

**ANÁLISIS HISTÓRICO DEL TRABAJO DE CAVENDISH CON LA BALANZA
DE TORSIÓN: UNA RECONSTRUCCIÓN PARA PENSAR EL PAPEL DEL
EXPERIMENTO.**

CAMILO ANDRÉS ÁLVAREZ GALINDO

**TRABAJO DE GRADO PRESENTADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
LICENCIADO EN FÍSICA**

DIRECTORA:

LILIANA TARAZONA VARGAS

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

LICENCIATURA EN FÍSICA

**LINEA DE INVESTIGACIÓN I: ENSEÑANZA DE LA CIENCIA DESDE UNA
PERSPECTIVA CULTURAL**

BOGOTÁ D.C.

2020

Tabla de Contenido

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO INTRODUCTORIO	3
1. Contexto de la problemática	3
1.1. El experimento en la enseñanza de las ciencias – el experimento en la construcción del trabajo científico.....	3
1.2. El experimento en la definición o cálculo de la densidad de la Tierra	4
2. Objetivos:.....	5
2.1. Objetivo general	5
2.2. Objetivos específicos	5
3. Proceder metodológico	6
3.1. Recontextualización del trabajo científico	6
3.2. Reconstrucción de la balanza de torsión.....	7
4. Antecedentes	8
CAPÍTULO I. TEORÍA Y EXPERIMENTO.....	10
1. El experimento en la ciencia	10
1.1. Visiones de la teoría y el experimento.....	11
2. El experimento en la enseñanza	12
3. Conclusiones del capítulo I	13
CAPÍTULO II. CONTEXTO HISTÓRICO DEL TRABAJO DE CAVENDISH CON LA BALANZA DE TORSIÓN	15
1. Contexto de la densidad de la Tierra	15
1.1. Experimentos en el Chimborazo (Ecuador): Pierre Bouguer y Charles Marie de la Condamine.....	17
1.1.1. Experimento con péndulo.....	17
1.1.2. Experimento con plomada.....	19
1.2. Experimento Schiehallion (Escocia): Nevil Maskelyne	20
2. Conclusiones del capítulo II	24
CAPÍTULO III. ESTUDIANDO Y RECONSTRUYENDO LA BALANZA DE TORSIÓN DE CAVENDISH	25
1. La balanza de torsión de Cavendish	25
1.1. Efectos estudiados por Cavendish con su balanza de torsión	29
1.2. Cálculo de la densidad media de la Tierra	34
2. Reconstrucción de la balanza de torsión de Cavendish	39

2.1.	Consideraciones propias de la balanza	39
2.2.	Diseños de la balanza.....	40
2.2.1.	Primer diseño.....	40
2.2.2.	Segundo diseño.....	41
2.2.3.	Tercer diseño	41
2.2.4.	Cuarto diseño.....	42
2.3.	Hilos	43
2.4.	Esferas.....	44
2.5.	Brazo hmh	45
2.6.	Estructura.....	46
2.7.	Generación del efecto de torsión	47
3.	Conclusiones del Capítulo III.....	48
CAPÍTULO IV. REFLEXIONES DE LA IMPORTANCIA HISTÓRICA Y EXPERIMENTAL DE LA BALANZA DE TORSIÓN DE HENRY CAVENDISH.....		51
1.	Reflexiones del experimento de Cavendish en la ciencia	51
2.	Reflexiones del experimento de Cavendish en la enseñanza de la física	52
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		55
ANEXO 1. EXPLICACIÓN DEL HALLAZGO DE LAS VARIABLES DE CAVENDISH		57
ANEXO 2. ALGUNAS CONSIDERACIONES DE CAVENDISH EN LAS CORRECCIONES FÍSICAS DE LA BALANZA		60
ANEXO 3. CÁLCULO DE LA TORSIÓN DEL HILO Y LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DE UN ÁNGULO θ EN UN TIEMPO T		63
ANEXO 4. IMÁGENES DE HILOS UTILIZADOS EN LA RECONSTRUCCIÓN.....		66
ANEXO 5. IMÁGENES DE ESFERAS <i>WW</i> , <i>XX</i> Y <i>TUERCAS</i> , UTILIZADAS EN LA RECONSTRUCCIÓN		68
ANEXO 6. IMÁGENES DE BRAZOS <i>HMH</i> UTILIZADOS EN LA RECONSTRUCCIÓN		69
ANEXO 7. IMÁGENES DE LA RECONSTRUCCIÓN DE LA BALANZA DE CAVENDISH.....		70
ANEXO 8. TRADUCCIÓN DEL TEXTO ORIGINAL DE CAVENDISH ' <i>EXPERIMENTS TO DETERMINE THE DENSITY OF THE EARTH</i> ' (1798) AL ESPAÑOL POR CAMILO ÁLVAREZ.....		71

*Dedicado a mi Padre Jaime
Y a mis abuelos Jacinto, Natividad y Marcos.
En especial a mi abuela Rosa.*

*“No sé lo que podré parecer al mundo, pero a mí me parece como si hubiese
sido un niño que juega en la orilla del mar y se divierte de tanto en tanto
encontrando un guijarro más pulido o una concha más hermosa de lo común,
mientras que el inmenso océano de la verdad se extiende inexplorado frente a
mi”*

Sir Isaac Newton

Agradecimientos

Primeramente, agradecer a Dios por poderme permitir terminar esta carrera tan fascinante como es la física y seguir esforzando, aprendiendo y recibiendo fuerzas.

Agradecer a mi directora de este trabajo de grado Liliana Tarazona, por su persistente ayuda y apoyo en este proceso de aprendizaje para la culminación de esta carrera y el principio de la carrera investigadora.

Agradecer a mi familia por la ayuda y apoyo en especial a mi abuela Rosa, a mis tíos Jairo y Ximena, Jacinto y Sandro, a mi prima Catalina, a mi madre Mireya, a Wilson y mis hermanos Juan Manuel, Nicolas y Elías, y Oriana Vega.

Agradecer a la familia Rodríguez Valderrama por ser una inspiración en la vida y en esta carrera, en especial a Daniela Rodríguez, Maleja, Diana, Sofía, Oscar, Mariela y José.

A mis profesores del Colegio Filarmónico Simón Bolívar, en especial a mi profesor de física Javier Cruz, el cual fue una inspiración para seguir esta pasión de la física, además del apoyo de Luis Peralta, Rafael Buitrago y José Prada.

A mis profesores de la licenciatura los cuales aprendí demasiadas cosas para ser un ser humano y un profesional adecuado, a los profesores Yesid Cruz, Fabio Vélez, Mauricio Rozo, Carmen Fonseca, Juan Carlos Castillo, Francisco Malagón, Giovanni Sierra, Rosa Pedreros, Víctor Heredia, Marina Garzón, Eduardo Garzón, Juan Carlos Orozco, a mis jurados y lectores de este trabajo Isabel Garzón y Francisco Orozco, a mi asesora y directora de tesis Liliana Tarazona.

También agradecer a mis amigos y compañeros de la licenciatura, en especial a Alejandro Rodríguez, Leonardo Escamilla, Angie Morales, Lina Hernández, Juan Mora, Nicolás Márquez, Sergio Cortés, Rafael Bejarano, Brayan Ángel, Lizeth Vargas, Juliana Janner, Anyely Vega, Cristian Castro, Handel Cruz, Daniela Camargo, Diego Beltrán, Diego Cantor, Lorena Pedraza, Iván Hernández, Alexis Candia, Estiven Cardona, Dylan Cruz, Oscar Amado.

Agradecer a mis amigos por fuera de la carrera que ayudaron en algún tramo o en toda la carrera en especial y con gran gratitud a Karla Toro por su apoyo incondicional, al grupo de conexión HOME de la Iglesia El Lugar de Su Presencia, allí tuve la oportunidad de tener un apoyo incondicional como lo es Esteban Olier, un gran líder y gran persona que me acompañó en diferentes momentos, a lo cual un especial una líder como Erika Suárez vital en el último tramo de este pequeño paso, agradecimientos a Yeraldine Perdomo, Andrea Barrero, Mónica Cipagauta, Vanessa Cruz, Cristian Novoa, Andrea Cabiativa y Catherine Jiménez.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo de grado se realiza un análisis histórico del trabajo de Henry Cavendish (1731-1810) y sus contemporáneos en lo que primeramente fue la búsqueda de la forma de la Tierra, a lo cual Cavendish completa los datos experimentales buscando la densidad media de la Tierra, haciendo cálculos de proporciones. Teniendo en cuenta este análisis se hace una reconstrucción de la balanza de torsión y esto con el fin de pensar el papel del experimento en la enseñanza de la física.

La problemática que se plantea en este trabajo parte del interés por pensar el papel del experimento tanto en la enseñanza de la ciencia, particularmente de la física, y el papel de éste en el contexto científico, así como de la relación de la teoría y el experimento. En este sentido, a partir del contexto histórico en el que se determina la densidad de la Tierra con la balanza de torsión de Cavendish, se plantean las siguientes preguntas que orientaron la investigación: ¿Cuál era el papel del experimento para Cavendish dentro del estudio de los fenómenos físicos?, ¿Cómo el periodo de oscilación de la balanza daba cuenta de la interacción de las esferas y ésta de la densidad de la Tierra?, es decir, ¿qué papel juega el experimento en la determinación de la densidad media de la Tierra? y ¿Qué papel cumple el experimento de Cavendish en la reflexión del experimento en la enseñanza de la física?

El desarrollo de este trabajo se presenta en cuatro capítulos:

En el capítulo 1 se aborda la relación teoría y experimento como partes fundamentales en la ciencia y con ello, la importancia del experimento en la enseñanza de la ciencia, particularmente de la física. Teniendo como referentes a Malagón (2014), Malagón (2013), García & Estany (2010), entre otros, también se desarrolla como parte fundamental las diferentes posturas del debate Teoría VS Experimento.

En el capítulo 2 se detalla cuál fue el contexto en el que se movieron los miembros de la Royal Society de la época de Cavendish para responder a la pregunta: ¿Cuál era la densidad de la Tierra? Por lo que se hicieron dos experimentos con un péndulo y una montaña, las ubicaciones fueron las montañas del Chimborazo (Ecuador) y Schiehallion (Escocia), los cuales fueron liderados por Bouguer y Maskeline respectivamente.

En el capítulo 3 se tienen dos momentos cruciales para el desarrollo de este trabajo, la primera parte se especifica el montaje original de la balanza de torsión que utilizó Cavendish

para medir la densidad de la Tierra, para esto se acude al texto original de 1798, titulado *'Experiments of Determine to Density of the Earth'*. Para comprender y exponer el cálculo de la densidad media de la Tierra, con la matemática que se empleaba en esa época, se recurrió a los autores Ducheyne (2011) y Falconer (1999) para entender su proceder. En el segundo momento, tenemos la reconstrucción de la balanza de torsión de Cavendish, teniendo en cuenta algunas de las consideraciones que Cavendish realizó sobre la balanza, se siguió el proceso de construcción de la balanza (Ver Anexo2) y, por otra parte, se presentan las consideraciones del autor de este trabajo de grado que surgieron en el momento de la construcción y observación de los efectos.

Finalmente, en el capítulo 4 se presenta a modo de conclusiones algunas reflexiones del experimento de Cavendish alrededor de la ciencia y de la enseñanza de la física a partir de la reconstrucción de la balanza de torsión para pensar el papel del experimento en la enseñanza.

CAPÍTULO INTRODUCTORIO

En este capítulo introductorio se presenta de manera general este trabajo de investigación titulado '*Análisis Histórico Del Trabajo De Cavendish Con La Balanza De Torsión: Una Reconstrucción Para Pensar El Papel Del Experimento*', aquí se recopila el contexto de la problemática, los objetivos trazados para poder responder la pregunta problema, la metodología que se utilizó y, por último, la descripción de antecedentes de este trabajo.

1. Contexto de la problemática

La problemática se construye a partir de algunas consideraciones sobre el experimento en la física y en su enseñanza:

1.1. El experimento en la enseñanza de las ciencias – el experimento en la construcción del trabajo científico.

En diferentes escenarios de divulgación y de enseñanza de las ciencias, ya sean museos, la escuela, universidad o diferentes centros de investigación, tomamos como referencia el experimento como parte fundamental del aprendizaje. En la enseñanza de la ciencia el experimento juega un papel importante en la comprensión de un fenómeno de estudio. Así mismo en el contexto del trabajo del científico. En estos espacios la teoría tiene la misma importancia que el experimento, ya sea que se conciba la teoría como fuente para entender el experimento, o el experimento como comprobación de la teoría, o siendo teoría y experimento acciones complementarias y simultaneas. Lo cual hace que reflexionemos sobre estas tres perspectivas de la relación teoría y experimento en la ciencia como construcción del trabajo científico y en la enseñanza de las ciencias.

El experimento, tanto en la constitución del conocimiento científico como en los procesos que se dan en el aula, puede ser estudiado para reconocer los diferentes aportes de éste en la construcción de explicaciones y teorización de un fenómeno, entonces ¿cuál es el rol que juega el experimento en el proceso de construcción de explicaciones que podemos promover desde las clases de física?

1.2. El experimento en la definición o cálculo de la densidad de la Tierra

Henry Cavendish publica en 1798 su obra más grande en la física titulado *'Experiments of Determine to Density of the Earth'* en el cual está descrita la balanza de torsión que utilizó para determinar la densidad media de la Tierra, pero Cavendish no era el único involucrado, de hecho los científicos como Pierre Bouguer y Nevil Maskelyne obtuvieron una inspiración de Isaac Newton en realizar un experimento para determinar la forma achatada de la Tierra, así como su fluidez y solidez, problemas vigentes en la época (Moreno, 2000, Pág. 321). Frente a esto Newton se refirió con hacer un experimento con un péndulo y una montaña muy alta y casi simétrica, así que Bouguer emprendió esta expedición a la montaña llamada Chimborazo la cual se encuentra en el territorio del Ecuador, pero allí era un poco complicado por su separación de Inglaterra y costaba mucho llevar una expedición hasta Ecuador, para ello Bouguer recomienda hacerlo cerca a Inglaterra.

Gracias a esta recomendación de Bouguer, Maskelyne parte con un equipo de astrónomos, ingenieros, topógrafos y geólogos hacia la montaña Schiehallion territorio Escoces, allí replicó el experimento de Bouguer, pero consideró otras variables no tomadas en cuenta por Bouguer como lo son la medición “pulida”¹ de la montaña. En este caso recurren a Cavendish para que colabore en definir cómo se podría perfeccionar las medidas del volumen de la montaña. De esta manera Cavendish se involucra en esta problemática, y al reconocer las dificultades de precisión construye una balanza de torsión para determinar la densidad media de la Tierra, un factor importante para determinar la fluidez o solidez de la Tierra. Es decir, plantea una nueva estrategia para abordar el problema desde su laboratorio. Así se constituye el problema de la densidad como una nueva pregunta de indagación de esta comunidad.²

Ahora Poynting (1894, Págs. 5-6) hace una descripción muy breve de la determinación de la forma achatada y la densidad de la Tierra de Bouguer y Maskelyne, los dos estudian la

¹ Con el término “Pulir” se denota la manera de ajustar la figura de la montaña a una figura geométrica regular, por ejemplo, las montañas no son 100% simétricas a un cono, lo cual hace que haciendo cálculos podamos tener un porcentaje alto de eficacia en la geometría de la montaña.

² Desde el planteamiento de la ley de atracción a distancia de Newton, uno de los problemas planteados a la comunidad opositora a esta teoría era determinar la forma y consistencia de la Tierra, como una de las evidencias que confirmarían los postulados de Newton. En el siglo XVIII se varios científicos de diferentes campos (astrónomos, geólogos, físicos) trataron de resolver la problemática en cuestión, a lo que de ello se desprendieron diferentes preguntas como la composición de la Tierra y la densidad de la Tierra (Moreno, 2000).

interacción del péndulo con la montaña, en cambio Cavendish maneja las variables entre una masa pequeña y una masa grande, pero esto lo hace en un espacio relativamente más pequeño, ya no tiene que ir hasta la montaña. Este cambio en el experimento para abordar un mismo problema de la época lleva al planteamiento de las siguientes preguntas: ¿Cuál era el papel del experimento para Cavendish dentro del estudio de los fenómenos físicos?, ¿cómo el periodo de oscilación de la balanza daba cuenta de la interacción entre las esferas y ésta de la densidad de la Tierra?

Desde el análisis del trabajo de Cavendish, a partir de estas preguntas ¿qué papel cumple el experimento de Cavendish en la reflexión del experimento en la enseñanza de la física?, ¿Como docente de física en el aula puedo traer el trabajo y el contexto de Cavendish, de su balanza para explicar las fenomenologías dentro de alguna problemática que se esté abordando?

En este trabajo de grado, se busca dar respuesta a las preguntas planteadas en los anteriores párrafos y con ello responder a los objetivos que se plantean a continuación.

2. Objetivos:

Los siguientes son los objetivos que orientaron el trabajo:

2.1. Objetivo general

Realizar un análisis histórico del trabajo de Cavendish sobre la medida de la densidad de la Tierra con la balanza de torsión para pensar el papel del experimento en la enseñanza de la física.

2.2. Objetivos específicos

❖ Derivar características físicas de la balanza de Henry Cavendish, a partir del análisis de su trabajo titulado *‘Experiments to determine the density of the Earth’ (1798)*, para la reconstrucción de la balanza de torsión.

❖ Identificar elementos disciplinares de las investigaciones sobre la medida de la densidad de la Tierra en el contexto de Cavendish para reconocer el papel del experimento.

❖ Contrastar las perspectivas sobre el papel del experimento en la enseñanza de la física y sus implicaciones.

3. Proceder metodológico

En este trabajo de grado se reconoce la recontextualización del trabajo científico como una forma de proceder metodológica, así como la reconstrucción de la balanza de torsión de Cavendish fue una actividad importante para el desarrollo de este trabajo.

3.1. Recontextualización del trabajo científico

En la cultura de la ciencia si un científico quiere hacer un trabajo investigativo tiene que recurrir a las anteriores investigaciones, así que se crea una comunidad que concibe las experiencias de otros para el desarrollo de nuevo conocimiento.

Teniendo en cuenta lo anterior Ayala (2006) plantea que la ciencia y la actividad científica se desarrolla en contextos socioculturales de una época específica, donde se construyen criterios de valor en la ciencia.

“...la ciencia es concebida como una actividad de comprensión del mundo que, de acuerdo con contextos socioculturales específicos y dando respuesta a éstos, desarrolla una comunidad que se ha venido constituyendo históricamente.... En ese proceso ha venido también construyendo y transformando criterios (valores) comunes de trabajo, a partir de los cuales se define qué es aceptable, qué es memorable, etc. El desarrollo de la ciencia es, pues, el desarrollo de la actividad científica y el desarrollo de la comunidad.”
(Ayala, 2006, págs. 27-28)

En este sentido es importante reconocer cuál es el contexto en el que Cavendish produjo su experimento con la balanza de torsión y cuáles eran los criterios desde los que se valoraba su trabajo científico. Ayala (2006) sugiere que para hacer esto es necesario acudir al estudio de los trabajos que escribieron los científicos para identificar la problemática que había en esa época, las preguntas que orientaron su trabajo, las concepciones que definían sus procedimientos, etc. Según la autora este tipo de estudio:

“Se trata más bien de establecer un diálogo con los autores a través de los escritos analizados, con miras a construir una estructuración particular de la clase de fenómenos abordados y una nueva mirada que permita ver viejos problemas con nuevos ojos (proceder característico de la construcción de formas alternativas de representación). Es, pues, un diálogo y una construcción intencionada que intenta, además, establecer nexos con el conocimiento común, dada la perspectiva pedagógica que lo anima.” (Ayala, 2006, pág. 29)

En este sentido, se realizó la recontextualización del trabajo de Cavendish sobre la balanza de torsión, descrito en *'Experiments to determine the density of the Earth' (1798)* con intención de pensar el papel del experimento en la enseñanza de la física.

3.2. Reconstrucción de la balanza de torsión

La reconstrucción se considera según la RAE como allegar o evocar ideas para completar el conocimiento de un hecho o el concepto de algo, a partir de esta definición se reconstruyó la balanza de torsión de Cavendish con el objetivo de tener la experiencia de los diferentes efectos físicos que se pueden estudiar, así como reconocer los diferentes problemas físicos que describe Cavendish en su texto *'Experiments of determine the density of the Earth' de 1798*, el cual se tradujo al Español directamente del original publicado por la Royal Society y así pensar el papel del experimento para Cavendish y para el autor de este trabajo.

Reconstruir la Balanza de torsión de Cavendish significó una experiencia grata, pues para su construcción hubo que retomar varios textos que permitían entender la problemática y el surgimiento del experimento. Durante este proceso de indagación se encontraron datos muy relevantes entorno a la historia, pues la balanza no fue planteada inicialmente por Cavendish, más bien fue construida y diseñada por John Michell.

Para la construcción y realización del experimento de Cavendish fueron tenidos en cuenta varias fases o pasos, como, por ejemplo, se recopiló todo tipo de información referente a la construcción y funcionamiento de la balanza³. También, fue necesario rediseñar los modelos convencionales de las balanzas construidas por otros sujetos y experimentar con distintos diseños y materiales para conseguir un efecto similar al estudiado por Cavendish, sin contar que muchos de los instrumentos que componen a este fueron contruidos de manera casera.

Durante la recolección de información y clasificación de esta, se encontraron videos, artículos e informes que explican, cómo fue el proceso de construcción y análisis con respecto al experimento, al mismo tiempo en dichos documentos narran cuál es el objetivo y la importancia que este experimento tiene en esa época y sus consecuencias durante el transcurso de la historia. Al realizar este proceso de selección de material se pudo dar cuenta de varias cosas, como, por ejemplo: la dificultad que tiene replicar este tipo de experimento, tener claridad respecto a los inicios del experimento y de posibles diseños e ideas que

³ Gran parte de este fue proporcionado por el curso de Experimentos importantes de la historia de la física de la profesora Marina Garzón en 2019.

podemos utilizar en nuestro montaje. Uno de los textos más completos que se encontró fue '*Great Experiments in Physics*', escrito por Morris Helbert Shamos (1959), el cual contiene en detalle las consideraciones que el mismo Cavendish tuvo al momento de realizar el experimento y adicionalmente los resultados obtenidos por él.

4. Antecedentes

En la búsqueda de información para la realización de este trabajo de grado se tienen en cuenta los siguientes trabajos como antecedentes:

En el primer texto tenemos a Cortés (2015) trabajo titulado como '*Las cuerdas como instrumento para anudar conceptos físicos. Tensión, elasticidad, torsión y vibraciones*', este trabajo consiste en una propuesta de enseñanza a partir de las experiencias de una población, en este caso es de personas diversamente hábiles, allí podemos ver la interacción con cuerdas para entender diferentes fenómenos físico como la tensión, la elasticidad, la torsión y las vibraciones, lo cual se puede extrapolar para este trabajo la descripción de los hilos en forma de las torsiones como lo explica Chales Coulomb y el mismo autor.

Por otra parte, tenemos a la parte principal del trabajo que es Cavendish (1798) con su trabajo '*Experiments of determine the density of the Earth*', el cual es explicado por Ducheyne (2011) con su trabajo titulado '*The Cavendish Experiment as a Tool for Historical. Science and Education*', nos cuenta cómo a partir del trabajo de Cavendish con la balanza de torsión puede estudiarse dentro de un ámbito educativo y adentrarnos en la época de Cavendish, explorar su problemática y desarrollar con matemáticas de proporciones empleado por él [Cavendish] mismo. El desarrollo matemático del cálculo de la densidad de la Tierra fue hecho por Falconer (1999), uno de los referentes del trabajo de Ducheyne, el cual hace referencia de su trabajo titulado '*Henry Cavendish: the man and the measurement*', en este artículo Falconer describe una pequeña biografía de Cavendish y hace un pequeño desarrollo del cálculo de la densidad media de la Tierra, que después se va tener en cuenta para explicar con los tres autores el desarrollo matemático y la explicación del fenómeno físico involucrado en la balanza de torsión.

El trabajo de Mosquera, Restrepo, Monsalve & López (2015) titulado '*Recontextualización de la experimentación en la enseñanza de la física*' tiene como objetivo describir la forma en que los estudiantes de Licenciatura en Física, sobre todo de la

Universidad de Antioquia, como futuros docentes entienden el papel que determina el experimento en la construcción de conocimiento, por lo cual, teniendo en cuenta varios autores de la ciencia hacen un debate frente a dos perspectivas del experimento, las cuales desarrollaré en el primer capítulo, más otra perspectiva de estas. Por otro lado, en este trabajo está la labor docente del licenciado en física, el cual determina como una herramienta importante a la hora de construir conocimiento, esta última parte nos ayudará en el capítulo de reflexiones.

CAPÍTULO I. TEORÍA Y EXPERIMENTO

Cuando pensamos en la ciencia podemos reconocer dos aspectos principales que la caracterizan. La primera es la construcción teórica que en algunos casos se presenta desde el lenguaje de la matemática, las construcciones conceptuales, o sea la teorización del fenómeno. La segunda característica es la actividad experimental desde la cual podemos explorar y conocer un fenómeno, esto es disponer de una serie de elementos desde los que podamos controlar variables que pueden definir ese fenómeno. La ciencia es fundamentalmente explicativa, ya que intenta desde leyes, teorías y principios, dar cuenta del fenómeno desde un experimento para así determinar la metodología a desarrollar (Concari, 2001, Pág. 87).

En este capítulo se expone la importancia del experimento en la ciencia, el debate entre la teoría y el experimento como determinante a la hora de establecer la importancia de ellos en la ciencia, y cómo el experimento tiene importancia en la enseñanza de la física.

1. El experimento en la ciencia

El experimento es una actividad fundamental de la ciencia, a lo largo de la historia los trabajos de Galileo, Newton, Faraday y demás nos damos cuenta de ello. Este se ha utilizado para observar diferentes efectos de los fenómenos naturales, producir efectos que no se evidencian de forma espontánea y ser parte fundamental de procesos de formalización y teorización (Malagón, 2014, Pág. 99). Podemos nombrar diferentes experimentos que a lo largo de la historia de las ciencias fueron importantes para los hallazgos científicos, uno de ellos fue la balanza de torsión de Cavendish. Este experimento dio respuesta a uno de los problemas de la época: determinar la densidad media de la Tierra. En este caso, los efectos que se pueden estudiar en la balanza no están evidentemente ligados con lo que podamos entender por densidad media de la Tierra, pero fue un experimento determinante para responder a este problema, por ello en la actualidad de la ciencia y en la historia de la filosofía de la ciencia están implicadas estas dos, teoría y experimento, haciendo que se abra un debate que llega a la actualidad. Lo que podemos concluir que la actividad experimental es esencial en la ciencia.

1.1. Visiones de la teoría y el experimento

En la historia de la ciencia se ha tenido diferentes tipos de discusiones a partir de una idea, se forman diferentes corrientes de pensamiento y de allí cada corriente toma una postura, la cual se defiende drásticamente, teniendo en cuenta lo anterior, este es el caso de la discusión sobre la relación entre la teoría y el experimento, ya que muchos historiadores de la ciencia y científicos defienden una de las siguientes tres posturas a) El experimento es la comprobación de la teoría, b) A partir del experimento se puede deducir la teoría, y c) ambas (teoría y experimento) son un conjunto que trabaja mutuamente. Cabe resaltar que no hay una única manera de concebir la relación entre teoría y experimento, por ello, a continuación, se dará una breve descripción de cómo diferentes autores desarrollan y defienden estas tres posturas.

En la postura de a) El experimento es la comprobación de la teoría, Rojas y Gómez (1999) señalan la relación teoría y experimento en términos de comprobación. El experimento es el juez único de la física: Todo conocimiento válido debe ser comprobado y validado por el experimento (Rojas & Gómez, 1999, pág. 1). Teniendo en cuenta esta postura, las investigaciones en la ciencia están centradas en modelos teóricos, leyes y principios establecidos; a lo cual el experimento se deja como un verificador de ello (García & Estany, 2010, Pág. 9).

En esta misma línea Ayala (2006) afirma, que muchas veces se concibe que la física consta del conjunto de conocimientos acumulados sobre la naturaleza donde el experimento es el juez único de la física: Todo conocimiento válido debe ser comprobado, validado por el experimento (Como citó Ayala de Rojas y Gómez, 1999, p.1).

Un ejemplo de lo anterior de un experimento como verificador de una teoría es el experimento de Chimborazo y Schiehallion, los cuales fueron inspirados por la ley del inverso al cuadrado que estudiaba Isaac Newton (1642-1727) en sus *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural* (1687), acudieron al estudio de la interacción entre péndulos y montañas para confirmar la ley (esto se abordará en detalle en el capítulo 2).

Investigadores como Malagón, Ayala, Sandoval(2013) y Mosquera, Restrepo, Monsave, López(2015) critican la anterior posición sobre la relación teoría y experimento indicando la manera en que se aborda un fenómeno en la actividad experimental y simultáneamente la

teoría se puede construir (Malagón, Sandoval, & Ayala, 2013, pág. 127). Es posible que esto mismo suceda con la segunda postura: b) a partir del experimento se puede deducir la teoría. A partir del fenómeno se construyen artefactos que permitan experimentar y determinar una explicación teórica al fenómeno;

“También se considera exploratoria si se permite construir explicaciones sobre un fenómeno o instrumento nuevo, a partir de la modificación intencionada de las variables que allí intervengan, dando lugar a que se pueda usar en cualquier momento.”
(Mosquera, Restrepo, Monsalve, & López, 2015, pág. 11).

Determinando que el experimento se construye con el fenómeno y con los resultados sean cualitativos o cuantitativos, es decir el experimento antecede a la teoría.

Un ejemplo de la construcción de la teoría según los montajes experimentales es del físico experimentalista Michael Faraday (1791-1867), quien logró el avance en física y química con experimentos que luego serían explicados por una teoría, en el caso del electromagnetismo, logró determinar el campo electromagnético.

Por último, c) ambas (teoría y experimento) son un conjunto que trabaja mutuamente, lo cual, para Mosquera, Restrepo, Monsalve, & López (2015) teoría y experimento son complementarios

“la relación entre la experimentación y la teoría...la correlación que existe entre estas dos practicas; también enuncia diversos aportes por parte de la filosofía a las prácticas experimentales con relación al debate que se da entre la teoría y práctica, el cual se refleja en la influencia de la actividad experimental en la enseñanza de las ciencias”
(Mosquera, Restrepo, Monsalve, & López, 2015, pág. 10).

El experimento, tanto en la constitución del conocimiento científico como en los procesos que se dan en el aula o procesos totalmente investigativos, puede ser estudiado para reconocer los diferentes aportes de éste en la construcción y teorización de un fenómeno.

2. El experimento en la enseñanza

En diferentes escenarios de divulgación y de enseñanza de las ciencias, ya sean museos o la escuela, tomamos como referencia el experimento como parte fundamental del aprendizaje. En estos espacios la teoría tiene la misma importancia que el experimento, ya sea que se concibe la teoría como fuente para entender el experimento, o el experimento

como comprobación de la teoría, o siendo teoría y experimento acciones complementarias y simultáneas como lo vimos en el punto anterior.

Castañeda (2017, Pág. 44) afirma que la experimentación constante sería el mejor camino para la construcción conceptual, según este autor la experimentación es importante a la hora del aprendizaje, pues en la física y sobre todo en la ciencia, ésta intenta explicar desde el fenómeno el cual se construyen teorías. Sin embargo, muchas veces se desconoce esa importancia, por esto, Malagón (2014, Pág. 102) señala que en la enseñanza algunas veces el experimento es visto como una toma de datos, con los que luego se hace una estadística para así validar o descartar una teoría, siendo esta una mirada reducida del papel del experimento en la enseñanza. Por lo que para García & Estany (2010, Pág. 9), para el mismo Malagón (2013 y 2014), y para el autor de este trabajo, el experimento va más allá de un dato estadístico, lo cual hace que nos centremos en la comprensión del fenómeno.

Siguiendo con el discurso de García & Estany (2010, Pág. 9), se hace una crítica a la manera como se concibe el experimento en el aula por la escasa relación del experimento con los fenómenos estudiados, ellos rescatan la importancia de la construcción de conocimiento a partir del experimento, esto puede determinarse como uno de los enfoques que se da como el rol que maneja el experimento en la construcción de conocimiento, sin embargo esto lo veremos en el capítulo IV donde se espera determinar el papel que juega el experimento de Cavendish.

3. Conclusiones del capítulo I

La teoría y el experimento toman un valor agregado en la ciencia, tanto así que se ha generado una discusión frente a ello, ahora para este trabajo de grado la idea que se recoge es que “No hay consenso respecto a la forma como se asume el papel que juega el experimento en la constitución y validación de las teorías físicas.” (Malagón, 2014, Pág. 97). Sin embargo, si hay que reconocer que el papel del experimento a lo largo de la historia ha sido decisivo para generar efectos a estudiar, perfeccionar los instrumentos de medida para poder observar y describir tales efectos, definir una forma de proceder desde el control de variables, como lo hicieron Cavendish y sus contemporáneos, lo cual se desarrolla más adelante. Pero en toda esta actividad alrededor del experimento la teoría está presente, ya sea

para orientar la actividad como para consolidarla desde el experimento. Es con el experimento y la teoría que ha sido posible construir explicaciones sobre el mundo.

Por lo tanto, para el último capítulo se propone esta pregunta, ¿Cuál es el rol que juega el experimento en el proceso de construcción de explicaciones que podemos promover desde las clases de física? Para poder responder esta pregunta en el contexto de Cavendish y de él mismo, se tiene en cuenta la clase de experimentos y cuáles eran las problemáticas de cada uno de ellos, que se verán en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO II. CONTEXTO HISTÓRICO DEL TRABAJO DE CAVENDISH CON LA BALANZA DE TORSIÓN

En la búsqueda de respuesta sobre la densidad de la Tierra y de cómo pesarla, los científicos de la época de Henry Cavendish acuden a Newton que propone un experimento que se puede realizar con un péndulo, teniendo en cuenta el parámetro de la densidad y la masa de la Tierra, así abriendo una serie de experimentos en el Chimborazo (Ecuador) y Schiehallion (Escocia), teniendo en cuenta las variables que jugaban en contra de las mediciones como el viento, la temperatura, las altitudes y su posicionamiento según algunas estrellas. Así se abre el contexto del trabajo de Cavendish, en el cual el experimento es considerado como parte fundamental de la explicación del fenómeno, en este caso la atracción entre cuerpos masivos.

1. Contexto de la densidad de la Tierra

Moreno (2000), en su artículo del anacronismo entre el trabajo de Cavendish con la balanza de torsión y la medida de la constante G^4 , nos cuenta de la problemática de “pesar” la Tierra como parte fundamental de las ciencias a mediados del siglo XVIII, ya que en esta época se estaba dando respuesta a la pregunta ¿Cómo determinar la forma achatada de la Tierra? Y ¿cómo determinar su fluidez y rigidez? En este caso se estaba evidenciando que, de acuerdo con la mirada Newtoniana de la determinación de la acción a distancia con el inverso al cuadrado de la distancia entre dos cuerpos -ley de gravitación universal, se podría resolver el problema acudiendo al experimento. Desde distintas áreas de la ciencia: geólogos, astrónomos, físicos, matemáticos, fueron planteadas estrategias de abordaje.

Particularmente Nevil Maskelyne (1732-1811), Pierre Bouguer (1698-1758), Charles Marie de La Condamine (1701-1774), Charles Mason (1728-1786), Daines Barrington (1727-1800), Samuel Horsley (1733-1806) hicieron experimentos orientados por la ley de atracción gravitacional acudiendo al péndulo. Esto llevó a los científicos a determinar cómo

⁴ Moreno (2000) realiza un análisis del trabajo de Henry Cavendish (1731-1810) *Experiences to determine the density of the Earth* (1798) y su perspectiva Newtoniana, que dio paso a lo que llamamos la constante de gravitación universal, pero que según el autor es un anacronismo que se debe aclarar, en tanto el propósito de Cavendish era determinar la densidad media de la Tierra. El valor de la constante gravitacional según Moreno (2000) no fue determinado por alguien específico, nos cuenta que en el libro *élémentaire de Physique* de Nicolás Deguin (París, 1844) aparece la constante de la gravitación ya como la conocemos, y en *Curso elemental de Física* (Madrid, 1841) aparece la constante, pero no como la letra g , si no con la letra f .

sería la interacción entre la Tierra y la bola del péndulo, así que se decidieron por una montaña, y ver qué resultados obtienen a partir de la oscilación del péndulo y en qué afectaba la masa de la montaña con el periodo de oscilación del péndulo como una forma de ver un experimento teniendo en cuenta la atracción del péndulo y su relación con la montaña.

“Estos, naturalmente, se dividen en dos clases. En una clase se selecciona alguna masa natural, ya sea una montaña o una parte de la corteza terrestre, y su masa y forma se determinan con mayor o menor precisión mediante levantamientos y examen mineralógico. Su atracción sobre una plomada a un lado, o sobre un péndulo por encima o por debajo de ella, se compara entonces con la atracción de toda la Tierra sobre el mismo cuerpo.” (Poynting, 1894, Págs. 5-6)

El trabajo de Cavendish tuvo en cuenta el trabajo de Nevil Maskelyne, Charles Mason y Daines Barrington. Cavendish los acompañó en una expedición a la montaña Perthshire en Escocia (en 1773) donde usaron el péndulo para determinar la densidad de la Tierra, considerando que una masa de Tierra como una montaña afecta la oscilación de un péndulo. Sin embargo, Cavendish encontró carencias en esos montajes ya que la interacción del péndulo con el ambiente, los cuidados de la toma de datos y diferentes variables no eran consideradas hasta el momento, por eso Cavendish unos años después propuso un montaje muy cuidadoso y técnico que intentaba medir la interacción entre dos esferas en una balanza de torsión y su oscilación daba cuenta de la densidad (Moreno, 2000).

En los anteriores experimentos a la balanza de torsión de Cavendish se evidenciaba el efecto que producía la masa de la montaña, con esto los científicos tomaron datos (altitudes de la montaña, temperaturas, periodos de oscilaciones) y les dio una medida tal que la aceptaron en ese momento, pero frente a los experimentos con péndulos Cavendish observó que estaban evadiendo algunas variables como por ejemplo el viento, el movimiento de la montaña, etc. Lo cual Cavendish realizó otro experimento que no necesitaba la montaña si no que la evidencia experimental se hallaba en un laboratorio teniendo en cuenta todas las variables (Ducheyne, 2011, pág. 4).

“En el otro, la clase de experimento de laboratorio, se coloca una masa más pequeña, como la que se puede manejar fácilmente, para atraer algún cuerpo pequeño suspendido, y esta atracción se mide y se compara con la atracción de la Tierra por el mismo cuerpo.” (Poynting, 1894, Págs. 5-6).

Esto muestra una mirada diferente a la interacción, mientras Nevil Maskelyne, Charles Mason, Daines Barrington miraban el sistema montaña – péndulo, Cavendish concebía el sistema esfera-esfera dentro de un montaje controlado en el laboratorio (Ducheyne, 2011). Surgen una serie de preguntas para comprender cómo la balanza le permitió a Cavendish dar cuenta de una cualidad de la Tierra desde su laboratorio, desde la interacción entre dos esferas.

En este contexto surgen algunas preguntas que interesa responder en el presente trabajo de grado: ¿Cuál era el papel del experimento para Cavendish dentro del estudio de los fenómenos físicos?, ¿cómo el periodo de oscilación de la balanza daba cuenta de la interacción y ésta de la densidad de la Tierra?

1.1. Experimentos en el Chimborazo (Ecuador): Pierre Bouguer y Charles Marie de la Condamine

En el contexto de Cavendish se tuvo en cuenta el trabajo geométrico y teórico de Isaac Newton, expuesto en el tercer volumen de sus principios (1687), de la Ley de Gravitación Universal. Para Newton era posible pensar en hacer un “experimento” para así confirmar su ley, pero no lo hace por temas totalmente financieros. En el año 1738 una expedición financiada por la misma Royal Society, tuvo el propósito de hacer un experimento de medición de la variación de latitudes en una montaña ubicada en Perú (actualmente territorio del Ecuador). Los dos astrónomos que participaron en esta expedición, Pierre Bouguer (1698-1758) y Charles Marie de la Condamine (1701-1774), propusieron y realizaron dos experimentos: el primero fue el experimento del péndulo y el segundo fue el experimento con una plomada, los cuales narraré muy brevemente.

1.1.1. Experimento con péndulo

Este experimento se realizó en 3 sitios diferentes que se nombran de la siguiente manera: Pichincha, Quito e Isla Inca, cada una tenía su altura a nivel del mar que se daba por un barómetro. Los tres instrumentos importantes que utilizaron fueron: un péndulo doble truncado, el cual estaba suspendido por una fibra de aloe; un cuadrante para mirar la posición de las estrellas y; por último, un reloj. Cabe resaltar la manera de la toma de datos, con el péndulo se contaban las oscilaciones y con ello el tiempo que se tardan las oscilaciones, y esto lo podemos ver en una tabla que nos pone de referencia Poynting (1894, Pág. 11).

Estación	Sobre el nivel del mar. En Toises ⁵	Péndulo de segundos observado en líneas.	Corrección por temperatura.	Corrección por flotabilidad.	Péndulo de segundos corregido.	Fracción menor que al nivel del mar.	Fracción dada por la ley del inverso del cuadrado.
Pichincha	2,434	438.70	-.05	+.04	438.69	1/845	1/674
Quito	1,466	438.83	-	+.05	438.88	1/1331	1/1118
Isla de Inca	-	439.07	+.075	+.06	439.21		

Tabla 1. Fuente: (Poynting, 1894, Pág. 11)

En la tabla 1 se puede observar las diferentes mediciones en las tres localizaciones, con sus correcciones de la temperatura y la flotabilidad que corresponde al viento afectando la medición del péndulo, lo que nos lleva a que las variables para tener en cuenta son las oscilaciones, temperaturas y sus tiempos. Gracias a las cuatro herramientas termómetro, péndulo, reloj, barómetro y las variables, Bouguer fue capaz de formular una ecuación con la que relacionaba la gravedad con la elevación de la montaña o de cualquier elevación de tierra a lo que llega a la siguiente relación⁶.

$$g_1 = g \left(1 - \frac{2h}{r} + \frac{3h}{r} \frac{d}{D} \right)$$

Donde g es la determinación de la gravedad sobre el nivel del mar, g_1 es la determinación de la gravedad a una altura h , r es el radio de la Tierra, d es la densidad de la montaña y D es la densidad de la Tierra, y si se utilizan los datos que se recogieron en Quito, como Poynting (1894, Pág.11) lo resuelve, entonces tenemos lo siguiente.

$$D = \frac{3993}{850} d$$

“Este resultado, aunque ahora sabemos que es demasiado grande, al menos fue suficiente para mostrar que la densidad media de la Tierra era mayor que la de las Cordilleras y, en consecuencia, como señaló Bouguer, que el interior de la Tierra no era ni hueco. ni lleno de agua, como sostenían algunos físicos.” (Poynting, 1894, Pág. 12)⁷

⁵ Antigua medida francesa de longitud, equivalente a 1,946m. Consultado RAE.

⁶ En ese tiempo una relación de proporcionalidad, sin embargo, Poynting hace la aclaración de la ecuación como un rescate de Young en 1819 y la reinterpreta como: $\frac{g-g_1}{g} = \frac{2h}{r} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{d}{D} \right)$.

⁷ Traducción Propia.

1.1.2. Experimento con plomada

En el experimento de la plomada tenemos en cuenta que Bouguer acude a la montaña del Chimborazo, donde hace sus experimentos: uno, al Norte de la montaña y, el otro al Sur. Teniendo en cuenta las latitudes de las estrellas medidas por el cuadrante, hizo seis medidas al norte y cuatro al sur, para esto tomó en cuenta la atracción de la plomada a la montaña, lo cual Bouguer y La Condamine en sus cálculos determinan dos razonamientos.

$$N - \delta + z \quad (1)$$

$$S + \delta + z \quad (2)$$

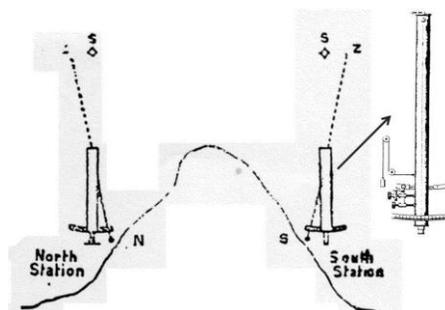


Figura 1. Explicación visual de los experimentos de Bouguer y Maskelyne.
Tomada de: Wikimedia Commons

Siendo N y S las latitudes de los observatorios, δ la desviación de la plomada⁸ y z el error de medida con el cuadrante, estas medidas se hicieron a diferentes altitudes con respecto al nivel del mar, pero para que se completen los datos necesarios se deben hacer otras mediciones, por lo tanto, tenemos lo siguiente:

$$N + z' \quad (3)$$

$$S + z' \quad (4)$$

Teniendo en cuenta que (1) y (2) se hicieron el mismo día tomando datos de latitudes, desviación de la plomada y error de medida del cuadrante, en (3) y (4) se hizo días después y tomaron medidas de latitudes y del error del cuadrante, tomándolo como z' .

⁸ Los signos positivos y negativos son con relación al Ecuador.

Para el cálculo de la desviación de la plomada se tiene el siguiente razonamiento, se tienen que restar los datos (1) de los datos de (3) y lo mismo para los demás datos, se resta (2) de (4), lo cual tenemos lo siguiente: (3) - (1) y (4) - (2). Ahora si los datos (3) - (1) son los datos del laboratorio norte y (4) - (2) son los datos del laboratorio sur, entonces restamos los datos del laboratorio sur al laboratorio norte, lo cual tenemos:

$$(3) - (1) - \{(4) - (2)\}$$

Reemplazamos valores:

$$N + z' - N + \delta - z - \{S + z' - S - \delta - z\}$$

$$N + z' - N + \delta - z - S - z' + S + \delta + z$$

Simplificando obtenemos lo siguiente:

$$N + z' - N + \delta - z - S - z' + S + \delta + z$$

$$2\delta$$

El valor 2δ es la media de los valores dados por la desviación de la plomada y este valor da $15''$ de arco, teniendo en cuenta la atracción residual o sea el exceso de atracción es de un factor de $\frac{1}{14}$, por lo tanto, la atracción de la plomada a la montaña es de $8''$ de arco, Bouguer no da por hecho que el desvío sea tan pequeña, así que la conclusión que llevó para que la plomada no haya logrado $1' 43''$ de desviación que se dio teóricamente con el cálculo de la densidad de la Tierra por el mismo material que estaba compuesta la montaña, así que dejó por escrito que se repitiera este experimento cerca de la Royal Society para manejar muchos más datos de los que ellos tomaron y tener los equipos necesarios a su alcance. (Poynting, 1894, Págs. 12-14)

1.2. Experimento Schiehallion (Escocia): Nevil Maskelyne

Maskelyne nombrado astrónomo real de la Royal Society rescata el experimento para pesar la Tierra, esta institución financió el experimento que se llamó, *El Experimento de Schiehallion* que se desarrolló en el año 1774. Schiehallion es una montaña ubicada en Escocia, la cual fue escogida por su forma casi simétrica y cerca a Inglaterra como lo había pedido Bouguer, después de terminar su exploración en Ecuador (Poynting, 1894, Pág. 14). También fue identificada como una montaña mineral, lo cual la hacía más maciza al Chimborazo. En este caso, también se consideró una parte astronómica, geométrica, física e

3 triángulos ubicados a lo largo de *Modern Dunalastair Water*, son puntos de referencia para hacer las diferentes triangulaciones; a lo largo de los demás triángulos negros que son los postes que utilizan los teodolitos para medir la azimut y la altura, esto se hizo desde los puntos norte, sur, este y oeste. (Danson, 2006, Págs.131-133)

La parte astronómica fue muy importante en la expedición, ya que la problemática era hallar las latitudes donde se encontraba ubicada la montaña, con respecto a la latitud del Ecuador; para ello se hacían observaciones desde los dos observatorios ubicados en la parte Norte y Sur de la montaña. A partir de esta observación y haciendo cálculos con los puntos de la triangulación colocadas específicamente alrededor de la montaña, se puede dar cuenta de las estrellas, seguir un patrón para así hallar las diferentes trayectorias que hacen las estrellas, consecuentemente con ellas se puede deducir el meridiano en que se está ubicado y luego poder tener en cuenta el cenit de ellas, por lo tanto, se utilizó un instrumento llamado telescopio cenital. Se observaron aproximadamente 72 estrellas desde los dos observatorios los cuales después de los cálculos y tener en cuenta las variables como lo son: precesión, aberración, desviación y nutación solar semestral del eje terrestre, se tomó la media de las atracciones de los péndulos como 54,6" de arco, lo cual se debía repartir por los puntos de triangulación, lo cual le dio 5,8" de arco, lo cual concluyó que se desvía un poco más que el experimento del Chimborazo por la composición material de la montaña. (Poynting, 1894, Págs. 15-16)

Uno de los principales aportes de Hutton (1726-1797) fue “pulir” de una manera más adecuada el método para medir el volumen de la montaña, teniendo en cuenta que no es 100 % simétrica, lo cual llevó a plantearse cómo se puede entender la montaña en términos de prismas y de planos horizontales. Hutton recurre a Henry Cavendish (1731-1810) para idear una mejor manera de hallar el volumen de la montaña, así que el método que utilizó fue hacer círculos concéntricos alrededor de los dos observatorios y haciendo cortes de tipo radial. Hutton especifica que si, por ejemplo, en el observatorio norte se hace una sección de plano horizontal, esta atracción de la plomada se tiene que dar igual en la estación norte, pero en sentido contrario, y según la explicación de Cavendish con los prismas puede dar cuenta de cómo se puede sectorizar el plano horizontal de la montaña con los círculos concéntricos.

“La atracción se calculó luego sobre el supuesto de que el volumen unitario a la distancia unitaria tiene atracción unitaria, y para simplificar el cálculo, la materia se dividió en prismas verticales mediante cilindros verticales, con radios que aumentan sucesivamente en cantidades iguales de 66623 pies de la estación, y planos radiales verticales en ángulos con el meridiano, de modo que había una diferencia constante 1/12 entre los senos sucesivos. Se muestra fácilmente que la componente horizontal norte de la atracción de un anillo entre dos cilindros es $666.6/12$ suma de $h\sqrt{r^2+h^2}$ donde h es la altura de un prisma sobre el plano horizontal. Cavendish, quien también fue parcialmente responsable del método de dividir el suelo en prismas, ideó un modo ingenioso de calcular esto a partir de la suma de h/r , con la ayuda de una regla de cálculo.” (Poynting, 1894, Pág. 17).

A partir de estos cálculos se pudo hallar los resultados partiendo de una media la cual les dio 11,6” de arco, lo cual es la atracción media de la plomada a la montaña, teniendo en cuenta los datos que se obtuvieron de una manera geométrica y de manera estadística, por consideraciones se llegó a la siguiente proporcionalidad.

$$\frac{\text{Suma de atracciones de la colina}}{\text{Atracción de la Tierra}} = \frac{8811.6}{8752270} = \frac{1}{9933}$$

Donde la suma de las atracciones de la colina fueron los datos obtenidos por los dos observatorios con los cuales se “pulíó” desde la visión de Hutton y Cavendish, en cambio la atracción de la Tierra fue en la consideración de la ley del inverso al cuadrado de la distancia como estaba escrito en los principia de Newton. Esta relación dio a Maskelyne una manera de dar con la suma de atracciones y los 11,6” de arco y así también tener en cuenta la fuerza centrífuga de la Tierra con la interacción del péndulo, del análisis de estas interacciones logró determinar la siguiente proporcionalidad entre densidades.

$$\frac{\text{Densidad de la tierra}}{\text{Densidad de la Colina}} = \frac{17804}{9933} = \frac{9}{5}$$

Lo cual teniendo en cuenta la gravedad específica de la montaña que Hutton determinó como 2,5 donde la densidad media de la Tierra da como resultado como 4,5 veces la densidad del agua.

2. Conclusiones del capítulo II

Teniendo en cuenta el trabajo de los contemporáneos y la problemática que se venía trabajando de la forma achatada de la Tierra hasta el experimento de Schiehallion podemos ver una línea en la cual se va sofisticando la actividad experimental necesaria para conocer la densidad media de la Tierra. Esto implicó pensar la toma de datos hasta el tecnicismo para definir las variables implicadas y los errores que afectaban esta toma de datos. Tanto Bouguer como Maskelyne obtuvieron errores de medida, los cuales en la explicación física era importante tomar en cuenta como el error al medir el volumen de la Tierra, por lo tanto, con sólo una montaña y un péndulo no era completo. Esto implicó una empresa tanto científica, como de financiamiento de instituciones que costearan los viajes.

Se tuvo que acudir a diferentes ramas del conocimiento como la ingeniería, topografía, geología, astronomía y la física para abordar este problema, por lo que los problemas en la ciencia y su abordaje experimental no necesariamente responde a una única disciplina.

CAPÍTULO III. ESTUDIANDO Y RECONSTRUYENDO LA BALANZA DE TORSIÓN DE CAVENDISH

En el año 1798 Henry Cavendish publica en la prestigiosa Royal Society su más grande obra conocida en la física titulada *'Experiments to Determine the Density of the Earth'*, en este documento explica cómo, a partir de un experimento con la balanza de torsión, se puede determinar la densidad media de la Tierra, ya que sus contemporáneos se habían dado a la tarea de describir la forma achatada de la Tierra y su fluidez o rigidez, con el estudio de la interacción de un péndulo y una montaña.

En este capítulo se divide en dos apartados principales, el primero describe el trabajo que hizo Cavendish con su balanza, para ello se retoma los aportes de Ducheyne (2011) y Falconer (1999) (en el anexo 8 se tiene la obra de Cavendish traducida al Español¹¹), y en el segundo apartado se presenta las consideraciones necesarias para reconstruir la balanza en el ámbito de este trabajo.

1. La balanza de torsión de Cavendish

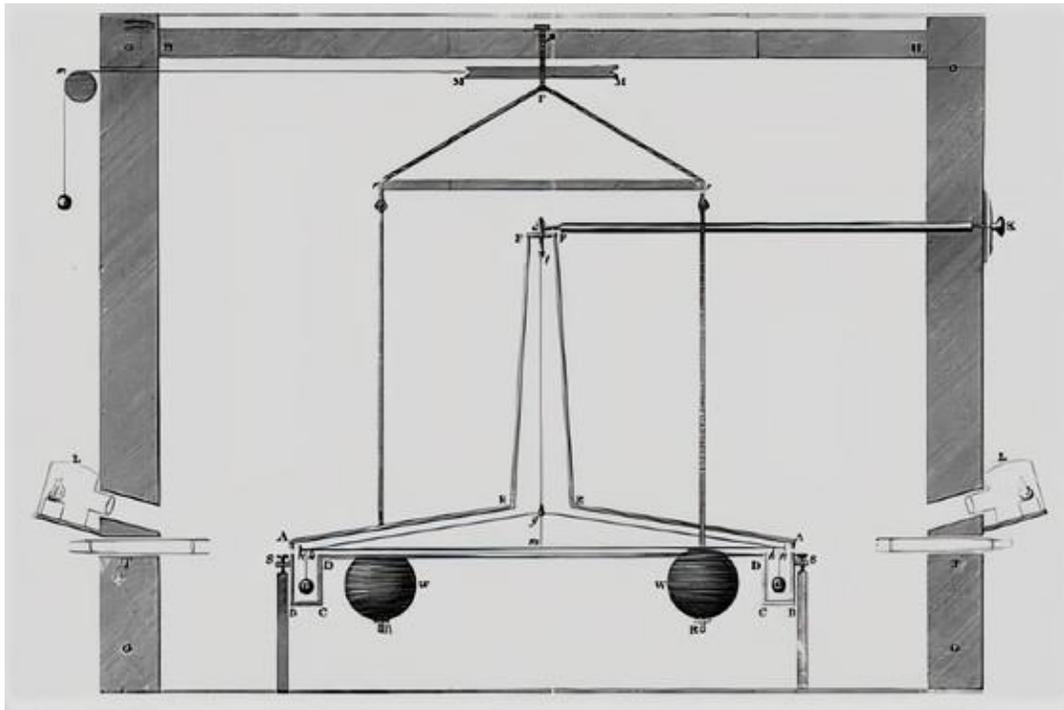


Figura 3. Cavendish H. (1798), *Experiments To Determine The Density Of The Earth*, Pág. 526

¹¹ Cabe resaltar que esta traducción es propia y está sujeta a errores de redacción, ya que no se encontró la traducción completa al español.

Henry Cavendish para la construcción de la balanza de torsión que lleva su nombre, toma como referencia a John Michell (1724-1796), ya que él fue el creador de la balanza de torsión, que fue utilizada después por Charles-Agustín Coulomb (1736-1806) y él [Cavendish] mismo. Cavendish (1798) en la introducción de su artículo “*Experiments to Determine the Density of the Earth*” describe la forma en que obtuvo la idea del artefacto, por parte de John Hyde Wollaston (1762–1823), el cual no pudo hacer el experimento por temas de comodidad del artefacto. Al mismo tiempo hace referencia de como el montaje original de John Michell se sustenta en las ideas clásicas del movimiento de Isaac Newton y la ley de atracción gravitacional (del inverso al cuadrado de la distancia entre dos cuerpos). A partir de ello podemos evidenciar en las primeras páginas de su tratado, cómo él describe los materiales que utilizó al momento de construir su balanza y los fenómenos físicos presentados.

La balanza de torsión de Cavendish (Ver Figura 3) consistía en 4 esferas de plomo, dos grandes *WW* y dos pequeñas *xx*. Las esferas grandes *WW*, de 20,32 cm de diámetro, están suspendidas por varillas de cobre *Rr* y por *Pr*, mientras que *rr* es una barra de madera, la componente *Pp* es el eje o fijador central que está ubicado en la mitad de *HH* y en la mitad de la habitación coincidiendo con la mitad del otro sistema de esferas. El sistema *MM* es una polea giratoria que se hace con un cordón o cuerda *Mm* el cual Cavendish manipulaba desde afuera. Por otro lado, las esferas pequeñas *xx* de 5,08 cm están suspendidas por un alambre *xh* y este alambre refuerza al brazo rígido metálico *hmm* haciendo que éstos sean los puntos de apoyo del sistema del hilo central *gl*. Este sistema está conectado a un soporte que está ubicado abajo del soporte *rr*, del sistema anteriormente indicado. El hilo *gl* está sostenido a *FK*, que es una varilla de madera, *K* es un tornillo sin fin que permite que el brazo *hmm* rote. Este sistema de esferas *xx* está protegido por una caja de madera *ABCDDCBAEFFE* para proteger la afectación de corrientes de aire o del cambio de temperatura. Las cuatro esferas están alineadas con sus centros ya que es muy importante alinearlas en un plano ortogonal, para que la gravedad de la Tierra no interfiera en el efecto se quiere estudiar con la balanza, la interacción entre las cuatro esferas. (Ducheyne, 2011). Esta balanza se encuentra en una habitación, en las columnas *GG*, en la parte inferior, donde se alinean las esferas, están unas lámparas *L* que iluminan la parte de la caja que protege las esferas *xx*. Para observarlas y no interactuar con el sistema introduce telescopios *T*.

Otro elemento que tuvo en cuenta Cavendish para organizar su balanza fue controlar condiciones que podrían afectar las mediciones, como: el viento, las vibraciones del suelo, la torsión del hilo, la temperatura, y la escala del experimento; según Cavendish, se debía aislar el sistema y controlarlo sin estar en el sistema. En este sentido, Cavendish buscando la interacción únicamente entre las esferas aisló este sistema de balanza utilizando un armazón de madera, ya que en esa época se consideraba que la madera tenía la propiedad de disminuir el efecto de la oscilación del suelo. De esta manera sólo la oscilación de las esferas sería parte de su objeto de estudio. A Cavendish le preocupaba la interacción en el sistema de esferas *WW* con las esferas *xx* que en su experimento controlaba desde afuera y solo él observaba qué efectos tenía sobre el sistema.

En la balanza se podía estudiar la acción a distancia entre las esferas, o lo que en la época se llamaba la ley del inverso al cuadrado, esta se complementaba con dos proposiciones de Isaac Newton de su tercer libro de los *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematicaque* (1687), los cuales son cruciales para la experimentación de la búsqueda del valor de la densidad media de la Tierra, y estas son:

Proposición 7. La gravedad existe en todos los cuerpos universalmente y es proporcional a la cantidad de materia en cada uno. (Newton 1999, pág.810)

De esta proposición podemos deducir que, Cavendish se pensaba en dos sistemas de esferas de tamaños distintos que interactuaban entre sí, por el simple hecho de tener materia (y a esto Newton lo llamó gravedad). Entonces al igual que el sistema *xx* se veía afectado por el sistema *WW*, en los experimentos de Maskelyne y Pierre Bouguer, el sistema del péndulo se veía afectado por la montaña.

Proposición 8. Si dos globos gravitan uno hacia el otro y su materia es homogénea en todos los lados en regiones que están igualmente distantes de sus centros, entonces el peso de uno de los globos hacia el otro será inversamente al cuadrado de la distancia entre los centros. (Newton 1999, pág. 811)

La balanza de torsión de Cavendish es importante para la ciencia ya que trataba de responder la pregunta de la época, la densidad media de la Tierra. Cavendish continuo con el trabajo que sus colegas estaban realizando con péndulos, cuya interacción con la Tierra se suponía seguía la proposición anterior de la relación del inverso al cuadrado de la distancia

entre dos cuerpos (si la materia es homogénea). De tal manera, que Cavendish, con el sistema de poleas de la balanza controla la distancia entre una esfera grande y una pequeña en cada lado de la balanza. Así, estudiará la oscilación que genera la atracción entre las esferas.

Un objeto de estudio importante aquí es el sistema de torsión de los hilos que sostienen las esferas, pues si bien la interacción se da entre las esferas WW y xx , la torsión es una variable a la que se debe prestar atención, pues también incide en esta interacción. Este aspecto de la torsión fue objeto de estudio de algunos físicos de la época, un ejemplo de ello lo presenta Cortés (2015) en la descripción y análisis de la experiencia de Charles Coulomb con la torsión de hilos en su balanza de torsión, aunque es para determinar la carga de un cuerpo, el montaje experimental es el mismo que diseñó John Michel.

“A partir de que el sistema se encuentre en reposo se gira el cilindro un cierto ángulo, desde el cual se libera el cilindro permitiendo que en el hilo actúe una fuerza recuperadora que tiende a dejar al hilo en su posición inicial, esta fuerza recuperadora es la que llama Coulomb “fuerza de torsión”. Esta fuerza se refiere también al esfuerzo que se genera en la cuerda a causa de la torsión y la tensión que aparece en la cuerda.”
Cortés (2015, Pág. 54)

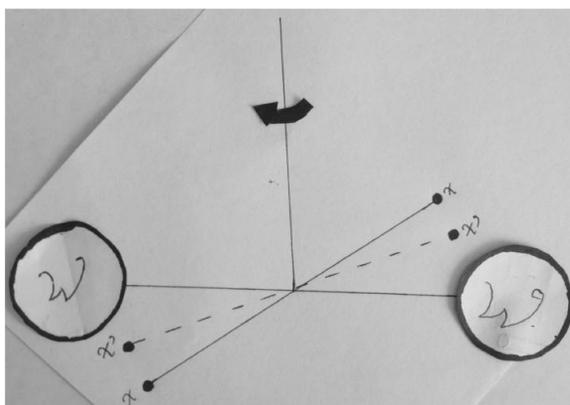


Figura 4.1, Fuerza Ejercida por la atracción de las esferas xW , Elaboración Propia.

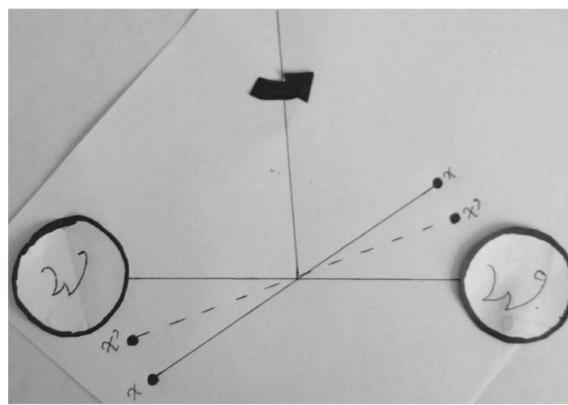


Figura 4.2, Fuerza Recuperadora por la torsión del hilo, Elaboración Propia.

La vibración de la balanza de torsión se puede estudiar como el movimiento de un péndulo: “Trató el movimiento del brazo como un péndulo horizontal que comparó con el movimiento de un péndulo regular (vertical). Dada la similitud teórica entre ellos, Cavendish

pudo transferir ciertas proporciones, que son válidas para un péndulo vertical, al péndulo horizontal en cuestión.”¹² (Ducheyne, 2011).

En la balanza se tiene un hilo que sostiene dos esferas xx y estas oscilarán en un plano paralelo al suelo dada la torsión de este hilo. Si se dejan en la posición inicial, marcada por xx en la Figura 4.1 podemos observar el sistema moviéndose hacia las esferas WW , quedando en la posición $x'x'$, este desplazamiento que hace desde la posición xx a $x'x'$ es debido a la fuerza que hace el sistema WW al sistema xx , en este caso se puede estudiar la oscilación a partir de considerar la ley del inverso al cuadrado como lo explicaba Newton anteriormente. Para el caso de la Figura 4.2 la fuerza restitutiva del hilo hace que el sistema xx se mueva desde la posición $x'x'$ hasta la posición de inicio xx , lo cual hace que el sistema tenga un movimiento oscilatorio. Este movimiento oscilatorio es amortiguado haciendo que el sistema se detenga a medida que oscile.

1.1. Efectos estudiados por Cavendish con su balanza de torsión

En el artículo de Cavendish (1798), cada prueba experimental hace referencia a cómo se hizo el experimento y las diferentes consideraciones a nivel físico que se dan en específico. Fueron 17 experimentos que realizó Cavendish los cuales analizaré con ayuda de las descripciones que presenta en las tablas de cada uno de los experimentos. Se tendrá en cuenta la explicación de Cavendish de su balanza y cómo interpreta la forma de la toma de datos para concluir con una explicación breve sobre la densidad media de la Tierra.

En los primeros tres experimentos Cavendish nos muestra que la generación del efecto de torsión es evidente en un tiempo de 15 minutos aproximadamente, por consiguiente, estos experimentos se hicieron a partir de la interacción gravitatoria de los sistemas xx y WW , para lo cual la interacción de las esferas es muy importante. En consecuencia, del efecto de torsión se genera porque las esferas grandes WW interactúan con las esferas pequeñas xx que están colocadas en la caja que las protege del sistema WW . Cavendish (1798, Págs. 284-285) aclara que ambos sistemas no tocan la caja, que está protegiendo el sistema xx cuando éstas oscilan.

En la Figura 5 se observa los dos sistemas principales que son ww/WW y hh , donde hh ¹³ es el sistema de las esferas xx , WW son las posiciones de las esferas grandes que Cavendish

¹² Traducción propia

¹³ Aquí Cavendish hace un cambio de nomenclatura, con hh hace referencia a las esferas xx .

Los experimentos 4 y 5 estaban dirigidos a resolver las dos hipótesis planteadas sobre la intensidad del efecto de torsión; en un caso hace cambios en los hilos que sostienen las esferas y encontró que no hubo diferencia, siempre las esferas xx oscilaban alrededor de su posición de inicio. La diferencia era en la resistencia del hilo para sostener el sistema xx . Para el otro caso, del magnetismo, Cavendish considera que al ser la barra y el hilo del sistema xx metálicos podrían tener propiedades magnéticas, que se perderían al dejarlas en reposo por un largo tiempo, entonces dejó el hilo y la barra en reposo, durante una noche completa, al siguiente día hizo exactamente igual y así por dos días más. Después, ubicó las esferas WW en el mismo lugar de las primeras pruebas y observó que no había un cambio aparente de la interacción de los sistemas. Así que quitó las esferas y las cambió por imanes, repitió el experimento para ver si la acción de la vibración había sido ocasionada por el magnetismo de las barras de cobre del sistema WW con las esferas de plomo, y encontró que no hubo un cambio aparente de la posición de reposo. Con esto Cavendish concluye que las dos hipótesis eran falsas y que el efecto se debía a la interacción entre las esferas. (Cavendish, 1798, Pág. 491)

De los efectos observados Cavendish selecciona algunas variables que le permiten estudiar la interacción de las esferas. Del experimento 1 al 5 Cavendish reporta los resultados en tablas con los siguientes tipos de datos, después de la tabla viene la explicación de como obtuvo algunos de ellos:

Puntos Extremos	División	Tiempo	Punto de Descanso	Tiempo de Vibración Media	Diferencia de Tiempo
a			P_0		t_0
	μ	Δt_d		t_{VM}	
	β				
b			P_1		t_1
c					

Tabla 2. Tabla basada en la explicación de Cavendish frente a las variables.

Fuente: (Cavendish, 1798, Pág. 475)

Los puntos extremos se refieren a las paradas de las oscilaciones, un ejemplo se puede observar en la figura 5, en donde la posición inicial es x , la primera parada es x' cerca de la

esfera W , por la restitución del hilo las esferas no vuelven a x sino a x'' , aquí haremos un cambio de nomenclatura de x , x' y x'' a la utilizada por Cavendish a , b y c .

Sea a , b y c los puntos extremos sucesivos en una dirección en la toma de datos, en donde obtenemos la media entre ellos, por lo cual se llega a la siguiente expresión, que busca el punto de descanso $P_1 :: \frac{1}{2} \left(\frac{a+c}{2} + b \right)$ el cuál es el punto aparente de equilibrio o punto de descanso, es decir un punto medio entre los puntos extremos (Ducheyne, 2011).

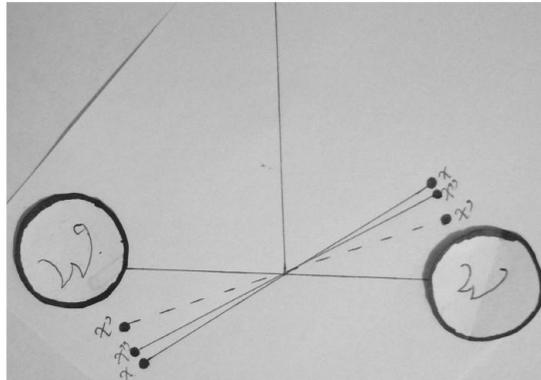


Figura 6, Oscilación del sistema xx

Elaboración propia.

Para hallar el tiempo de vibración media t_{VM} , es decir el tiempo que tarda el péndulo en llegar al punto medio entre las vibraciones a y b , lo cual se tiene en cuenta: dos puntos extremos de una sola vibración a y b , dos puntos de división conocida μ y β (son puntos entre a y b , definidos por la separación de las tiras de marfil de la caja AAAA, entre μ y β no hay más divisiones, ver anexo 1), y sus respectivos tiempos (el tiempo de oscilación entre μ y β), lo cual hace que se determine un Δt_d como $t_\mu - t_\beta$, los puntos de división deben estar en el rango de la media de los puntos extremos a y b , que se obtiene de la siguiente forma \overline{ab} es $\frac{a+b}{2}$. Se tiene en cuenta la dirección del movimiento, en el caso de la tabla tenemos que el movimiento va de $\mu \rightarrow \beta$ se tiene que restar \overline{ab} a μ ¹⁵, y si el movimiento va de $\beta \rightarrow \mu$, entonces se resta β a \overline{ab} ¹⁶, ya que tenemos el punto medio, podemos hallar el tiempo de vibración media t_{VM} multiplicando por el tiempo Δt_d , lo cual llegamos a esta expresión¹⁷.

$$(\mu - \overline{ab})\Delta t_d$$

¹⁵ Si $\mu \rightarrow \beta$ entonces, $\mu - \overline{ab}$

¹⁶ Si $\beta \rightarrow \mu$ entonces, $\overline{ab} - \beta$

¹⁷ Se tuvo en cuenta el razonamiento de Cavendish (1798, págs. 474-475) y Ducheyne (2011), las expresiones del cálculo del tiempo de vibración media fueron del autor.

Luego de obtener este dato debemos sumar al dato de t_{μ} para que se obtenga el tiempo de vibración media t_{VM} .

Del experimento 6 al 8, Cavendish estudia el efecto de la temperatura del ambiente y de las esferas, vemos la organización de estas variables en la siguiente tabla:

Puntos Extremos	División	Tiempo	Punto de Descanso	Termómetro	
				En el Aire	En la Esfera

Tabla 3. Tabla basada en la explicación de Cavendish frente a las variables.

Fuente: (Cavendish, 1798, Pág.493)

En esta parte de los experimentos con el termómetro, nos damos cuenta de que Cavendish se preocupa por los efectos que afecte la temperatura¹⁸ del ambiente en la habitación y en las esferas. Una diferencia de temperatura podía crear una corriente de aire que afectaría a la medida y la toma de datos, es decir el efecto de la vibración podía ser debido a una corriente de aire que se genera en las esferas *xx*. A partir de esto Cavendish pone dos fuentes de luz, las cuales generan un aumento en la temperatura de la habitación en $1^{\circ} \frac{1}{2}$ de diferencia. Modifica el montaje, ubicando termómetros en las esferas *WW*, para así observar si esta diferencia de temperatura podría ser el causante de la vibración de las esferas *xx*. (Cavendish, 1798, Pág. 492)

Durante estos 3 experimentos se hace mucho énfasis en la diferencia de temperatura así que Cavendish organiza las siguientes situaciones: una es con las esferas *WW* con mayor temperatura que la del aire ya que pone fuentes de calor en las esferas *WW*, el segundo experimento es con respecto a la habitación, así que se colocó fuentes en la habitación para así tener la habitación con una temperatura más alta y la otra fue enfriando las esferas *WW* con hielo haciendo que estas varíen su temperatura. En la primera encuentra que al aumentar la temperatura de las esferas se genera más torsión que en los casos anteriores. Lo contrario pasó cuando las esferas estaban a una menor temperatura, la torsión que generaba era menor que los anteriores. Estos cambios en la torsión se deben a que se calentaron o enfriaron de forma directa las esferas. Luego Cavendish eleva la temperatura de la habitación por una

¹⁸ Recordemos que, en esta época, finales del siglo XVIII se estaba desarrollando la termodinámica, el estudio de la dilatación de los materiales estaba en su punto, por lo cual Cavendish se da cuenta de estas propiedades y comienza a estudiar la termodinámica de su experimento, por lo tanto, en el texto de su publicación nos cuenta como la temperatura puede afectar en la medición y por lo tanto muchos errores a la hora de entender el fenómeno.

noche, entonces, cuando coloca las esferas en la posición intermedia y no observa efectos directos al sistema *WW*, sino en el sistema *xx*. Teniendo en cuenta estos tres experimentos, Cavendish hace la aclaración que el efecto de una posible corriente de aire debida al cambio de temperatura podría afectar la interacción, dada la sensibilidad de la balanza, ya que estos efectos se hicieron muy drásticos colocando fuentes de calor y frío directamente a las esferas *WW*, y a la habitación. (Cavendish, 1798, Págs. 496-497)

En los experimentos 9 al 11 hace una calibración con los datos obtenidos en las anteriores sesiones, para que las esferas *WW* no toquen la caja de madera que está aislando las esferas *xx*, estos pesos *WW* se movieron a la posición positiva a propósito para la interacción con las esferas *xx* para no tener dificultades a la hora de la toma de datos, se observaron diferentes vibraciones, lo cual se recolectaron datos plasmados en las tablas.

“En los tres experimentos anteriores, el índice se movió a propósito para que, antes del comienzo del experimento, las bolas descansaran lo más cerca posible de los lados de la caja, sin peligro de tocarlo; porque debe observarse que cuando el brazo está a los 35 comienzan a tocarse...” (Cavendish, 1798, Pág. 500)¹⁹

En los siguientes 3 experimentos Cavendish tiene en cuenta esta restricción dada por la cercanía de las esferas *WW* a la caja de las esferas *xx* para evitar que estas se golpeen con la caja. Así ubica el sistema *WW* a diferentes distancias de la caja, en una posición neutral (experimentos 12,13,14) y posición negativa (en los experimentos 15,16 y 17²⁰).

1.2. Cálculo de la densidad media de la Tierra

Para comprender la manera en que Cavendish determina la Densidad Media de la Tierra es muy importante tener en cuenta que la balanza de torsión cumple las mismas relaciones de proporción de un péndulo, el cual estudia acudiendo a las propiedades geométricas de las proporciones entre las magnitudes que elige, para ello son importantes tres aspectos para el cálculo, los cuales son: (1) Determinar la fuerza ejercida para aportar a cada una de las esferas de los sistemas *xx*, (2) Determinar las proporciones entre la fuerza de atracción de *W* sobre *x*, la correspondencia de la atracción de la Tierra sobre *x* en términos de la densidad media de la Tierra en relación con la densidad del agua, y (3) Combinación de (1) La fuerza para apartar

¹⁹ Traducción Propia

²⁰ Para los últimos experimentos (16 y 17) los realizó George Gilpin, el cual ayudó a Cavendish en la toma de datos de los dos experimentos que le faltaban en la posición cerca de la caja en posición negativa.

una esfera x en una división de Marfil y (2) Atracción de W en esferas de agua, los cuales detallaré a continuación con los aportes de Ducheyne (2011) y Falconer (1999), así teniendo en cuenta la notación de Cavendish de proporcionalidad y no en un lenguaje matemático moderno:

(1) *Determinar la fuerza ejercida para aportar a cada una de las esferas de los sistemas xx .*

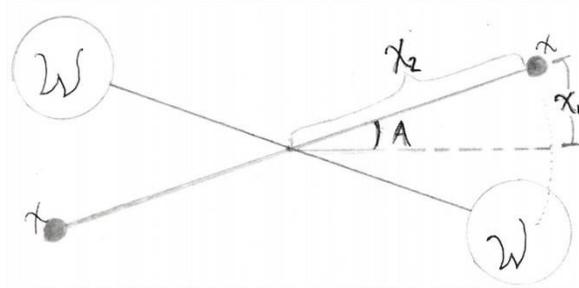


Figura 7, Los sistemas xx y WW interactuando entre ellos, Elaboración Propia.

Se tiene el sistema Wx (Ver Figura 7), para ello se nombra $x_1 \propto 36,65 \text{ in}^{21}$ que es la distancia media de este sistema, y se tiene $x_2 \propto 39,14 \text{ in}$ que es la longitud del péndulo²² que vibra en segundos, por lo tanto, tenemos la siguiente proporción entre estas magnitudes y el periodo de oscilación:

$$\frac{x_1}{x_2} \propto \frac{(t_1)^2}{(t_2)^2}$$

Si reemplazamos x_1 , x_2 y $t_2 \propto 1$ ya que la longitud de la barra no varía, se obtiene el periodo de oscilación es:

$$\sqrt{\frac{36,65}{39,14}} \text{ Segundos}$$

Ahora, la fuerza ejercida de las esferas WW a las esferas xx (F_e) debe ser proporcional a la fuerza restauradora del alambre (F_r), pues no se consideran otras acciones sobre el péndulo. Entonces la fuerza restauradora es proporcional al periodo de vibración e inverso a la rigidez del cable que se hará vibrar en segundos, entonces se obtiene: $F_r \propto \frac{T^2}{N^2}$ y como la

²¹ in =Pulgada.

²² Mitad del brazo del sistema xx .

fuerza restauradora es proporcional al peso de la esfera, obtenemos, $F_r \propto W_x$, y multiplicando por el recorrido del arco A, se deduce la siguiente proporción:

$$\frac{F_e}{W_b} :: \text{Arco de A} * \frac{T^2}{N^2} \left(\propto \text{Arco de A} * \frac{36.65}{39.14} * \frac{1}{N^2} \right)$$

Después como se utilizó la medida de las tiras de marfil que estaban en la caja en donde se encuentra con el brazo a una distancia de 38,3 in del centro y cada división estaba a $\frac{1}{20}$ in, se entiende que el arco de esas divisiones es de $\frac{1}{766}$, es decir $\frac{38,3 \text{ in}}{0,05 \text{ in}}$, lo cual se obtiene:

$$\frac{\text{Fuerza aplicada a cada esfera para una división}}{\text{El peso de la esfera}} :: \frac{1 * 36.65}{766N^2 * 39.14}$$

Simplificando, tenemos:

$$\frac{\text{Fuerza aplicada a cada esfera para una división}}{\text{El peso de la esfera}} :: \frac{1}{818N^2} \quad (1)$$

Aquí Cavendish obtuvo la fuerza en términos de tiempo periódico.

- (2) *Determinar las proporciones entre la fuerza de atracción de W sobre x, la correspondencia de la atracción de la Tierra sobre x en términos de la densidad media de la Tierra en relación con la densidad del agua.*

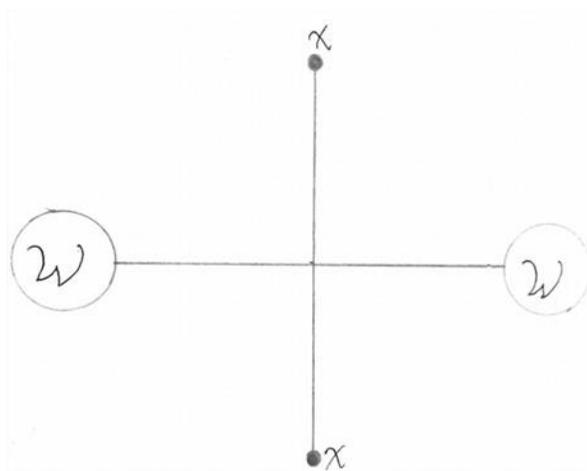


Figura 8, Sistemas xx y WW equidistantes, Elaboración Propia

Se requiere encontrar la fuerza de atracción de W con la Tierra, para ello es necesario que se mantenga las esferas equidistantes como lo muestra la figura 8, cada W pesaba unos

2,439,000 granos²³ que son proporcionales a 10.64 veces el volumen de una esfera de agua con diámetro de 1 pie. Luego Cavendish colocó una “partícula” a 8.85 pulgadas del centro de la esfera W la interacción entre estos dos cuerpos lo representa como $F_{W \rightarrow x}^{8.85 \text{ Pulgadas}}$ ²⁴, Cavendish establecerá una relación entre esta interacción con la interacción que habría entre 1 pie esférico de agua y esa partícula puesta en la superficie, lo cual lo denotamos como $F_{Esfera (1 \text{ Pulgada}) \rightarrow x}^{Superficie}$ ²⁵, deduciendo que $F_{W \rightarrow x}^{8.85 \text{ Pulgadas}}$ y $F_{Esfera (1 \text{ Pulgada}) \rightarrow x}^{Superficie}$ siguen la ley de atracción gravitacional serán proporcionales al productos de sus masa e inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias entre éstas:

$$\frac{F_{W \rightarrow x}^{8.85 \text{ Pulgadas}}}{F_{Esfera (1 \text{ Pulgada}) \rightarrow x}^{Superficie}} :: \frac{10.64 * 0.9779 * \left(\frac{6}{8.85}\right)^2}{1}$$

Luego se tiene el diámetro medio de la Tierra 41,800,000 pies, y si la densidad media de la Tierra es proporcional a la del agua como D a 1.

Entonces obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\text{La atracción del peso sobre una esfera } x.}{\text{La atracción de la tierra en esa misma esfera } x} :: \frac{10.64 * 0.9779 * \left(\frac{6}{8.85}\right)^2}{41,800,000D}$$

Simplificando, nos queda:

$$\frac{\text{La atracción del peso sobre una esfera } x.}{\text{La atracción de la tierra en esa misma esfera } x} :: \frac{1}{8,739,000D} \quad (2)$$

Ducheyne (2011) nos presenta un apartado el cual Cavendish no hace explícito a la hora de obtener (2). El valor de $\frac{1}{8,739,000D}$ se determinó por la ley de gravitación universal de

²³ Aproximadamente 156kg.

²⁴ Fuerza desde la esfera W a la esfera x , y la separación es de 8,85 pulgadas.

²⁵ Fuerza de la esfera de agua hipotética de 1 pulgada a la esfera x , lo cual se calcula con la superficie.

²⁶ Ducheyne (2011) en el pie de página 24 expresa como llegó a esta expresión $10.64 * 0.9779$ ²⁶ * $\left(\frac{6}{8.85}\right)^2$, estas cantidades dan cuenta de la masa de la esfera W con las del agua, lo mismo la esfera que toma como partícula y la distancia que las separa con el factor de error que introduce Cavendish.

Newton, por ello involucra la masa de la Tierra, como en el presente lo obtenemos que es el producto de la densidad y el volumen²⁷.

- (3) *Combinación de (1) La fuerza para apartar una esfera x en una división de Marfil y (2) Atracción de W en esferas de agua*

Dividimos los dos términos (1) entre (2) y nos queda de la siguiente forma:

$$\frac{\frac{\text{Fuerza aplicada a cada esfera para una división}}{\text{El peso de la esfera}}}{\frac{\text{La atracción del peso sobre una esfera } x}{\text{La atracción de la tierra en esa misma esfera } x}} \quad \because \quad \frac{\frac{1}{818N^2}}{\frac{1}{8,739,000D}}$$

Simplificando,

$$\frac{\text{La atracción del } W \text{ sobre } x.}{\text{La fuerza que debe aplicarse a cada } x \text{ para apartarla en una división.}} \quad \because \quad \frac{N^2}{10,683D}$$

The following Table contains the Result of the Experiments.

Exper.	Mot. weight	Mot. arm	Do. corr.	Time vib.	Do. corr.	Density.
1	m. to +	14,32	13,42	7,1	-	5,5
	+ to m.	14,1	13,17	14,55	-	5,61
2	m. to +	15,87	14,69	-	-	4,88
	+ to m.	15,45	14,14	14,42	-	5,07
3	m. to +	15,22	13,56	14,39	-	5,26
	+ to m.	14,5	13,28	14,54	-	5,55
4	m. to +	3,1	2,95	-	6,54	5,36
	+ to -	6,18	-	7,1	-	5,29
5	- to +	5,92	-	7,3	-	5,58
	+ to -	5,9	-	7,5	-	5,65
6	- to +	5,98	-	7,5	-	5,57
	m. to -	3,03	2,9	-	-	5,53
7	- to +	5,9	5,71	-	-	5,62
	m. to -	3,15	3,03	7,4 by mean.	6,57	5,29
8	- to +	6,1	5,9	-	-	5,44
	m. to -	3,13	3,00	-	-	5,34
9	- to +	5,72	5,54	-	-	5,79
	+ to -	6,32	-	6,58	-	5,1
10	+ to -	6,15	-	6,59	-	5,27
	- to +	6,07	-	7,1	-	5,39
11	- to +	6,09	-	7,3	-	5,42
	+ to -	6,12	-	7,6	-	5,47
12	+ to -	5,97	-	7,7	-	5,63
	- to +	6,27	-	7,6	-	5,34
13	+ to -	6,13	-	7,6	-	5,46
	- to +	6,34	-	7,7	-	5,3
14	- to +	6,1	-	7,16	-	5,75
	+ to -	5,78	-	7,2	-	5,68
15	+ to -	5,64	-	7,3	-	5,85
	- to +	5,64	-	7,3	-	5,85

Figura 9. Cavendish H. (1798), *Experiments to Determine the Density of the Earth*, Pág. 521

Cavendish corrige este factor con 2 elementos que se presentan en el anexo 2, de la siguiente manera deduce que la densidad media de la Tierra con relación a la densidad del agua está dada por:

$$\frac{N^2}{10.683B}$$

Donde *B* es el número de divisiones en centésimas de pulgada que puede moverse la esfera *x* y *N* el periodo observado en segundos, el cual se observa en la tabla de Cavendish (1798, Pág. 520), y el valor de la densidad media de la Tierra, se da por la media de los valores de la columna 7 de la Figura 9 donde allí encontramos los resultados de los experimentos y sus

²⁷ Para ver este cálculo remito al lector a Ducheyne (2011, apartado 2.3)

respectivas correcciones²⁸, lo cual el resultado que obtuvo fue de 5,48 en comparación con la densidad del agua.

2. Reconstrucción de la balanza de torsión de Cavendish

La reconstrucción de la balanza de torsión de Cavendish es una actividad dentro del estudio histórico-crítico propuesto en este trabajo. En este caso se tuvo en cuenta las características de la balanza que Cavendish describe en su texto *Experiences of determine of the density of Earth (1798)*, pues en este se describe cómo se construyó y cómo Cavendish definió los materiales, sus dimensiones y disposición a la hora de hacer la balanza, para conseguir el efecto que se quería estudiar. Y se tienen en cuenta las preguntas de quien la reconstruye, así como su acceso a los materiales. A continuación, se presenta cada una de las fases y los materiales que se tuvieron en cuenta para desarrollar la reconstrucción de la balanza de torsión.

2.1. Consideraciones propias de la balanza

La construcción de la balanza de Cavendish ha sido un reto desde la interpretación de cómo el autor representa su artefacto, hasta el tecnicismo que se requiere para hallar los materiales ideales para la construcción de una balanza de torsión. Tomando como referencia a Cavendish (1798) y a Coulomb (1777) para entender un poco de la clase de tecnicismo se requirió que tomáramos un alambre de un calibre especial el cual tuviera propiedades tanto de maleabilidad, como de torsión, ya que estas son condiciones necesarias para que la balanza funcione correctamente²⁹. Estas propiedades deben ser tales que el alambre permita observar la oscilación del sistema *xx*, debido a la interacción con las esferas *WW*.

Se tuvo en cuenta las proporciones de la separación de los *sistemas xx* y *WW*, para que hubiera una simetría, a partir de la simetría podemos encontrar varias posibilidades para que el margen de error y el efecto de atracción se note a la hora de poner el funcionamiento la balanza. Cavendish muestra la importancia de la simetría en sus esquemas incluidos en su trabajo sobre la balanza.

²⁸ Algunas correcciones se explican en el anexo 2

²⁹ El funcionamiento correcto de la balanza son las vibraciones que hace la balanza que Cavendish en su trabajo lo especifica como una oscilación de la varilla del sistema *xx*.

También se tuvo en cuenta los materiales para hacer la estructura que soporta los sistemas xx y WW . Está compuesta por cuatro vigas de madera que están separadas a unos 17 centímetros cada una, entre cada espacio se utilizó cubetas de huevos para que la vibración del suelo no afecte el movimiento del sistema de esferas xx . Pero en la construcción de la balanza se evidenció que el material de las cubetas de huevos no minimizaba la vibración del suelo, por lo tanto, se retiró para observar cómo estas vibraciones afectaban al sistema de la balanza. El material ideal para la construcción del suelo de la estructura de la balanza es la madera y una clase de policarbonato con la geometría de las cajas de huevos. Por esto, después de recubrir la base de la estructura con el policarbonato se puso una lámina de trípex, para reforzar el aislamiento de la vibración del suelo. Además, ésta a su vez sirve como soporte de una plantilla de “transportador” para dar cuenta del movimiento del sistema xx y así poder deducir la torsión del hilo (Esta deducción del cálculo de la torsión del hilo se desarrolla en el anexo 3).

2.2. Diseños de la balanza

En el diseño de la balanza se tuvo en cuenta el diseño original descrito por Henry Cavendish en su obra, se tuvieron que hacer modificaciones a lo largo de la construcción. A continuación, se presentan las tres primeras ideas para hacer la balanza de torsión.

2.2.1. Primer diseño

En este primer diseño (Figura 10) se tuvo la idea de realizar el mismo montaje de Cavendish, con las esferas de plomo, y los materiales utilizados por él, así como el diseño que se ilustra en la imagen 1. Este comprendía dos sistemas, uno conformado por 2 esferas grandes WW suspendidas por una barra de madera y este sistema suspendido desde el techo; y el otro sistema, conformado por dos esferas pequeñas xx unidas por una estructura también de madera. A esta estructura se le amarra un hilo³⁰ de 0,6 milímetros de grosor, el cual es el ideal para replicar el hilo de cobre que utilizó Cavendish. En este montaje se tenía planeado controlar la torsión del hilo a partir de un sistema de una perilla y a partir de ello hacer efectivo la rotación del sistema de esferas pequeñas.

³⁰ El material se verá en la sección de hilos

Durante la construcción se hicieron varios experimentos con diferentes tipos de madera y ninguna lograba ser rígida para que las dos esferas estuvieran en un equilibrio, siempre que se modificaban las esferas se arqueaban las barras.

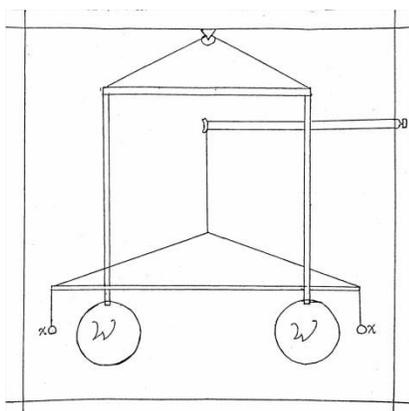


Figura 10. Primer Diseño de la balanza.
Elaboración Propia.

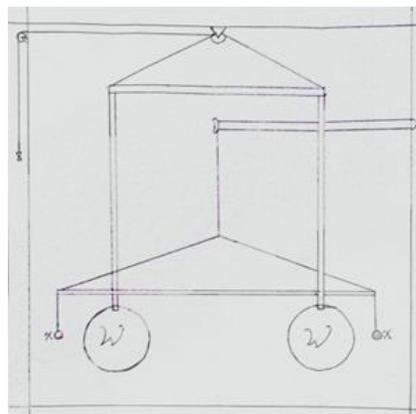


Figura 11. Segundo Diseño de la balanza. Elaboración Propia.

2.2.2. Segundo diseño

Se retoma el diseño anterior, pero esta vez se organiza para que se pudiera controlar la rotación de los dos sistemas (Figura 11): el sistema de WW y el sistema xx , ya que es muy importante para observar las rotaciones y allí el efecto de gravitación de la esfera W a la esfera x , y así tener la interacción de los dos sistemas, (escogiendo uno de los dos como sistema de referencia)³¹.

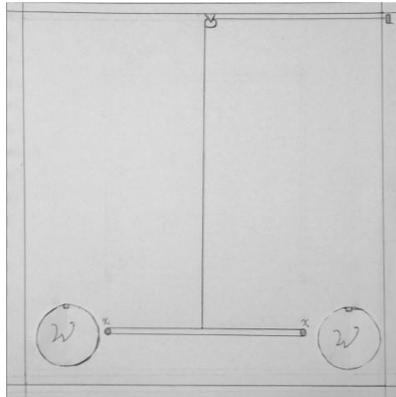
2.2.3. Tercer diseño

En este tercer diseño (Figura 12), una de las modificaciones que se hizo, fue eliminar el sistema WW como un sistema de esferas elevadas, y se ubican las esferas en el suelo para evitar el peso de éstas en la estructura. También se cambia el sistema xx por materiales diferentes a los referidos en los anteriores diseños³². Se cambia el diseño de la base con el fin

³¹ Desde este diseño parte la cotización de los materiales a utilizar, en este caso como fundamento teórico se hizo una revisión al trabajo de Cavendish, y de allí sacar diferentes tipos de materiales para así tener una base de los diferentes materiales a utilizar.

³² Esto lo podemos evidenciar en la sección de los materiales.

de que se pueda maniobrar el sistema de las esferas grandes, esta base debía aislar las esferas de forma que el diseño de las esferas colgantes no se pierda con cubetas de huevo para así minimizar las vibraciones del suelo. En la producción de este diseño, la balanza se comporta como el diseño que fue hecho por Cavendish.



*Figura 12. Tercer Diseño de la balanza.
Elaboración Propia.*

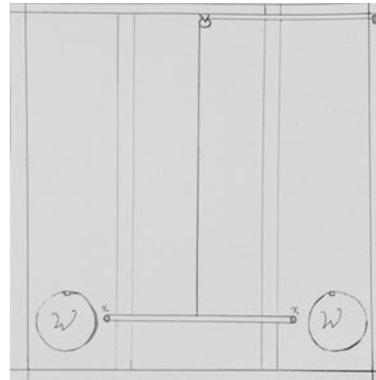


Figura 13. Cuarto Diseño de la balanza. Elaboración Propia.

2.2.4. Cuarto diseño

Este diseño (Figura 13) fue el que quedó en la reconstrucción final de la balanza de torsión, en este diseño se quitó la base original de cubetas de huevo y madera con 4 vigas, se utilizaron solo 2 para poner la base. En este diseño de la estructura está elaborada en PVC por la maleabilidad que tiene este material, además de que se estaba buscando una estructura para transportar el montaje a diferentes partes. Esta estructura se reforzó para evitar cualquier movimiento de oscilación producto de la manipulación del hilo, también de las esferas WW ; para ello se utilizó 4 soportes verticales adicionales y 2 soportes horizontales para que no se abriera la estructura y demás cosas que hablaré más adelante. Se agregó una plantilla para medir los ángulos del sistema xx . En el proceso también se descartó la cubierta de plástico por diferentes problemas que se tuvo en el proceso que más adelante contaré.

2.3. Hilos

Un gran problema que hubo fue escoger el tipo de hilo³³ que se iba a utilizar en las pruebas de la generación del efecto de vibración que Cavendish menciona en su trabajo experimental. Cavendish describe que utilizó un hilo de plata de calibre 0,6, pero fue difícil de conseguir; así que se utilizó distintos hilos de diferentes materiales. Estos fueron: una aleación de plata y acero, el otro hilo fue de aluminio, un tercer hilo fue de alpaca, el cuarto fue una aleación de plata y aluminio; y el quinto hilo fue de cobre. Las características que se estaban buscando era que: primero, tuviera una torsión necesaria para la generación del efecto de oscilación de la balanza; el segundo criterio del hilo fue la maleabilidad ya que teniendo en cuenta que el sistema xx viene como el sistema de $x-hmh-x$ debe estar unido al hilo como un solo sistema; el tercer criterio a tener en cuenta es la resistencia al peso de todo el sistema xx , adicionalmente es muy importante que el hilo quede templado para evitar oscilaciones debidas a efectos diferentes a la atracción entre masas como pasó en las diferentes pruebas.

El primer hilo que se utilizó fue una aleación de plata y acero, una de las propiedades que tiene este hilo es su maleabilidad, pues se comporta bien a la hora de incluirlo en la balanza, una vez hecho la prueba de maleabilidad, era la hora de probar la torsión del hilo. Lastimosamente este hilo tiene una restitución inmediata de la torsión, al probarlo en la balanza se evidenció que este no podía ser un candidato a la balanza como sistema $x-hmh-x$ pues el movimiento de oscilación se hacía muy rápido, ya que, con la especificación de Cavendish, este periodo de oscilación tenía que permanecer por 15 minutos aproximadamente, y con este hilo no cumplía este carácter en específico.

El segundo hilo que se tuvo en cuenta fue de aluminio, este hilo, como el anterior, tenía una maleabilidad muy buena, este se podía incorporar al sistema; sin embargo, a la hora de hacer las pruebas de torsión se observó que este material tenía un coeficiente de restitución muy mínimo, en el cual el efecto de restitución no se observaba. El caso es que desde este hilo nos dimos cuenta de que teníamos que buscar algo parecido, así sea una aleación de este material con otro.

El tercer hilo de material de alpaca fue uno de los primeros que se probó, este hilo no tenía ninguna de las propiedades, no era maleable, tenía un coeficiente de torsión muy alto, al ser

³³ Ver Anexo 4

muy alto el coeficiente de torsión este no era bueno para el montaje, porque a medida que se iba probando brazos de distinto material y peso, este conservaba su forma, por lo tanto, se descartó inmediatamente.

El cuarto fue una aleación de plata y aluminio, este presentaba una buena maleabilidad y una muy buena torsión. Este se probó con la balanza y el resultado fue un poco tedioso porque, además de ser resistente, no se podía soldar con la varilla del sistema $x-hmh-x$, haciendo que este sistema no funcionara como uno solo, por lo tanto, este hilo se descartó de inmediato al no ser un solo conjunto.

El quinto hilo fue de cobre, este material iba de acuerdo con la especificación de la balanza que construyó Cavendish, este hilo tiene una muy buena maleabilidad y una torsión óptima, sin embargo, el procedimiento de incorporar el hilo a la balanza no estaba asegurado, ya que, en este punto, la balanza estaba totalmente terminada en su mayoría del armazón, y el hilo de cobre hacía que se cambiara totalmente el diseño de la balanza.

Teniendo en cuenta estas pruebas se optó por el primer hilo de plata y acero.

2.4. Esferas

En la elaboración de las esferas³⁴ se tuvo que hacer una reconstrucción de los materiales utilizados en la balanza original de Cavendish. Para esto se pensó en cómo conseguir la esfericidad de un material diferente al plomo (utilizado por Cavendish) pero que fuera lo suficiente masivo como éste. Una idea fue utilizar concreto ya que este material tiene una densidad de $2400 \frac{kg}{m^3}$, que al ser pesado cumplía los parámetros de una posible sustitución del plomo. Así que, en un primer intento de moldear las esferas se agregó el concreto a unos balones de goma, después de unos días se vio que no funcionó, ya que al ser de goma este se deformó.

En este sentido se da a la tarea de buscar el molde perfecto para dar la forma esférica que se quería y el peso correcto, para ello la idea de una esfera de icopor hueca podía ser la solución, así que se hizo de nuevo la prueba haciendo 2 semiesferas con un alambre que iba desde el centro hasta uno de los extremos de la esfera, para después colgarlas en el primero

³⁴ Ver Anexo 5

diseño, luego uniéndolas para luego insertar el concreto. Se esperó 26 horas aproximadamente para ver el resultado de las esferas y el molde funcionó a la perfección, luego se procedió a pesar si eran de la misma masa, lo cual dio 6,5 kilogramos cada una, no quedaron perfectamente esféricas, ya que se iban a pulir para que quedaran perfectas en su forma, pero al ver que tenían la misma masa, se decidió no intervenir en ellas, para que no perdieran su masa y así no tener errores.

Ahora con las esferas pequeñas también se fueron cambiando a lo largo de la construcción, las primeras pruebas se hicieron con unas esferas antiestrés, ya que tienen poco peso y este sistema se puede mover libremente, pero este era el problema, al no tener tanta masa este sistema no podía templar el hilo. Probamos con dos posibles sistemas, en el primero se utilizaron tuercas en lugar de esferas, para ello se añadieron 2 tuercas³⁵ una a cada extremo de una varilla. Ya que Cavendish descartó la posibilidad del magnetismo de la varilla, se utilizaron las tuercas para ver si el efecto de magnetismo que explica Cavendish en su obra podía ser descartado. Además, esto se hizo para dar una evidencia de la torsión del hilo y del efecto; y así poder agregar este sistema. También en el desarrollo para que se vea el efecto de torsión en la balanza de Cavendish se prueba con una varilla y dos tuercas, una a cada extremo, en este caso se evidencia una torsión y una alineación con su centro de masa que pasa por el hilo que se comporta como un pivote para generar la torsión.

El otro sistema que se ideó fue hacer 2 esferas de aluminio para dar masa a este sistema y así conseguir el anhelado efecto. Este último fue el que logró las características para ese sistema y el efecto esperado.

2.5. Brazo hmh

En el ítem del brazo³⁶ se tiene en cuenta las especificaciones que hace Cavendish a la hora de escoger a la candidata, una de ellas es hacer experimentos para definir si los materiales del brazo tienen propiedades magnéticas, la segunda propiedad a tener en cuenta es si el hilo y la varilla se pueden comportar como un solo sistema, ya que el hilo debe quedar fijo en el punto que se amarra, con el fin de no tener un error a la hora de la generación del efecto,

³⁵ Se utilizaron tuercas para probar si se generaba el efecto de torsión, se puede observar el efecto en video en el siguiente enlace: https://youtu.be/ZmfbJo_3IC4 Minuto 0:32 a Minuto 1:30

³⁶ Ver Anexo 6

también se va a tener en cuenta que la varilla no se doble con el fin de que no interfieran en el experimento del sistema xx como lo indica Cavendish, para ello se tienen en cuenta tres varillas.

La primera varilla que se tiene en cuenta es un palo muy delgado de aproximadamente 30cm y de grosor 3,6mm, se escogió este material porque con este se evita la interacción magnética, en este sentido se hicieron pruebas y se obtuvo 2 problemas a la hora de ejecutarlo, la primera fue que no se comportaba como un solo sistema porque en el punto de torque entre la varilla y el hilo se observaba el desencaje del hilo con la varilla de madera; y el segundo problema fue la falta de rigidez de la varilla al colocarse peso en los extremos.

La segunda varilla fue una “T” de aluminio, se escogió por el material y la forma que tiene es perfecta para solucionar el problema de la deformación de la varilla. Por otra parte, el problema de unión del hilo con la varilla se pretendía solucionar soldándolos, pero este no tenía la propiedad de soldarse con esa parte, teniendo en cuenta esto no se pudo hacer efectivo, se pensó en otra solución al sistema $x-hmh-x$; la siguiente varilla es la definitiva para la solución de los problemas que las anteriores se evidenciaron.

La tercera varilla fue de hierro, esta fue escogida por sus propiedades de resistencia a deformarse con el peso de las esferas pequeñas y a contar con la premisa más importante que es la formación de un solo sistema de gl hilo- x esfera- hmh varilla- x esfera, este además contaba con el peso adecuado para templar el hilo y hacer que este produjera su efecto de torsión que se hablará más adelante.

2.6. Estructura

En el montaje final se hicieron unas modificaciones a la estructura³⁷, se cambió por dos esferas de aluminio que son lo más parecido a las esferas que utilizó Cavendish en su balanza de torsión, además el hilo se cambió por un calibre menor al que se utilizó en los primeros intentos de la balanza de torsión. Otra modificación fue la parte de la estructura ya que se movía demasiado y generaba mucha vibración, a lo cual se ponen más tubos de PVC para fortalecer la estructura y así minimizar las vibraciones de la estructura.

³⁷ Ver Anexo 6

En la estructura de las “paredes” que conformar una especie de cubo está formada por tubos de PVC, esta estructura se hizo con la intención de utilizar un material que no fuera muy pesado y que se pudiera desmontar y así llevarlo a diferentes partes, como por ejemplo un aula de clase. Entendiendo que Cavendish aisló completamente su artefacto para un control de variables, así que reforzó todo con madera, aislándolo de las corrientes de aire del lugar donde se encontraba la balanza, en mi caso, tomé la decisión de ponerle un plástico a cada cara de la estructura para ese control de las corrientes de aire que están por todo el entorno, para esto se utilizó un plástico que dejaba ver al montaje sin afectar la medición.

2.7. Generación del efecto de torsión

Durante la construcción de la balanza se observaron y se interpretaron diferentes efectos de diferentes objetos (Esferas antiestrés, tuercas, esferas de aluminio) que se creían que eran los efectos que observó Cavendish a lo largo de las sesiones en su laboratorio. En primer lugar, el sitio en el cual ubicaron las esferas grandes según el radio de interacción con las esferas *xx*. Esto en primera instancia fue una hipótesis que se dio a la hora de hacer un análisis sobre el efecto de torsión del hilo, ya que por consiguiente se dio una torsión a partir de las esferas *WW* y en este caso poder evidenciar el efecto oscilatorio sobre el sistema *xx*.

El efecto se genera en una combinación de *gl* hilo-*x* esfera-*hnh* varilla-*x* esfera los cuales se probaron con la combinación de materiales diferentes, anteriormente mencionados, se dejó la balanza en una habitación en la cual no se tuvo corrientes de aire, y en lo mínimo posibles vibraciones del suelo, haciendo que el sistema no fuera a tener mucho error para la captura del efecto.

A partir de lo anterior, para evidenciar las oscilaciones del sistema *xhnhx*, se utilizó una cámara de video para registrar los efectos en la balanza y no interferir en estos. Durante un tiempo aproximado de 2 a 3 horas en una habitación cerrada totalmente para no influenciar en la grabación, parte de ello fue para generar el efecto de las vibraciones que habla Cavendish en su tratado. Se evidenció el efecto de torsión a partir de la gravedad de las esferas grandes³⁸.

³⁸ Ver vídeo en el cual se evidencia el efecto de torsión generado por la gravedad de las esferas, enlace: https://youtu.be/ZmfbJo_3IC4

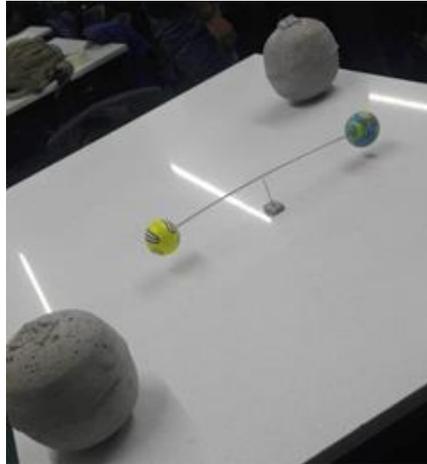


Figura 14, Generación del efecto de torsión entre las esferas, Elaboración Propia.

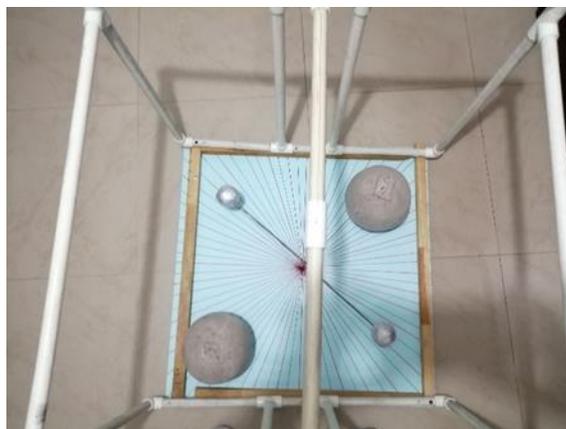
3. Conclusiones del Capítulo III

En el análisis del trabajo de Cavendish con la balanza de torsión se evidencia una cantidad de tecnicismo y de actividad teórica y experimental a la hora de determinar la densidad media de la Tierra. Por una parte, la matemática que se manejaba en esa época, el manejo de las razones y proporciones que daba la geometría y, por otra, cómo a partir del fenómeno da cuenta de la ley de gravitación universal de Newton utilizando la ley del inverso al cuadrado. También tiene en cuenta las condiciones que afectan la balanza como la temperatura, el magnetismo, la calibración de los objetos de medida y con ello la selección de materiales para la construcción de la balanza y condiciones en las que se realizará el experimento. Asimismo, la organización de los datos que se registran en tablas. Toda esta actividad es lo que hace que la ciencia y en particular la experimentación sea concebida como una actividad y no sólo como un conjunto de teorías, leyes y recetas de experimentos.

Adentrarse en el pensamiento de Cavendish no es fácil, ya que como lo vimos en el capítulo anterior, las problemáticas cambiaban dependiendo de los intereses personales y de la comunidad científica, en este sentido la ciencia también es una actividad cultural. Por otro lado, es necesario reconocer que esta comunidad trabajaba desde una perspectiva teórica que orientaba la actividad experimental, particularmente, la ley de la interacción entre cuerpos masivos o la ley del inverso al cuadrado. Acudiendo a la propuesta de experimento de

Newton con un simple experimento de un péndulo y una montaña se podría calcular la forma achatada de la Tierra. Cabe resaltar que los experimentos de Chimborazo y Schiehallion se reprodujeron tal cual había dicho Newton, pero al no tener los datos suficientes como la densidad media de la Tierra o el volumen perfecto de la montaña, se tuvo que determinar otras variables, las cuales para los científicos de la época no eran de mucha importancia, a lo que Cavendish observó que se puede desde un montaje experimental en una habitación y teniendo cuidado con las variables que sus contemporáneos no le daban tanta importancia y los valores de error eran muy grandes, lo cual Cavendish los redujo drásticamente.

En la reconstrucción de la balanza, los diseños fueron tomados gran parte de las cualidades que presentaban los diseños encontrados en la fase anterior y de esta manera construir un montaje que disminuyera al máximo las dificultades que se pueden presentar en el experimento, como, por ejemplo, vibraciones en la estructura, corrientes de aire, masas suficientemente densas, una estructura que permita la visualización del efecto, entre otras. Luego de reconocer todas estas posibles dificultades mencionadas, se siguió con el diseño del posible montaje que se manejó y los materiales necesarios para su construcción, es importante mencionar que el montaje, desde un principio, fue pensado para que este fuera resistente y no muy pesado, y de esta manera influir en lo más mínimo en el efecto que se quería generar. Finalmente, el montaje (Figura 15) escogido para este experimento consiste en dos esferas de cemento “fijas” que se ubicaran dentro de una estructura de plástico en forma de cubo cada una puesta en una esquina opuesta, en medio de ellas se encontrará una barra suficientemente pesada con dos masas cada una en sus extremos, de tal manera que tensione un hilo que cuelga de la parte superior de la estructura y que permita libertad de movimiento en la misma y observar el efecto deseado, dicha estructura estará cubierta por plástico el cual impedirá que corrientes de aire alteren la observación que se realice.



*Figura 15. Montaje Final de la Balanza de Torsión,
Elaboración Propia.*

En los momentos antes, durante y después de la elaboración de la reconstrucción de la balanza de Cavendish, se formularon varias preguntas en relación con el experimento como, por ejemplo, el experimento da cuenta de la acción a distancia, pero ¿Se puede pensar desde la perspectiva de la teoría de campos?, ¿Qué otros fenómenos se pueden explicar a partir de la balanza de torsión y su reconstrucción?, ¿Como docente de física en el aula puedo traer el trabajo y el contexto de Cavendish, de su balanza y sus contemporáneos para explicar las fenomenologías dentro de alguna problemática que se esté abordando?, ¿Qué reflexión se elabora respecto a la relación teoría-experimento con la reconstrucción de la balanza de Cavendish?

CAPÍTULO IV. REFLEXIONES DE LA IMPORTANCIA HISTÓRICA Y EXPERIMENTAL DE LA BALANZA DE TORSIÓN DE HENRY CAVENDISH

En este último capítulo a modo de conclusiones se quiere dar unas reflexiones finales a partir de los anteriores capítulos con la intención de determinar el rol o el papel que juega el experimento en los diversos puntos que se verán a continuación:

1. Reflexiones del experimento de Cavendish en la ciencia

Para responder a la siguiente pregunta ¿Qué reflexión se elabora respecto a la relación teoría-experimento con la reconstrucción de la balanza de Cavendish? En la reconstrucción de la balanza se tuvo que ir al texto original y algunos trabajos derivados de éste como los escritos por Ducheyne y Falconer para reconocer la actividad experimental realizada por Cavendish. Siguiendo esta actividad, para determinar el cálculo de la densidad media de la Tierra, se tuvo que acudir a teorías como el magnetismo, la ley de gravitación universal y la torsión de hilos, que nos explicaba Cortés en su trabajo, con esto se puede decir que la teoría estaba presente en las decisiones que tomaba Cavendish al construir la balanza como al analizar los datos y corroborar que estos le permitirían dar cuenta de la densidad de la Tierra. Es decir, la actividad experimental y la teoría estaban participando simultáneamente.

Aquí podría entenderse que al construir explicaciones sobre la naturaleza la actividad científica implica construir una teoría a la par que el experimento, tal fue así que la actividad de Bouguer fue diferente a la de Maskelyne, como fue diferente a la de Cavendish. Podemos observar que estos experimentos fueron propuestos frente a la problemática de la forma achatada de la Tierra, lo cual tenía involucrado, en su momento, al mismo Newton. Para ello se idearon estos experimentos para completar esas pequeñas partes que hacían falta en la teoría, como por ejemplo Cavendish con la problemática de hallar la densidad media de la Tierra.

El experimento no sólo es la construcción de la balanza, con materiales adecuados, también es actuar desde el control de variables, desde el análisis del fenómeno definiendo las variables que están relacionando y restringiendo que algunas condiciones interfieran, también matematizar el fenómeno que se está abordando, como por ejemplo la esfera de agua que maneja Cavendish, lo cual es algo teórico y matemático. También en este experimento se evidencia el ingenio de Henry Cavendish al observar el problema que se encontró

Maskelyne y Hotter para hallar ese pequeño dato de la densidad de la montaña Schiehallion para así hallar el volumen de ella, lo cual hizo pensarse y analizar qué artefacto podría dar cuenta de la densidad con mayor precisión.

La Balanza de torsión puede explicar la densidad media de la Tierra y la ley de atracción universal de Newton, durante el capítulo III en la reconstrucción de la balanza y ya sabiendo el contexto de Cavendish y sus contemporáneos se formuló la siguiente pregunta ¿Qué otros fenómenos se pueden explicar a partir de la balanza de torsión y su reconstrucción? Para lo cual el mismo Cavendish en su artículo da cuenta de los diferentes fenómenos a tener en cuenta como lo son el magnetismo de las barras y esferas, efecto de torsión del hilo, la ley del inverso al cuadrado y demás fenómenos que se dieron en el capítulo III, los cuales no afectaron en la medida de la densidad media de la Tierra. Así estudiando los efectos vistos por Cavendish se puede extrapolar a la reconstrucción estos efectos además de equilibrio de la barra, rotación de un sistema, y la formalización matemática moderna como la segunda ley de Newton y hasta llegar a una Ecuación Diferencial (Ver Anexo 3).

Cuando se estaba observando la generación del efecto de torsión, este se explicaba desde una perspectiva de acción a distancia, que Newton denotaba como la Ley de atracción entre cuerpos, por el inverso al cuadrado de la distancia entre estos, pero surgió una pregunta dentro de la observación que queda abierta: ¿Se puede pensar desde la perspectiva de la teoría de campos? De aquí que el estudio de los efectos generados en la balanza de torsión o en su construcción permite el abordaje de diferentes objetos de estudio.

2. Reflexiones del experimento de Cavendish en la enseñanza de la física

La experimentación en el ámbito de la enseñanza, en algunas ocasiones solo se ha dado como un comprobador de teorías, por lo tanto, no se le da su lugar como una actividad dentro de la observación y comprensión de fenómenos físicos, por lo que me llevó a preguntar ¿Como docente de física en el aula puedo traer el trabajo y el contexto de Cavendish, de su balanza para explicar las fenomenologías dentro de alguna problemática que se esté abordando? Aquí es donde entra la reconstrucción como construcción de conocimiento, teniendo en cuenta las diferentes temáticas que se tienen en una clase de física, la actividad experimental implicada en la balanza puede permitir el estudio de varios fenómenos

involucrados y con ello se reconstruyen ideas, conceptos y hasta artefactos, como lo explica Concari (2001)

“El conocimiento científico es una construcción humana que tiene por objetivo comprender, explicar y también actuar sobre la realidad. No puede ser dado como absoluto y está sujeto a re-construcciones. El conocimiento científico está constituido por conceptos, juicios y raciocinios, en el que las ideas son punto de partida y punto final del trabajo científico, aunque la percepción y la representación mental forman parte de las operaciones que el científico realiza para construir esas ideas.” (Concari, 2001, Pág. 89, Subrayado Agregado)

Y, por último, ¿Cuál es el rol que juega el experimento en el proceso de construcción de explicaciones que podemos promover desde las clases de física?

La actividad experimental es crucial para el aprendizaje, en el cual *“Hay un lenguaje diferente que se expresa en la actividad experimental y del cual surgen pensamientos e ideas que posteriormente se articulan conceptualmente.” (Garcia & Estany, 2010, Pág. 13)*, pero no podemos dejar de lado la teoría, aquí no hay un método científico que sea un paso a paso, si no que involucre la totalidad de los fenómenos que se observan y se detallan. Es decir, tener en cuenta que la explicación del fenómeno que se esté estudiando sea de acuerdo no solo con una teoría, sino con la posibilidad de generar efectos que se puedan controlar y medir, analizar las observaciones y los datos de acuerdo con la teoría o tratando de dar respuesta a las preguntas que orienten la actividad experimental. Además, también es importante tener en cuenta los diferentes puntos de vista de cada una de las personas involucradas, para así generar nuevo conocimiento.

“De este modo, se establece que a partir de la exigencia innata que tienen las personas por dar explicación a todos los fenómenos que ocurren a su alrededor, ya sea por medio de sus sentidos o ideas previas, se establece una tendencia a reproducirlos; y es aquí donde la construcción de dichos fenómenos en la clase se ve favorecida, dado que al interactuar y percibir todo por ellos mismos, interiorizan realizando conclusiones acordes a sus conocimientos, que le permiten ver la ciencia no solo como un conjunto de teorías acabadas que le son inalcanzables.” (Mosquera, Restrepo, Monsalve & López, 2015, Pág. 14)

Para el autor de este trabajo la teoría y el experimento se complementan y así es como se realizó la reconstrucción de la balanza de torsión, no solo se iba experimentando con la selección de los materiales que se utilizó en ella, si no también en los efectos que se buscaban

y la explicación teórica que se daba a los efectos observados o a veces no generados a partir del proceso de reconstrucción.

Este ejercicio de reconstrucción por parte del maestro, en el caso particular de este trabajo permite que se obtengan diferentes herramientas (de orden experimental, teórico, reflexión pedagógica) para explicar diferentes fenómenos en el aula o en otro lugar de divulgación científica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ayala M., (2006), *Los Análisis Histórico-Críticos Y La Recontextualización De Saberes Científicos. Construyendo Un Nuevo Espacio De Posibilidades, Pro-Posições*, v. 17, n. 1 (49) - jan./abr.
- Castañeda C., (2017), *El Movimiento De Los Cuerpos De Cuerpos Debido A La Gravitación; Una Explicación Para Estudiantes De Grado Décimo Del Colegio Rosario De Santo Domingo*, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de ciencias, Departamento de física.
- Cavendish H. (1798). *Experiments to Determine the Density of the Earth*, Phil. Trans. R. Soc. 88, 469–526.
- Concari S., (2001), *Las Teorías Y Modelos En La Explicación Científica Implicancias Para La Enseñanza De Las Ciencias.*, Ciência & Educação, v.7, n.1, p.85-94.
- Cortés H. (2015). *Las Cuerdas Como Instrumento Para Anudar Conceptos Físicos: Tensión, Elasticidad, Torsión y Vibraciones*, Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional.
- Danson E. (2006). *Weighing The World: The Quest to Measure The Earth*. Oxford University Press.
- Ducheyne, S. (2011). *The Cavendish Experiment as a Tool for Historical. Science and Education*. 21 (1), 87 - 108 (DOI 10.1007/s11191-011-9382-z.)
- Falconer, I. (1999). *Henry Cavendish: the man and the measurement*. Meas. Sci. Technol., 470–477.
- García E. & Estany A., (2010), *Filosofía De Las Practicas Experimentales Y Enseñanza De Las Ciencias*, Praxis Filosófica, Nueva serie, No. 31.
- Malagón, J. F. (2014). *Teoría y experimento, una relación dinámica: Implicaciones en la enseñanza de la física*. Revista Física y Cultura: Cuadernos sobre historia y enseñanza de las ciencias, 8. 95-104.
- Malagón, J. F., Sandoval, S., & Ayala, M. M. (2013). *La actividad experimental: Construcción de fenomenologías y procesos de Formalización*. Praxis Filosófica, 36, enero-junio, 119-138.
- Moreno, A. (2000). *Pesar la Tierra: Test Newtoniano y Origen de un Anacronismo*. Enseñanza de las ciencias, 18(2), 319 - 332.
- Mosquera P., Restrepo J., Monsalve A. & López J., (2015), *Recontextualización De La Experimentación En La Enseñanza De La Física*, Facultad De Educación, Centro De Investigaciones Educativas Y Pedagógicas, Universidad De Antioquia.

- Newton, I. (1999). *The Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy, A new translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman, assisted by Julia Budenz*, Preceded by a guide to Newton's Principia by I. Bernard Cohen. Berkeley: University of California Press.
- Poynting, J.H. (1894). *The Mean Density of Earth*. Charles Griffin & Company, Limited, Exeter Street, Strand. Londres.
- Rojas, D., & Gómez, B. (1999). *Informe de Evaluación del programa Maestría en Docencia de la Física de la Universidad Pedagógica Nacional*. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.

ANEXO 1. EXPLICACIÓN DEL HALLAZGO DE LAS VARIABLES DE CAVENDISH

A continuación, se explicará con un ejemplo de cómo se halla los datos según el ejemplo dado por Cavendish en su introducción.

PUNTOS EXTREMOS	DIVISIÓN	HORA	PUNTO DE DESCANSO	TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA
27,2				
	25	10 h. 23' 4''	-	10h 23' 23''
	24	57''	-	
22,1	-	- - -	24,6	
27	-	- - -	24,7	
22,6	-	- - -	24,75	
26,8	-	- - -	24,8	
23	-	- - -	24,85	
26,6	-	- - -	24,9	
	25	11 h. 5' 22''	-	11h. 5' 22''
	24	6' 48''	-	
23,4				

En la anterior tabla podemos observar cómo están dispuestos los datos, primeramente, obtenemos los puntos extremos de la medida de la vibración, en este caso vamos a tomar los primeros tres puntos y hallamos la media entre ellos para hallar el primer punto de descanso.

$$P_1 :: \frac{1}{2} \left(\frac{27,2 + 27}{2} + 22,1 \right)$$

$$P_1 :: 24,6$$

Y este procedimiento se hace para determinar el punto medio de los puntos de descanso.

Ahora, para hallar tiempo de vibración media t_{VM} , se tienen en cuenta dos puntos en el que se encuentre el punto de descanso, en nuestro ejemplo el punto de descanso nos dio $P_1 ::$

24,6 , lo cual nuestros puntos de división serán 25 y 24 (Si por ejemplo el sentido de la vibración fuera al contrario, o sea parte de 22,1 a 27 y se devuelve a un número cercano a 27, el sentido de los puntos de división serán 24 y 25) entonces primero se halla el tiempo de vibración desde que partió de 27, allí Cavendish tomaba ese tiempo dependiendo de su reloj, lo cual lo da en horas, minutos y segundos, allí comienza a contabilizar el tiempo que se observa en la columna llamada HORA, lo cual tenemos en nuestro ejemplo que lo contabilizó desde el segundo 3 y llegó a la posición 24 a los 57 segundos.

Allí podemos calcular el tiempo que le tomó a una vibración pasar del punto 25 al punto 24 con un Δt_d , obteniendo el siguiente razonamiento.

$$\Delta t_d :: t_\mu - t_\beta$$

Reemplazando tenemos:

$$\Delta t_d :: 57'' - 4''$$

$$\Delta t_d :: 53''$$

Ahora se obtiene la media de los puntos medios, que en nuestro ejemplo queda lo siguiente:

$$\overline{ab} :: \frac{a + b}{2}$$

$$\overline{ab} :: \frac{27,2 + 22,1}{2}$$

$$\overline{ab} :: 24,65$$

Ahora al tener en cuenta la dirección como antes se explicó, obtenemos 2 situaciones, en el caso de la tabla de nuestro ejemplo, $25 \rightarrow 24$ se tiene que restar \overline{ab} a 25, y si el movimiento va de $24 \rightarrow 25$, entonces se resta 24 a \overline{ab} , ya que tenemos el punto medio, podemos hallar el tiempo de vibración media t_{VM} multiplicando por el tiempo Δt_d , lo cual determinamos de la siguiente manera, según nuestro ejemplo:

$$(25 - \overline{ab})\Delta t_d$$

Reemplazando tenemos:

$$(25 - 24,65)53''$$

$$18,55''$$

Ahora este resultado se suma a la hora del reloj cuando inicio, en nuestro ejemplo es 10 h. 23' 4'', lo cual queda lo siguiente

$$10H 23'4'' + 18,55''$$

$$10H 23'22,55''$$

Aproximando obtenemos:

$$10H 23'23''$$

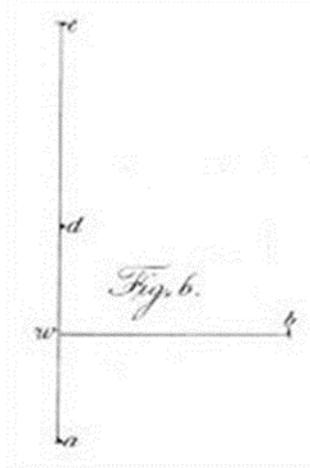


Figura 17

La figura 17 nos muestra como Cavendish en su preocupación por la atracción de las barras de cobre con su sistema de esferas xx , y estas como responderían a esta atracción, lo cual las variables que encontramos en la figura son b es el centro de la esfera x , w es el centro de la esfera W , la sección ea es la barra de cobre que se subdivide en 2 partes, una es ad que es la esfera W y de es la varilla de cobre que conecta con la barra de madera, con lo cual Cavendish (1798, Pág. 515) llega a la siguiente relación.

$$\left[41000 \frac{ew}{ed} \frac{bw}{be}\right] - \left[41000 \frac{ew}{ed} \frac{bw}{bd}\right]$$

Donde los 41000 es el peso de la barra de , ew es la distancia de la barra de cobre desde la barra de madera hasta el centro de la esfera, ed es la barra de cobre desde la barra de madera hasta la superficie de la esfera W , bw es la distancia entre los centros de las esferas, be la distancia del centro de la esfera x hasta el extremo superior de la barra de cobre y bd es la distancia del centro de la esfera x hasta la superficie superior de la esfera W .

Después de que Cavendish estableciera esta proporción, ingresó los datos y obtuvo que la atracción de la barra de cobre en la esfera x era de 0,00771 a 1, lo cual esto es despreciable y no afectaba la medida de la balanza.

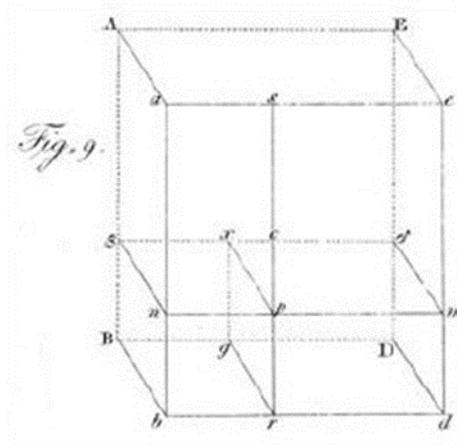


Figura 18

En la figura 18, Cavendish construye geoméricamente la caja donde están las esferas x , esto lo hace para medir cuanta atracción hay en las esferas hacia la caja, ya que como la preposición de Newton que todo cuerpo que tenga materia tiene la propiedad de atracción del inverso al cuadrado de la distancia, por lo tanto las variables que utilizó son las siguientes: x es el centro de la esfera, $ABCD$ es la caja como se observa en la Figura 1, $dbrdmcg$ es una proyección del plano $A\beta BgD\delta E$, a lo cual Cavendish al hacer pruebas de atracción con la caja se da cuenta que es muy mínima la cantidad como para interferir en la medición de los datos de vibración a partir del exterior y del interior de la caja.

“La gravedad específica de la madera utilizada en este caso es de 0,61 y su grosor es de 4 pulgadas. y, por lo tanto, si la atracción de la superficie exterior de la caja fuera la misma que la del interior, toda la atracción de la caja en la bola, cuando $cx = 0,75$, sería igual a $2(0,1231)(0,61)(34)$ pulgadas cúbicas, o, 201 pulgadas esféricas de agua, colocadas a una distancia de una pulgada del centro de la bola, en realidad, nunca puede ser tan grande como esto, ya que la atracción de la superficie exterior es bastante menor que la del interior; y, además, la distancia de x desde c nunca puede ser tan grande como 0,75 por pulgada, ya que el mayor movimiento del brazo es solo 112 pulgada.” (Cavendish, 1798, Págs. 525-526)

ANEXO 3. CÁLCULO DE LA TORSIÓN DEL HILO Y LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DE UN ÁNGULO θ EN UN TIEMPO t .

Para hallar la torsión del hilo, primeramente, definimos que la torsión del hilo $\vec{\tau}$ es el producto cruz del radio \vec{r} y la fuerza aplicada \vec{F} :

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

En términos escalares y con el ángulo formado entre \vec{r} y \vec{F} es de 90° , lo cual nos queda:

$$\tau = rF \sin \theta$$

$$\tau = rF \sin(90)$$

$\sin(90) = 1$, Entonces:

$$\tau = rF \quad (1)$$

Por la segunda ley de Newton la fuerza F es igual al producto de la masa m por la aceleración a , pero en este caso la aceleración es centrípeta a_c , lo cual obtenemos que

$F = m a_c$, reemplazamos en (1), lo cual nos queda:

$$\tau = r m a_c \quad (2)$$

Ahora la aceleración centrípeta a_c esta dado como el producto de la velocidad angular al cuadrado ω^2 y el radio r , entonces obtenemos $a_c = \omega^2 r$, reemplazamos en (2), obtenemos:

$$\tau = r m \omega^2 r$$

$$\tau = r^2 m \omega^2 \quad (3)$$

La torsión τ está dada por el producto entre la constante de elasticidad $-k$ y el ángulo θ ,

$\tau = -k\theta$ y llamaremos I a $r^2 m$, reemplazando en (3) obtenemos:

$$-k\theta = I \omega^2$$

$$0 = k\theta + I \omega^2$$

$$0 = \frac{k\theta}{I} + \omega^2 \quad (4)$$

Si la velocidad angular es la derivada del ángulo con respecto al tiempo $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, entonces, $\omega^2 = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$; $\omega^2 = \frac{d^2\theta}{dt^2}$, reemplazando en (4), obtenemos:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k\theta}{I} = 0$$

Teniendo en cuenta que esto es una Ecuación Diferencial Homogénea (EDO) de Segundo Orden, se omitirá la demostración de la solución de ella, lo que da como solución lo siguiente:

$$\theta(t) = A \cos(\omega t) \quad (5)$$

Ahora, para hallar la constante de elasticidad k debemos obtener una ecuación que se determine con un experimento, entonces se pone a prueba un hilo de longitud l , y de masa m , la cual la masa gira entorno al hilo, se tuerce el hilo a un cierto ángulo θ que puede ser una vuelta completa 2π y se cuenta el tiempo en dar esa oscilación T , esa ecuación es la del periodo de un movimiento circular, la cual es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{m}}$$

Ahora, como la longitud del hilo l está en términos de la constante de elasticidad k , entonces obtenemos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Despejamos k para saber la constante de elasticidad y obtenemos:

$$\frac{T^2}{4\pi^2} m = k \quad (6)$$

Ahora, para hallar la velocidad angular tenemos lo siguiente:

$$\omega^2 = \frac{k}{I}$$

Sacamos raíz cuadrada y obtenemos:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I}} \quad (7)$$

Si obtenemos k en la ecuación (6) y la reemplazamos en la ecuación (7) para hallar la velocidad angular ω , podemos obtener en la ecuación (5) los diferentes ángulos para cada $\theta(t)$.

ANEXO 4. IMÁGENES DE HILOS UTILIZADOS EN LA RECONSTRUCCIÓN

HILOS	
NOTA: Se iban a comprar los materiales para dejar la balanza en el departamento de física, pero por temas de pandemia de SARS-COVID-19 no se logró conseguir los hilos. El calibre que se preguntó y se compró fue de	
Aleación de Plata y Acero.	 <p>Recuperado de: https://images.app.goo.gl/XsgoER3xeNWwNaFj7 Consultado 29 de Octubre 2020</p>
Aluminio	 <p>Recuperado de: https://images.app.goo.gl/MHUqda938StiavEK8 Consultado 29 de Octubre 2020</p>
Alpaca.	 <p>Recuperado de: https://images.app.goo.gl/3RMjZfAN7sUcocj76 Consultado 29 de Octubre 2020</p>

Aleación Plata y Aluminio



Recuperado

de:

<https://images.app.goo.gl/p8422Dchv8o5wbwS9>

Consultado 29 de Octubre 2020

Cobre



Recuperado

de:

<https://images.app.goo.gl/WS9Tja3GVvmiSVGE9>

Consultado 29 de Octubre 2020

ANEXO 5. IMÁGENES DE ESFERAS WW, xx Y TUERCAS, UTILIZADAS EN LA RECONSTRUCCIÓN

ESFERAS		
GRANDES	Con molde de plástico	
	Con Molde de Icopor	
PEQUEÑAS	Antiestrés	
	Aluminio	
PRUEBA	Tuercas	

ANEXO 6. IMÁGENES DE BRAZOS *hmh* UTILIZADOS EN LA RECONSTRUCCIÓN

BRAZOS <i>hmh</i>	
Varilla de Madera	
“T” de Aluminio	
Varilla de Hierro	

ANEXO 7. IMÁGENES DE LA RECONSTRUCCIÓN DE LA BALANZA DE CAVENDISH



**ANEXO 8. TRADUCCIÓN DEL TEXTO ORIGINAL DE CAVENDISH
'Experiments to Determine the Density of the Earth' (1798) AL ESPAÑOL POR
CAMILO ÁLVAREZ**

XXI. Experimentos Para Determinar La Densidad De La Tierra.

Por Henry Cavendish, Esq. F. R.S. y As.

Publicado el, 21 de junio de 1798 por la Royal Society

Traducido Por: Camilo Andrés Álvarez Galindo, 2020.

Hace muchos años, el difunto reverendo John Michell, de esta Sociedad, ideó un método para determinar la densidad de la Tierra, haciendo sensible la atracción de pequeñas cantidades de materia; pero, como estaba ocupado en otras actividades, no completó el aparato hasta poco antes de su muerte, y no vivió para hacer ningún experimento con él. Después de su muerte, el aparato llegó al reverendo Francis John Hyde Wollaston, profesor de Jackson en Cambridge, quien, al no tener las comodidades para hacer experimentos con él, de la manera que deseaba, fue tan bueno como para dármele.

El aparato es muy simple; Consiste en un brazo de madera, de 6 pies de largo, hecho para unir gran resistencia con poco peso. Este brazo está suspendido en posición horizontal, por un alambre delgado de 40 pulgadas y en cada extremidad se cuelga una esfera de plomo, de aproximadamente 2 pulgadas de diámetro; y todo está encerrado en una estrecha caja de madera, para defenderlo del viento.

Como no se requiere más fuerza para hacer que este brazo gire sobre su centro, de lo que es necesario para torcer el cable de suspensión, es claro que, si el cable es lo suficientemente delgado, la fuerza más diminuta, como la atracción de un plomo. pesar unas pocas pulgadas de diámetro, será suficiente para apartar el brazo con sensatez. Los pesos que el Sr. Michell pretendía usar eran de 8 pulgadas de diámetro. Uno de estos debía colocarse en un lado de la caja, opuesto a una de las esferas, y lo más cerca posible, y el otro en el otro lado, opuesto a la otra esfera, para que la atracción de ambos los pesos conspirarían al apartar el brazo; y, cuando su posición, como afectada por estos pesos, fue comprobada, los pesos debían ser retirados al otro lado de la caja, para dibujar el brazo en sentido contrario, y, en consecuencia,

la mitad de la diferencia de estas posiciones mostraría cuánto fue apartado el brazo por la atracción.

Para determinar a partir de ahí la densidad de la Tierra, es necesario determinar qué fuerza se requiere para apartar el brazo a través de un espacio dado. Esto fue lo que el Sr. Michell intentó hacer, poniendo el brazo en movimiento y observando el tiempo de sus vibraciones, desde el cual puede calcularse fácilmente.³⁹

El Sr. Michell había preparado dos soportes de madera, sobre los cuales se apoyarían las pesas de plomo, y empujó hacia adelante, hasta que estuvieron casi en contacto con la caja; pero parece haber tenido la intención de moverlos a mano.

Como la fuerza con la que las esferas son atraídas por estos pesos es excesivamente diminuta, no más de $\frac{1}{50 \cdot 10^6}$ de su peso, es evidente que una fuerza perturbadora muy pequeña será suficiente para destruir el éxito del experimento; y, a partir de los siguientes experimentos, parecerá que la fuerza perturbadora más difícil de proteger es la que surge de las variaciones de calor y frío; porque, si un lado de la caja es más cálido que el otro, el aire en contacto con él se enrarecerá y, en consecuencia, ascenderá, mientras que el del otro lado descenderá y producirá una corriente que atraerá el brazo sensatamente a un lado.⁴⁰

Como estaba convencido de la necesidad de protegerse contra esta fuente de error, resolví colocar el aparato en una habitación que debía permanecer constantemente cerrada, y observar el movimiento del brazo desde afuera, por medio de un telescopio; y suspender los pesos de plomo de tal manera que pudiera moverlos sin entrar en la habitación. Esta diferencia en la forma de observar hizo necesario hacer alguna alteración en el aparato del

³⁹ El Sr. Coulomb, en una variedad de casos, ha usado una invención de este tipo para probar pequeñas atracciones; pero el Sr. Michell me informó de su intención de hacer este experimento, y del método que pretendía usar, antes de la publicación de cualquiera de los experimentos del Sr. Coulomb.

⁴⁰ El Sr. Cassini, al observar la brújula de variación colocada por él en el Observatorio, (que fue construida para hacer visibles cambios de posición muy pequeños, y en la cual la aguja estaba suspendida por un hilo de seda) descubrió que estaba cerca de la caja, para observar, sacó la aguja sensiblemente a un lado; que tengo sin duda fue causado por esta corriente de aire. Debe observarse que su caja de compás era de metal, que transmite calor más rápido que la madera, y también tenía muchas pulgadas de profundidad; Ambas causas sirvieron para aumentar la corriente de aire. Para disminuir el efecto de esta corriente, es aconsejable hacer que la caja, en la que juega la aguja, no sea mucho más profunda de lo necesario para evitar que la aguja golpee contra la parte superior inferior.

Sr. Michell; y, como había algunas partes que no me parecían tan convenientes como podría desear, decidí hacer la mayor parte de ellas de nuevo.

La Fig. 1. (Tab. XXIII.) Es una sección vertical longitudinal a través del instrumento y el edificio en el que se coloca. ABCDDCBAEFFE, es el caso; x y x son las dos esferas, que están suspendidas por los cables bx del brazo $gbmb$, que está suspendido por el cable delgado gl . Este brazo consiste en una varilla delgada de acero inoxidable, reforzada por un alambre de plata bgb ; por lo que está hecho lo suficientemente fuerte como para soportar las esferas, aunque muy ligero.⁴¹

La caja está apoyada y fijada horizontalmente por cuatro tornillos, que descansan sobre postes fijados firmemente en el suelo; dos de ellos están representados en la figura, por S y S, los otros dos no están representados, para evitar confusiones. GG y GG son las paredes finales del edificio. W y W son los pesos de plomo; que están suspendidas por las varillas de cobre RrPrR, y la barra de madera rr , desde el pasador central Pp. Este pasador pasa a través de un agujero en el haz HH, perpendicularmente sobre el centro del instrumento, y gira en él, evitando que caiga por la placa p. MM es una polea, sujeta a este pasador; y Mm, una cuerda enrollada alrededor de la polea, y pasando por la pared del fondo; mediante el cual el observador puede darle la vuelta, y así mover los pesos de una situación a otra.

La Fig. 2 (Tab. XXIV) es un plano del instrumento. AAAA es la caja. SSSS, los cuatro tornillos para soportarlo. bb , el brazo y las esferas. W y W, los pesos. MM, la polea para moverlos. Cuando las pesas están en esta posición, ambas conspiran dibujando el brazo en la dirección bW ; pero, cuando se retiran a la situación w y w , representados por las líneas punteadas, ambos conspiran dibujando el brazo en la dirección contraria bw . Se evita que estos pesos golpeen el instrumento con pedazos de madera, que los detienen tan pronto como se acercan a $\frac{1}{5}$ pulgadas de la caja. Los pedazos de madera están sujetos a la pared del edificio;

⁴¹ La vara del señor Michell era completamente de madera, y era mucho más fuerte y rígida que esta, aunque no mucho más pesada; pero, como se había deformado cuando se trataba de mí, elegí hacer otra, y preferí esta forma, en parte como ser más ensamble para construir y encontrar con menos resistencia del aire, y en parte porque, por ser menos complicada., Podría calcular más fácilmente cuánto fue atraído por los pesos.

y encuentro que los pesos pueden golpear contra ellos con una fuerza considerable, sin sacudir sensiblemente el instrumento.

Para determinar la situación del brazo, se colocan trozos de marfil dentro de la caja, tan cerca de cada extremo del brazo como se puede hacer sin peligro de tocarlo, y se dividen en vigésimas de pulgada. Se coloca otro pequeño trozo de marfil en cada extremo del brazo, que sirve como vernier y subdivide estas divisiones en 5 partes; para que la posición del brazo se pueda observar con facilidad a centésimas de pulgada, y se puede estimar que es menor. Estas divisiones se ven, por medio de los telescopios cortos T y T, (fig. 1) a través de ranuras cortadas en el extremo de la caja, y se detienen con vidrio; están iluminados por las lámparas L y L, con vidrios convexos, colocados para arrojar la luz sobre las divisiones; No se admite ninguna otra luz en la habitación.

Las divisiones en las tiras de marfil corren en la dirección Ww , (fig. 2) de modo que, cuando los pesos se colocan en las posiciones w y w , representadas por los círculos punteados, el brazo se aparta, en tal dirección que haga que el índice apunte a un número más alto en las tiras de marfil; por eso llamo a esto la posición positiva de los pesos.

FK, (fig. 1) es una varilla de madera que, por medio de un tornillo sin fin, gira alrededor del soporte al que se sujeta el cable gl , y así permite al observador girar el cable, hasta que el brazo se asiente en la mitad de la caja, sin peligro de tocar ninguno de los lados. El alambre gl está sujeto a su soporte en la parte superior y al centro del brazo en la parte inferior, mediante clips de latón, en el cual está apretado por tornillos.

En estas dos figuras, las diferentes partes se dibujan casi en la proporción adecuada entre sí, y en una escala del uno al trece.

Antes de continuar con el relato de los experimentos, será apropiado decir algo sobre la forma de observar. Suponga que el brazo está en reposo y se observa su posición, deje que las pesas se muevan, el brazo no solo se apartará, sino que se hará vibrar y sus vibraciones continuarán durante un buen rato; de modo que, para determinar cuánto se aparta el brazo, es necesario observar los puntos extremos de las vibraciones, y desde allí determinar el punto en el que descansaría si se destruyera su movimiento, o el punto de descanso, como lo llamaré. Para hacer esto, observo tres puntos extremos consecutivos de una vibración, y tomo la media

entre los primeros y terceros de estos puntos, como el punto extremo de la vibración en una dirección, y luego asumo la media entre este y el segundo extremo, como el punto de descanso porque, como las vibraciones disminuyen continuamente, es evidente que la media entre dos puntos extremos no dará el verdadero punto de reposo.

Puede pensarse más exacto, observar muchos puntos extremos de vibración, para encontrar el punto de descanso por diferentes conjuntos de tres extremos, y tomar el resultado medio; pero debe observarse que, no dejándose los esfuerzos para evitar cualquier fuerza perturbadora, el brazo rara vez permanecerá perfectamente en reposo durante una hora juntos; Por esta razón, es mejor determinar el punto de reposo, a partir de las observaciones realizadas tan pronto como sea posible después del movimiento de las pesas.

Lo siguiente que debe determinarse es el tiempo de vibración, que encuentro de esta manera; Observo los dos puntos extremos de una vibración, y también los momentos en que el brazo llega a dos divisiones dadas entre estos extremos, teniendo cuidado, como puedo adivinar, de que estas divisiones estarán en el lado diferente del punto medio, y no muy lejos de eso. Luego calculo el punto medio de la vibración y, por propulsión, encuentro el momento en que el brazo llega a este punto medio. Luego de varias vibraciones, repito esta operación y divido el intervalo de tiempo, entre la llegada del brazo a estos dos puntos medios, por la cantidad de vibraciones, lo que da el tiempo de una vibración. El siguiente ejemplo explicará lo que se dice aquí más claramente.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>HORA</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>
27,2				
	25	10 h. 23' 4''	-	10h 23' 23''
	24	57''	-	
22,1	-	- - -	24,6	
27	-	- - -	24,7	
22,6	-	- - -	24,75	
26,8	-	- - -	24,8	
23	-	- - -	24,85	

26,6	-	- - -	24,9	
	25	11 h. 5' 22''	-	11h. 5' 22''
	24	6' 48''	-	
23,4				

La primera columna contiene los puntos extremos de las vibraciones. El segundo, las divisiones intermedias. El tercero, el momento en que el brazo llegó a estas divisiones; y el cuarto, el punto de descanso que se encuentra así: la media entre el primer y el tercer punto extremo es 27,1, y la media entre este y el segundo punto extremo es 24,6, que es el punto de descanso, como encontrado por los tres primeros extremos. De la misma manera, el punto de reposo encontrado en el segundo, tercer y cuarto extremo es 24,7, y así sucesivamente. La quinta columna es el momento en que el brazo llegó al punto medio de la vibración, que se encuentra así: la media entre 27,2 y 22,1 es 24,65 y es el punto medio de la primera vibración; y, como el brazo llegó a 25 a las 10h 23 '4' ', y a 24 a las 10h 23' 57 ". Encontramos, en proporción, que llegó a 24,65 a las 10h 23 '23' '23' '. Del mismo modo, el brazo llegó a la mitad de la séptima vibración a las 11h 5 '22' '; y, por lo tanto, se realizaron seis vibraciones en 41 '59' ', o una vibración en 7' 0 ".

Para juzgar la propiedad de este método, debemos considerar de qué manera la vibración se ve afectada por la resistencia del aire y por el movimiento del punto de reposo.

Deje que el brazo, durante la primera vibración, se mueva de D a B (Tab. XXIV. Fig. 3) y, durante la segunda, de B a *d*; *Bd* es menor que *DB*, debido a la resistencia. Divida *Db* en *M*, y *Bd* en *m*, y divida *Mm* en *n*, y sea *x* cualquier punto en la vibración; entonces, si la resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad, todo el tiempo de una vibración está muy poco alterado; pero, si *T* es llevado al tiempo de una vibración, como el diámetro de un círculo a su semicircunferencia, el tiempo de moverse de B a *n* excede $\frac{1}{2}$ vibración, por $\frac{T \cdot Dd}{8Bn}$ casi; y el tiempo de pasar de B a *m* no llega a la mitad de una vibración, por tanto; y el tiempo de moverse de B a *x*, en la segunda vibración, excede el de moverse de *x* a B, en la primera, por $\frac{T \cdot Dd \cdot Bx^2}{4Bn^2 \cdot \sqrt{Bx} \cdot x \delta}$, suponiendo que *Dd* se divide en δ , de modo que, si se toma una media, entre el momento de la primera llegada del brazo a *x* y su regreso al mismo punto, esta media será anterior al verdadero momento de su llegada a B, para $\frac{T \cdot Dd \cdot Bx^2}{8Bn^2 \cdot \sqrt{Bx} \cdot x \delta}$.

El efecto del movimiento en el punto de descanso es que cuando el brazo se mueve en la misma dirección que el punto de descanso, el tiempo de moverse de un punto extremo de vibración al otro aumenta, y disminuye cuando se mueven moviéndose en direcciones contrarias; pero, si el punto de descanso se mueve de manera uniforme, el tiempo de moverse desde un extremo al punto medio de la vibración será igual al de moverse desde el punto medio al otro extremo, además, el tiempo de dos vibraciones sucesivas será muy poco alterado; y, por lo tanto, el tiempo de pasar del punto medio de una vibración al punto medio de la siguiente, también se verá muy poco alterado.

Parece, por lo tanto, debido a la resistencia del aire, el momento en que el brazo llega al punto medio de la vibración, no es exactamente la media entre los tiempos de su llegada a los puntos extremos, lo que causa cierta imprecisión en mi método de encontrar el tiempo de una vibración. Sin embargo, debe observarse que, dado que el momento de llegar al punto medio es anterior a la mitad de la vibración, tanto en la primera como en la última, y en la última, y en general es casi igual, el error producido por esto la causa debe ser despreciable; y, en general, no veo ningún método para encontrar el tiempo de una vibración que pueda ser objeto de menos objeciones.

El tiempo de una vibración puede determinarse, ya sea por ensayos previos, o puede hacerse en cada experimento, determinando el tiempo de las vibraciones en el que el movimiento de las pesas pone realmente el brazo; pero hay una ventaja en este último método, a saber, que si se produce alguna atracción accidental, como la electricidad, en las placas de vidrio a través de las cuales se ve el movimiento del brazo, que debería aumentar la fuerza necesaria para apartar el brazo, también disminuiría el tiempo de vibración; y, en consecuencia, el error en el resultado sería mucho menor, cuando la fuerza requerida para apartar el brazo se dedujo de los experimentos realizados en ese momento, que cuando se tomó de experimentos anteriores.

CUENTA DE LOS EXPERIMENTOS

En mis primeros experimentos, el alambre por el cual se suspendió el brazo tenía $39\frac{1}{4}$ pulgadas de largo y era de cobre plateado, un pie de los cuales pesaba $2\frac{4}{16}$: su rigidez era tal que hacía que el brazo realizara una vibración en aproximadamente 15 minutos.

Inmediatamente descubrí, de hecho, que no es lo suficientemente rígido, ya que la atracción de las pesas hizo que las esferas se hicieran a un lado tanto como para hacerlas tocar el costado de la caja: sin embargo, decidí hacer algunos experimentos con él antes de Lo cambie.

En esta prueba, las barras por las cuales se suspendieron los pesos de plomo eran de hierro; porque, como me había encargado de que no hubiera nada magnético en el brazo, no parecía tener sentido si las varillas eran magnéticas o no; pero, para mayor seguridad, me quité las pesas de plomo y probé qué efecto tendrían las varillas por sí mismas. Ahora encuentro, por cálculo, que la atracción de la gravedad de estas barras en las esferas es la de los pesos, casi de 17 a 2500; de modo que, como la atracción de los pesos parecía, por la prueba anterior, ser suficiente para apartar el brazo en aproximadamente 15 divisiones, la atracción de las varillas solo debería apartarlo aproximadamente $\frac{1}{100}$ de una división; y, por lo tanto, el movimiento de las barras de una posición cercana a la otra, debe moverlo aproximadamente $\frac{1}{5}$ de una división.

El resultado del experimento fue que durante los primeros 15 minutos después de que las barras se retiraron de una posición cercana a la otra, se produjo muy poco movimiento en el brazo, y apenas más de lo que debería producirse por la acción de la gravedad; pero el movimiento luego aumentó, de modo que, en aproximadamente un cuarto o media hora más, se descubrió que se movió $\frac{1}{2}$ o $1\frac{1}{2}$ división, en la misma dirección que debería haberlo hecho por la acción de la gravedad. Al regresar los hierros a su posición anterior, el brazo se movió hacia atrás, de la misma manera que antes se movió hacia adelante.

Debe observarse que el movimiento del brazo, en estos experimentos, fue apenas más de lo que alguna vez ocurriría sin una causa aparente; pero, sin embargo, como en tres experimentos que se hicieron con estas barras, el movimiento era constantemente del mismo tipo, aunque difería en cantidad de $\frac{1}{2}$ a $1\frac{1}{2}$ división, parece haber una gran razón para pensar que fue producido por las varillas.

Como me pareció que este efecto se debía al magnetismo, aunque no fue lo que debería haber esperado por esa causa, cambié las varillas de hierro por cobre y las probé como antes; el

resultado fue que todavía parecía haber algún efecto del mismo tipo, pero más irregular, de modo que lo atribuí a alguna causa accidental y, por lo tanto, colgué de los pesos de plomo y continué con los experimentos.

Debe observarse que el efecto que parecía producirse al mover las barras de hierro de una posición cercana a la otra era, en un medio, no más de una división; Considerando que el efecto producido al mover el peso desde la mitad hasta la posición cercana fue de aproximadamente 15 divisiones; de modo que, si hubiera seguido usando las varillas de hierro, el error en el resultado causado por ello difícilmente podría haber excedido $\frac{1}{30}$ del total.

EXPERIMENTO 1. AGOSTO 5.

Pesos en posición intermedia.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>	<i>DIFERENCIA DE TIEMPO</i>
		h. , „		h. , „	, „
	11,4	9 42 0			
	11,5	55 0			
	11,5	10 5 0	11,5		

A las 10 h. 5 ', los pesos se movieron a una posición positiva.

23,4			
27,6	-	- -	25,82
24,7	-	- -	26,07
27,3	-	- -	26,1
25,1	-	- -	

A las 11 h. 6 ', los pesos volvieron a la posición intermedia.

5,					
	11	0 0 48	-	0 1 13	
	12	1 30			

18,2	-	-- -- --	12		14 56
	12	16 29	–	16 9	
	11	17 20			
6,6	-	-- -- --	11,92		14 36
	11	30 24	–	30 45	
	12	31 11			
16,3	-	-- -- --	11,72		15 13
	12	45 58	–	45 58	
	11	47 4			
7,7					

Movimiento al pasar de la mitad a la posición = 14,32

Posición a mitad de camino = 14,1

Tiempo de una vibración = 14' 55''

Debe observarse que, en este experimento, la atracción de las pesas elevó el brazo de 11,5 a 25,8, de modo que, si no se hubiera utilizado ningún dispositivo para evitarlo, el impulso adquirido lo habría llevado a cerca de 40 y, por lo tanto, habrían hecho las esferas para golpear contra la caja de madera. Para evitar esto, después de que el brazo se movió cerca de 15 divisiones, devolví los pesos a la posición intermedia, y dejé que permanecieran allí, hasta que el brazo llegó casi al límite de su vibración, y luego los moví nuevamente a la posición positiva, por lo que las vibraciones disminuyeron tanto que las esferas no tocaron el costado; y fue esto lo que me impidió observar el primer extremo de la vibración. Se usó un método similar, cuando los pesos se volvieron a la posición intermedia, y en los dos experimentos siguientes.

Las vibraciones, al mover los pesos desde la mitad hasta la posición positiva, eran tan pequeñas que se pensó que no valía la pena observar el tiempo de la vibración. Cuando las pesas volvieron a la posición intermedia, determiné el momento en que el brazo llegaba al punto medio de cada vibración, para ver cuán cerca coincidían los tiempos de las diferentes vibraciones. En gran parte de los siguientes experimentos, me contenté con observar el momento de su llegada al punto medio de solo la primera y última vibración.

EXPERIMENTO 2. AGOSTO 6.

Pesos en posición intermedia.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>	<i>DIFERENCIA DE TIEMPO</i>
		h. , ,,		h. , ,,	, ,,
	11	10 4 0			
	11	11 0			
	11	17 0			
	11	25 0	11		

Las pesas se movieron a una posición positiva.

29,3			
24,1	-	- -	26,87
30	-	- -	27,57
26,2	-	- -	28,02
29,7	-	- -	28,12
26,9	-	- -	28,05
28,7	-	- -	27,85
27,1	-	- -	27,82
28,4			

Los pesos volvieron a la mitad.

6					
	12	1 3 50	-	1 4 1	
	13	4 34			
18,5	-	-- -- --	12,37		14 52
	13	18 29	-	18 53	
	12	19 18			
6,5	-	-- -- --	11,67		14 46
	11	33 48	-	33 39	

	12	34 51			
15,2	-	-- -- --	11		13 46
	13	45 8	–	47 25	
	12	46 22			
7,1	-	-- -- --	10,75		15 25
	11	2 3 48	–	2 2 50	
	12	5 18			
13,6					

Movimiento del brazo al mover pesas desde la mitad hasta la posición= 15,87

Posición a mitad de camino= 15,45

Tiempo de una vibración= 14' 42''

EXPERIMENTO 3. AGOSTO 7.

Las pesas están en posición positiva y el brazo está un poco en movimiento.

31,5			
29	-	- -	30,12
31	-	- -	30,02
29,1	-	- -	

Las pesas se movieron a la posición intermedia.

9					
	14	10 34 18	–	10 34 55	
	15	35 8			
20,5	-	-- -- --	14,8		14 44
	15	49 31	–	49 39	
	14	50 27			
9,2	-	-- -- --	14,07		14 38
	14	11 5 7	–	11 4 17	
	15	6 18			
17,4	-	-- -- --	13,52		14 47

	14	18 46	–	19 4	
	13	19 58			
10,1	-	-- -- --	13,3		14 27
	13	33 46	–	33 31	
	14	35 26			
15,6					

Las pesas se movieron a una posición positiva.

32				
	28	0 2 48	–	0 2 59
	27	3 56		
23,7	-	-- -- --	27,8	
31,8	-	-- -- --	28,27	
25,8	-	-- -- --	28,62	
	27	44 58	–	47 40
	28	46 50		
31,1				

Movimiento del brazo sobre pesos en movimiento desde:

Posición al medio = 15,22

Medio a la posición = 14,5

Tiempo de una vibración, cuando:

Posición media = 14' 39''

Posición-posición = 14' 54''

Estos experimentos son suficientes para mostrar, que la atracción de los pesos en las esferas es muy sensible, y también son lo suficientemente regulares como para determinar la cantidad de esta atracción casi, ya que los resultados extremos no difieren entre sí en más de 1 / 10 partes. Pero hay una circunstancia en ellos, cuya razón no aparece fácilmente, a saber, que el efecto de la atracción parece aumentar, durante media hora o una hora, después del movimiento de las pesas; Como se puede observar, en los tres experimentos, la posición

media siguió aumentando durante ese tiempo, después de mover los pesos a la posición positiva; y siguió disminuyendo, después de moverlos de la posición positiva a la intermedia.

La primera causa que se me ocurrió fue que posiblemente haya una falta de elasticidad, ya sea en el cable de suspensión, o algo a lo que se haya sujetado, lo que podría hacer que ceda más a una presión dada, después de una larga continuación de esa presión, que lo hizo al principio.

Para poner esto a prueba, moví tanto el índice que el brazo, si no lo hubieran evitado los lados de la caja, habría estado en aproximadamente 50 divisiones, de modo que, como no podía moverse más allá de 35 divisiones, se mantuvo en una posición a 15 divisiones de distancia de lo que naturalmente habría asumido por la rigidez del cable; o, en otras palabras, el cable estaba retorcido 15 divisiones. Después de permanecer dos o tres horas en esta posición, el índice se movió hacia atrás para dejar el brazo en libertad de asumir su posición natural.

Debe observarse que, si un cable se retuerce solo un poco más de lo que admite su elasticidad, entonces, en lugar de ajustar, como se llama, o adquirir un giro permanente de una vez, se establece gradualmente, y cuando se deja en libertad, pierde gradualmente parte de ese conjunto que adquirió; de modo que si, en este experimento, el alambre, al haber sido torcido durante dos o tres horas, hubiera cedido gradualmente a esta presión, o hubiera comenzado a ajustarse, se restauraría gradualmente, cuando quedara en libertad, y el punto del descanso se movería gradualmente hacia atrás; pero, aunque el experimento fue dos veces, no pude percibir tal efecto.

El brazo fue suspendido luego por un cable más rígido.

EXPERIMENTO 3. AGOSTO 12.

Pesos en posición intermedia.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>	<i>DIFERENCIA DE TIEMPO</i>
		h. , ,,		h. , ,,	, ,,
	21,6	9 30 0			

	21,5	52 0			
	21,5	10 13 0	21,5		

Los pesos se movieron a mitad de camino a una posición positiva.

27,2			
22,1	-	- -	24,6
27	-	- -	24,67
22,6	-	- -	24,75
26,8	-	- -	24,8
23	-	- -	24,85
26,6	-	- -	24,9
23,4	-		27,82

Los pesos se movieron a la posición negativa.

15					
	17	19 25	-	10 20 31	
	19	20 41			
22,4	-	-- -- --	18,72		7
	20	26 45	-	27 31	
	19	27 22			
15,1	-	-- -- --	18,52		6 57
	19	35 1	-	34 28	
	20	48			
21,5	-	-- -- --	18,35		7 23
	20	40 23	-	41 51	
	19	41 18			
15,3	-	-- -- --	18,22		6 48
	18	48 36	-	48 39	
	19	49 24			
20,8			18,1		6 58
	19	54 45	-	55 37	

	18	55 45			
15,5					
31,3					
	25	11 10 25	–	11 10 40	
	23	11 3			
17,1	-	-- -- --	24,02		7 3
	22	17 6	–	17 43	
	23	26			
30,6	-	-- -- --	24,17		7 1
	25	24 33	–	24 44	
	23	25 17			
18,4	-	-- -- --	24,32		7 5
	23	31 21	–	31 49	
	25	32 9			
29,9	-	-- -- --	24,4		6 59
	25	38 39	–	38 48	
	23	39 31			
19,4	-	-- -- --	24,5		7 6
	23	45 16	–	45 54	
	25	46 12			
29,3					

Movimiento del brazo al mover pesas desde la mitad hasta la posición= 3,1

Posición a la posición negativa= 6,18

Posición negativa a la posición positiva= 5,92

Tiempo de una vibración en la posición negativa= 7' 1''

Tiempo de una vibración en la posición positiva= 7' 3''

EXPERIMENTO 5. AGOSTO 20.

Al estar los pesos en la posición positiva, el brazo se hizo vibrar moviendo el índice.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>	<i>DIFERENCIA DE TIEMPO</i>
		h. , ,,		h. , ,,	, ,,
29,6					
21,1	-	-- -- --	25,2		
29	-	-- -- --	25,17		
21,6					

Los pesos se movieron a la posición negativa.

22,6					
	20	10 22 47	_	10 23 11	
	19	23 30			
16,3	-	-- -- --	19,27		
21,9	-	-- -- --	19,15		
16,5	-	-- -- --	19,1		
21,5	-	-- -- --	19,07		
16,8	-	-- -- --	19,07		
21,2	-	-- -- --	19,07		
17,1	-	-- -- --	19,05		
20,8	-	-- -- --	19,02		
17,4	-	-- -- --	19,05		
20,6	-	-- -- --	19,02		
	20	11 32 16	_	11 33 53	
	19	33 58			
17,5	-	-- -- --	18,97		7 13
	19	41 16	_	41 6	
	20	43 0			
20,3					

Las pesas se movieron a una posición positiva.

20,2					
	24	11 49 10	–	11 49 37	
	26	50 19			
29,4	-	-- -- --	24,95		7 7
	26	56 15	–	56 44	
	25	47			
10,8	-	-- -- --	24,92		
28,7	-	-- -- --	24,87		
21,3	-	-- -- --	24,85		
28,1	-	-- -- --	24,75		
21,5	-	-- -- --	24,67		
27,6	-	-- -- --	24,67		
22	-	-- -- --	24,7		
	24	0 45 48	–	0 46 21	
	25	46 43			
27,2	-	-- -- --	24,7		7 1
	25	53 11	–	53 22	
	24	54 9			
22,4					

Movimiento del brazo al mover pesas desde

Posición a la posición negativa= 5,9

Posición negativa a la posición positiva= 5,98

Tiempo de una vibración en la posición negativa= 7' 5''

Tiempo de una vibración en la posición positiva= 7' 5''

En el cuarto experimento, el efecto de los pesos parecía aumentar al estar de pie, en los tres movimientos de los pesos, conforme a lo observado con el cable anterior; pero, en el último experimento, el caso fue diferente; sin embargo, al mover los pesos de positivo a negativo, el efecto parecía aumentar al ponerse de pie, pero al moverlos de negativo a positivo, disminuyó.

Mis próximas pruebas fueron, para ver si este efecto se debía al magnetismo. Ahora, como sucedió, el caso en el que el brazo estaba cerrado se colocó casi paralelo al este y al oeste magnéticos y, por lo tanto, si había algo magnético. en las esferas y los pesos también, después de haber permanecido un tiempo, ya sea en la posición positiva o negativa, adquirirían polaridad en la misma dirección y atraerían las esferas; pero, cuando los pesos se movían a la posición contraria, ese poste que antes apuntaba hacia el norte, apuntaba hacia el sur y repelaba la esfera a la que se acercaba; apuesta aún, ya que repeler una esfera hacia el sur tiene el mismo efecto en el brazo que atraer la otra hacia el norte, esto no tendría ningún efecto en la posición del brazo. Sin embargo, después de algún tiempo, los polos del peso se invertirían y comenzarían a atraer las esferas, y por lo tanto producirían el mismo tipo de efecto que se observó realmente.

Para probar si este era el caso, separé los pesos de la parte superior de las varillas de cobre por las cuales estaban suspendidas, pero aún retuve la junta inferior, es decir, lo que pasó a través de ellas; Luego los fijé en su posición positiva, de tal manera, que podrían girar en esta articulación, como un eje vertical. También hice un aparato, por el cual podía darles la vuelta, en estos ejes verticales, sin abrir la puerta de la habitación.

Después de haber sufrido que el aparato permaneciera así durante un día, a la mañana siguiente observé el brazo, y al encontrarlo estacionario, giré las pesas a la mitad de sus ejes, pero no pude percibir ningún movimiento en el brazo. Después de haber sufrido los pesos para permanecer en esta posición durante aproximadamente una hora, los volví a colocar en su posición anterior, pero sin que eso tuviera ningún efecto en el brazo. Este experimento se repitió en otros dos días, con el mismo resultado.

Podemos estar seguros, por lo tanto, de que el efecto en cuestión no podría ser producido por el magnetismo en los pesos; porque, de ser así, darles media vuelta en sus ejes, inmediatamente habría cambiado su atracción magnética en repulsión, y habría producido un movimiento en el brazo.

Como prueba adicional de esto, quité las pesas de plomo y en su lugar coloqué dos imanes de 10 pulgadas; el aparato para darles la vuelta se dejó como estaba, y los imanes se colocaron en posición horizontal, apuntando a las esferas, y con sus polos norte hacia el norte; pero no pude encontrar que se produjera ninguna alteración en el lugar del brazo, dándoles la vuelta;

que no solo confirma la deducción extraída del experimento anterior, sino que también parece mostrar, que en los experimentos con las varillas de hierro, el efecto producido no podría deberse al magnetismo.

Lo siguiente que me sugirió fue que posiblemente el efecto podría deberse a una diferencia de temperatura entre los pesos y la caja; porque es evidente que, si los pesos fueran mucho más cálidos que el caso, calentarían el lado que estaba al lado de ellos y producirían una corriente de aire, lo que haría que las bolas se acercaran más a los pesos.

Aunque pensé que no era probable que hubiera una diferencia suficiente, entre el calor de las pesas y la caja, para tener algún efecto sensible, y a pesar de que parecía improbable que, en todos los experimentos anteriores, las pesas fueran más cálidas que las caso, resolví examinarlo, y para este propósito quité el aparato usado en los últimos experimentos, y apoyé los pesos de las barras de cobre, como antes; y después de colocarlos en la posición intermedia, puse una lámpara debajo de cada esfera, y coloqué un termómetro con su bola cerca del exterior de la caja, cerca de la parte a la que se acercó uno de los pesos en su posición positiva, y de tal manera que pude distinguir las divisiones por telescopio. Una vez hecho esto, cerré la puerta y, un tiempo después, moví los pesos a la posición positiva. Al principio, el brazo se hizo a un lado solo de la manera habitual; pero, en media hora, el efecto aumentó tanto, que el brazo fue retirado 14 divisiones a un lado, en lugar de aproximadamente tres, como hubiera sido de otra manera, y el termómetro se elevó cerca de $1^{\circ} 1/2$; a saber, de 61° a $62^{\circ} 1/2$. Al abrir la puerta, se descubrió que las pesas no estaban más calientes, que solo para evitar que se sintieran frescas en mis dedos.

Como el efecto de una diferencia de temperatura parecía ser tan grande, agujereé un pequeño agujero en una de las pesas, de aproximadamente tres cuartos de pulgada de profundidad, e inserté la bola de un pequeño termómetro, y luego cubrí la abertura con cemento. Se colocó otro termómetro pequeño con su bola cerca de la caja, y tan cerca de la parte a la que se acercaron los pesos como se podía hacer con seguridad; los termómetros estaban colocados de tal manera que cuando los pesos estaban en la posición negativa, ambos podían verse a través de uno de los telescopios, por medio de la luz reflejada por un espejo cóncavo.

EXPERIMENTO 6. SEPTIEMBRE 6.

Pesos en posición intermedia.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TERMOMETRO</i>	
				<i>EN EL AIRE</i>	<i>EN LA ESFERA</i>
		h. ,			
	18,9	9 43	-	55,5	
	18,85	10 3	21,5		

Los pesos se movieron a la posición negativa.

13,1	-	10 12	-	55,5	55,8
18,4	-	18	15,82		
13,4	-	25			
Perdido					
13,6	-	39	-	55,5	55,8
17,6	-	46	15,65		
13,8	-	53	15,65		
17,4	-	11 0	15,65		
14,0	-	7	15,65		
17,2	-	14	-	55,5	

Las pesas se movieron a una posición positiva.

25,8	-	23			
17,5	-	30	21,55		
25,4	-	37	21,6		
18,1	-	44	21,65		
25,0	-	51			
Perdido					
24,7	-	0 5			
19,	-	12	21,77		
24,4	-	19			

Movimiento del brazo sobre pesos en movimiento desde:

La mitad de camino a la posición negativa = 3,03

Posición positiva a posición negativa = 5,9

EXPERIMENTO 7. SEPTIEMBRE 18.

Pesos en posición intermedia.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TERMOMETRO</i>	
				<i>EN EL AIRE</i>	<i>EN LA ESFERA</i>
		h. ,			
	19,4	8 30	-	56,7	
	19,4	9 32	-	56,6	

Los pesos se movieron a una posición negativa.

13,6	-	40	-	-	57,2
18,8	-	47	16,25		
13,8	-	54			

Ocho puntos extremos perdidos.

16,9	-	10 40			
14,5	-	11 5	15,62		
16,6	-	12			

Los pesos se movieron a una posición positiva.

26,4	-	20	-	56,5	
17,2	-	28	21,72		
26,1	-	35			

Faltan cuatro puntos extremos.

19,3	-	0 40			
25,1	-	17	22,3		
19,7	-	24			

Movimiento del brazo sobre pesos en movimiento desde:

La mitad de camino a la posición negativa = 3,15

Posición positiva a posición negativa = 6,1

EXPERIMENTO 8. SEPTIEMBRE 23.

Pesos en posición intermedia.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TERMOMETRO</i>	
				<i>EN EL AIRE</i>	<i>EN LA ESFERA</i>
		h. ,			
	19,3	9 46	-	53,1	
	19,2	10 45	19,2	53,1	

Los pesos se movieron a una posición negativa.

13,5	-	56	-	-	53,6
18,6	-	11 3	16,07		
13,6	-	10			

Cuatro puntos extremos perdidos.

17,4	-	44			
14,1	-	51	15,7		
17,2	-	58	-	-	53,6

Los pesos se movieron a una posición positiva.

15,7	-	0 1			
26,7	-	8	21,42		
16,6	-	15	-	53,15	

Dos puntos extremos perdidos.

25,9	-	36			
18,1	-	43	21,9		
25,5	-	50			

Movimiento del brazo sobre pesos en movimiento desde:

La mitad de camino a la posición negativa = 3,13

Posición positiva a posición negativa = 5,72

En estos tres experimentos, el efecto de los pesos pareció aumentar de dos a cinco décimas de división, al estar parado una hora; y los termómetros mostraron que los pesos eran tres o cinco décimas de grado más cálidos que el aire cercano a la caja.

En los dos últimos experimentos, puse una lámpara en la habitación, durante la noche, con la esperanza de que el aire fuera más cálido que los pesos, pero sin efecto, ya que el calor de los pesos excedió el del aire más en estos dos experimentos que en estos dos experimentos iniciales.

En la noche del 17 de octubre, al colocar los pesos en la posición intermedia, se colocaron lámparas debajo de ellos para calentarlos; La puerta se cerró y las lámparas sufrieron un aumento de temperatura. A la mañana siguiente, al mover los pesos a la posición negativa, se descubrió que estaban $7^{\circ} 1/2$ más calientes que el aire cerca de la caja. Después de haber continuado una hora en esa posición, se descubrió que se habían enfriado $1^{\circ} 1/2$, para estar solo 6° más calientes que el aire. Luego fueron trasladados a la posición positiva; y en ambas posiciones, el brazo se apartó unas cuatro divisiones más, después de que las pesas hubieran permanecido una hora en esa posición, de lo que era al principio.

22 de mayo de 1798. El experimento se repitió de la misma manera, excepto que las lámparas se hicieron para quemarlas por un corto tiempo, y solo pasaron dos horas antes de que se movieran las pesas. Ahora se encontró que los pesos eran apenas 2° más cálidos que el caso; y el brazo se hizo a un lado aproximadamente dos divisiones más, después de que las pesas permanecieron una hora en la posición a la que fueron trasladadas, de lo que era al principio.

El 23 de mayo, el experimento se intentó de la misma manera, excepto que los pesos se enfriaron al colocar hielo sobre ellos; el hielo quedaba confinado en su lugar por planchas de estaño que, al mover los pesos, caían al suelo, para no interponerse. Al mover los pesos a la posición negativa, se descubrió que estaban aproximadamente 8° más fríos que el aire, y su efecto en el brazo parecía disminuir ahora al pararse, en lugar de aumentar, como lo hacía antes; Como el brazo se hizo a un lado aproximadamente $2 1/2$ divisiones menos, al final de una hora después del movimiento de las pesas, que al principio.

Parece suficientemente probado, por lo tanto, que el efecto en cuestión se produce, como se explicó anteriormente, por la diferencia de temperatura entre los pesos y la caja; porque, en los experimentos sexto, octavo y noveno, en los que los pesos no eran mucho más cálidos que el caso, su efecto aumentó, pero poco al ponerse de pie; mientras que aumentó mucho, cuando eran mucho más cálidos que el caso, y disminuyó mucho, cuando eran mucho más fríos.

Debe observarse que, en este aparato, la caja en la que juegan las esferas es bastante profunda, y las bolas cuelgan cerca del fondo, lo que hace que el efecto de la corriente de aire sea más sensible de lo que sería, y es un defecto que pretendo rectificar en algunos experimentos futuros.

EXPERIMENTO 9. ABRIL 29.

Pesos en posición positiva.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>	<i>DIFERENCIA DE TIEMPO</i>
		h. , ,,		h. , ,,	, ,,
34,7					
35	-	-- -- --	34,84		
34,65					
23,8					
	28	11 18 29	_	11 18 43	
	29	58			
33,2	-	-- -- --	28,52		
	29	25 27	_	25 40	
	28	57			
23,9	-	-- -- --	28,25		
32	-	-- -- --	28,01		
24,15	-	-- -- --	27,82		
31	-	-- -- --	27,63		

24,4	-	-- -- --	27,55		
30,4	-	-- -- --	27,47		
	28	0 7 4	—	0 7 26	
	27	53			
24,7					

Movimiento del brazo = 6,32

Tiempo de vibración = 6 '58' '

EXPERIMENTO 10. MAYO 5.

Pesos en posición positiva.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>	<i>DIFERENCIA DE TIEMPO</i>
		h. , ,,		h. , ,,	, ,,
34,5					
33,5	-	-- -- --	33,97		
34,4					

Los pesos se movieron a la posición negativa.

22,3					
	28	10 43 42	—	10 43 36	
	29	44 6			
33,2	-	-- -- --	27,82	-	7 0
	28	50 33	—	50 36	
	27	51 0			
22,6	-	-- -- --	27,72		
32,5	-	-- -- --	27,7		
23,2	-	-- -- --	27,58		
31,45	-	-- -- --	27,4		

23,5	-	-- -- --	27,28		
	27	11 25 20	—	11 25 24	
	28	58			
30,7	-	-- -- --	27,21	-	7 3
	28	32 0	—	32 27	
	27	32 40			
23,95	-	-- -- --	27,82	-	6 56
	27	39 19	—	39 23	
	28	40 2			
30,25					

Movimiento del brazo = 6,15

Tiempo de vibración = 6 '59' ‘

EXPERIMENTO 11. MAYO 6.

Pesos en posición positiva.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>	<i>DIFERENCIA DE TIEMPO</i>
		h. , ,,		h. , ,,	, ,,
34,9					
34,1	-	-- -- --	34,47		
34,8	-	-- -- --	34,49		
34,25					

Los pesos se movieron a la posición negativa.

23,3					
	28	9 59 59	—	10 0 8	
	29	10 0 27			
33,3	-	-- -- --	28,42	-	7 5
	29	6 52			
	27	7 51			

23,8	-	-- -- --	28,35		
32,5	-	-- -- --	28,35		
24,4					
Perdido					
24,8					
31,3	-	-- -- --	28,17		
	29	10 48 37	—	10 49 8	
	28	49 21			
25,3	-	-- -- --	28,2	-	
	28	56 8	—	56 13	
	29	56 56			
30,9					

Movimiento del brazo = 6,07

Tiempo de vibración = 7 ' 1''

En los tres experimentos anteriores, el índice se movió a propósito para que, antes del comienzo del experimento, las bolas descansaran lo más cerca posible de los lados de la caja, sin peligro de tocarlo; porque debe observarse que cuando el brazo está a los 35 comienzan a tocarse. En los dos experimentos siguientes, el índice estaba en su posición habitual.

EXPERIMENTO 12. MAYO 9.

Pesos en posición negativa.

<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>
17,4	9 45 0	
17,4	58 0	
17,4	10 8 0	
17,4	10 0	17,4

Los pesos se movieron a la posición negativa.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>
		h. , ,,		h. , ,,
28,85				
	24	10 20 50		10 20 59
	22	21 46		
18,4	-	-- -- --	23,49	
28,3	-	-- -- --	23,57	
19,3	-	-- -- --	23,67	
27,8	-	-- -- --	23,72	
20	-	-- -- --	23,8	
27,4	-	-- -- --	23,83	
	24	11 3 13	-	11 3 14
	23	54		
20,55	-	-- -- --	23,87	
	23	9 45	-	10 18
	24	10 28		
27				

Movimiento del brazo = 6,09

Tiempo de vibración = 7 ' 3''

EXPERIMENTO 13. MAYO 25.

Pesos en posición negativa.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>
		h. , ,,	
16			
18,3	-	-- -- --	17,2
16,2			

Los pesos se movieron a la posición positiva.

27,4				
	25	10 22 22	-	10 22 56
	24	0 45		
17,4	-	-- -- --	23,32	
	23	29 59	-	30 3
	24	30 23		
28,9			23,4	
	24	36 58	-	37 7
	23	37 24		
18,4	-	-- -- --	23,87	
	23	10 44 3	-	10 44 14
	24	31		
28,4			23,62	
19,3			23,7	
27,8			23,7	
	24	11 5 26	-	11 5 31
	23	6 1		
19,9	-	-- -- --	23,87	
	23	12 12	-	12 35
	24	50		
27,3				

Los pesos se movieron a la posición negativa.

13,5				
21,8	-	-- -- --	17,75	
	24	36 58	-	37 7
	23	37 24		
13,9	-	-- -- --	17,67	
	17	44 26	-	44 45
	18	45 4		
21,1	-	-- -- --	17,62	

14,4	-	-- -- --	17,6	
20,5	-	-- -- --	17,52	
14,7	-	-- -- --	17,47	
20	-	-- -- --	17,42	
	18	0 19 57	–	0 20 24
	17	20 52		
15	-	-- -- --	17,37	
	17	27 15	–	27 30
	18	28 15		
19,5				

Movimiento del brazo al mover pesas desde la posición negativa a la posición positiva = 6,12

Movimiento del brazo al mover pesas desde la posición positiva a la posición negativa = 5,97

Tiempo de vibración en posición positiva = 7 '6' '

Tiempo de vibración en posición negativa = 7 '7' '

EXPERIMENTO 14. MAYO 26.

Pesos en posición negativa.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>
		h. , „	
	16,1	9 18 0	
	16,1	24 0	
	16,1	46 0	
	16,1	49 0	

Los pesos se movieron a la posición positiva.

27,7				
	23	10 0 46	–	10 1 1
	22	1 16		
17,3	-	-- -- --	22,37	

	22	7 58	-	8 5
	23	8 27		
27,2			22,5	
	23	15 2	-	15 9
	22	32		
18,3	-	-- -- --	22,65	
26,8	-	-- -- --	22,75	
19,1	-	-- -- --	22,85	
26,4	-	-- -- --	22,97	
	23	43 40	-	43 32
	23	44 22		
20	-	-- -- --	23,15	
	22	49 53	-	50 41
	23	50 37		
26,2				

Los pesos se movieron a la posición negativa.

12,4				
	16	11 7 53	-	11 8 25
	17	8 27		
21,5	-	-- -- --	17,02	
	17	15 30	-	15 27
	16	16 3		
12,7	-	-- -- --	16,9	
20,7	-	-- -- --	16,85	
13,3	-	-- -- --	16,82	
20	-	-- -- --	16,72	
13,6	-	-- -- --	16,67	
	16	11 50 33	-	11 50 58
	17	51 19		
19,5	-	-- -- --	16,65	

	17	57 53	–	58 6
	16	58 44		
14				

Movimiento del brazo al mover pesas desde la posición negativa a la posición positiva = 6,27

Movimiento del brazo al mover pesas desde la posición positiva a la posición negativa = 6,13

Tiempo de vibración en posición positiva = 7 '6' '

Tiempo de vibración en posición negativa = 7 '6' '

En el siguiente experimento, se hizo que las bolas, antes del movimiento de las pesas, descansaran lo más cerca posible de los lados de la caja, pero al contrario de lo que hicieron en los experimentos noveno, décimo y undécimo.

EXPERIMENTO 15. MAYO 27.

Pesos en posición negativa.

<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>
3,9		
3,35	-- -- --	3,61
3,85	-- -- --	3,61
3,4		

Los pesos se movieron a la posición positiva.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>
		h. , ,,		h. , ,,
15,4				
	10	10 5 59		10 5 56
	9	6 27		
4,8	-	-- -- --	9,95	
	9	12 43	–	13 5

	10	13 11		
14,8	-	-- -- --	10,07	
	10	20 24	-	10 18
	9	56		
5,9	-	-- -- --	10,23	
14,35	-	-- -- --	10,35	
6,8	-	-- -- --	10,46	
13,9	-	-- -- --	10,52	

Movimiento del brazo = 6,34

Tiempo de vibración = 7 ' 7''

Los dos siguientes experimentos fueron realizados por el Sr. Gilpin, quien fue tan bueno como para ayudarme en la ocasión.

EXPERIMENTO 16. MAYO 28.

Pesos en posición negativa.

<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>
22,55		
8,4	-- -- --	15,09
21	-- -- --	14,9
9,2		

Los pesos se movieron a la posición positiva.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>
		h. , ,,		h. , ,,
26,6				
	22	10 22 53		10 23 15

	21	23 20		
15,8	-	-- -- --	21	
	20	30 7	-	30 30
	21	36		
25,8	-	-- -- --	21,05	
	22	37 23	-	37 45
	21	55		
16,8	-	-- -- --	21,11	
	20	44 29		45 1
	21	45 4		
25,05	-	-- -- --	21,11	
	22	51 54	-	52 20
	21	21 32		
17,57	-	-- -- --	21,2	
	21	59 31	-	59 34
	22	11 0 13		
24,6	-	-- -- --	21,28	
	22	6 24	-	11 6 49
	21	7 9		
18,3				

Movimiento del brazo = 6,1

Tiempo de vibración = 7 ' 16''

EXPERIMENTO 17. MAYO 30.

Pesos en posición negativa.

<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>
17,2	10 19 0	
17,1	25 0	
17,07	29 0	

17,15	40 0	
17,45	49 0	
17,42	51 0	
17,42	11 1 0	17,42

Los pesos se movieron a la posición positiva.

<i>PUNTOS EXTREMOS</i>	<i>DIVISIÓN</i>	<i>TIEMPO</i>	<i>PUNTO DE DESCANSO</i>	<i>TIEMPO DE VIBRACIÓN MEDIA</i>
		h. , „		h. , „
28,8				
	24	11 11 23	–	11 11 37
	23	49		
18,1	-	-- -- --	23,2	
	22	18 13	–	18 42
	23	43		
27,8	-	-- -- --	23,12	
	24	25 19	–	25 40
	23	49		
18,8	-	-- -- --	23,2	
	23	32 41	–	32 43
	24	33 13		
27,38	-	-- -- --	23,31	
	24	39 28	–	39 44
	23	40 3		
19,7	-	-- -- --	23,44	
	23	46 33	–	46 46
	24	47 11		
27	-	-- -- --	23,52	
	24	53 36	–	56 48
	23	54 17		

20,4	-	-- -- --	23,57	
	23	0 0 34	-	0 0 55
	24	1 18		
26,5	-	-- -- --	23,55	
	24	7 34	-	7 50
	23	8 21		
20,8	-	-- -- --	23,59	
	23	14 30	-	14 58
	24	15 24		
26,25				
13,3				
	17	0 32 19	-	0 32 44
	18	48		
22,4	-	-- -- --	17,95	
	18	39 46	-	39 44
	17	40 19		
13,7	-	-- -- --	17,85	
	17	46 26	-	46 48
	18	47 0		
21,6	-	-- -- --	17,72	
	18	53 43	-	53 50
	17	54 20		
14	-	-- -- --	17,6	
	17	1 0 39	-	1 0 55
	18	0 1 20		
20,8	-	-- -- --	17,47	
	18	7 39	-	7 59
	17	8 21		
14,3	-	-- -- --	17,37	

	17	14 54	–	15 4
	18	15 42		
20,1	-	-- -- --	17,27	
	18	21 32	–	22 5
	17	22 22		
14,6				

Movimiento del brazo al mover pesas desde la posición negativa a la posición positiva = 5,78

Movimiento del brazo al mover pesas desde la posición positiva a la posición negativa = 5,64

Tiempo de vibración en posición positiva = 7 '2' "

Tiempo de vibración en posición negativa = 7 '3' "

Sobre el método de cálculo de la densidad de la Tierra a partir de estos experimentos.

Primero calcularé esto, suponiendo que el brazo y las barras de cobre no tengan peso, y que los pesos no ejerzan una atracción sensible, excepto en la bola más cercana; y luego examinaré qué correcciones son necesarias, a causa del brazo y las varillas, y algunas otras causas pequeñas.

Lo primero es encontrar la fuerza requerida para apartar el brazo, lo que, como se dijo antes, debe determinarse por el momento de una vibración.

La distancia de los centros de las dos bolas entre sí es de 73,3 pulgadas y, por lo tanto, la distancia de cada una desde el centro de movimiento es de 36,65, y la longitud de un péndulo que vibra segundos, en este clima, es de 39, 14; por lo tanto, si la rigidez del cable por el cual se suspende el brazo es tal, que la fuerza que debe aplicarse a cada bola, para poder apartar el brazo por el ángulo A, es el peso de esa bola como el arco de A al radio, el brazo vibrará al mismo tiempo que un péndulo cuya longitud es de 36,65 pulgadas, es decir, en $\sqrt{\frac{36,65}{39,14}}$ segundos; y por lo tanto, si la rigidez del cable es tal que haga vibrar en N segundos, la fuerza que debe aplicarse a cada bola, en orden como el arco de A $\left(\frac{1}{N^2}\right)\left(\frac{36,65}{36,14}\right)$ al radio. Pero la escala de marfil en el extremo del brazo está a 38,3 pulgadas del centro de movimiento, y

cada división es $\frac{1}{20}$ de pulgada, y por lo tanto subtiende un ángulo en el centro, cuyo arco es $\frac{1}{766}$; y, por lo tanto, la fuerza que se debe aplicar a cada bola, para separar el brazo por una división, es el peso de la bola como $\left(\frac{1}{766N^2}\right)^{\frac{36,65}{39,14}}$ a 1, o como $\frac{1}{818N^2}$ a 1.

Lo siguiente es encontrar la proporción que la atracción del peso sobre la bola tiene sobre la Tierra, suponiendo que la bola se coloque en el centro de la caja, es decir, que no esté más cerca de un lado que el otro. cuando los pesos se acercan a las bolas, sus centros están a 8,85 pulgadas de la línea media de la caja; pero, por descuido, la distancia entre sí de las barras que soportan estos pesos se hizo igual a la distancia entre los centros de las bolas entre sí, mientras que debería haber sido algo mayor. Como consecuencia de esto, los centros de los pesos no son exactamente opuestos a los de las bolas, cuando se acercan juntos; y el efecto de las pesas, al dejar de lado el brazo, es menor de lo que hubiera sido en la radio triplicada de $\frac{8,85}{36,65}$ al acorde del ángulo cuyo seno es $\frac{8,85}{36,65}$, o en la relación por triplicado del coseno de $\frac{1}{2}$ de este ángulo al radio, o en la relación de 0,9779 a 1.

Cada uno de los pesos pesa 2439000 granos, y por lo tanto es igual en peso a 10,64 pies esféricos de agua; y, por lo tanto, su atracción sobre una partícula colocada en el centro de la bola es la atracción de un pie esférico de agua sobre una partícula igual colocada en su superficie, como $10,64(0,9779)\left(\frac{6}{8,85}\right)^2$ a 1. El diámetro medio de la bola la Tierra es 41800000 pies⁴²; y, por lo tanto, si la densidad media de la Tierra es a la del agua como D a uno, la atracción del peso de plomo en la bola será a la de la Tierra, como $10,64(0,9779)\left(\frac{6}{8,85}\right)^2$ a 41800000 D 1 a 8736000 D.

Se muestra, por lo tanto, que la fuerza que debe aplicarse a cada bola, para sacar al brazo una división de su posición natural, es $\frac{1}{818N^2}$ del peso de la bola; y, si la densidad media de la Tierra es la del agua como D a 1, la atracción del peso sobre la bola es $\frac{1}{8739000D}$ del peso de esa bola; y, por lo tanto, la atracción podrá sacar el brazo de su posición natural mediante

⁴² En rigor, deberíamos, en lugar del diámetro medio de la Tierra, tomar el diámetro de esa esfera cuya atracción es igual a la fuerza de la gravedad en este clima; Pero la diferencia no vale la pena.

divisiones $\frac{818N^2}{8739000D}$ o $\frac{N^2}{10683D}$; y por lo tanto, si al mover las pesas desde la mitad hasta una posición cercana, se encuentra que el brazo mueve divisiones B, o si mueve 2 divisiones B al mover las pesas de una posición cercana a la otra, se deduce que la densidad de Tierra, o D, es $\frac{N^2}{10683D}$.

Ahora debemos considerar las correcciones que deben aplicarse a este resultado; primero, por el efecto que tiene la resistencia del brazo al movimiento en el momento de la vibración: 2d, por la atracción de los pesos en el brazo: 3d, por su atracción en la bola más lejana: 4to, por la atracción de varillas de cobre en las bolas y el brazo: quinto, para la atracción de la caja en las bolas y el brazo: y sexto, para la alteración de la atracción de los pesos en las bolas, de acuerdo con la posición del brazo, y el efecto que tiene en el momento de la vibración. Ninguna de estas correcciones, de hecho, excepto la última, son de mucha importancia, pero no deben ser completamente descuidadas.

En cuanto al primero, debe considerarse durante las vibraciones del brazo y las bolas, parte de la fuerza se gasta en acelerar el brazo; y, por lo tanto, para encontrar la fuerza requerida para sacarlos de su posición natural, debemos encontrar la proporción que las fuerzas gastan en acelerar el brazo y las bolas entre sí.

Dejé que EDC *edc* (fig. 4) sea el brazo B y b las bolas. C el cable de suspensión. el brazo consta de 4 partes; primero, una varilla de reparto Dcd, 73,3 pulgadas de largo; 2d, el alambre de plata DCd, con un peso de 170 granos; 3d, las piezas finales DE y ed, a las cuales se sujeta el vernier de marfil, cada una de las cuales pesa 45 granos; y cuarto, algunos trabajos de latón Cc, en el centro. La barra de reparto, cuando está seca, durante los experimentos, pesa 2400; la sección transversal es de los experimentos, pesa 2400; la sección transversal tiene la forma representada en la fig. 5; el grosor BA y las dimensiones de la parte DE ed, comenzando igual en todas las partes; pero la anchura Bb disminuye gradualmente, desde el medio hasta los extremos. El área de esta sección es 0,33 de un cuadrado en el medio y 146 al final; y por lo tanto, si algún punto x (fig. 4) se toma en cd, y $\frac{cx}{cd}$ se llama x, esta barra pesa $\frac{2400(0,33)}{73,3(0,238)}$ por pulgada en el medio; $\frac{2400(1,46)}{73,3(2,38)}$ al final, y $\frac{2400}{73,3} \left(\frac{0,33-1,84x}{0,238} \right) = \frac{3320-1848x}{73,3}$ en x; y por lo tanto,

como el peso del cable es de $\frac{170}{73,3}$ por pulgada, la varilla y el cable juntos pueden considerarse como una varilla cuyo peso en $x = \frac{3490-1848x}{73,3}$ por pulgada.

Pero la fuerza requerida para acelerar cualquier cantidad de materia colocada en x , es proporcional a x^2 ; es decir, es a la fuerza requerida para acelerar la misma cantidad de materia colocada en d como x^2 a 1; y por lo tanto, si cd se llama l , y se supone que x fluye, la fluctuación de la fuerza requerida para acelerar la varilla y el alambre de reparto es proporcional a $\frac{x^2 l x (3490-1848x)}{73,3}$, cuyo fluido, generado mientras x fluye desde c a d , = $\frac{1}{73,3} \left(\frac{3490}{3} - \frac{1848}{4} \right) = 350$; para que la fuerza requerida para acelerar cada mitad de la varilla y el alambre de reparto sea la misma que la requerida para acelerar 350 granos colocados en d .

La resistencia al movimiento de cada una de las piezas de , es igual a la de 48 granos colocados en d ; como la distancia de sus centros de gravedad de C es de 38 pulgadas. La resistencia del trabajo de latón en el centro puede ser ignorada; y, por lo tanto, toda la fuerza requerida para acelerar el brazo es la misma que la requerida para acelerar 398 granos colocados en cada uno de los puntos D y d .

Cada una de las bolas pesa 11262 granos, y se colocan a la misma distancia del centro que D y d ; y por lo tanto, la fuerza requerida para acelerar las bolas y el brazo juntos, es la misma que si cada bola pesara 11660 y el brazo no tuviera peso; y por lo tanto, suponiendo que se dé el tiempo de vibración, la fuerza requerida para apartar el brazo es mayor que si el brazo no tuviera peso, en la proporción de 11660 a 11262, o de 1,0353 a 1.

Para encontrar la atracción de los pesos en el brazo, a través de d dibuje el plano vertical dwb perpendicular a Dd , y deje que w sea el centro del peso, que, aunque no con precisión en este plano, puede, sin un error sensible, considerarse colocado allí, y dejar que b sea el centro de la bola; entonces wb es horizontal = 8,85 , y db es vertical = 5,5; entonces $wa = a$, $wb = b$, por lo tanto $\frac{dx}{dc}$, o $1 - x = z$; entonces la atracción del peso sobre una partícula de materia en x , en la dirección dw , es su atracción sobre la misma partícula colocada en b :: b^3 : $(a^2 + z^2 l^2)^{\frac{3}{2}}$, o es proporcional a $\frac{b^3}{(a^2 + z^2 l^2)^{\frac{3}{2}}}$, y la fuerza de esa atracción para mover el brazo,

es proporcional a $\frac{b^3(1-z)}{(a^2+z^2l^2)^{\frac{3}{2}}}$, y antes se decía que el peso de la varilla y el alambre en el punto

$x \frac{3490-1848x}{73,3} = \frac{1642+1848z}{73,3}$ por pulgada; y por lo tanto, si fluye dx , la fluctuación del poder

$$\text{para mover el brazo} = l\dot{z} \left(\frac{1642+1848}{73,3} \right) + \frac{b^3(1-z)}{(a^2+z^2l^2)^{\frac{3}{2}}} = \dot{z}(821 + 924z) \left[\frac{b^3(1-z)}{(a^2+z^2l^2)^{\frac{3}{2}}} \right] =$$

$$\frac{b^3(1-z)(821+103z-924z^2)}{(a^2+z^2l^2)^{\frac{3}{2}}} = \left[\frac{b^3z(821+103z+\frac{924a^2}{l^2})}{(a^2+z^2l^2)^{\frac{3}{2}}} \right] - \left[\frac{924b^3z(\frac{a^2}{l^2}+z^2)}{(a^2+z^2l^2)^{\frac{3}{2}}} \right]; \text{cual, como } \frac{a^2}{l^2} = 0,08 =$$

$$\left[\frac{b^3z(895+103z)}{(a^2+z^2l^2)^{\frac{3}{2}}} \right] - \left[\frac{924b^3z}{l^2\sqrt{a^2+l^2z^2}} \right]. \text{ El fluido de este} = \frac{895b^3z}{a^2\sqrt{a^2+l^2z^2}} - \frac{103b^3}{l^2\sqrt{a^2+l^2z^2}} + \frac{103b^3}{l^2a} -$$

$\frac{924b^3}{l^3} \log \frac{lz+\sqrt{a^2+l^2z^2}}{a}$, y la fuerza con la que la atracción del peso, en la mitad más cercana de

la varilla y el alambre de la oferta, tiende a mover el brazo, es proporcional a este fluido generado mientras z fluye desde 0 a 1, es decir, a 128 granos.

La fuerza con la que la atracción del peso sobre la pieza final *de* tiende a mover el brazo, es proporcional a $47 \left(\frac{b^3}{a^3} \right)$, o 29 granos; y por lo tanto, toda la potencia del peso para mover el brazo, mediante su atracción en la parte más cercana del mismo, es igual a su atracción en 157 granos colocados en b , que es $\frac{157}{11260}$, o 0,0139 de su atracción en la bola.

Debe observarse que el efecto de la atracción del peso en todo el brazo es bastante menor que esto, ya que su atracción en la mitad más lejana lo atrae; pero, como la atracción en esto es pequeña, en comparación con su atracción en la mitad más cercana, puede ser ignorada.

La atracción del peso sobre la bola más lejana, en la dirección bw , es su atracción sobre la bola más cercana $:: wd^3 : wD^3 :: 0,0017 : 1$; y, por lo tanto, el efecto de la atracción del peso en ambas bolas es el de su atracción en la bola más cercana: 0,9983: 1.

Para encontrar la atracción de la barra de cobre en la bola más cercana, deje que b y w (figura 6) sean los centros de la bola y el peso, y ea la parte perpendicular de la barra de cobre, que consta de dos partes, ad y de . ad pesa 22000 granos, tiene 16 pulgadas de largo y está casi bisecado por w . de pesa 41000 y mide 46 pulgadas de largo. wb es 8,85 pulgadas y es

perpendicular a ew . Ahora, la atracción de una línea ew , de la misma cantidad de materia colocada en w : bw : eb ; y, por lo tanto, la atracción de la parte da es igual a la de $\frac{22000wb}{db}$, o 16300, colocada en w ; y la atracción de de es igual a la de $\left[41000 \frac{ew}{ed} \frac{bw}{be}\right] - \left[41000 \frac{dw}{ed} \frac{bw}{bd}\right]$, o 2500, colocada en el mismo punto; de modo que la atracción de la parte perpendicular de la barra de cobre en b , es la del peso de la misma, como 18800: 2439000, o como 0,00771 a 1. En cuanto a la atracción de la parte inclinada de la barra y la barra de madera, marcado Pr y rr en la fig. 1, puede descuidarse con seguridad, y también lo puede ser la atracción de toda la barra en el brazo y la bola más lejana; y, por lo tanto, la atracción del peso y la barra de cobre, en el brazo y ambas bolas juntas, excede la atracción del peso en la bola más cercana, en la proporción de $0,9983 + 0,0139 + 0,0077$ a una, o de 1,0199 a 1.

Lo siguiente a considerar es la atracción del caso de la caoba. Ahora es evidente que cuando el brazo se encuentra en la división media, las atracciones de los lados opuestos de la caja se equilibran entre sí y no tienen poder para dibujar el brazo de ninguna manera. Cuando se retira el brazo de esta división, se atrae un poco hacia el lado más cercano, de modo que la fuerza requerida para apartar el brazo es bastante menor de lo que sería; pero, sin embargo, si esta fuerza es proporcional a la distancia del brazo desde la división media, no produce ningún error en el resultado; porque, aunque la atracción hará que el brazo se aparte más de lo que lo haría de otra manera, sin embargo, a medida que la fuerza de aceleración por la cual el brazo vibra disminuye en la misma proporción, el cuadrado del tiempo de una vibración aumentará en la misma proporción que el espacio en el que se separa el brazo y, por lo tanto, el resultado será el mismo que si el caso no ejerciera atracción; pero, si la atracción del caso no es proporcional a la distancia del brazo desde el punto medio, la relación en la que disminuye la fuerza de aceleración es diferente en diferentes partes de la vibración, y el cuadrado del tiempo de una vibración será no se aumentará en la misma proporción que la cantidad de la cual se retira el brazo, y por lo tanto el resultado se verá alterado.

En el cálculo, encuentro que la fuerza por la cual la atracción dibuja el brazo desde el centro está lejos de ser proporcional a la distancia, pero toda la fuerza es tan pequeña que no vale la pena considerarla; porque, en ninguna posición del brazo, la atracción de la caja sobre las bolas excede la de $\frac{1}{5}$ de una pulgada esférica de agua, colocada en la atracción del peso de

plomo es igual a la de 10,6 pies esféricos de agua en el lugar 8,85 pulgadas, o de 234 pulgadas esféricas colocadas a 1 pulgada de distancia; para que la atracción del caja sobre las bolas pueda en la posición ni del brazo exceder $\frac{1}{1170}$ del peso. El cálculo se da en el Apéndice.

Se ha demostrado, por lo tanto, que la fuerza requerida para apartar el brazo una división es mayor de lo que sería si el brazo no tuviera peso, en una proporción de 1,0353 a 1, y por lo tanto $= \frac{1,0353}{818N^2}$ del peso de la bola; y además, la atracción del peso y la varilla de cobre sobre el brazo y ambas bolas juntas, excede la atracción del peso sobre la bola más cercana, en la proporción de 1,0199 a 1, y por lo tanto $= \frac{1,0199}{8739000D}$ del peso del bola; consecuentemente, D es realmente igual a $\left(\frac{818N^2}{1,0353}\right)\left(\frac{1,0199}{8739000B}\right)$ o $\frac{N^2}{10844B}$, en lugar de $\frac{N^2}{10683B}$, como en el cálculo anterior. Queda por considerar cuánto afecta esto la posición del brazo.

Supongamos que los pesos se acercan a las bolas; sea W, (fig. 7) el centro de una de las pesas; dejemos que M sea el centro de la bola más cercana en su posición media, como cuando el brazo está a 20 divisiones; deje B el punto en el que realmente descansa; y dejar que A sea el punto en el que descansaría, si se quitara el peso; en consecuencia, AB es el espacio por el cual es atraído por medio de la atracción; y dejar que Mβ sea el espacio por el cual sería atraído a un lado, si la atracción en él fuera la misma que cuando está en M. Pero la atracción en B es mayor que en M, en la proporción de $WM^2: WB^2$; por lo tanto, $AB = M\beta \left(\frac{WM^2}{WB^2}\right) = M\beta \left(1 + \frac{2MB}{MW}\right)$, muy cerca.

Deje que ahora los pesos se muevan a la posición cercana contraria, y que w sea ahora el centro del peso más cercano, b el punto de reposo del centro de la bola; entonces $AB = M\beta \left(1 + \frac{2MB}{MW}\right)$ y $Bb = M\beta \left(2 + \frac{2Mb}{MW} + \frac{2MB}{MW}\right) = 2M\beta \left(1 + \frac{Bb}{MW}\right)$; de modo que todo el movimiento Bb es mayor de lo que sería si la atracción en la bola fuera la misma en todos los lugares que en M, en la proporción de $1 + \frac{Bb}{MW}$ a uno; y, por lo tanto, no depende sensiblemente del lugar del brazo, en ninguna de las posiciones de las pesas, sino solo de la cantidad de su movimiento, moviéndolos.

Esta variación en la atracción del peso, afecta también el tiempo de vibración; deje que W sea el centro del peso más cercano: deje que B y A representen las mismas cosas que antes;

y sea x el centro de la bola, en cualquier punto de su vibración; deje que AB represente la fuerza con la cual la bola, cuando se coloca en B , es atraída hacia A por la rigidez del alambre; entonces, como B es el punto de descanso, la atracción del peso al respecto también será igual a AB ; y, cuando la bola está en x , la fuerza con la que se dirige hacia A , por la rigidez del cable; $= Ax$, y aquello con lo que se dibuja en la dirección contraria, por la atracción, $= AB \left(\frac{WB^2}{Wx^2} \right)$; por lo que la fuerza real por la que se dibuja hacia $A = Ax - \frac{AB(WB^2)}{Wx^2} = AB + Bx - AB \left(1 + \frac{2Bx}{WB} \right) = Bx - \frac{2Bx(AB)}{WB}$, muy cerca. De modo que la fuerza real con la que la bola se dibuja hacia el punto medio de la vibración, es menor de lo que sería si se quitaran los pesos, en la proporción de (EC) a uno, y el cuadrado del tiempo de una vibración se incrementa en la proporción de 1 a $1 - \frac{2AB}{WB}$, que difiere muy poco de la de $1 + \frac{Bb}{MW}$ a 1 , que es la proporción en la que aumenta el movimiento del brazo, al mover los pesos de una posición cercana a la otra.

El movimiento de la bola respondiendo a una división del brazo $= \frac{36,35}{20(38,3)}$; y, si mB es el movimiento de la bola que responde a d divisiones en el brazo, $\frac{MB}{WM} = \frac{36,35d}{20(38,3)(8,85)} = \frac{d}{185}$; y, por lo tanto, el tiempo de vibración y el movimiento del brazo deben corregirse de la siguiente manera:

Si el tiempo de vibración está determinado por un experimento en el que los pesos están en la posición cercana, y el movimiento del brazo, al mover los pesos de la posición cercana a la intermedia, es d divisiones, el tiempo observado debe disminuirse en la relación su duplicada de $1 - \frac{2d}{185}$ a 1 , es decir, en la relación de $1 - \frac{d}{185}$ a 1 ; pero, cuando está determinado por un experimento en el que los pesos están en la posición intermedia, no se debe aplicar ninguna corrección.

Para corregir el movimiento del brazo causado al mover los pesos de una posición cercana a la mitad, o al revés, observe cuánto difiere la posición del brazo de 20 divisiones, cuando los pesos están en la posición cercana: deje que esto sea n divisiones, entonces, si el brazo en ese momento está en el mismo lado de la división de 20 que el peso, el movimiento observado debe ser disminuido por la parte $\frac{2n}{185}$ del todo; pero, de lo contrario, debe aumentar tanto.

Si los pesos se mueven de una posición cercana a la otra, y el movimiento del brazo es de $2d$ divisiones, el movimiento observado debe ser disminuido por la parte $\frac{2d}{185}$ del todo.

Si los pesos se mueven de una posición cercana a la otra, y el tiempo de vibración se determina mientras los pesos están en una de esas posiciones, no hay necesidad de corregir ni el movimiento del brazo ni el tiempo de vibración.

<i>Exp.</i>	<i>Peso en movimiento.</i>	<i>Brazo en movimiento.</i>	<i>Corrección.</i>	<i>Tiempo de vibración.</i>	<i>Corrección.</i>	<i>Densidad</i>
1	M. a P.	14,32	13,42		-	5,5
	P. a M.	14,1	13,17	14,55	-	5,61
2	M. a P.	15,87	14,69		-	4,88
	P. a M.	15,45	14,14	14,42	-	5,07
3	P. a M.	15,22	13,56	14,39	-	5,26
	M. a P.	14,5	13,28	14,54	-	5,55
4	M. a P.	3,1	2,95		6,54	5,36
	P. a N.	6,18	-	7,1	-	5,29
	N. a P.	5,92	-	7,3	-	5,58
5	P. a N.	5,9	-	7,5	-	5,65
	N. a P.	5,98	-	7,5	-	5,57
6	M. a N.	3,03	2,9	7,4 Por el medio	-	5,53
	N. a P.	5,9	5,71		-	5,62
7	M. a N.	3,15	3,03		6,57	5,29
	N. a P.	6,1	5,9		-	5,44
8	M. a N.	3,13	3,00		-	5,34
	N. a P.	5,72	5,54		-	5,79
9	P. a N.	6,32	-		6,58	-
10	P. a N.	6,15	-	6,59	-	5,27
11	P. a N.	6,07	-	7,1	-	5,39
12	N. a P.	6,09	-	7,3	-	5,42

13	N. a P.	6,12	-	7,6	-	5,47
	P. a N.	5,97	-	7,7	-	5,63
14	N. a P.	6,27	-	7,6	-	5,34
	P. a N.	6,13	-	7,6	-	5,46
15	N. a P.	6,34	-	7,7	-	5,3
16	N. a P.	6,1	-	7,16	-	5,75
17	N. a P.	5,78	-	7,2	-	5,68
	P. a N.	5,64	-	7,3	-	5,85

De esta tabla parece que, aunque los experimentos coinciden bastante bien, la diferencia entre ellos, tanto en la cantidad de movimiento del brazo como en el tiempo de vibración, es mayor de lo que puede proceder simplemente del error de observación. En cuanto a la diferencia en el movimiento del brazo, puede muy bien explicarse por la corriente de aire producida por la diferencia de temperatura; pero, si esto puede explicar la diferencia en el tiempo de vibración, dudo. Si la corriente de aire fuera regular, y de la misma rapidez en todas las partes de la vibración de la bola, creo que no podría; pero, como es muy probable que haya mucha irregularidad en la corriente, es muy probable que sea suficiente para explicar la diferencia.

Sea un medio de los experimentos realizados con el cable utilizado por primera vez, la densidad de la Tierra sale 5,48 veces mayor que la del agua; y por medio de los hechos con el último cable, sale igual; y la diferencia extrema de los resultados de las 23 observaciones realizadas con este cable es de solo 0,75; para que los resultados extremos no difieran de la media en más de 0,38, o $\frac{1}{14}$ del total, y por lo tanto, la densidad debería parecer determinada por la presente, con gran exactitud. De hecho, se puede inyectar que, como el resultado parece estar influenciado por la corriente del aire, o alguna otra causa, cuyas leyes no conocemos bien, esta causa puede actuar siempre, o comúnmente, en la misma dirección, y por lo tanto comete un error considerable en el resultado. Sin embargo, como los experimentos se probaron en varios climas, y con una variedad considerable en la diferencia de temperatura de los pesos y el aire, y con el brazo descansando a diferentes distancias de los lados de la carcasa, parece muy poco probable que esta causa deba actuar de manera tan uniforme de la misma manera, para hacer que el error del resultado medio sea casi igual a la diferencia entre

este y el extremo; y, por lo tanto, parece muy poco probable que la densidad de la Tierra difiera de 5,48 en tanto como $\frac{1}{14}$ del conjunto.

Quizás se pueda hacer otra objeción a estos experimentos, a saber, que es incierto si, en estas distancias pequeñas, la fuerza de la gravedad sigue exactamente la misma ley que en distancias mayores. Sin embargo, no hay razón para pensar que ocurra alguna irregularidad de este tipo, hasta que los cuerpos entren en la acción de extenderse solo a distancias muy pequeñas. Con el fin de ver si el resultado podría verse afectado por esta atracción, realicé los experimentos noveno, décimo, undécimo y decimoquinto, en los que las bolas debían descansar lo más cerca posible de los lados de la caja; pero no hay diferencia en la que depender, entre los resultados en esa circunstancia y cuando las bolas se colocan en cualquier otra parte del caso.

Según los experimentos realizados por el Dr. Maskelyne, en la atracción de la colina Schehallion, la densidad de la Tierra es $4\frac{1}{2}$ multiplicada por la del agua; que difiere bastante más de la determinación anterior de lo que debería haber esperado. Pero me abstengo de ingresarla en cualquier consideración de qué determinación es más confiable, hasta que haya examinado más cuidadosamente cuánto afecta la determinación anterior por irregularidades cuya cantidad no puedo medir.

APENDICE

Sobre la atracción del caso de caoba en las bolas.

Lo primero es encontrar la atracción del plano rectangular $ck\beta b$ (fig. 8.) en el punto a , colocado en la línea ac perpendicular a este plano.

Sea $ac = a$, $ck = b$, $cb = x$, y sea $\frac{a^2}{a^2+x^2} = w^2$ y $\frac{b^2}{a^2+x^2} = v^2$, entonces la atracción de la línea $b\beta$ en a , en la dirección ab , $= \frac{b\beta}{ab(a\beta)}$; y, por lo tanto, si fluye cb , la fluctuación de la atracción

del plano en el punto a , en la dirección cb , $= \left(\frac{b\dot{x}}{\sqrt{a^2+x^2}\sqrt{a^2+b^2+x^2}} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} \right) = \frac{-b\dot{w}}{w\sqrt{b^2+\frac{a^2}{w^2}}} =$

$\frac{-b\dot{w}}{w\sqrt{b^2w^2+a^2}} = \frac{-\dot{v}}{\sqrt{1+v^2}}$, la parte variable del fluido de la cual $= -\log(v + \sqrt{1+v^2})$ y, por lo

tanto, toda la atracción $= \log \left[\left(\frac{ck+ak}{ac} \right) \left(\frac{ab}{b\beta+a\beta} \right) \right]$; de modo que la atracción del plano, en la

dirección cb , se encuentra fácilmente por los logaritmos, pero no conozco ninguna forma de encontrar su atracción en la dirección ac , excepto por una serie infinita.

Las dos series más convenientes que conozco son las siguientes: Primera serie. Sea $\frac{b}{a} = \pi$, y sea $A = \text{arc}$ cuya tangente es π , $B = A - \pi$, $C = B + \frac{\pi^3}{3}$, $D = C - \frac{\pi^5}{5}$, y c . entonces la atracción en la dirección $ac = A \sqrt{1 - w^2 + \frac{Bw^2}{2} + \frac{3Cw^4}{2(4)} + \frac{3(5)w^6}{2(4)(6)}}$ y c .

Para la segunda serie, sea $A = \text{arc}$ cuya tangente $= \frac{1}{\pi}$, $B = A - \frac{1}{\pi}$, $C = B + \frac{1}{3\pi^3}$, $D = C - \frac{1}{5\pi^5}$, y C . entonces la atracción $= \text{arc } 90^\circ = \text{arc } 90^\circ - \sqrt{(1 + v^2) \left(A - \frac{Bv^2}{2} + \frac{3Cv^4}{2(4)} - \frac{3(5)Dv^6}{2(4)(6)} \right)}$, y c .

Debe observarse que la primera serie falla cuando π es mayor que la unidad, y la segunda, cuando es menor; apuesta, si b se toma igual a la menor de las dos líneas ck y cb , no hay caso en que una u otra de ellas no se pueda usar convenientemente.

Con la ayuda de estas series, calculé la siguiente tabla.

	0,1962	0,3714	0,5145	0,6248	0,7071	0,7808	0,8575	0,9285	0,9815	1
0,1962	0,00001									
0,3714	0,00039	00148								
0,5145	0,00074	00277	00521							
0,6248	00110	00406	00778	01183						
0,7071	00140	00522	01008	01525	02002					
0,7808	00171	00637	01245	01896	02405	03247				
0,8575	00207	00772	01522	02339	03116	03964	05057			
0,9285	00244	00910	01810	02807	03778	04867	06319	08119		
0,9815	00271	01019	02084	03193	04368	05639	07478	09931	12849	
1	00284	01054	02135	03347	04560	05975	07978	10789	14632	19612

Encontré en esta tabla, con el argumento $\frac{ck}{ak}$ en la parte superior, y el argumento $\frac{cb}{ab}$ en la columna de la izquierda, el logaritmo correspondiente; luego sume este logaritmo, el logaritmo de $\frac{ck}{ak}$ y el logaritmo de $\frac{cb}{ab}$; la suma es el logaritmo de la atracción.

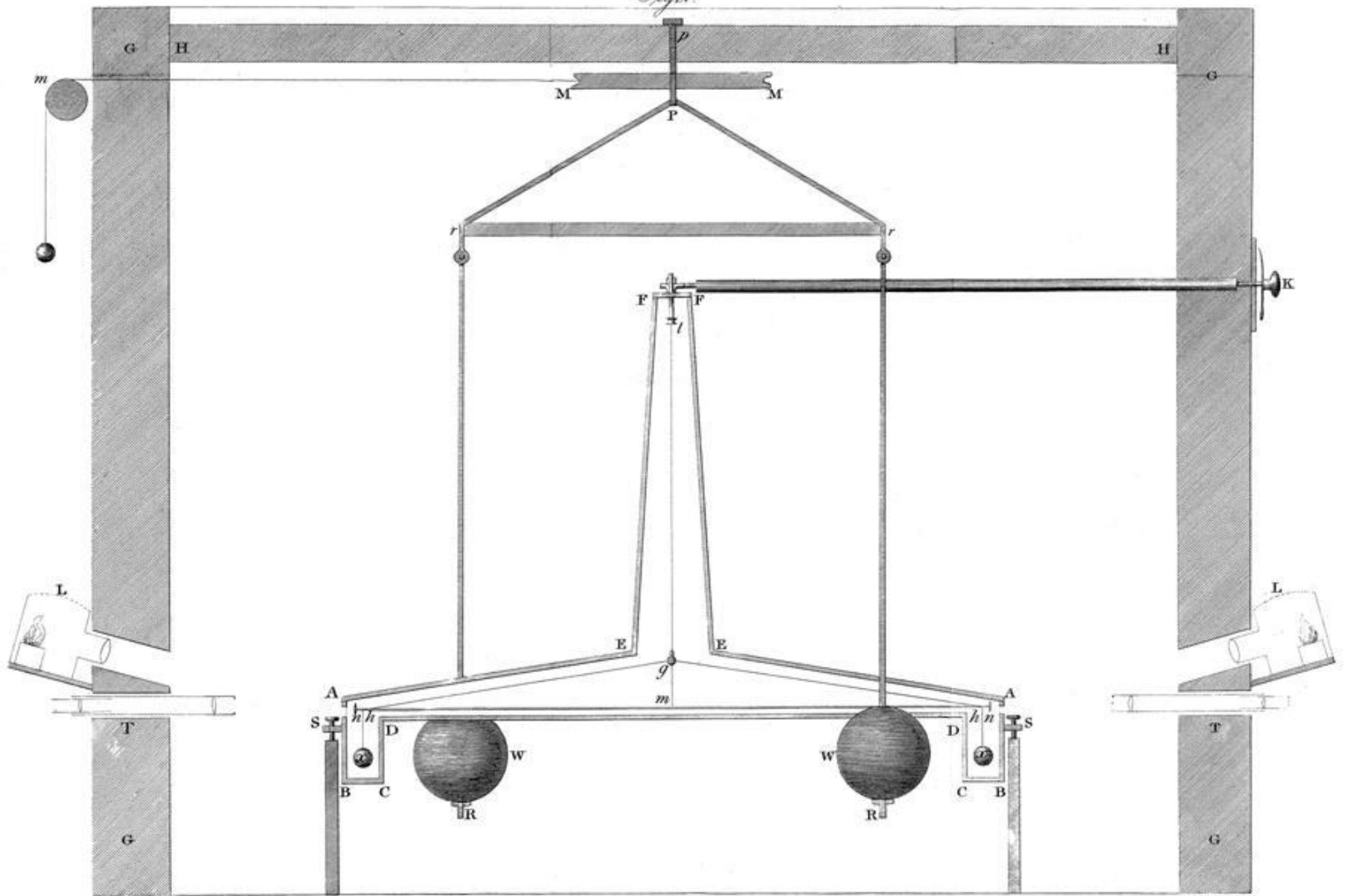
Para calcular a partir de ahí la atracción del caso sobre la bola, deje que la caja DCBA, (fig. 1.) en la que juega la bola, se divida en dos partes, por una sección vertical, perpendicular a la longitud de la caja, y pasando por el centro de la bola; y, en la fig. 9, deje que el ABDEabde paralelepípedo sea una de estas partes, siendo ABDE la sección vertical mencionada anteriormente; dejemos que x sea el centro de la bola, y dibuje el paralelogramo $\beta n p m \delta x$ paralelo a BbdD, y $xgrp$ paralelo a βBbn , y biseque $\beta\delta$ en c . Ahora, las dimensiones de la caja, en el interior, son $Bb = 1,75$; $BD = 3,6$; $Bb = 1,75$; y $bA = 5$; donde encuentro, si xc y βx se toman como en las dos líneas superiores de la siguiente tabla, las atracciones de las diferentes partes son las que se detallan a continuación.

	xc	0,75	0,5	0,25
	βx	1,05	1,3	1,55
Exceso de atracción de Ddrg por encima de Bbrg		0,2374	0,1614	0,0813
Exceso de atracción de mdrp por encima de nbrp		0,2374	0,1614	0,0813
Exceso de atracción de mesp por encima de nasp		0,3705	0,2516	0,1271
	Suma de estos	0,8453	0,5744	0,2897
Exceso de atracción de Bbn β por encima de Ddm δ		0,5007	0,3271	0,1606
Exceso de atracción de Aan β por encima de Eem δ		0,4677	0,3079	0,1525
Toda la atracción de la superficie interior de la media caja.		0,1231	0,0606	0,0234

Parece, por lo tanto, que la atracción de la caja en x aumenta más rápido que en proporción a la distancia xc .

La gravedad específica de la madera utilizada en este caso es de 0,61 y su grosor es de 4 pulgadas. y, por lo tanto, si la atracción de la superficie exterior de la caja fuera la misma que la del interior, toda la atracción de la caja en la bola, cuando $cx = 0,75$, sería igual a $2(0,1231)(0,61)\left(\frac{3}{4}\right)$ pulgadas cúbicas, o , 201 pulgadas esféricas de agua, colocadas a una distancia de una pulgada del centro de la bola, en realidad, nunca puede ser tan grande como esto, ya que la atracción de la superficie exterior es bastante menor que la del interior; y, además, la distancia de x desde c nunca puede ser tan grande como 0,75 por pulgada, ya que el mayor movimiento del brazo es solo $1\frac{1}{2}$ pulgada.

Fig. 1.



Boyle del.

