocimiento y el desarrollo cognitivo es el resultado de las actividades (físicas e intelectuales) constructivistas del sujeto. Igualmente, el profesor se encarga de enfrentar a los niños y las niñas a situaciones que parten de sus intereses y del contexto real que los

rodea, también de tener siempre presente el desarrollo cognitivo, de las destrezas y habilidades indispensables para la construcción del conocimiento.

### **6.1.2 Las matemáticas desde el constructivismo.**

La perspectiva constructivista en cuanto al aprendizaje de las matemáticas entiende que este aprendizaje es un proceso de construcción individual en la que se ven involucrados diversos factores como son: la interacción con los pares que se realiza en el aula de clases y proveer a los niños y las niñas de contenidos de acuerdo a las situaciones y contextos reconociendo tanto los ritmos, como las maneras como aprenden ellos. Es así, como Waldegg (1998) resalta que en lo relacionado con el currículo de matemáticas desde la perspectiva constructivista:

“Un currículo diseñado bajo esta perspectiva debe contemplar, de manera central, una serie de situaciones y contextos que acepten una estructura matemática semejante y que permitan al alumno ampliar el campo de aplicación del concepto estudiado para, de esta manera, enriquecer su experiencia cognitiva y sus posibilidades de comprender nuevas situaciones problemáticas”. (Waldegg, 1998, p. 27).

Evidentemente, el campo de las matemáticas es un campo supremamente amplio en el que intervienen situaciones en las que los niños y las niñas se enfrentan a diario a situaciones que hacen parte del mundo matemático. Actividades como el conteo de los escalones al subir y bajar las escaleras, agrupar cantidades en un juego de bolos, escribir los resultados de este, los adentra al mundo de las matemáticas y es ahí donde se encuentran situaciones significativas en las que se podría poner en juego la perspectiva constructivista. Gracias a que, es a partir de esas situaciones que forman parte de la realidad de los niños y las niñas donde el maestro interviene desde un panorama educativo, recogiendo los intereses de ellos y propiciando un acercamiento y conocimiento al mundo lógico matemático.

## 6.2 Trayectoria Hipotética de Aprendizaje

Las trayectorias hipotéticas están pensadas bajo una perspectiva constructivista del aprendizaje en la que convergen tres aristas principales para la creación y ejecución de una “ruta” que guiará la construcción del aprendizaje con la premisa clara de que “los niños siguen procesos naturales de desarrollo en el aprendizaje de las matemáticas”. Premisa, que permite reconocer que las trayectorias hipotéticas de aprendizaje tienen que ver con las situaciones o ambientes adecuados y efectivos en términos de movilizar los procesos naturales del desarrollo de aprendizaje y crecimiento de los niños y las niñas.

Según Clements y Sarama (2015) las trayectorias hipotéticas de aprendizaje cuentan con tres partes fundamentales a la hora de pensar en desarrollar en los niños y las niñas niveles de pensamiento cada vez más avanzados. Las partes de una trayectoria hipotética de aprendizaje son:

- **Metamatemática.** Conocida como esas grandes ideas matemáticas que se forman gracias a las agrupaciones de conceptos y habilidades matemáticamente centrales y coherentes, que van de la mano del pensamiento de los niños y que son generadoras de aprendizaje hacia el futuro.
- **Una progresión del desarrollo:** También llamada ruta de aprendizaje y demuestra ese camino que los niños y las niñas siguen durante el desarrollo del entendimiento y las habilidades necesarias alrededor de un concepto matemático.
- **Tareas instructivas:** Las cuales están ligadas a los diferentes niveles de pensamiento de la progresión del desarrollo, y están diseñadas para fortalecer o construir las ideas y habilidades necesarias para alcanzar un determinado nivel de pensamiento.

De acuerdo con lo anterior, se realizó la siguiente gráfica que resume los elementos importantes de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje: un eje central y cuatro procesos fundamentales para lograr llevarla a cabo. Se hace énfasis en: la comprensión actual del conocimiento de los estudiantes, el rol del profesor, el cómo las trayectorias toman un papel de vehículo de planificación de unas tareas que derivan en unos procesos.

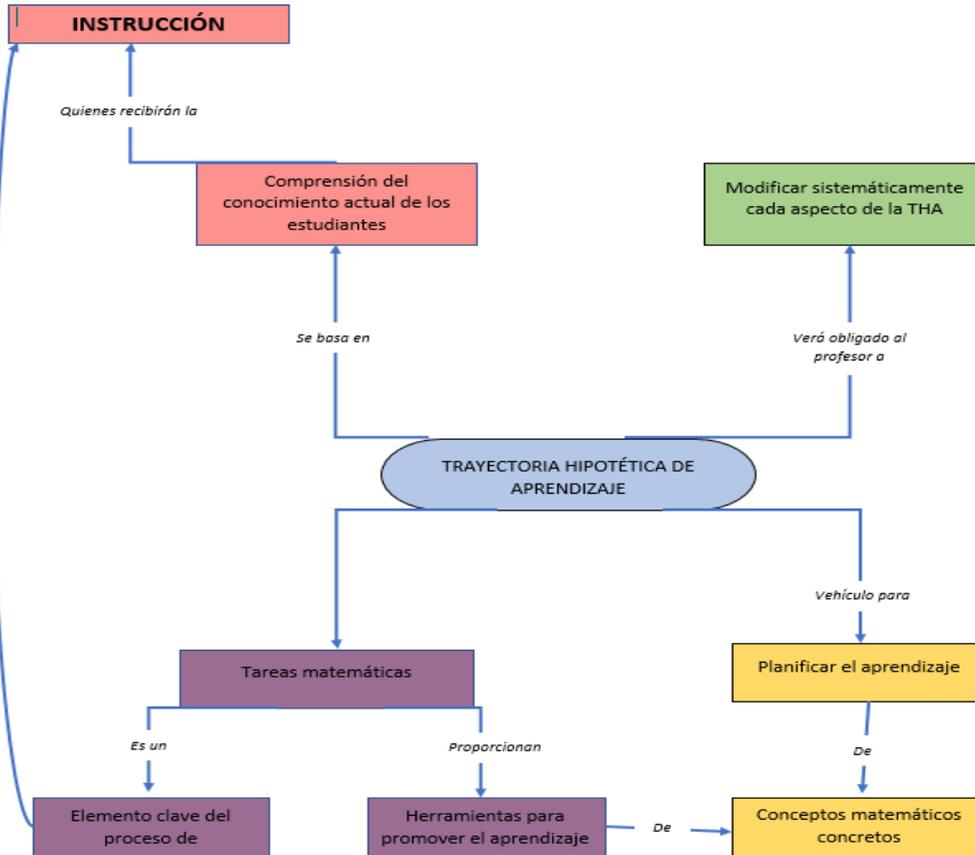


Ilustración 2. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje. Fuente propia.

La evaluación de una trayectoria busca entender cómo se ha desarrollado el pensamiento matemático de los estudiantes con el tiempo, diagnosticar la comprensión alcanzada, describir el progreso en términos de niveles que van siendo más sólidos en la medida que se van conquistando y proporcionan a los profesores información sobre la instrucción y no sólo los niveles de logro. Ahora bien, se hace necesario plantear el por qué son importantes las trayectorias de aprendizaje, para esto Clements y Sarama (2015) sostienen que “las trayectorias de aprendizaje permiten a los profesores construir las matemáticas en los niños - permiten que los niños desarrollen su pensamiento de forma natural” (p. 14). Con lo anterior, se considera pertinente reconocer que tanto las metas y las tareas instructivas que se diseñan en una trayectoria, están pensadas dentro de las

capacidades de desarrollo que poseen los niños, sin dejar de lado la importancia que cobran los niveles, al proveer una progresión natural de desarrollo hacia el otro nivel.

### **6.3 Referente matemático**

El presente referente se organiza en algunos apartados, el primero hace referencia a los conceptos estadística y recolección de datos, y su relación con el desarrollo del pensamiento estadístico en la educación infantil. El segundo, hace un acercamiento a la presencia de la estadística en el currículo de matemáticas en los primeros grados de la básica primaria. Por último, el tercer apartado hace referencia a la articulación de la estadística entre preescolar y primero.

#### **6.3.1 Concepto de la estadística y recolección de datos.**

Para el desarrollo de este apartado se realiza una revisión acerca del surgimiento y desarrollo de la estadística y la recolección de datos a través de la historia, concepciones indispensables para la realización de esta trayectoria de aprendizaje.

Los comienzos de la estadística se remontan al antiguo Egipto, lugar donde los faraones, en su afán por reconocer la población y las riquezas del país, logran recopilar datos puntuales entorno a sus intereses. Así, dicho registro de riqueza y población sería el inicio de un objetivo enorme de los faraones: preparar la construcción de las hoy famosas pirámides egipcias. (Ruiz, 2004, p. 4). Incluso, los datos entorno a la población “censos” les permitían tener cifras de la totalidad de población-, el cálculo de los impuestos, determinar el derecho al voto, ponderar la potencia guerrera, entre otros, convirtiéndose el primer escalón para lo que conocemos hoy en día como estadística.

Asimismo, Según Batanero y Godino (2001), para los aritméticos políticos de los siglos XVII y XVIII la estadística era el arte de gobernar; su función era la de servir de ojos oídos al gobierno por medio del censo lo cual permitía tener seguimiento y control en la

población. Así fue, como la estadística en Londres 1592 a 1603 es tomada como un apoyo, que facilitaba información de registros de fallecimiento en la sociedad (p.13).

En cuanto a los avances que se obtuvieron era viable llevar una estadística de cada país en relación con el crecimiento económico, de tal forma comenzaron a homogeneizar los métodos en control de los datos adquiridos. Según Batanero y Godino (2001), expresan la estadística en dos partes, en un primer momento la estadística descriptiva que tiene como fin demostrar los datos más relevantes y se manifiesta por medio de gráficos, de tal forma, que los datos se utilicen con fines comparativos y no de probabilidad, en un segundo momento, está la estadística inferencial que trabaja los datos desde un modelo probabilístico, el cual para su análisis toma una determinada información de una población y su interés es pronosticar a través de los resultados adquiridos (p.14).

Llegado a este punto, es necesario partir de una conceptualización de la estadística, aclarando que la definición que se presentará aquí no es la única, pero para efectos de esta propuesta intervención es la que más se relaciona

La Estadística es la ciencia cuyo objetivo es reunir información cuantitativa concerniente a individuos, grupos, series de hechos, etc. y deducir de ello gracias al análisis de estos datos unos significados precisos o unas previsiones para el futuro. La estadística, en general, es la ciencia que trata de la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos con el fin de realizar una toma de decisión más efectiva (Ruiz, 2004, p.3).

Se puede afirmar entonces, que la estadística es útil para una amplia variedad de ciencias, ya que permite recopilar, organizar, presentar, analizar e interpretar datos. Es por esto que, desde la perspectiva de unos referentes con enfoque didáctico, se reconoce que la estadística, sigue siendo un gran apoyo para adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas que se presentan en la cotidianidad. Holmes (1980) citado por Arteaga, Batanero y Díaz (2011), mencionan que “la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la

capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.” (p,9)

### **6.3.2 Relación con el desarrollo del pensamiento estadístico en la educación infantil**

Continuando con esta idea de que la estadística, es un medio de mucha utilidad para desarrollar la capacidad intelectual y de análisis en la formación de las personas en los distintos niveles de la educación. Es necesario precisar que en los primeros grados de escolarización se realiza un acercamiento al concepto de estadística descriptiva, en la cual se abordan procesos estadísticos relacionados con datos.

Consiste sobre todo en la presentación de datos en forma de tablas y gráficos. Esta comprende cualquier actividad relacionada con los datos y está diseñada para resumir o describir los mismos sin factores pertinentes adicionales; esto es, sin intentar inferir nada que vaya más allá de los datos, como tales. (Ruiz, 2004, p.6).

Es así, que los conceptos estadísticos se concretan en los primeros años de escolarización, por lo cual es necesario construir ambientes de aprendizaje que aporten al desarrollo del razonamiento estadístico, de manera que los estudiantes puedan recolectar datos, clasificarlos, representarlos (utilizando gráficos diferentes) e interpretarlos y comunicarnos; todos estos procesos cognitivos aportarán significativamente en el desarrollo del estudiante en los próximos años escolares, puesto que, el estudiante al tener algún conocimiento y comprensión de razonamiento estadístico podrá acercarse a conceptos más complejos o elaborados dentro de la estadística.

Sin embargo, el desarrollo del razonamiento estadístico no solo debe verse en términos del cumplimiento de un contenido escolar, pues si bien, los estudiantes en el transcurso de 1<sup>a</sup> a 3<sup>a</sup> deben consolidar una serie de conocimientos estadísticos que le permitan desenvolverse satisfactoriamente en las pruebas saber 3. No obstante, es de igual o mayor importancia construir y/o fortalecer una educación estadística para la vida, es

decir, los conocimientos que se construyan en el aula le brinden al estudiante las herramientas suficientes para interpretar la información de tablas o gráficos que encuentre en los medios de información, organice y/o clasifique datos según un criterio determinado y por último comunique su interpretación de manera acertada a sus pares, maestros y familiares.

Con respecto a los conceptos que se abordan en básica primaria Alsina (2012) menciona que el estudio de la estadística “en Educación Infantil se centran sobre todo en la recogida de datos; la organización de los datos recogidos (clasificación, ordenación); la representación a través de objetos, dibujos o gráficos; y su posterior interpretación” (p.7). Con lo anterior, es indispensable reconocer los conceptos que se trabajan alrededor de la educación estadística en Colombia, por lo cual, de acuerdo con la información suministrada por las Mallas de Aprendizaje (2017) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016) de grado 1° a grado 5°, se establece una serie de conceptos estadísticos convenientes para abordar en la Básica primaria, en este caso específico se mencionan únicamente los que corresponden a los grados primero y segundo (siendo los grados en los que se concentra la población objetivo de la trayectoria).

La definición de los siguientes conceptos es tomada de las Mallas de Aprendizaje de Matemáticas (2017) y de Salazar (2018):

- Población: Conjunto total de objetos, individuos o fenómenos sobre los que se realiza el estudio estadístico. Cada uno de ellos recibe el nombre de elemento de la población.
- Variables cualitativas: una variable es cualitativa cuando los elementos de la población sólo pueden clasificarse en categorías no numéricas (nominales u ordinales)
  - Nominales: no admiten un criterio de ordenación.
  - Ordinales: admite un criterio de ordinalidad.
- Variables discretas: Para cuantificar se usan los números enteros y los naturales
- Tablas de frecuencia: Representación de los datos de una determinada variable.
- Tabla de conteo

- Pictograma: Tipo de gráfica utilizada para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades.
  - Sin escala: cada símbolo o dibujo representa un dato
  - Con escala: cada símbolo o dibujo representa un valor fijo diferente a 1
- Gráfica de barras: Es un tipo de gráfico que constan de dos ejes, de los cuales se escoge a uno de ellos para representar a la variable de estudio de acuerdo a la distribución de frecuencias generada y el otro para representar la frecuencia de cada categoría.
- Gráfica de puntos: Es un gráfico que permite visualizar la relación entre dos variables de estudio, una con carácter de independiente y la otra dependiente de la primera, la representación sigue la convención establecida que, la variable independiente se ubicará en el eje horizontal y la dependiente en el eje vertical.
- Gráfica Lineal: Este tipo de gráfico es utilizado de manera usual en la representación de una variable en el tiempo, estableciéndose siempre que la variable tiempo estará ubicada en el eje horizontal y la otra variable en el eje vertical (p.35)

La importancia de los anteriores conceptos en básica primaria radica en que permiten acercar a los niños y las niñas a la comprensión y empleo del tratamiento de datos desde lo cotidiano, además, que su importancia consiste en que, como se mencionó anteriormente, al estar relacionada con su cotidianidad, lleva a esta a ser usada frecuentemente. Es así, como los maestros implementan una serie de experiencias pedagógicas que se ajusten a las características personales o del entorno cercano del estudiante, a partir de este reconocimiento, se trabajan procesos de conteo, clasificación, comparación de datos y representación gráfica. Por lo cual, se espera que los estudiantes logren realizar procesos de interpretación que le permitan tomar decisiones a partir de unos resultados obtenidos.

### **6.3.3 Estadística en el currículo de matemáticas en los primeros grados de primaria.**

Recientemente la estadística se ha incorporado en el currículo de matemáticas de los primeros grados de primaria, esto con idea de preparar a futuros ciudadanos con capacidad crítica de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que posiblemente encuentren en medios informáticos. Por lo cual, “La alfabetización estadística debe comenzar durante los primeros años de instrucción formal, para que, de este modo, los gráficos y tablas formen parte de la cotidianidad de los alumnos desde muy pequeños, siendo fundamental el análisis de estos elementos para comprender la información que se presenta en los medios de comunicación” (Arteaga y Batanero, 2014 p.1).

Ahora bien, para abordar la estadística en los primeros grados de escolarización es necesario conocer e implementar una serie de orientaciones que le permitan al maestro crear ambientes de aprendizaje adecuados, los cuales le exigen al estudiante recoger sus propios datos, clasificarlos, representarlos e interpretarlos y comunicarnos. Cabe mencionar, que la construcción de estos ambientes de aprendizaje debe estar orientados bajo una progresión de desarrollo, es decir, cada vez que el estudiante es partícipe de un ambiente de aprendizaje se espera que el próximo ambiente problematice los conocimientos adquiridos y a su vez, enfrentarse a nuevos problemas cognitivos en el nuevo ambiente de aprendizaje.

Con lo anterior, para Batanero y Godino (2004) citado por Alsina (2012, p.11) algunas orientaciones que favorecen el desarrollo del razonamiento estadístico son las siguientes:

- Involucrar a los alumnos en el desarrollo de proyectos sencillos en los que tengan que recoger sus propios datos a partir de la observación (¿de qué color son los ojos de los alumnos de la clase?); encuestas (¿qué tipos de trabajo hacen las madres y los padres de los alumnos?); y medidas (¿tienen los pies, manos, hombros mayores los niños que las niñas?).

- Concienciar a los alumnos que cada dato aislado forma parte de un todo (distribución de los datos) y que hay preguntas que no pueden contestarse con un único dato, sino con una distribución de datos.
- Concienciar a los alumnos de las tendencias y variabilidad en los datos y cómo éstas pueden usarse para responder preguntas sobre los datos o comparar varios conjuntos de datos.
- Visualizar progresivamente que los datos recogidos son una muestra de una población más amplia y sobre cuáles son las condiciones para que los datos de la muestra puedan representar los datos de toda la población
- Animar a los alumnos a representar sus datos en tablas y gráficos, cuidando los aspectos matemáticos y estéticos de los gráficos de manera que los datos se representen correctamente. (p.21).

Según el Lineamiento Curricular (1998) el trabajo que se realiza en el pensamiento aleatorio en los primeros grados es por medio de experiencias significativas que estén guiadas hacia un sentido en este caso a la recolección de análisis de datos. De manera, que sea claro el objetivo y los intereses al trabajar por medio de entrevistas, encuestas, consultas y observaciones. En este sentido es necesario que su enseñanza sea abordada en contextos significativos donde las problemáticas permitirán que se logre una interpretación que los lleve a obtener argumentos estadísticos y logren tomar decisiones.

#### **6.3.4 Desarrollo del pensamiento estadístico en el primer grado de la básica primaria**

Como se ha evidenciado a lo largo de este referente matemático, el pensamiento aleatorio, más puntualmente la estadística está presente en nuestra cotidianidad, es por esto, que en el día a día, la estadística se hace presente en un salón de clases hasta en los medios de comunicación, que las usan para hacer que las personas conozcan una determinada información a partir de una investigación, y que es presentada por medio de gráficos, tablas u otras maneras que evidentemente facilitan la interpretación de dicha información. Ahora bien, como se mencionó uno de los lugares privilegiados donde prevalece el aprendizaje y

uso de la estadística es en la escuela, donde el conocimiento aflora desde los primeros grados, permite reconocer que los niños y las niñas desde edades muy tempranas están en contacto con la estadística y es fundamental que se tenga claro que evidentemente, aunque esta ciencia es importante, se tiende a dejar en el último lugar de las planeaciones, los libros de trabajo, y como no, en los mismos salones de clase. Es por esto, que se debe comenzar a mirar, como algunos referentes le dan una importancia crucial, al trabajar con los niños y niñas:

Alsina y Edo (2005) citados por Cevilla et al. (2014, p. 115), proponen que las actividades matemáticas en las aulas de preescolar y primeros grados sean interdisciplinarias y globalizadas tratando temas de interés para los estudiantes a los que van dirigidas. De acuerdo con esto, es importante resaltar que si bien, las maestras cumplen con el rol de generar esos espacios, ellas mismas cumplen con el rol de crear ese vínculo del trabajo de gráficos con las actividades cercanas a los niños y los niños y que permiten aprovechar todas aquellas oportunidades en las que ellos se ven enfrentados a diversas situaciones de su vida cotidiana.

Además, la importancia que se le da a los espacios permite dar cuenta de la misma significación de este, es por esto, que es fundamental que se piense en escenarios que vayan de la mano de los intereses y gustos de los niños y las niñas, sin dejar de lado, la construcción de conocimiento. Es decir, de acuerdo con nuestra perspectiva, los maestros se apoyan en esas oportunidades que se les presentan en la cotidianidad del salón de clase para generar unos recursos educativos pensados bajo los intereses de los niños y las niñas, sin dejar de lado, como se mencionó anteriormente, las actividades matemáticas interdisciplinarias y globalizadas.

Ahora bien, para lograr evidenciar la manera como se incorpora el pensamiento aleatorio en los escenarios educativos, más puntualmente en Colombia, es necesario el remitirse a mirar desde lo curricular, es decir, en este caso, analizaremos dicha articulación desde las Mallas de Aprendizaje (2017) y desde los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016). Por un lado, nos dirigimos a las Mallas de Aprendizaje, más específicamente en el grado 1° en las que podemos ver las ideas con que se espera los niños y las niñas trabajaran en grado primero y, se espera que ellos sean partícipes de otras experiencias.

**Se espera que los estudiantes lleguen a grado primero con algunas ideas sobre:**

- ✓ La clasificación de objetos y la descripción de sus diferencias y semejanzas.

Figura 5. Apartado Mallas de Aprendizaje. Grado 1°. Pensamiento Aleatorio. Fuente: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

Los niños y las niñas llegan al grado primero con unas ideas sobre la clasificación de objetos y la descripción de sus diferencias y semejanzas, lo que permite reconocer, que desde edades muy tempranas en lo relacionado a la estadística se le da vital importancia al comenzar a reconocer unas características, eso que hace único o que resalta dentro de un conjunto de objetos, lo que propicia comenzar a construir un conocimiento estadístico.

**Durante el grado primero, se espera que los estudiantes participen en experiencias en las que:**

- ✓ Recolecten, representen (en tablas de conteo y **pictogramas** sin escala) y analicen datos sobre ellos mismos y su entorno cercano. Las variables en estudio principalmente serán **variables cualitativas** nominales.

Figura 6. Apartado Mallas de Aprendizaje. Grado 1°. Pensamiento Aleatorio. Fuente: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

En este caso, los niños y las niñas son partícipes de experiencias que permiten que ellos tomen esas ideas que traen desde sus contextos, se apropien de ellas y que partiendo de estas surjan en ellos preguntas e hipótesis que los guíen hacia esa recolección, representación y análisis de unos datos, que, como se menciona a lo largo de este apartado, nacen de su entorno y que les permite llegar a interpretar una información de tal manera que propicia continuar construyendo ese conocimiento estadístico.

Por el otro, nos remitimos a los Derechos Básicos de Aprendizaje de “transición”, en el caso de transición podemos evidenciar que claramente en esta oportunidad, estos están

pensados para lograr una construcción de aprendizaje de los niños y las niñas, a través de las interacciones que ellos tienen con otros, consigo mismos y con el mundo, todo esto buscando que ellos a lo largo de este grado, logren construir su identidad, en este caso, se puede reconocer, lo que se mencionó anteriormente, la estadística es un tema que está ligado a la inmediatez y a la poca importancia.

### **6.3.5 Derechos Básicos de Aprendizaje grado Primero (relacionados con acercamiento a la estadística).**

**10.** Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

#### Evidencias de aprendizaje

- Identifica en fichas u objetos reales los valores de la variable en estudio.
- Organiza los datos en tablas de conteo y/o en pictogramas sin escala.
- Lee la información presentada en tablas de conteo y/o pictogramas sin escala (1 a 1).
- Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos aparece?

Figura 7. Apartado Derechos Básicos de Aprendizaje. Matemáticas. Grado 1°. Fuente [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

De acuerdo con lo anterior, se puede reconocer que, los niños y las niñas construyen la noción de clasificación, y esta da paso a representar gráficamente datos con los que interactúan, es decir, ya le otorga significado, y lo más importante es que en este grado, los niños y las niñas pueden comunicar los resultados de su clasificación, análisis y representación de datos.

Finalmente, se presentará un diagrama en el que se evidencia una progresión en el desarrollo del concepto de estadística en los primeros grados a partir del análisis de los Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje y Mallas de Aprendizaje.

### 6.3.6 Cuadro comparativo referente normativo.

	<b>LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS 1998</b>	<b>ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS 2006</b>	<b>DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE 2016</b>	<b>MALLAS DE APRENDIZAJE 2017</b>
<b>CATEGORÍAS (Clasificación, recolección, representación e interpretación)</b>	La búsqueda de respuestas a preguntas que se formulan los niños y las niñas sobre el mundo físico, resulta ser una actividad rica y llena de sentido si se hace a través de la recolección y análisis de datos. Decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener las respuestas lleva a nuevas hipótesis y a exploraciones muy enriquecedoras para los estudiantes.	De (1°) a (3°) se espera que el/la estudiante:  Representen datos relativos al entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.	Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.	Durante el grado primero, se espera que los estudiantes participen en experiencias en las que: -Recolectan, representan (en tablas de conteo y pictogramas sin escala) y representan sobre ellos mismos y su entorno cercano. Las variables en estudio principalmente serán variables cualitativas nominales.

Ilustración 3. Cuadro Comparativo Referente Normativo. Fuente propia.

### 6.4 Definición de los gráficos.

Como se ha mencionado previamente, en esta oportunidad los gráficos estadísticos los llevan a cabo niños y niñas que cursan el grado primero de la Básica Primaria del Instituto Pedagógico Nacional, es por esto, que al estar cursando este grado se pensó en

unos gráficos estadísticos que, por un lado, deben haber abordado en este grado y por el otro, gráficos que complejizan y que mostrarán una progresión en la representación de datos. Es así, como, con la ayuda de diversos autores, trataremos de definir los cuatro gráficos estadísticos que se trabajaron en esta oportunidad: la tabla de conteo, el pictograma, el gráfico de puntos y el diagrama de barras.

#### 6.4.1 Tabla de conteo.

Tabla utilizada para realizar recuentos e incluyen celdas para realizar dicho proceso (celdas donde se marca cada valor de la variable). La actividad de la Figura 1 se ha clasificado dentro de esta categoría pues se muestra, en la segunda columna, el recuento de los votos alcanzado por cada candidato a la presidencia del curso. (Diaz-Levicoy, Morales, López- Martin y Roa-Muñoz, 2015, p. 6).

Una tabla de conteo permite interpretar datos, ya que presenta información ordenada respecto de una situación. Por ejemplo:

Elección de presidente de curso		
Candidato	Conteo	Cantidad de votos
Lorena		13
Marcelo		6
Patricia		16

La presidenta de curso será Patricia, ya que obtuvo la mayor cantidad de votos.

Figura 8. Tabla de conteo. Fuente [http://funes.uniandes.edu.co/7778/1/Art%C3%ADculo\\_ULA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/7778/1/Art%C3%ADculo_ULA.pdf).

#### 6.4.2. Pictograma.

Tipo de gráfica utilizada para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades. (Ministerio de Educación Nacional, 2017, p.26).



Figura 9. Pictograma. Fuente <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-1.pdf>

### 6.4.3. Gráfico de puntos.

Moore (1999) citado por Arteaga Cezón (2010), afirma que el denominado gráfico de puntos permite conjuntos de datos y tiene la gran ventaja de ser fácilmente construido a mano. Las gráficas de puntos se utilizan para variables cuantitativas, tanto discretas como continuas. En este gráfico, la abscisa representa los valores de la variable estudiada: dentro del conjunto de datos, por cada valor de la variable que coincida con uno de los datos, se representa un punto encima de dicho valor. Los puntos están espaciados en forma homogénea, por lo que la altura del conjunto de puntos sobre cada valor de la variable representará la frecuencia de aparición de dicho valor en el conjunto de los datos.

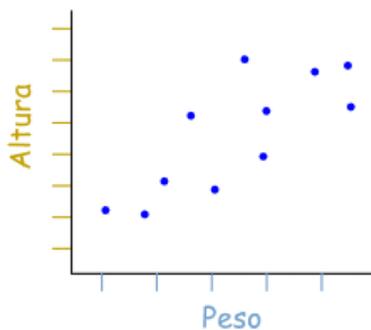


Figura 10. Gráfico de puntos. Fuente <https://www.disfrutalasmaticas.com/definiciones/diagrama-de-puntos.html>.

#### 6.4.4. Diagrama de barras.

Es una representación gráfica que puede ser usada para representar la distribución de frecuencia de variables cualitativas, cuantitativas discretas o incluso variables continuas, si han sido discretizadas y diferentes intervalos de valores se han transformado en categorías. (Arteaga Cezón, 2011, p.24).

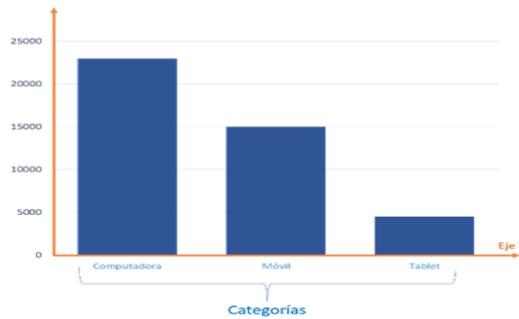


Figura 11. Diagrama de Barras. Fuente <https://www.plandemejora.com/que-es-grafica-de-barras-ejemplos/>

#### 6.5 Niveles de lectura de gráficos

La construcción e interpretación de gráficos estadísticos son parte fundamental de la cultura estadística, puesto que, se relaciona estrechamente con procesos de organización, descripción y análisis de datos, los cuales operan conjuntamente para orientar y brindar los conocimientos necesarios para interpretar y confrontar los resultados presentados en gráficas. Ahora bien, para desarrollar un pensamiento más complejo dentro del proceso de representación de datos es necesario integrar la comprensión gráfica y el sentido gráfico.

La comprensión gráfica históricamente ha estado asociada a leer e interpretar gráficos. Tres conductas se relacionan con la comprensión gráfica: traducción, interpretación, extrapolación/interpolación.... el sentido gráfico se desarrolla gradualmente como resultado del diseño de presentaciones gráficas de datos, explorando su uso en una variedad de contextos que requieren dar sentido a los datos, y relacionándolos de manera no

limitante a la construcción gráfica o a la extracción de datos simples (Estrella y Olfos, 2012, pág. 124).

Es decir, en la comprensión y sentido gráfico, intervienen procesos cognitivos del sujeto, los cuales, a medida de su acercamiento, exploración, uso y conceptualización de temáticas propias de la alfabetización estadística logra establecer y complejizar relaciones entre los datos, inferir información a través de la construcción y/o interpretación de gráficos. Además, Pinker (1990) citado en Arteaga (2010) “afirma que la lectura eficiente de gráficos depende de dos factores. El primero de ellos está ligado a la competencia del lector, dependiendo de su capacidad de procesamiento de información. El segundo está ligado a la eficacia del gráfico, es decir, a la capacidad del gráfico en sí de transmitir información, que es dependiente del tipo de gráfico, los conceptos implicados y de su complejidad matemática” (pág.115)

Ahora bien, en relación con los componentes del gráfico, su lectura y construcción Pinker (1990) y Kosslyn (1985) citados en Arteaga (2010) indican una serie de competencias relacionadas con el lenguaje de los gráficos:

- Reconocer los elementos estructurales del gráfico (ejes, escalas, etiquetas, elementos específicos) y sus relaciones. Esta competencia se adquiere cuando es posible distinguir cada uno de estos elementos y si cada elemento es o no apropiado en el gráfico particular, por ejemplo, detectar si una escala es adecuada o no para un gráfico particular.
- Apreciar el impacto de cada uno de estos componentes sobre la presentación de la información en un gráfico (por ejemplo, ser capaz de predecir cómo cambiaría el gráfico al variar la escala de un eje).
- Traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos que se representan en el mismo y viceversa. Por ejemplo, cuando un diagrama de dispersión es creciente, comprender que la relación representada entre las dos variables es directa.
- Reconocer cuando un gráfico es más útil que otro, en función del juicio requerido y de los datos representados, es decir, saber elegir el gráfico adecuado al tipo de variable y al tipo de problema (pág.115).

Además, junto a las competencias, algunos autores han establecido niveles de comprensión en la lectura de datos y gráficos estadísticos, los cuales, describen las acciones que realiza el sujeto, las abstracciones y relaciones que logra realizar con la información que analiza e interpreta del gráfico. Con lo anterior, para determinar los niveles de lectura y comprensión gráfica es necesario evaluar una serie de aspectos que inciden en la construcción de las relaciones e interpretaciones que realiza el lector al estar expuesto a un gráfico. Curcio (1989) citado en Batanero y Godino (2001) expone algunos aspectos que afectan la comprensión y lectura de gráficos:

- Conocimiento previo del tema al que se refiere el gráfico; si el alumno está o no familiarizado con el contexto.
- Conocimiento previo del contenido matemático del gráfico, esto es, los conceptos numéricos, relaciones y operaciones contenidas en el mismo;
- Conocimiento previo del tipo de gráfico empleado (gráfico de barras, pictograma, etc.) (pág.13).

En consecuencia, los anteriores aspectos invitan al maestro a conocer los conocimientos previos de los estudiantes y a partir de ahí, establecer su línea de trabajo para construir o fortalecer dichos conocimientos e ir complejizando y abordando nuevas temáticas que le permitan desarrollar su pensamiento estadístico. Por otro lado, en cuanto a los niveles de lectura gráfica Curcio (1989) citado en Estrella y Olfo (2012) menciona:

1. “Leer datos”: este nivel de comprensión requiere una acción local y específica, como la lectura literal del gráfico, que atiende únicamente los hechos explícitamente representados; por lo tanto, no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
2. “Leer entre los datos” implica comparar e interpretar valores de los datos, integrar los datos en el gráfico, buscar relaciones entre las cantidades y aplicar procedimientos matemáticos simples a los datos; entendiendo tanto la estructura básica del gráfico como las relaciones contenidas en él.

3. “Leer más allá de los datos” implica la extrapolación de datos, predecir e inferir a partir de los datos sobre informaciones que solo están implícitamente presentes en el gráfico; requiere conocer el contexto en que los datos se presentan.

4. “Leer detrás de los datos” corresponde a una ampliación de los niveles anteriores, y se refiere a mirar críticamente el uso del gráfico y conectar la información gráfica con el contexto para realizar un análisis profundo y un razonamiento causal basado en el conocimiento de la materia y la experiencia; incluye examinar la calidad de los datos y la metodología de recolección, la sugerencia de una posible explicación, y la elaboración de modelos alternativos y representaciones gráficas.(p.127).

## **6.6. Dificultades de la lectura de gráficos.**

En cuanto a las dificultades que presentan los estudiantes en los primeros grados en lo relacionado a la recolección, representación, organización, análisis e interpretación de la información adquirida, la cual es representada en tablas o gráficos, se pueden referir a los aprendizajes adquiridos por los estudiantes al momento de hacer validez de la información, ya que, estos conocimientos son adquiridos previamente y verificados por los docentes en los logros obtenidos. Con frecuencia los estudiantes realizan una representación errada de las gráficas o la organización de los datos, esto es debido a dos aspectos importantes, que se evidencian en los aprendizajes en cada nivel, en un primer lugar se presenta en la organización de los datos y la elaboración de gráficos y por último se encuentra la manera como los docentes están transmitiendo su conocimiento de la estadística y la probabilidad.

Con lo anterior, Arteaga (2016) citado en Díaz, Parraguez, Ferrada y Ramos-Rodríguez (2015) considera relevante clasificar los errores que frecuentemente se presentan en la representación de gráficos estadísticos en la educación primaria y es dividido en tres aspectos importantes.

- *Gráficos básicamente correctos*: En esta categoría es escogido correctamente el gráfico, su presentación es elaborada de manera correcta, hay etiquetas claras y su

elaboración permite ser precisa. También se incluyen gráficos que no van con las normas pero que son correctas.

- *Gráficos con errores de escala:* En esta categoría se presentan diferentes errores como: a) Las representaciones gráficas demuestran una distancia que no es igual y los puntos de referencia son distintos; b) la valoración numérica en la recta no es correcta; c) no representan la totalidad de las escalas, los valores no son correctos; d) las barras no son centradas.
- *Gráficos incorrectos:* Los gráficos no representan lo que es solicitado por el maestro y los errores son: a) la altura de las barras no es correcta con la frecuencia; b) la interpretación de la frecuencia y los valores no es lo esperado; c) las barras tienen un ancho distinto. (p.99).

Con los anteriores aspectos el docente identifica las dificultades que presentan los alumnos al momento de graficar y de organizar los datos recogidos, de una manera detallada y concisa. De manera que, sea pertinente el trabajo del maestro en las diferentes estrategias donde se fortalezca las habilidades de la estadística y la probabilidad.

Son evidentes, las fallas que presentan los estudiantes en los gráficos estadísticos en el transcurso de las elaboraciones, para esto el docente deberá tener un conocimiento completo sobre la estadística y la probabilidad, ya que es necesario poder transmitir correctamente el aprendizaje a los estudiantes. Es así, como lo menciona Alsina (2016) citado por Díaz et al. (2015) “La incorporación de la estadística y la probabilidad responde a la necesidad de promover que el alumnado aprenda conocimientos que le sirvan de base para la recogida, descripción e interpretación de datos” (p. 13).

## **7. MARCO METODOLÓGICO**

### **7.1 Descripción**

La investigación que se desarrolla en el presente trabajo parte de la implementación de una T.H.A diseñada por las maestras en formación que llevan a cabo esta trayectoria de aprendizaje, y que se han planeado con la intención de fomentar el trabajo en torno a la organización y representación de datos con los niños y las niñas de grado primero del Instituto Pedagógico Nacional.

Considerando esto, el diseño e implementación de esta trayectoria de aprendizaje pretende ser una acción que visibilice la importancia de trabajar en la clase de matemáticas la organización y representación de datos involucrando la innovación, creatividad y vivencias del día a día como criterios de aprendizaje del proceso investigativo.

### **7.2 Situación problema**

Aunque la enseñanza de la estadística ha estado presente en los currículos escolares de la Básica Primaria en las instituciones educativas del país, desde la experiencia como maestras en formación y a través de las prácticas pedagógicas (de fundamentación y profundización) asociadas a la Licenciatura en Educación Infantil, se ha observado que en ocasiones la enseñanza de los conceptos de estadística son los últimos en abordarse en el plan de estudios de las instituciones educativas o no se logran generar experiencias pedagógicas que permitan el desarrollo de acciones de recolección, organización, representación e interpretación de datos por parte de los niños y las niñas, tal como está establecido en el Lineamiento Curricular de Matemáticas (1998) y en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), ambos documentos del Ministerio de Educación Nacional.

Así mismo, se plantea la necesidad de abordar los conceptos de estadística, puesto que, los niños y las niñas deben contar con los conocimientos necesarios para enfrentar las exigencias de las pruebas saber tercero (3); Pues en estas se evalúa el área de matemáticas bajo competencias de: comunicación, modelación, razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Dentro de los componentes evaluados en el área de matemáticas se encuentra lo referente al pensamiento aleatorio, que abarca una serie de acciones como: clasificación, ordenación, descripción, y representación de variables en situaciones concretas. Por lo cual, se considera necesario que los niños y las niñas tengan acceso a experiencias pedagógicas que le permitan desarrollar y fortalecer conocimientos estadísticos para enfrentarse a los retos académicos y para comprender la información que circunda en su contexto social.

Ahora bien, en el Instituto Pedagógico Nacional se plantean una serie de mallas curriculares estructuradas bajo las orientaciones y políticas educativas establecidas por el Ministerio de Educación Nacional. Dichas mallas curriculares son el estandarte de las maestra titulares, puesto que, se rigen por estas para decidir los temas y las experiencias pedagógicas a abordar durante el año escolar; es así como, se pensó inicialmente en realizar un análisis de los temas y tiempos destinados a la educación estadística en la malla curricular de grado primero, sin embargo, no se logró tener acceso a estas debido a una reestructuración de las mismas, por lo que, se desconoce los conceptos estadísticos que abordan durante el año escolar.

Por otro lado, en busca de reconocer las temáticas que se establecen en relación con la estadística se revisa el libro “Rutas matemáticas 1” de la editorial Santillana, el cual actúa como apoyo y guía de los procesos de aprendizaje del área de matemáticas de los niños y las niñas del grado primero. En este se evidencia un espacio reducido para los contenidos de pensamiento aleatorio y las actividades allí presentes están preestablecidas, es decir, los niños y las niñas no recolectan ni organizan información, simplemente diligencian un gráfico a partir de los datos que brinda el texto realizando correspondencia 1 a 1, donde un objeto o dato equivale a una casilla de una columna.

Con lo anterior y bajo la preocupación de la falta de experiencias pedagógicas centradas en desarrollar y/o fortalecer la educación estadística en los niños y las niñas de grado primero, se parte por establecer una alternativa de aprendizaje orientada en la pregunta problema:

¿Cómo la implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje aporta en el desarrollo de acciones de recolección, organización, representación e interpretación de datos en estudiantes de los cursos 103 y 104 del Instituto Pedagógico Nacional?

### **7.3 Objetivo General**

Diseñar e implementar una trayectoria hipotética de aprendizaje que aporte al desarrollo de las nociones de organización y representación de datos en niños y niñas de los cursos 103 y 104 del Instituto Pedagógico Nacional.

### **7.4 Objetivos Específicos**

- Analizar las acciones que realizan los niños y las niñas en procesos de recolección y organización de datos.
- Implementar una trayectoria hipotética de aprendizaje que fomente el desarrollo de las nociones estadísticas de los niños y las niñas
- Reconocer la relación que se establece entre los procesos de recolección y organización de datos con otros conceptos de la matemática escolar, durante la ejecución de acciones de organización, representación e interpretación de datos.

## **7.5 Marco metodológico de la investigación**

En este apartado se determinan los instrumentos y técnicas a los que se recurrió para la recolección de la información necesaria, así como también se fijan el tipo de estudio de la investigación y las etapas de estos.

### **7.5.1 Método de investigación: cualitativo.**

La implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje se centra en un método de investigación cualitativo, el cual tiene como objeto la descripción y análisis de un fenómeno. Blasco y Pérez (2007) dicen “En la investigación cualitativa, se estudia la realidad en su contexto natural tal y como sucede, sacando e interpretando los fenómenos de acuerdo con las personas implicadas. Utiliza variedad de instrumentos para recoger información como las entrevistas, imágenes, observaciones, historias de vida, en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas, así como los significados en la vida de los participantes” (pág. 17). Junto con lo anterior, el método cualitativo también busca explicar las formas en que las personas en situaciones particulares comprenden, narran, actúan y manejan sus situaciones cotidianas. Por otro lado, Martínez (2006) el investigador se apoya en procedimientos que permitan volver a analizar las acciones de los sujetos (fotografías, audios, etc.), permitiendo darle un nuevo enfoque a las hipótesis previamente establecidas sin anular la sistematicidad del proceso investigativo.

El enfoque metodológico en el que se enmarca este trabajo de investigación gira en torno a la implementación de una trayectoria hipotética de aprendizaje diseñada por las maestras en formación que llevan a cabo esta, y que se ha planeado con la intención de fomentar el trabajo en lo concerniente a la organización y representación de datos con los niños y las niñas de grado primero del I.P.N. Ahora bien, cuando se habla de T.H.A se puede decir que se toman como punto inicial al pensar en el diseño de esta trayectoria, se tiene una comprensión inicial de los estudiantes a los que va dirigida esta trayectoria y está a la vez, es un vehículo para planear el aprendizaje de unos conceptos matemáticos establecidos.

El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje el cual muestran como T.H.A ayudan a reconocer lo que los niños y las niñas saben de matemáticas partiendo del hecho de varios factores, como son: identificar el punto donde se encuentran los estudiantes, reconocer y entender los niveles de conocimiento y de pensamiento que atraviesan los estudiantes y finalmente construir una serie de tareas instructivas a partir de lo que ellos saben. Es así, como se encuentran planteamientos que van de la mano a una perspectiva constructivista, pero como se mencionó anteriormente, resulta siendo una alternativa educativa, en la que tanto profesores como estudiantes, juegan un papel fundamental en el diseño y construcción de una trayectoria. Por esto, Clements y Sarama (2015) afirman que:

Los niños siguen procesos naturales de desarrollo en el aprendizaje de las matemáticas, adquiriendo ideas y habilidades matemáticas a su manera. Cuando los profesores comprenden estos procesos de desarrollo, y elaboran secuencias de actividades basadas en tales procesos, construyen ambientes de aprendizaje de las matemáticas que son particularmente apropiados y efectivos en términos de desarrollo. Estas rutas de desarrollo son la base para las “trayectorias de aprendizaje” que se encuentran en este libro. Las trayectorias de aprendizaje ayudan a responder varias preguntas. ¿Qué objetivos se deben establecer? ¿Dónde se debe comenzar? ¿Cómo saber hacia dónde tomar el siguiente paso? ¿Cómo se logra ese siguiente paso? (p.10).

Continuando, el diseño e implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje este trabajo pretende ser un apoyo u otra perspectiva a la cual las maestras titulares pueden recurrir a la hora de pensar en la enseñanza del pensamiento aleatorio, más puntualmente, en la recolección, la organización, la representación y la interpretación de datos. Teniendo en cuenta, involucrar la innovación y propiciar la creatividad e imaginación como elementos en el proceso de aprendizaje y enseñanza encaminados al pensamiento aleatorio.

Llegados a este punto, la técnica que usaremos a lo largo de esta trayectoria de aprendizaje será una observación participante, para comenzar hablaremos de la observación como una técnica de recogida de datos sistemática, en la cual se puede evidenciar el

comportamiento de una o varias personas, y más puntualmente en este caso, con la observación, podemos comprender el comportamiento de los niños y las niñas en el transcurso de la trayectoria hipotética de aprendizaje.

Su objetivo más inmediato es el de describir dicho comportamiento, aunque es innegable su valor como fuente de generación de hipótesis de manera causal que permita ofrecer explicaciones de las conductas observadas.

Entre las ventajas que ofrece esta técnica está su proximidad al comportamiento real del sujeto, pues es posible prescindir completamente de su cooperación para llevar a cabo el estudio; mientras que su principal limitación radica en el hecho de que no todos los acontecimientos son observables o pueden ofrecer cierta resistencia a la presencia del observador. (Quintana, García, Riesco, Fernández y Sánchez, 2018, p.34).

En cuanto a la observación participante lo que se busca es recolectar la información, sin que esta altere la verdadera realidad del objeto de estudio, según Martínez (2006) en este tipo de observación, el investigador se adentra en el contexto en el cual se llevará a cabo el “estudio” y se encarga de registrar a través de notas de campo, las situaciones que se presentan, para luego ser revisadas y analizadas con el fin de orientar o reorientar la observación y la investigación; así mismo, el uso de grabaciones de audio y fotografías se convierten en los mejores insumos de la observación.

Con lo anterior, se puede considerar que la observación participante es un instrumento clave en la elaboración de nuestra trayectoria de aprendizaje, ya que nos permite identificar la manera como los niños y las niñas se expresan, como interactúan entre ellos, cómo se hacen entender con el resto de sus compañeros. Además que nos permite reconocer el avance o progresión del desarrollo que los niños y las niñas tienen a lo largo de la trayectoria, la manera cómo emplean los términos matemáticos progresivamente de acuerdo al nivel en el que se encuentren en esta, y al mismo tiempo, reconocer el tiempo que emplean los niños y las niñas para resolver las tareas instructivas, la manera como solucionan interrogantes entre ellos y así mismo, con esta podemos

evidenciar si las tareas instructivas propuestas son de fácil entendimiento para los niños y las niñas.

## **7.6 Instrumentos**

En cuanto a los instrumentos que se usarán para la recolección de la información serán: las fotografías que nos envían los padres de familia de cada una de las sesiones programadas y los videos de las grabaciones de las sesiones sincrónicas que se desarrollaron en la implementación de esta propuesta. Con esto, esperamos poder reconocer las voces de los niños y las niñas y acciones que pudieron pasar desapercibidas en las sesiones sincrónicas.

### **7.6.1 Fotografías**

Para hablar de la fotografía como recolección de información, nos apoyaremos en el artículo de Bonetto (2016) “El uso de la fotografía en la investigación social” en el cual afirma que las fotografías son aquellas fuentes de información que nos permiten observar, analizar y teorizar la realidad social en la cual nos queremos adentrar (p.70). De esta manera, es importante mencionar que la autora a través de este escrito reconoce a la fotografía como una imagen que ayuda a contextualizar lo observado y posibilita profundizar sobre aspectos menos visibles en otros modos de registro observados.

Es así, como la fotografía se ubica como una herramienta para la reunión de datos en la investigación social y, puede acompañar las voces de quienes la conforman en diversas instancias para dar cuenta de aquellos elementos menos visibles que hacen al objeto de estudio. Según Bonetto (2016) en las investigaciones la fotografía cobra un lugar privilegiado puesto que “en este sentido, crecientemente en las investigaciones se utiliza material visual en el proceso de investigación, ya sea tomando fotografías durante el trabajo de campo, usando materiales de archivo, o utilizando imágenes tomadas por los propios sujetos” (p. 74).

El uso de las fotografías es de gran aporte a la hora de pensar en un instrumento de recolección de información, puesto que indudablemente permite encontrarnos con aspectos o situaciones que muchas veces se pierden de vista y que no son percibidas al momento de realizar las sesiones de una forma muy clara. Al igual que es un instrumento que genera un espacio para la memoria tanto de quien se encarga de tomar ese momento en el tiempo, como para quien es el actor principal del mismo.

### **7.6.2 Videos de las grabaciones.**

En este caso, se toma como referente el artículo de García (2011) “El video como herramienta de investigación” en este artículo el autor enfatiza en ver el video como una herramienta y una estrategia para la investigación social que trata de lograr un acercamiento a la realidad. Así mismo, el video es visto como parte de un proceso de investigación que puede ser usado como una herramienta de trabajo de recolección de información, en este caso se evidencian dos tendencias en el uso del video como proceso de investigación:

Por un lado, se considera que los videos son una ayuda a los métodos y técnicas de investigación y que es utilizado como un recurso de registro que facilita el análisis y la misma transcripción de la información recaudada. En este caso, el video permite manejar una mayor cantidad de información debido a la posibilidad de registrar imágenes y sonidos.

Por el otro, el video es visto como una forma de recolectar información, y así mismo, una herramienta bastante significativa a la hora de construir realidades, que no se construyen sólo para el investigador, sino también desde los demás actores involucrados que son los encargados de dar muestra de su situación a través de los mismos videos. De acuerdo con esto, García (2011) plantea que “un uso participativo del vídeo implica, entre otros aspectos, una redefinición de roles, tanto de los investigadores como de los participantes, en los procesos de indagación, observación y descripción de situaciones y comportamientos sociales, en donde no se asumen posturas jerárquicas” (p.4).

Igualmente, el uso de videos en la investigación hace un gran aporte a la misma, ya que permite observar las actividades, para obtener información adicional acerca de los comportamientos y actitudes que asumen los niños y las niñas, hechos que al fin y al cabo no serían fáciles de obtener, reconociendo en este mismo, factores expresivos y comportamentales que pueden ser cruciales en el desarrollo de la investigación. Es así, como en el desarrollo de esta trayectoria de aprendizaje se hizo uso de este instrumento como una herramienta de recolección de información y que permitió recoger esas voces que sirvieron como insumo de albergar memoria y hechos relevantes que sucedieron en las sesiones para lograr entablar luego el respectivo análisis.

### **7.6.3 Diarios de campo.**

En esta ocasión, el diario de campo se toma como referente de información que relaciona una de las maestras titulares al dar sus impresiones de los niños y las niñas, basándose en este instrumento. Para esto, se tiene como referente el artículo de Espinoza y Ríos (2017) “El diario de campo como instrumento para lograr una práctica reflexiva” en este, las autoras buscan favorecer el análisis de la práctica de sus alumnos de octavo semestre a través del uso del diario de campo. Además, las autoras dan muestra de la importancia de este instrumento como la manera de registrar los sucesos importantes que acontecen en el escenario de práctico y en el que se confronta lo vivido con la teoría.

De acuerdo con lo anterior, Álzate, Puerta y Morales (2008) citados por Espinoza y Ríos (2017) afirman que el diario de campo ejercita cuatro procesos formativos: la apropiación del conocimiento, – se ve reflejado en lo que el alumno ha aprendido y lo que requiere aprender- la metacognición, -se ve reflejada en las acciones que el alumno realizó o no en cada escenario que se le presentó- la competencia escritural – esta queda registrada en el diario a través del contenido y forma de las anotaciones que el alumno realiza- y por último, el sentido crítico- reflejada en el momento en el cual el alumno usa estrategias que lo llevan a generar un análisis profundo de las situaciones y la toma de unas posturas sustentadas bajo unas teorías adquiridas en el proceso de formación-.

## **7.7 Definición de las categorías**

En la investigación cualitativa se establecen categorías de análisis, las cuales orientan las acciones a realizar dentro de la investigación, Martínez (2006) “Categorizar es clasificar, conceptualizar o codificar mediante un término o expresión breve que sean claros e inequívocos (categoría descriptiva), el contenido o idea central de cada unidad temática; una unidad temática puede estar constituida por uno o varios párrafos o escenas audiovisuales” (p. 141).

Junto con lo anterior, en la investigación cualitativa se encuentran dos tipos de formas para categorizar la información, Romero (2005) afirma que:

La categorización puede realizarse de dos formas distintas pero complementarias: deductiva o inductivamente...En el primer caso las categorías se derivan de los marcos teóricos y modelos de análisis previamente definidos por el investigador. Este procedimiento es propio de las investigaciones cuantitativas en las cuales se definen previamente las variables e indicadores; sin embargo, en estudios cualitativos también es frecuente este tipo de categorización, la categorización es inductiva cuando las categorías emergen de los datos con base al examen de los patrones y recurrencias presentes en ellos (p. 3).

Ahora bien, para la implementación de la T.H.A se opta por la categoría de tipo deductiva, puesto que, las categorías son establecidas antes de la aproximación a la realidad estudiada; éstas se orientan con base en la teoría y los conocimientos del investigador sobre el tema.

### 7.7.1 Categorías de análisis.

En esta implementación se establecen tres categorías de análisis para ser desarrolladas:

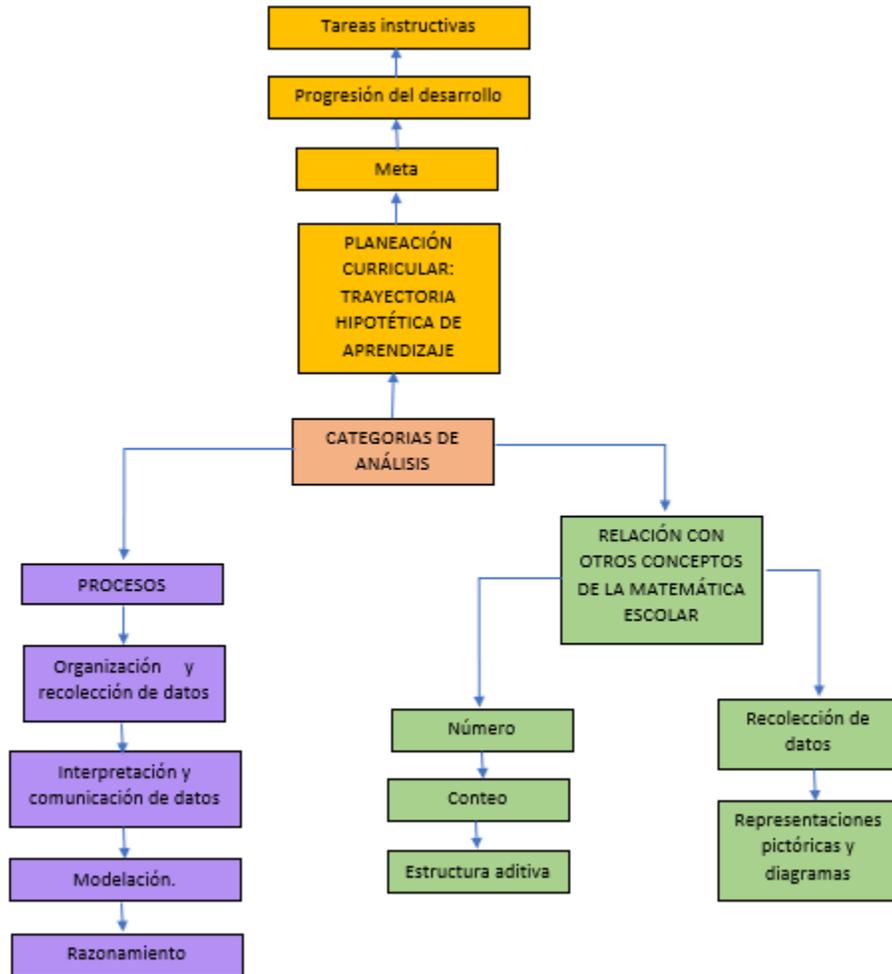


Ilustración 4. Categorías de análisis. Fuente propia.

7.7.1.1 Anexo 1. Cuadro explicativo de las categorías

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	
<p><b>PLANEACIÓN CURRICULAR: TRAYECTORIA HIPOTETICA DE APRENDIZAJE</b></p> <p>De acuerdo con Clements y Sarama (2015) consideran que los niños y las niñas siguen procesos naturales en cuanto al aprendizaje en la matemática y establecen conceptos a su manera, lo que le permite al maestro poder elaborar una secuencia entre metas y tareas.</p>	<p><b>Meta matemática:</b> Conocida como esas grandes ideas matemáticas que se forman gracias a las agrupaciones de conceptos y habilidades matemáticamente centrales y coherentes, que van de la mano del pensamiento de los niños y que son generadoras de aprendizaje hacia el futuro.</p> <p><b>progresión del desarrollo:</b> También llamada ruta de aprendizaje y demuestra ese camino que los niños y las niñas siguen durante el desarrollo del entendimiento y las habilidades necesarias alrededor de un concepto matemático.</p> <p><b>Tareas instructivas:</b> Las cuales están ligadas a los diferentes niveles de pensamiento de la progresión del desarrollo, y están diseñadas para fortalecer o construir las ideas y habilidades necesarias para alcanzar un determinado nivel de pensamiento</p>	<p><b>Comprensión de las gráficas:</b></p> <p>La lectura del gráfico parte de realizar una interpretación semiótica de cada componente en particular y pasar de la interpretación de cada dato al de la distribución de los mismos. Curcio (1989) establece una serie de niveles de interpretación según las competencias del lector:</p> <p><b>Nivel 1:</b> leer los datos. Lee literalmente la información que se presenta en el gráfico, sin embargo, no avanza más en la interpretación de este.</p> <p><b>Nivel 2:</b> leer dentro de los datos. Realiza lectura literal, puede obtener información que no está explicitada en el gráfico, a partir de procesos matemáticos sencillos.</p> <p><b>Nivel 3:</b> leer más allá de los datos. El estudiante puede extrapolar o interpolar la información, para predecir valores que no se muestran en el gráfico.</p> <p><b>Nivel 4:</b> leer detrás de los datos. Corresponde a la valoración crítica del gráfico, de la forma en que se ha construido o bien de las informaciones que se hacen respecto a su contenido.</p> <p>(Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C.)</p>

<p><b>PROCESOS</b></p> <p>En el caso del pensamiento aleatorio, en el sistema de datos se deben tener presentes los siguientes conceptos que se desarrollaran en forma de procesos y organizar curricularmente el pensamiento. (Lineamientos curriculares de matemáticas, 1998, p.51)</p>	<p><b>Organización y recolección de datos:</b></p> <p>(formulación y resolución de problemas). De acuerdo con los estándares básicos de aprendizaje de matemáticas (2006) La formulación y la resolución de problemas permiten que los niños y las niñas desarrollen actitudes mentales que le faciliten construir e implementar estrategias para resolver y encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de éstos. En este caso particular se construirán ambientes de aprendizaje que problematice los conocimientos</p>	<p><b>Interpretación y comunicación de datos:</b></p> <p>De acuerdo con el lineamiento curricular de matemáticas (1998) La comunicación es de vital importancia para contribuir al desarrollo matemático de los niños y las niñas, en donde potencia la construcción de los vínculos entre nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas. Las experiencias que se realizan dentro del aula deben incluir y potenciar acciones comunicativas las cuales pueden presentarse de manera oral, escrita y en forma visual como por ejemplo a través del uso de gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y</p>	<p><b>Modelación:</b></p> <p>De acuerdo con el lineamiento curricular de matemáticas (1998) El proceso de modelación produce una imagen simplificada y fiel de alguna parte de un proceso real y preexistente. En este caso particular los niños y las niñas crean esquemas básicos utilizando la información resultante de la recolección y organización de datos. En este proceso emplean gráficas como: tablas de conteo, pictogramas, gráfica de barras y de puntos.</p>	<p><b>Razonamiento :</b></p> <p>De acuerdo con el lineamiento curricular de matemáticas (1998) El razonamiento se evidencia a partir de las acciones que realiza el niño y la niña para solucionar problemas. es decir, es capaz de dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que emplea para llegar a determinadas conclusiones. Además, durante el proceso de razonamiento explora, comprueba y aplica ideas, las cuales lo conducen a la resolución de los problemas.</p>
---	--	---	--	---

	s de los niños y las niñas en relación con las estrategias que emplean al momento de hacer procesos de recolección y organización de datos.	representaciones físicas. Las cuales le permiten al niño o la niña hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas, y reunir y evaluar información.		
<p><b>RELACIÓN CON OTROS CONCEPTOS DE LA ESTADÍSTICA ESCOLAR.</b></p> <p>El diseño curricular de cada institución debe desarrollar de manera integrada los distintos pensamientos y no cada uno de ellos de manera aislada. Esto se logra si el trabajo en el aula se piensa desde las situaciones problemas, más que desde los contenidos. De esta forma es posible aprovechar en cada situación las posibilidades de interrelacionar los estándares correspondientes a los diferentes pensamientos.</p>	<p><b>Conteo:</b> Claramente el conteo es una de las habilidades matemáticas que se desarrolla de manera prematura en los niños y las niñas. Así mismo, ellos logran a través del conteo, darle un significado a la acción. De acuerdo con las Mallas de Aprendizaje (2017) el conteo permite determinar la cantidad de elementos de una colección, teniendo en cuenta la palabra de los niños y las niñas al contar y las habilidades para enumerar cada uno de los objetos.</p> <p><b>Estructura aditiva:</b> Los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016) tienen una perspectiva de la estructura aditiva como una operación que se basa en la agrupación o separación de determinadas cantidades y en la que, por medio de estrategias, y partiendo del conteo realiza operaciones de suma y resta y así mismo resuelve problemas aditivos.</p> <p><b>Recolección de datos</b> La recolección de datos es vista desde el momento en el cual los niños y las niñas se relacionan con una información que será la que analizarán y posteriormente representarán. Así mismo, las Mallas de Aprendizaje (2017) afirman que en el caso del grado 1°, los niños y las niñas deben encontrarse con situaciones en las que recolecten, presenten y analicen información sobre ellos mismos y su entorno.</p> <p><b>Tipos de gráficas Representaciones pictóricas y diagramas</b> En el momento en el cual los niños y las niñas han logrado reconocer los datos que se les presenta, ellos realizan un proceso de análisis de la información. Es por esto, que las Mallas de Aprendizaje (2017) esperan que los niños y las niñas en el grado 1° se enfrenten a situaciones en las que clasifiquen, organicen y representen los datos, de la mano con el resto de los pensamientos y lo más importante que al analizar la información logren darle respuesta a preguntas sencillas que evidencian de la representación.</p>			

(Estándares Básicos de Competencias, 2006, p.16).	
---	--

## 7.8 Etapas de la trayectoria de aprendizaje

Esta trayectoria de aprendizaje está diseñada en cuatro etapas que pretendemos estén articuladas las unas con las otras, las etapas son:

- Etapa I: Consiste en el diseño de las categorías que serán las determinantes a la hora de pensar en la construcción de la trayectoria hipotética de aprendizaje. Teniendo en cuenta que cada una de las categorías que se pensarán deben estar conectadas la una con la otra, para que así mismo estas categorías cobren sentido.
- Etapa II: Esta etapa consiste en la construcción de la trayectoria hipotética de aprendizaje, la cual estará pensada en torno a las categorías establecidas en la etapa anterior. De manera que, para llevar a cabo esta trayectoria hipotética de aprendizaje se diseñarán dos actividades que permitirán implementar las categorías, las cuales se evidenciarán posteriormente.
- Etapa III: Consiste en la implementación virtual de las tareas instructivas diseñadas previamente.
- Etapa IV: Consiste en la sistematización, análisis e interpretación de los resultados de la implementación de esta propuesta.

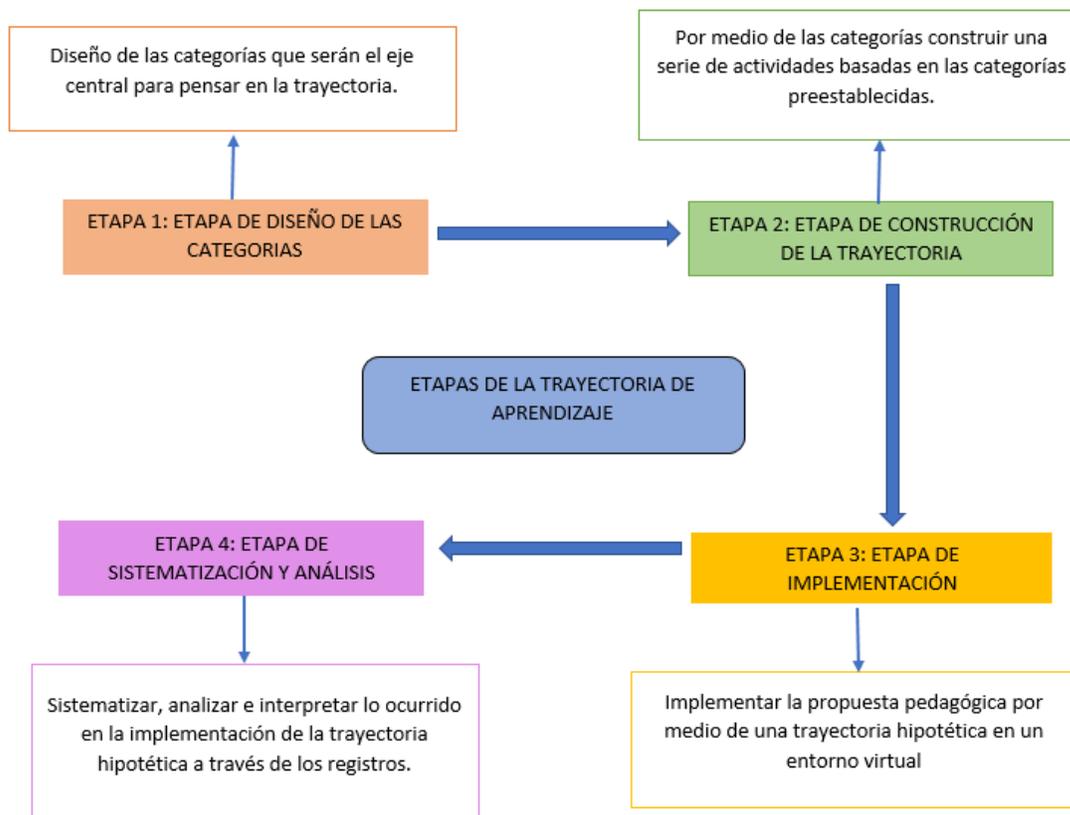


Ilustración 5. Etapas de la Trayectoria de Aprendizaje. Fuente propia.

## 8. IMPLEMENTACIÓN TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE PARA LA ORGANIZACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE DATOS

Este apartado presenta tanto las planeaciones que acompañan esta trayectoria, y que son pensadas bajo las ideas mencionadas anteriormente acerca de la labor del maestro al planear y crear una trayectoria de aprendizaje que posibilite una debida progresión del desarrollo de los niños y las niñas, ligadas a una gran metamatemática. Además, en este se podrán encontrar los análisis realizados a cada una de las intervenciones que se lograron llevar a cabo, estos análisis van de la mano de las categorías preestablecidas anteriormente y que permitieron reconocer así mismo la manera como esta trayectoria permitió la progresión en cuanto a: la recolección, la organización, la representación y la interpretación de datos.

Aclarando, la implementación de la T.H.A se realizó partiendo de la planeación y ejecución de dos juegos de los que los niños y las niñas fueron partícipes en la modalidad presencial, y que fueron la base para pensar en esta implementación. En este caso, contamos con dos planeaciones que giran en torno a nuestro tema de investigación con su respectivo análisis de la puesta en escena de las dos planeaciones. A continuación, un gráfico que muestra la manera como se abordó la implementación de la T.H.A:

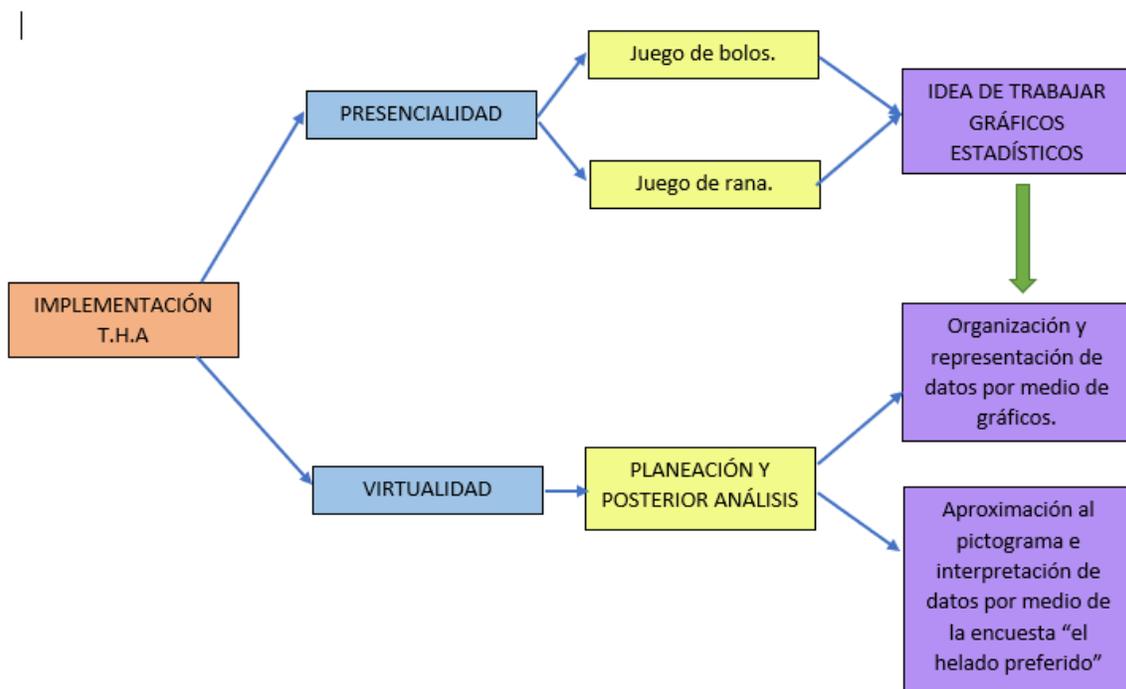


Ilustración 6. Implementación de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje. Fuente propia.

## 8.1 Planeaciones de la Trayectoria de Aprendizaje.

### 8.1.1. Planeación N° 1.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN INFANTIL

#### PLANEACIÓN N° 1.

**TEMA:** Organización y representación de datos por medio de gráficas

**Maestra en formación:** Natalia Carolina Cruz Moreno- Sandra Viviana Moreno  
Montañez- Caterin Moreno.

**Curso:** 103-104.

**Fecha:** 30-09-2020.

**Edad de los niños:** 6 a 8 años

#### JUSTIFICACIÓN Y SENTIDO

Esta intervención pretende dar inicio al desarrollo de la trayectoria hipotética de aprendizaje, la cual se centra en la organización de datos y en el uso de la tabla de conteo en situaciones reales. Ahora bien, esta sesión será el primer acercamiento de los niños y las niñas a acciones de organización y representación de datos, por lo tanto, se emplea el juego de bolos como una situación que incite a la recolección de datos real y con sentido y se busca, además, que los estudiantes analicen dicha información y logren en compañía de la maestra sintetizarla y luego representarla en la tabla de conteo.

“Nos enfrentamos a diario a la necesidad de recoger, organizar e interpretar sistemas complejos de datos y esta necesidad aumentará en el futuro, debido al desarrollo de los sistemas de comunicación y las bases de datos. El punto de comienzo de la estadística debería ser el encuentro de los alumnos con sistemas de datos reales: resultados deportivos de sus equipos favoritos, medios de transporte usados para ir a la escuela, temperatura máxima y mínima a lo largo de un mes; color o tipo de vehículo que pasa por delante de la ventana, etc. Uno de los objetivos que debiera incluirse en un curso de estadística es capacitar al alumno para recoger, organizar, depurar, almacenar, representar y analizar sistemas de datos sencillos”. (Batanero y Díaz, 2011, p.47).

**META DE APRENDIZAJE**

Organizar la información recolectada empleando una tabla de conteo.

PROGRESIÓN DEL DESARROLLO	NIVEL	ACCIÓN DEL NIÑO	ACCIÓN DEL EDUCADOR	TAREAS INSTRUCTIVAS
<p><b>Recolección de datos:</b></p> <p>Realiza recolección de datos empleando una tarjeta de registro.</p>	<p align="center"><b>1</b></p>	<p>Registra los datos obtenidos durante cada ronda de juego en la tarjeta de registro.</p> <p>Se apoya del conteo para registrar la cantidad de bolos tumbados durante cada ronda.</p>	<p>Preguntar a los niños: ¿Cuántos bolos tumbaste?</p> <p>Se propicia una situación en la que los niños recolectan sus propios datos.</p>	<p><i>Juego de bolos:</i> El estudiante realiza tres rondas de juego y registra el total de bolos tumbados en cada una de las rondas.</p>
<p><b>Organización y registro de datos:</b></p> <p>Sintetiza la información recolectada empleando una tabla de conteo.</p>	<p align="center"><b>2</b></p>	<p>Revisa sus propios datos y realiza sumas para totalizar el número de bolos tumbados en cada ronda.</p> <p>Determina el total de bolos tumbados en las tres rondas.</p> <p>Realiza correspondencia uno a uno entre la tarjeta y el bolo tumbado.</p>	<p>La maestra indica y explica la estructura de la tabla de conteo y ejemplifica con sus propios datos cómo diligenciar la tabla.</p> <p>La maestra organiza en una tabla de conteo general los datos que cada estudiante obtuvo en el juego de bolos. Esta acción se realiza por medio de las indicaciones y</p>	<p><i>Sumar cantidades:</i> El estudiante suma la cantidad de bolos tumbados en cada una de las rondas. Luego agrupa estos valores y halla el total de bolos tumbados durante el juego.</p> <p><i>Construcción de la tabla de conteo:</i> El estudiante comparte sus datos e indica</p>

			sugerencias de cada estudiante respecto a la ubicación y valor de sus datos	dónde y cómo ubicarlos dentro de la tabla de conteo
<p><b>Interpretación de datos:</b></p> <p>Realiza una lectura a un nivel muy literal de la tabla de conteo.</p> <p>Hace interpretaciones respondiendo preguntas y a su vez realiza procedimientos de suma y resta para hallar relaciones entre los datos.</p>	<b>3</b>	<p>Realiza lectura de la tabla de conteo:</p> <p>Comunica el número de tarjetas de cada jugador, pero no establece relación entre las otras cantidades</p> <p>Identifica quién tumbó más o menos cantidad de bolos.</p> <p>Realiza comparaciones entre los datos y aplica operaciones de suma y resta para hallar la diferencia entre la cantidad de “x” y “y”.</p>	<p>La maestra invita a leer la información que se registró en la tabla de conteo.</p> <p>A partir de preguntas verifica si los niños y las niñas logran abstraer de la tabla de conteo información relevante:</p> <p>¿Quién Tumbó más bolos? ¿Puedes decirme la diferencia entre la cantidad de bolos de “x” y “y”?</p>	<p><i>Leer la tabla</i> <i>A partir de preguntas</i></p> <p>Interpreta y comunica la información que encuentra en la tabla de conteo.</p>

**ANEXOS**

Anexo 1: Tabla de recolección de datos.

<b>JUGADOR</b>	<b>RONDA 1</b>	<b>RONDA 2</b>	<b>RONDA 3</b>	<b>TOTAL</b>

Anexo 2: Tabla de Conteo.

JUGADOR	BOLOS TUMBADOS	TOTAL
XXXX		4

**Nota:** Cada tarjeta representa un bolo tumbado. (Correspondencia uno a uno)

### 8.1.2 Planeación N° 2.

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN INFANTIL**

#### PLANEACIÓN N° 2.

**TEMA: Aproximación al pictograma e interpretación de datos por medio de la encuesta “el helado preferido”**

**Maestra en formación:** Natalia Carolina Cruz Moreno- Sandra Viviana Moreno Montañez- Caterin Moreno.

**Curso:** 103-104.

**Fecha:** 13-10-2020.

**Edad de los niños:** 6 a 8 años.

## JUSTIFICACIÓN Y SENTIDO

Continuando en esta sesión, a través de la recolección de datos los niños y niñas se encontrarán con el uso del pictograma para llegar a la interpretación de la información de una manera ordenada, clara y comprensible para ellos.

La alfabetización estadística debe comenzar en los primeros años de instrucción formal, para que, de este modo, los gráficos y tablas formen parte de la cotidianidad de los alumnos desde muy pequeños, siendo fundamental el análisis de estos elementos para comprender la información que se nos presenta principalmente en los medios de comunicación. (Fuentes, Arteaga y Batanero, 2014, p.1).

Además, como se establece en las Mallas de Aprendizaje de Matemáticas para el grado 1° (2016), el pictograma es un “tipo de gráfica utilizada para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades.” (p. 26).

## META DE APRENDIZAJE

Representar e interpretar en un pictograma la información recolectada.

PROGRESIÓN DEL DESARROLLO	NIVEL	ACCIÓN DEL NIÑO	ACCIÓN DEL EDUCADOR	TAREAS INSTRUCTIVAS
<p><b>Organización y registro de datos:</b></p> <p>Recolección de datos a partir de la pregunta “¿cuál es tu helado preferido?”. Indagar en la familia ¿cuál es el helado favorito? Y registrar los resultados.</p> <p>Recoger la información con los niños y las niñas</p>	<b>1</b>	<p>Buscar sus propios datos.</p> <p>Registrar los resultados que obtuvieron de la indagación</p> <p>Compartir los registros y analizar ¿cómo lo hicieron? *Se busca ver cómo harán el registro.</p> <p>Comunicar los datos, y explicar los registros</p>	<p>Pedirle a los niños y las niñas que hagan una encuesta en sus casas sobre el sabor de “helado favorito” así ellos de una manera autónoma realicen la recolección y organización de datos.</p> <p>Formular la pregunta motivadora ¿Cuál es el helado</p>	<p><i>Preguntemos en casa:</i> Pedir a los niños y las niñas que en casa les hagan a todos los miembros de su familia la pregunta:</p> <p>- ¿Cuál es tu helado favorito?</p> <p><i>Recolección de la información:</i> Los niños y las niñas serán los encargados de</p>

<p>respecto a las preguntas establecidas.</p> <p>Observar el video explicativo realizado por las maestras en formación, para luego iniciar la elaboración del pictograma por parte de las maestras.</p>		<p>realizados individualmente</p>	<p>favorito de tu familia?</p> <p>Invitar a los niños a compartir sus registros</p> <p>Reconocer a través de preguntas la manera como los niños y niñas realizan en la recolección de datos.</p>	<p>recolectar la información de la manera que mejor les resulte a ellos. Se busca ver cómo harán el registro.</p>
<p><b>Representación de datos:</b></p> <p>Representar en el pictograma los gráficos “helados” que permitan evidenciar la información recogida en la familia.</p>	<p><b>2</b></p>	<p>Los niños reconocen que la información recolectada se puede organizar y presentar de distintas formas, p. ej., en tablas o pictogramas sin escala.</p> <p>Analizar los datos que van suministrando.</p>	<p>Acompañar, responder dudas y colaborar con la realización del pictograma.</p> <p>Formular la pregunta: ¿Cuál es el helado favorito de todas las familias del curso?</p>	<p><i>Composición del pictograma:</i> Visualizaremos un video en el que se les explicará a los niños y las niñas la realización de un pictograma por medio de imágenes.</p> <p><i>Realización del pictograma:</i> Para la realización del pictograma, nos enfocaremos en responder la pregunta: - ¿Cuál es el helado favorito de todas las familias del curso? <b>(Anexo 1)</b></p>
<p><b>Interpretación de datos:</b></p> <p>Interpretar los datos</p>	<p><b>3</b></p>	<p>Primeros acercamientos a la interpretación de datos por medio de un</p>	<p>Observar si los niños se percatan que el número de helados debe coincidir con la</p>	<p><i>El pictograma me dice:</i> Las maestras guiarán la interpretación del pictograma de</p>

recogidos “ el helado favorito” por medio de un pictograma, de manera que, se realice una lectura de la información con procesos matemáticos como adición y sustracción.	pictograma.  Analizar la información recogida.  Comunicar la información recogida  Comparar los datos.	suma de los helados que seleccionan cada opción.	acuerdo con las siguientes preguntas. - ¿Cuál es el helado preferido de las familias del salón? - ¿Cuál es el helado que menos les gusta a las familias del salón?
--	--	--	--

### ANEXOS

Anexo 1: Pictograma.

Link del video: <https://youtu.be/0fQrJFLBLto>

Sabor de helado	Frecuencia	Total
Vainilla		5
Mora		4
chicle		3

**Nota:** Cada helado representa un voto para ese sabor. (Correspondencia uno a uno)

## 8.2 Análisis de las sesiones

Antes de comenzar con el análisis de las sesiones, es necesario precisar algunas definiciones de unos conceptos que se verán a lo largo de este:

- **Evidencia:** Acciones que demuestran los procesos que realizaron los niños y las niñas.
- **Ejemplo:** Acción que se usa para explicar o aclarar el actuar de los niños y las niñas.

### 8.2.1 Sesión 1.

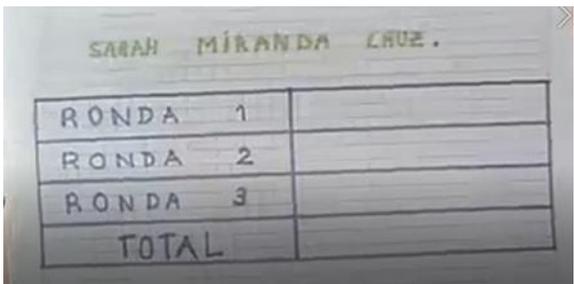
**TEMA: Organización y representación de datos por medio de gráficas**

<b>META DE APRENDIZAJE</b>
----------------------------

Organiza la información recolectada empleando una tabla de conteo.
--

**Fecha:** 01 de octubre de 2020.

**Curso:** 103-104

<b>PROGRESIÓN DEL DESARROLLO</b>	<b>ANÁLISIS</b>
<p><b>Recolección de datos:</b></p> <p>Realiza recolección de datos empleando una tarjeta de registro.</p>	 <p>Los niños y las niñas contaban con una tabla que les permitía recolectar la información de una manera muy fácil y entendible para ellos. Al darle inicio al juego de bolos, los niños y las niñas iban consignando de distintas maneras los puntos obtenidos en cada uno de los lanzamientos:</p>



*Evidencia 1:* Consignaron todos los valores que tumbaban con la pelota y realizaban la suma en el mismo espacio.

Ej: Ronda 1:  $6+4+2=12$ .

Planilla de registro - BOLOS -

JUGADOR	RONDA 1	RONDA 2	RONDA 3	TOTAL
VERÓNICA	$7+3+6+1+2=16$	$7+3+2+5+6=17$	$1+5+2+1=9$	45

*Evidencia 2:* Realizaban el cálculo mental de la suma de los bolos tumbados y ponían únicamente el número del total de los puntos obtenidos en esa ronda de juego.

Ej: Ronda 2: 25.

Anexo: Planilla de registro del juego de bolos

JUGADOR	RONDA 1	RONDA 2	RONDA 3	TOTAL
Maria	6	14	15	35

*Evidencia 3:* Algunos estudiantes del curso 104 emplearon el conteo, apoyándose de sus dedos o representando con palitos, los cuales corresponden a la cantidad que se encuentra en cada uno de los bolos:

*Ej:* En la primera ronda tumba todos los bolos (5) en cada uno de ellos se encuentra un valor diferente, los cuales van del 1 al 5.

*proceso:* Ella opta por representar cada cantidad con palitos, para luego realizar el conteo general.

$III+IIII+IIII+II + I: 15$

$3 + 4 + 5 + 2 + 1$

JUGADOR	RONDA 1	RONDA 2	RONDA 3	TOTAL
Gabriela	15	14	15	44

1)  $\uparrow \times \times + \times \times \times + \times \times \times \times \times + \times \times + \times \times + \times = 15$   
 2)  $\times \times \times \times + \times \times \times + \times \times \times \times \times + \times \times = 14$   
 3)  $\times \times \times + \times \times + \times \times \times + \times \times \times \times \times + \times = 15$

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 + 14 \\
 \hline
 44 \\
 \text{Puntos}
 \end{array}$$

Evidencia 4: Algunos niños no contaban con la tabla de registro impresa o transcrita, sin embargo, muy pocos estudiantes optaron por construir su propia tabla de registro.

Ej.: la estructura de la tabla cuenta con el nombre del jugador, las rondas enumeradas y al lado el respectivo puntaje.

Jugador	Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3	Total
Danna Arango	17	10	11	38

Para realizar la suma en cada una de las rondas y para hallar el total de puntos obtenidos durante todo el juego, se evidencia la preferencia por parte de los estudiantes en realizar las sumas verticalmente:

JUGADOR	RONDA 1	RONDA 2	RONDA 3	TOTAL
Danna	$  \begin{array}{r}  12 \\  + 3 \\  \hline  15  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  10 \\  + 7 \\  \hline  17  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  10 \\  + 1 \\  \hline  11  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  11 \\  + 17 \\  + 10 \\  \hline  38  \end{array}  $

Con lo anterior, se puede decir que en lo que refiere Alsina

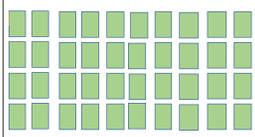
	<p>(2019) en relación con la recogida y organización de datos, los alumnos más pequeños pueden realizarlo de manera guiada (por ejemplo, se puede proporcionar una plantilla o cuadro de doble entrada donde van recogiendo y organizando o clasificando los datos de cada valor de la variable, de manera que se facilite el conteo posterior para determinar las frecuencias absolutas).</p>
<p><b>Organización y registro de datos:</b></p> <p>Sintetiza la información recolectada empleando una tabla de conteo.</p>	<p>Los niños y las niñas al momento de terminar el juego de bolos, se les indicó que llegaría un segundo momento en el cual podríamos determinar quién fue el que obtuvo un mayor puntaje en las tres rondas de juego. Para esto, se comenzó preguntándoles a los niños, cómo podríamos dar respuesta a la pregunta anterior, para esto, surgieron diversas respuestas:</p> <p><i>Niño 1:</i> “Podemos preguntarles a todos los compañeros el puntaje total de las tres rondas y ya”.</p> <p><i>Niño 2:</i> “Mirando todas las tablas de todos los compañeros, así vemos quien tiene el número más grande en el total”</p> <p><i>Niño 3:</i> “Haciendo una tabla como la que tenemos anotando nuestros puntos, pero con los puntos de todos.”</p> <p><i>Niño 4:</i> “Que la profe anote los puntos que todos obtuvimos al final y así lo sabemos.”</p> <p>Después de que algunos de los niños y las niñas dieron su respuesta, se les presentó una tabla de conteo en la cual podíamos recoger la información que necesitábamos para darle solución a nuestra interrogante. Es aquí cuando se les presentó a los niños y las niñas, la tabla y se indagó acerca del como realizaban la correspondencia entre la tarjeta y el puntaje obtenido, lo cual fue clave para la organización de la información.</p> <p>Se les indicó a los niños y las niñas, que las tarjetas verdes equivalían a un punto del juego de bolos, es decir, que, en este caso para la realización de la tabla de conteo, usamos la correspondencia uno a uno. <b>(Ver tabla de conteo, anexos 1 y 2):</b></p> <p><u>Diligenciamiento de la tabla de conteo:</u></p>

En este momento los niños y las niñas le indican a la maestra el número de tarjetas a ubicar en la tabla, las cuales Correspondían con el total de puntos obtenidos en el juego de bolos y a su vez debían ubicar en este espacio: nombre, tarjetas y total.

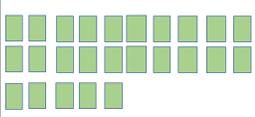
*Evidencia 1:* Las indicaciones que le da a la maestra corresponden a la estructura de la tabla, pues la ubicación del nombre, tarjetas y total es correcta. La maestra le solicita que cuenten el número de tarjetas para verificar que la cantidad corresponda.

*Evidencia 2:*

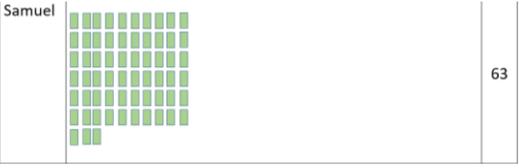
*Ej: Cuenta de 1 en 1 hasta completar la primera fila y dice 10, observa que la de abajo ocupa el mismo espacio, entonces relaciona que están organizadas en grupos de 10, por lo cual empieza a contar: 10-20-30 e indica: “Profe, me faltan 10 tarjetas para completar 40”*

ALEJANDRO B		40
----------------	---	----

*Ej: Cuenta de 1 en 1 hasta completar todas las tarjetas, e indica que le hacen falta 5. La maestra completa la cantidad y le pregunta si ahora, la cantidad corresponde al total de bolos tumbados, él nuevamente cuenta las tarjetas de 1 en 1 y dice “ahora sí, está correcto”.*

DAVIDA		25
--------	--	----

*Ej: Particularmente en el curso 104, se le indica al estudiante que cuente las tarjetas para verificar si le hacen falta o la cantidad corresponde: Comienza el conteo 1 a 1 pero no logra finalizarlo, pues se confunde con las tarjetas que ya ha contado y con las que no, pues en algunos*

	<p><i>momentos en la secuencia de conteo se salta algunas tarjetas, lo que le impide continuar y le exige que comience de nuevo el conteo.</i></p> <p><i>La maestra le indica: “cuenta solo la primera fila”.</i></p> <p><i>El estudiante cuenta de 1 en 1 e indica 10. se toma un momento para pensar, y dice: “profe, ya entendí”.</i></p> <p><i>Comienza a contar de 10 en 10 y finaliza diciendo hay 63 tarjetas.</i></p> 
<p><b>Interpretación de datos:</b></p> <p>Realiza una lectura a un nivel muy literal de la tabla de conteo.</p> <p>Hace interpretaciones respondiendo preguntas y a su vez realiza procedimientos de suma y resta para hallar relaciones entre los datos.</p>	<p>La maestra invita a los estudiantes a realizar la lectura de la tabla; en esta acción se evidencia lo siguiente:</p> <p><i>Evidencia 1:</i> lee nombre y total.</p> <p><i>Evidencia 2:</i> lee nombre, cuenta las tarjetas e indica el total.</p> <p>En este punto, vemos que los niños y las niñas logran una lectura muy literal de los datos, así como lo mencionan Estrella y Olfos (2012) haciendo hincapié de los niveles que establece Curcio y la lectura de datos, nivel en el cual “la comprensión requiere una acción local y específica, como la lectura literal del gráfico, que atiende únicamente los hechos explícitamente representados; por lo tanto, no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo” (p. 6).</p> <p>Posteriormente, la maestra realiza una serie de preguntas, las cuales invitan a los estudiantes a interpretar la información encontrada en la tabla de conteo:</p> <p>La interpretación comenzó reconociendo quién fue el ganador del juego de bolos, para darle respuesta a esta pregunta, tuvimos dos opciones de respuesta:</p> <p><i>Evidencia 1:</i> “Camilo tuvo el mayor puntaje,64,</p>

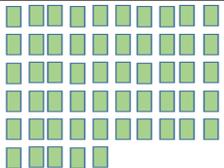
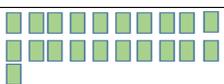
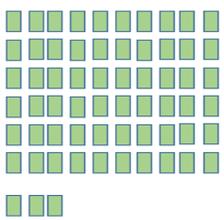
	<p>porque es el número más grande de los que están ahí”</p> <p><i>Evidencia 2:</i> El análisis lo hacen de acuerdo a la cantidad de espacio que ocupan las tarjetas en la tabla, en esta opción, se evidencia que los niños recurren a decir quién es el ganador determinado por que se ven más tarjetas verdes.</p> <p>En este momento, se aprovechó para lograr generar un espacio para que los niños verificaran sus cuentas. Haciendo una relación entre los datos obtenidos por cada uno en los niños y las niñas, al pedirles que hicieran una relación con los datos obtenidos de sus demás compañeros.</p> <p><i>M: Niña 2, si la niña X, obtuvo 33 puntos y tu obtuviste 19 puntos, ¿cuántos puntos te hicieron falta para alcanzar a lograr los puntos que obtuvo la niña 1?</i></p> <p><i>Niña 2: Aquí hacemos una resta, si restamos 19 a 33, nos quedan 14. A mí me hicieron falta 14 puntos para alcanzar a la niña 1.</i></p> <p><i>M: Niño 3, ¿ obtuviste más o menos puntos que la niña 2?</i></p> <p><i>Niño 3: Obtuve más profe, a mí me toca hacer una resta, a 23 le quito 19, y eso da 4.</i></p> <p>El anterior ejercicio permite reconocer que los niños y las niñas logran realizar una interpretación más allá de leer los datos, que propone Curcio, es así, como Estrella y Olfos (2012) presentan el nivel de Curcio en el cual los niños y las niñas “leen entre los datos”, el cual “implica comparar e interpretar valores de los datos, integrar los datos en el gráfico, buscar relaciones entre las cantidades y aplicar procedimientos matemáticos simples a los datos; entendiendo tanto la estructura básica del gráfico como las relaciones contenidas en él” (p.6). Pero esto en una etapa muy inicial, creo que lo más relevante es que comparan valores.</p>
--	--

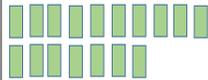
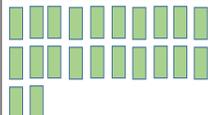
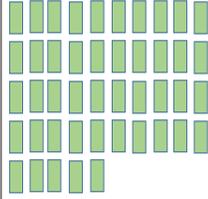
### 8.2.1.1 Anexos Análisis Sesión 1.

8.2.1.1 Anexo 1: Tabla de conteo. Curso 103.

NOMBRE	PUNTOS OBTENIDOS	TOTAL
KAROL		33
SARAH MIRANDA		19
SANTIAGO		23
SAMUEL ALEJANDRO		27
SARA LUCIA		63
THOMAS		54
CAMILO		64

8.2.1.1.2 Anexo 2: Tabla de conteo. Curso 104.

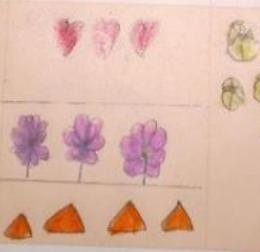
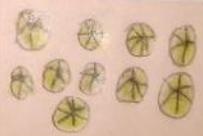
JUGADOR	CONTEO	TOTAL
Sandra		16
Sergio		55
Matias Valero		21
Ana maria		17
Samuel		63

JUGADOR	CONTEO	TOTAL
SANDRA		19
JUAN D		17
SOFIA I		5
MAJO		22
VERONICA		45

### 8. 2.1.2. Notas finales.

- De acuerdo con las necesidades y exigencias de los cursos, las maestras en formación construyeron material extra: invitación al juego de bolos, guía de construcción de bolos caseros y guía tabla de conteo.
- Los valores de cada uno de los bolos variaron según los intereses de las maestras titulares, pues algunas de ellas, querían que los niños y las niñas sumaran cantidades grandes (U-D-)
- Particularmente en la guía de tabla de conteo, algunos de los estudiantes se adelantaron a las indicaciones y la diligenciaron haciendo uso de pictogramas.

REPRESENTACIÓN DE BOLOS TUMBADOS:

JUGADOR	BOLOS TUMBADOS	TOTAL
Danna Valeria Beltrán Jaimes		

REPRESENTACIÓN DE BOLOS TUMBADOS:

JUGADOR	BOLOS TUMBADOS	TOTAL
Joseph Gabriel Rodríguez Peña		= 5

### 8.2.2 Sesión 2

**TEMA: Aproximación al pictograma e interpretación de datos por medio de la**

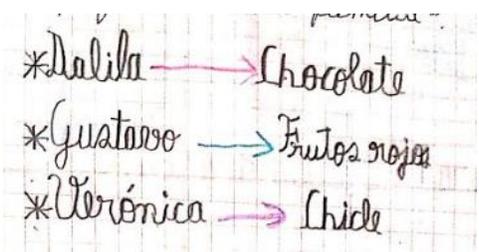
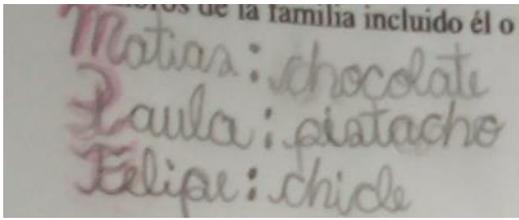
## encuesta “Cuál es el helado preferido del curso (103-104)”

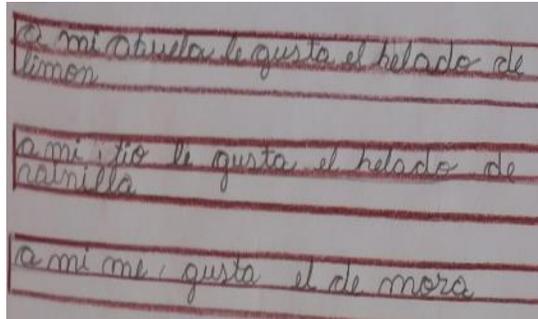
### META DE APRENDIZAJE

Representar e interpretar en un pictograma la información recolectada.

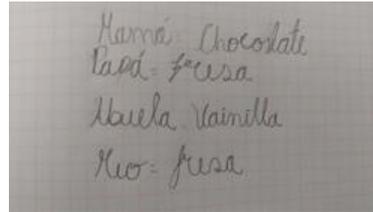
Fecha: 16 de octubre de 2020.

Curso: 103-104.

PROGRESIÓN DEL DESARROLLO	ANÁLISIS
<p><b>Recolección y organización de datos:</b></p> <p>Realiza recolección de datos sin tarjeta de registro.</p>	 <p>Los niños y las niñas debían registrar los datos obtenidos de la encuesta que cada uno de ellos le realizó a sus familiares. Cabe mencionar que en esta sesión no contaban con tarjetas de registro establecidas, por lo cual, cada uno de los estudiantes decidía libremente la manera en que registraba los datos, con esto se pudo evidenciar opciones distintas de registro:</p> <p><i>Evidencia 1:</i> Los niños y las niñas escribían nombre y al lado el sabor de helado indicado por el encuestado.</p>  <p><i>Evidencia 2:</i> Se apoyaron en la escritura y construyeron oraciones con el fin de dar a conocer los resultados, pero no se apoyaron en los números.</p>



*Evidencia 3:* Algunos de los niños y las niñas no recogieron la información haciendo una pregunta, ellos tan solo escribieron el sabor de helado favorito de sus familiares porque ya lo sabían.



Las maestras en formación de 103 y 104 guiaron la elaboración de una tabla general de recolección de datos (**Ver anexo 1**), en donde registran el nombre del estudiante y los datos que obtuvo de la encuesta. En el transcurso de su realización algunos de los estudiantes establecen relaciones entre los datos:

*Niño 1:* “profe se está repitiendo chocolate y vainilla, mira, ya hay tres (3) de vainilla y dos (2) de chocolate.”

*Niño 2:* “Solo hay uno (1) de pistacho, a nadie más le gusta”

Luego de terminar la tabla general de recolección de datos, en el curso 104 se realizó una tabla de organización de datos (**Ver anexo 2**) en donde en compañía de los niños y las niñas se halló la frecuencia de los sabores de helado. En esta acción la maestra en formación les explicó el concepto de *Frecuencia* y cómo encontrarlo en la tabla general de recolección de datos.

*M:* La frecuencia es el número de veces que se repite un sabor de helado en la tabla general de recolección de datos. Entonces, por ejemplo: revisemos el sabor “Ron con pasas” y busco en la tabla el número de veces que se repite, como vemos son 3. Por lo cual, en la tabla de clasificación escribimos:

	<p style="text-align: center;"><b>Ron con pasas : 3</b></p> <p>Posteriormente invita a los niños y las niñas a que lean la tabla general de recolección de datos e indiquen el nombre del sabor de helado y su frecuencia:</p> <p><i>Niño 1: Profe voy a buscar el sabor de chocolate, de chocolate hay tres (3)</i></p> <p><i>Niño 2: Profe veo muchos de frutos rojos, espera los cuentos: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. Profe son seis (6)</i></p> <p><i>Niño 3: profe mira, de chile solo hay uno (1), no encuentro más.</i></p> <p>De acuerdo con lo evidenciado en esta sesión en cuanto a la recolección y organización de los datos, Alsina (2019) plantea que a medida que los niños y las niñas se encuentran a una edad más avanzada tienen la capacidad de realizar estas acciones de una manera más autónoma, en este caso, ellos buscan la mejor forma de recolectar los datos para poder cuantificarlos.</p>
<p><b>Representación gráfica</b></p> <p>Sintetiza la información recolectada empleando el pictograma.</p>	<p>Los niños y las niñas en compañía de la maestra sintetizan la información haciendo uso del pictograma. En el caso particular del curso 103 los niños y las niñas observan la tabla de recolección de datos, e inmediatamente comienzan a relacionar lo que leen de la tabla en el pictograma.</p> <p><i>M: Niños y niñas comencemos entonces a mirar cómo quedó nuestra tabla.</i></p> <p><i>Niño 1: Profe a niña x le gusta el helado de fresa, ósea un voto para fresa.</i></p> <p><i>Niña 2: Al niño x le gusta el chocolate y a su mamá también.</i></p> <p>En ese momento la maestra en formación se dispuso a orientar la realización del pictograma (<b>ver pictograma en el anexo 3</b>), pero como notó que siempre eran los mismos niños los que le daban la información de la tabla de recolección de datos, decidió involucrar a los otros.</p> <p><i>M: Muy bien chicos, niña 3 ¿puedes a partir del pictograma darme alguna información?</i></p> <p><i>Niña 3: A la mamá del niño x le gusta el helado de queso con bocadillo.</i></p> <p><i>M: Y ese ¿dónde lo ubicamos en el pictograma?</i></p> <p><i>Niña 3: En el espacio donde van los otros sabores profe.</i></p> <p><i>Nota: A medida que la maestra en formación orientaba la recolección la información iba resaltando los datos que los niños</i></p>

y las niñas iban mencionando, para que ellos al momento de intervenir no repitieran ningún dato.

En el curso 104 para la construcción del pictograma (ANEXO 3), la maestra en formación les explica la estructura del pictograma y la correspondencia entre el símbolo o dibujo (helados) con la valoración numérica:

*M: el pictograma es un tipo de gráfica utilizada para representar datos por medio de símbolos o dibujos, los cuales indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio, en este caso, nuestra variable de estudio son los sabores de helado y su frecuencia la vamos a representar con dibujos de helado. Entonces, por ejemplo, tenemos el ron con pasas y su frecuencia es de 2, entonces en nuestro pictograma vamos a dibujar dos helados.*

Ahora bien, la maestra en formación les pregunta:

*M ¿las tablas que hicimos anteriormente serán útiles para realizar el pictograma?*

*Niña 1: “profe, creó que sí, porque ahí recogimos todos los datos de nuestra encuesta”*

*Niña 2: profe, pienso que sí, porque si no las utilizamos, cómo sabemos los datos de todo el curso, y si no las utilizamos nos tocaría de nuevo escuchar y recoger los datos para saber los sabores y helados a dibujar.*

*M ¿Será que alguna las tablas serán más útil?*

*Niño 3: eh! ¿la que dice recolección de datos?*

*M ¿por qué los crees?*

*Niño 3: mmm, pues ahí dicen los helados.*

*Niño 2: Profe, creo que nos sirve más la tabla que dice organización de datos, porque hay están todos los helados y al lado están los números de las veces que se repite ese sabor.*

*M: Muy bien, sin embargo, Si analizamos nos es más útil la tabla de organización de datos, porque allí ya establecimos la frecuencia con la que se repite cada sabor de helado y no tendremos que ir a leer la tabla de organización y buscar entre todos los sabores el número de veces que repite el sabor.*

Por último, La maestra en formación invita a los niños y las niñas a leer las tablas e indicar el nombre del sabor de helado y cuántos

helados deben dibujar en el pictograma.

*Niño 1: En el pictograma escribimos Arequipe y dibujamos 2 helados.*

*Niño 2: En el cuadrado que dice sabor de helado escribimos chocolate y donde dice frecuencia dibujamos 4 helados.*

Sabor de helado	Frecuencia	Total
Ren con pasas		2
Arequipe		2
chocolate		4
Fresa		2
Crema		2
Braunie		2
Menta		2

Sabor de helado	Frecuencia	Total
ren con pasas		2
de arequipe		2
chocolate		4
fresa		2
crema		2
braunie		2
menta		1

En lo referente a la representación de datos, Alsina (2019) plantea que es aconsejable, que en este nivel en el que se encuentran los niños y las niñas, las representaciones sean concretas (con dibujos) o también pictóricas (palos, cruces y demás) que sean visibles y que llamen la atención de los niños y las niñas, para así lograr interpretaciones más oportunas y ágiles.

**Interpretación de datos:**

Realiza una lectura a un nivel muy literal del pictograma.

Al momento de realizar las interpretaciones, las maestras en formación invitan a los niños y las niñas a que lean lo que evidencian en el pictograma.

*M: Chicos ahora qué podemos ver en nuestro pictograma.*

En ese momento, los niños y las niñas comunicaron sus interpretaciones, las cuales fueron:

Hace interpretaciones respondiendo a preguntas y a su vez realiza procedimientos de suma y resta para hallar relaciones entre los datos.

Evidencia 1: Lectura literal del pictograma: indica nombre y frecuencia

*Ejemplo: Niño 1: Chocolate cinco (5), Pistacho dos (2), vainilla cuatro (4), Fresa dos (2), chicle tres (3), frutos rojos seis (6) y mandarina uno (1).*

Evidencia 2: “leer entre datos” (un paso al siguiente nivel) por parte de los niños y las niñas.

*Ejemplo:*

*Niña 1: El sabor favorito de las familias del curso 104 es el de frutos rojos, porque tiene 6 helados.*

*Niño 2: El primer lugar tiene frutos rojos, el segundo lugar chocolate, el tercer lugar vainilla, cuarto lugar chicle.*

*Niño 3: A fresa le faltó uno (1) para alcanzar a chicle.*

*Niño 4: El sabor menos favorito es el de maracuyá, solo tiene un helado.*

Evidencia 3: Lectura del gráfico a través de preguntas formuladas por la maestra.

*M: ¿Cuál es el helado favorito de las familias del curso 103?*

*Ejemplo: Niña 1: El helado de chocolate es el favorito de la familia del curso 103.*

*M: ¿Por qué dices eso niña 1?*

*Niña 1: Porque hay más cantidad de helados de chocolate que del resto de sabores.*

*M: Entonces niños, ¿cuál es el sabor que menos les gusta a las familias del curso?*

*Niño 1: El de Limón, ese sabor tuvo tan solo 2 votos.*

*M: ¿Cuántos helados necesita ron con pasas para alcanzar a chocolate?*

*Niña 1: Ron con pasas necesita seis (6) helados, porque chocolate tiene nueve (9) y ron con pasas*

*tiene tres (3), entonces, le reste a nueve tres y me dio seis.*

Para Alsina (2019) en lo referido a la interpretación los profesores juegan un papel crucial pues a través de preguntas, acercan a los niños a una interpretación, primero concreta y gráfica y luego más a ligada a lo simbólico identificando la frecuencia absoluta de cada valor y logre hacer comparaciones “más... que” “menos.... que” “es igual.... que”.

### 8.2.2.1 Anexos

#### 8.2.2.1.1 Anexo 1: Tabla de recolección de datos general. Curso 104.

<b>RECOLECCION DE DATOS</b>			
<b>ESTUDIANTE</b>	<b>SABOR 1</b>	<b>SABOR 2</b>	<b>SABOR 3</b>
DAVID A	RON CON PASAS	FRUTOS ROJOS	Menta
Gabriela C	vainilla CHIPS	brownie	arequipe
Alejandro B	chocolate	ron con pasas	arequipe
Majo	Fresa	chocolate	chicle
Sara A	Fresa	coco	oreo
Juan Felipe F	vainilla	chocolate	curuba
Mateo A	brownie	Coco	chocolate
Isabella C	mora	maracuya	Limón
Manuela	Limón	Mora	Vainilla

8.2.2.1.2 Anexo 1: Tabla de recolección de datos. Curso 103.

NOMBRE	SABOR DE HELADO
María Victoria	Fresa
Mamá M.V	Chocolate
Papá M.V	Fresa
Abuela M.V	Vainilla
Thomas	Chocolate
Mamá Th	Chocolate
Papá Th	Limón
Karol	Fresa
Mamá K	Queso con bocadillo
Hermana K	Frutos Rojos
Camilo	Chocolate
Hermano C	Frutos rojos
Mamá C	Vainilla
Santiago	Chicle
Mamá S.	Mora
Tío S	Ron con pasas
Isabela	Chicle
Abuela I	Chocolate
Mamá I	Ron con Pasas
Thiago	Vainilla
Mamá T	Arequipe
Papá T	Mora
Luisa	Chocolate
Papá L	Ron con pasas
Mamá L	Chocolate
Sarah Miranda	Mora
Papá S	Chocolate
Mamá S	Arequipe
Samuel	Chicle
Hermano S	Limón
Mamá S	Chocolate

8.2.2.1.3. Anexo 2: Tabla de organización de datos. Curso 104.

<b>Organización de datos</b>	
<b>SABOR DE HELADO</b> ▼	<b>FRECUENCIA</b> ▼
Ron con pasas	2
Arequipe	2
Chocolate	4
Fresa	2
Coco	2
Brownie	2
Limón	2
Vainilla	2
Frutos Rojos	1
Menta	1
Chicle	1
oreo	1
Curuba	1
maracuya	1
Mora	1
VAINILLA CHIPS	1
<b>TOTAL</b>	<b>27</b>

8.2.2.1.4. Anexo 3: Pictograma. Curso 104

<b>PICTOGRAMA</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>TOTAL</b>
Sabor de helado		
Chocolate		5
Pistacho		2
Vainilla		4
Fresa		2
Chicle		3
Frutos Rojos		6
mandarina		1
<b>TOTAL DE HELADOS</b>		<b>23</b>

### 8.2.2.1.5. Anexo 3: Pictograma. Curso 103.

FRESA		3
VAINILLA		3
CHOCOLATE		9
CHICLE		3
LIMÓN		2
MORA		3
RON CON PASAS		3
OTROS		5

#### 8. 2.2.2. Notas finales.

- De acuerdo con las necesidades y exigencias de los cursos, las maestras en formación construyeron material extra: Video explicativo sobre el pictograma y guía de desarrollo.

## 9. CONCLUSIONES

Para diseñar el apartado de conclusiones se tuvo en cuenta la pregunta orientadora de esta trayectoria de aprendizaje, los objetivos planteados al inicio de esta investigación, las categorías de análisis y las diversas situaciones que se generaron a lo largo de la implementación.

Frente a la pregunta planteada ¿Cómo la implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje aporta en el desarrollo de acciones de recolección, organización, representación e interpretación de datos en estudiantes de los cursos 103 y 104 del Instituto Pedagógico Nacional? , se concluyó que:

Al implementar la “TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE PARA LA ORGANIZACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE DATOS EN NIÑOS Y NIÑAS DE PRIMERO DEL INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL” se fomentó la participación de algunos niños y niñas de primero, ya que se notaron interesados y entusiasmados por la organización y representación de datos. La Trayectoria de Aprendizaje se articuló totalmente con los referentes normativos, promoviendo experiencias significativas para que los niños y niñas pudieran adentrarse en temas de estadística a partir de la solución de problemas interesantes, cercanos y retadores de su cotidianidad.

Se involucró a los niños en situaciones enmarcadas en el juego que los llevaran a plantearse preguntas relacionadas con la recolección, organización y representación de datos a partir del diseño de tareas instructivas que permitieran entender algunos conceptos de la matemática escolar, específicamente los relacionados con la estadística.

En lo referente al objetivo general “diseñar e implementar una trayectoria hipotética de aprendizaje que aporte al desarrollo de las nociones de organización y representación de datos en niños y niñas de los cursos 103 y 104 del Instituto Pedagógico Nacional” se puede concluir que la implementación de la trayectoria de aprendizaje propició que los niños y las niñas se involucraran en actividades y no solo en conceptos ya que, al momento de hacer la recolección y análisis de datos, buscaban estrategias para comunicar, representar y analizar los datos para saber cómo les había ido en los distintos juegos, conocer su puntaje, saber sus resultados e incluso hacer uso de algunas gráficas para sintetizar la información.

Ahora bien, el primer objetivo específico planteado “analizar las acciones que realizan los niños y las niñas en procesos de recolección y organización de datos” se evidenció que es importante como indica Alsina (2012) la aportación de nuevos conocimientos disciplinares y didácticos procedentes de la investigación y la innovación en educación matemática infantil; así como la integración de estos conocimientos en la formación inicial y la construcción de la trayectoria propician ambientes ricos no solo en contenidos matemáticos, sino pensados para que los niños y niñas desarrollen habilidades y hagan sus propios hallazgos.

El segundo objetivo “implementar una trayectoria hipotética de aprendizaje que fomente el desarrollo de las nociones estadísticas de los niños y las niñas” se puede

concluir que la estadística se relaciona con varios de los conceptos y procesos en matemáticas y beneficia a los niños y las niñas en la necesidad de ellos de explicar y analizar su entorno, además que la estadística se encuentra vinculada con el desarrollo del lenguaje, el medio para comunicarnos y más importante aún, nos permite reconocer o expresar de una manera más exacta eso que se pretende analizar.

En cuanto al tercer objetivo específico “reconocer la relación que se establece entre los procesos de recolección y organización de datos con otros conceptos de la matemática escolar, durante la ejecución de acciones de organización, representación e interpretación de datos” en lo cual se reconoció que *Particularmente en el curso 104, se le indica al estudiante que cuente las tarjetas para verificar si le hacen falta o la cantidad está correctamente: Comienza el conteo 1 a 1 pero no logra finalizarlo, pues se confunde con las tarjetas que ya ha contado y con las que no, pues en algunos momentos en la secuencia de conteo se salta algunas tarjetas, lo que le impide continuar y le exige que comience de nuevo el conteo.*

De las categorías de análisis llegamos a concluir que, en lo relacionado a:

La categoría 1 “*Planeación curricular*” La implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje desde una perspectiva constructivista permitió contribuir a un desarrollo natural del aprendizaje de conceptos estadísticos por parte de los niños y las niñas, puesto que, a partir del establecimiento de metas matemáticas centradas en acciones de recolección, organización, representación e interpretación de datos; junto con la organización de una progresión del desarrollo compuesta por niveles de pensamiento, cada uno más sofisticado que el anterior y de la mano de tareas instructivas acordes a los niveles establecidos, se logra configurar una serie de planeaciones que respondan a las nociones iniciales de los niños y las niñas de los conceptos estadísticos mencionados anteriormente y a partir de su paso por los diferentes niveles de progresión se buscó fortalecer y desarrollar las ideas y habilidades necesarias para alcanzar un nivel mayor de pensamiento.

Ahora bien, la implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje permitió organizar y orientar las acciones de enseñanza en torno a conceptos estadísticos teniendo en cuenta los niveles de pensamiento de los estudiantes y respondiendo con tareas instructivas adecuadas para avanzar en la progresión de desarrollo de cada uno de los estudiantes. Fue

así como se evidencia durante las dos (2) intervenciones un tránsito en los niveles de progresión por parte de los niños y las niñas, puesto que, en la primera intervención se apoya la acción de recolección de datos con una tarjeta guía, la organización y representación se caracteriza por acciones de conteo y correspondencia uno a uno, mientras que, la interpretación de la tabla de conteo se mantiene a un nivel muy literal, sin embargo, las preguntas generadas por las maestras en formación contribuyen a una lectura más profunda de la tabla.

En cuanto a la segunda intervención, los niños y las niñas recolectan sus propios datos sin tabla o guía de registro, en la organización y representación los niños y las niñas junto con la maestra en formación elaboran una tabla, en la cual ubican los datos recolectados por cada uno de los estudiantes y a su vez identifican la frecuencia con la que aparece el dato y posteriormente realizan la correspondencia entre el símbolo y la valoración numérica para la construcción del pictograma, mientras que, en la lectura de la gráfica algunos de los estudiantes se encuentran en un tránsito al nivel 2 “ leer entre los datos” puesto que, sin apoyarse en las preguntas comunican las relaciones que establecen entre los datos como: aplica operaciones de suma y resta para hallar la diferencia entre la cantidad de “x” y “y”, indica primero, segundo y tercer puesto de acuerdo a la frecuencia del dato e identifica el dato con mayor y menor frecuencia. Sin embargo, los demás estudiantes aún necesitaban de la pregunta para poder transitar al nivel 2 de lectura.

Cabe aclarar, que se identifica que los niños y las niñas están en un nivel cuando la mayoría de sus comportamientos reflejan el pensamiento de dicho nivel, de igual forma, los niveles no son etapas absolutas, estos son puntos de referencia que permiten organizar la enseñanza. Por lo cual, se concluye que la implementación de la trayectoria hipotética de aprendizaje le permite a la maestra prever algunas de las acciones de los niños y las niñas frente a la ejecución de las tareas instructivas propuestas para cada nivel y su vez acompañar la construcción y desarrollo individual y colectivo de conceptos estadísticos de los/las estudiantes.

De la categoría 2: “*Procesos*” claramente se evidenció que para los niños y las niñas algunos procesos como la organización y recolección de datos se dieron de una

manera muy rápida y espontánea considerando que ellos lo relacionaron muy bien con experiencias pasadas con las maestras titulares y al vincular estos procesos con su cotidianidad propició un mejor manejo de estos procesos. En cuanto a la interpretación y comunicación de datos, estos procesos si ameritaron de una intervención de las maestras en formación de la mano de una pregunta que sirvieron como motivadoras para que ellos lograran realizar estos procesos.

En uno de los momentos de la intervención en cuanto a la “interpretación y la comunicación de los datos” las maestras en formación pudimos reconocer que los niños y las niñas logran realizar una interpretación más allá de leer los datos, que propone Curcio, es así, como Estrella y Olfos (2012) presentan el nivel de Curcio en el cual los niños y las niñas “leen entre los datos”, el cual “implica comparar e interpretar valores de los datos, integrar los datos en el gráfico, buscar relaciones entre las cantidades y aplicar procedimientos matemáticos simples a los datos; entendiendo tanto la estructura básica del gráfico como las relaciones contenidas en él” (p.6).

En cuanto a la “modelación” al comienzo de las intervenciones los niños y las niñas iniciaron con un esquema en lo referente a la recolección, organización, representación e interpretación de datos muy ligada a lo que habían interiorizado y lo que manejaban en su contexto, así de la mano de la progresión del desarrollo que se había planteado, ellos mismos demostraron lograr una construcción de las nociones mencionadas, además que se identificó que en lo relacionado con la representación gráfica los niños y las niñas adquieren la capacidad de describir las situaciones, compararlas y analizarlas de tal manera, que le daban respuesta a los interrogantes vinculados a situaciones reales que se establecieron como pilares de cada una de las sesiones.

De la categoría 3: “*Conceptos de la matemática escolar*” para este momento se llevaron a cabo dos experiencias que permitieron que los niños y las niñas por medio del juego establecieran un reconocimiento hacia la recolección e interpretación de datos.

Ahora bien, en cuanto a la primera intervención se realizó la recolección de datos, por medio de dos tablas que les permitió plasmar sus puntajes, organizarlos de una manera correspondiente y representarlos. Las maestras en formación se apoyaron en las fotografías compartidas por los padres de familia, donde se logró evidenciar las distintas maneras como ellos logran interpretar y representar sus datos logrando el objetivo de esta experiencia.

En un primer momento, estos dos grupos trabajaron el conteo de objetos en este caso los bolos tumbados señalando cada uno de manera que les facilitara el conteo, algunos de los casos hacían uso de sus manos realizando la correspondencia uno a uno o por medio del cálculo mental. De manera que, los niños y las niñas utilizaban estrategias para realizar las operaciones como adición que lo representaban con: palos y al finalizar el valor total o el valor numérico de cada voló en forma vertical y horizontal.

Pasando a un segundo momento, cada uno de ellos inicio con la lectura de sus datos por medio de preguntas dirigidas por las maestras en formación, donde se evidenciaba la manera de analizar sus datos y de transmitirlos de una forma detallada. Es evidente, que estos procesos de aprendizaje en cuanto a la estadística les permite captar e interpretar los datos de una amañera más clara, por medio de las tablas que facilitan su entendimiento en lo numérico, estadístico y compresivo.

En cuanto a las representaciones por medio de gráficos, los niños y las niñas lo relacionan por una correspondencia uno a uno de las cantidades y se apoyan en los procesos matemáticos básicos de acuerdo con el nivel que se encuentran. Con esto, es importante resaltar la manera como cada uno de ellos resuelven los problemas aprendiendo a describir su proceso de una manera autónoma, resolviendo preguntas que les permite razonamientos matemáticos.

Es fundamental reconocer que la estadística provee, o más bien es una herramienta básica, para los niños y las niñas que les permite tener la capacidad de comprensión de su entorno, es así como a través de la recolección y organización de los datos de diversos tipos propician la construcción de gráficos, construcción que hacen ellos mismos, y que les dan ideas sobre diferentes y variados temas que se pueden entrelazar con sus cotidianidades, como se presentó en esta trayectoria: juego de bolos y el sabor del helado favorito. Uno de los aspectos más relevantes en la implementación de conceptos y procesos estadísticos y de

la mano de esta trayectoria, fue la manera como los niños y las niñas evidentemente mostraron una progresión en cuanto a lo interpretativo, al pasar de dar unas deducciones de tipo cualitativo (descriptiva) a unas cuantitativas (números).

De acuerdo con lo anterior, varios autores han resaltado la importancia de la incorporación de la Estadística a la educación, principalmente en la básica primaria incluyendo la educación infantil, en este caso Alsina, autor que nos acompañó en la construcción de este trabajo de grado, plantea tres ideas concretas y que justifican la importancia antes mencionada Alsina (2012) plantea que, “a) la adquisición de conocimientos de estadística y probabilidad se inicia con las matemáticas informales; b) su enseñanza formal, en la escuela, debería comenzar a partir de los 3-4 años; y c) los contenidos de estadística y probabilidad se adquieren y comprenden a través de los distintos procesos matemáticos.” (p. 20.).

Es así, como desde el área de la didáctica de las matemáticas pensamos que sería bueno realizar esta trayectoria de aprendizaje dentro del campo de estadística puesto que, en estos momentos, creemos que es de especial importancia dedicarle más tiempo para intentar que se trabaje de forma más constante en las escuelas, y no dejarla como último tema que, desgraciadamente, muchas veces se queda sin dar, y que resultan siendo cruciales para el día a día del ser humano, ya que la estadística está presente en todos los contextos que rodean a los niños y las niñas.

A modo de conclusión queremos resaltar que la enseñanza de la estadística no debe ser solamente la transmisión del conocimiento del maestro a los niños y las niñas sin tener una conexión a la realidad en la que ellos conviven. En este trabajo logramos reconocer que es el maestro quien planea unas acciones, basado en un objetivo o meta clara y una progresión del desarrollo, que posibiliten que los niños y las niñas desarrollen sus potencialidades y capacidades cognoscitivas, además se debe propiciar que ellos adquieran ciertas herramientas que le permitan realizar a futuro investigaciones sobre cualquier problemática existente, plantearse unos proyectos en su entorno social, los cuales ameritan la necesidad de recolectar, organizar, representar e interpretar unos datos de manera precisa y confiable.

## 10. BIBLIOGRAFIA

Academia de matemáticas (2015). MATEMÁTICAS IV. Estadística y Principios de Probabilidad. UAA. Recuperado de: <https://www.uaa.mx/centros/cem/dmf/wp-content/uploads/2015/apuntes/4.%20Estadistica%20y%20Principios%20de%20Probabilidad/Apuntes%20Estadistica.pdf>

Alsina, A. (2012). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, 7, 4-22.

Alsina, A. (2019). La estadística y la probabilidad en educación infantil: un itinerario de enseñanza. Recuperado de: <https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/ponencias/alsina.pdf>

Arteaga, C. (2010). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/arteaga.pdf>

Arteaga, P. Batanero, C. Díaz, L.D. (2017). Investigaciones sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria: revisión de la literatura. Recuperado de: <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/3255/2954>

Batanero, C. y Díaz, C. (2011). Estadística con proyectos. Recuperado de: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>

Batanero, C., y Godino, J. (2001). Análisis de Datos y su Didáctica. GRANADA: Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf>

Blasco Mira, J., & Pérez Turpín, J. (2007). *Metodologías de investigación en las ciencias de la actividad física y el deporte: ampliando horizontes*. Recuperado de: <https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/12270/1/blasco.pdf>

Bonetto, M.J. (2016). El uso de la fotografía en la investigación social. *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social*. N°11. Año 6. Abril - septiembre 2016. Argentina. ISSN 1853-6190. Pp. 71-83.

Carranza, s., & Guerrero, M. (2016). El pensamiento aleatorio como fundamento para el desarrollo del pensamiento matemático y sus componentes. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/8877/1/El\\_Pensamiento\\_Aleatorio\\_Como\\_Fundamento\\_para\\_el\\_Desarrollo\\_del\\_Pensamiento\\_Matem%C3%A1tico\\_y\\_sus\\_Componentes.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/8877/1/El_Pensamiento_Aleatorio_Como_Fundamento_para_el_Desarrollo_del_Pensamiento_Matem%C3%A1tico_y_sus_Componentes.pdf)

Castro, J. M. (2019). Producción de enunciados de problemas aritméticos de tipo aditivo con números naturales en lengua de señas colombiana y en español escrito con estudiantes sordos de tercero de primaria. Bogotá D.C: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado de: <https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/14870/CastroPintoJuanManuel2019.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Castro Martínez, E., del Olmo Romero, M., & Castro Martínez, E. (2002). Desarrollo del pensamiento infantil . Granada : Departamento de didáctica de la matemática.

Cevilla Rodríguez, C., Arteaga Cezón , P., & Diaz- Levicoy, D. (2012). ¿Es posible trabajar con gráficos estadísticos en preescolar? España: Universidad de Granada. Recuperado de : <https://docplayer.es/12556988-P011-es-posible-trabajar-con-graficos-estadisticos-en-preescolar-carmen-cervilla-rodriguez-pedro-arteaga-cezon-y-danilo-diaz-levicoy-universidad.html>

Clements, D. H. Sarama, J. (2015). El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad: El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje. (Traducido al español por León, Lange, León y Toquica). Bogotá.

Congreso de la República de Colombia. (1994). Ley General de Educación. Ley 115 de febrero 8 de 1994. Recuperado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-85906_archivo_pdf.pdf)

Diaz-Levicoy, Morales, López- Martín y Roa-Muñoz. (2015). Tipos y niveles de lectura de tablas estadísticas en libros de texto de primeros cursos: un estudio en el contexto chileno. Recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/7778/1/Art%C3%ADculo\\_ULA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/7778/1/Art%C3%ADculo_ULA.pdf).

Díaz- Levicoy, Parraguez, Ferrada y Ramos Rodríguez. (2015). Errores en la construcción de gráficos estadísticos para profesores chilenos de Educación Primaria. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/8911/1/Acta-XXJNEM-final-98-102.pdf>

Espinoza y Rios. (2017). El diario de campo como instrumento para lograr una práctica reflexiva. Recuperado de: <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/1795.pdf>

Estrella, S., & Olfos, R. (2012). La taxonomía de comprensión gráfica. México: Grupo Santillana México

Fuentes, S., Arteaga, P., & Carmen, B. (2014). Gráficos estadísticos y tablas: una actividad exploratoria en educación infantil. España: Universidad de granada. Recuperado de : <https://docplayer.es/9181608-Graficos-estadisticos-y-tablas-una-actividad-exploratoria-en-educacion-infantil.html>

Garzón , D. P. (2018) Análisis de materiales y recursos informáticos para la enseñanza de la estocástica en la educación básica y media en Colombia, Bogotá, D.C; Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de:

<http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/9733/TE-22129.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

García, M. (2011). El vídeo como herramienta de investigación. Una propuesta metodológica para la formación de profesionales en Comunicación. Bogotá, Colombia: Universidad Santo Tomás

Instituto Pedagógico Nacional, Universidad Pedagógica Nacional. (2019). Proyecto Educativo Institucional. Recuperado de: [http://ipn.pedagogica.edu.co/docs/files/PEI%202019%20\(21-08-20\).pdf](http://ipn.pedagogica.edu.co/docs/files/PEI%202019%20(21-08-20).pdf).

Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). Revista IISPI. Facultad de Psicología. UNMSM. ISSN: 1560-909X. Vol. 9 – N°1-2006. PP. 123-146.

Martínez, S. Llinares y G. Torregrosa (2015). Propuestas de enseñanza centradas en una trayectoria de aprendizaje de un contenido matemático usando materiales didácticos. España: Innovación y Formación Didáctica Universidad de Alicante. Recuperado de : [https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/49152/1/XIII\\_Jornadas\\_Redes\\_45.pdf](https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/49152/1/XIII_Jornadas_Redes_45.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Recuperado de: [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y hacer con lo que aprenden. Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2017). Mallas de Aprendizaje. Colombia Aprende. Recuperado de: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/89839>.

Quintana, García, Riesco, Fernández y Sánchez. (2018). Fundamentos Básicos de metodología de investigación cualitativa. Tercera edición. Bogotá, Colombia. Ediciones de la U.

Rodríguez , I. (2016). Trayectoria hipotética de aprendizaje: aprendizaje de las Operaciones suma y resta en aulas inclusivas con incorporación tecnológica. Bogotá D.C: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Romero, C. (2005). La categorización un aspecto crucial en la investigación cualitativa . Revista de Investigaciones Cesmag Vol. 11 No. 11 p.113-118. Recuperado de :[http://proyectos.javerianacali.edu.co/cursos\\_virtuales/posgrado/maestria\\_asesoria\\_familiar/Investigacion%20I/Material/37\\_Romero\\_Categorizaci%C3%B3n\\_Inv\\_cualitativa.pdf](http://proyectos.javerianacali.edu.co/cursos_virtuales/posgrado/maestria_asesoria_familiar/Investigacion%20I/Material/37_Romero_Categorizaci%C3%B3n_Inv_cualitativa.pdf)

Rosas Diaz, R., & Sebastián Balmaceda, C. (2008). Piaget, Vigotsky y Maturana. Constructivismo a tres voces. Buenos Aires: AIQUE. Recuperado de: <https://www.uv.mx/rmipe/files/2016/08/Piaget-Vigotski-y-Maturana-Constructivismo-a-tres-voces.pdf>

Ruiz, M. D. (2004). Manual de Estadística. Recuperado de : <http://www.eumed.net/cursecon/libreria/drm/drm-estad.pdf>

Salazar P, C., & Castillo G, S. (2018). Fundamentos básicos de la estadística . Recuperado de: <http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/13720/3/Fundamentos%20B%C3%A1sicos%20de%20Estad%C3%ADstica-Libro.pdf>

Saldarriaga, Bravo & Loo- Rivadeneira. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. Revista Científica. Dominio de las Ciencias. Volumen (2), pp. 127-137.

Suescún, L. E. (2017). El aprendizaje de las nociones de probabilidad y el pensamiento aleatorio mediante una secuencia didáctica, basada en juegos y experiencias de la vida cotidiana . Santiago de cali: Universidad ICESI .

Waldegg, G. (1998). Principios Constructivistas para la Educación Matemática. Investigación e innovación en Educación Matemática. Volumen (4), pp. 16-31.