

**ANÁLISIS DEL POSTULADO CUÁNTICO DEL COLAPSO DE LA FUNCIÓN DE
ONDA A PARTIR DE UNA RECONTEXTUALIZACIÓN HISTÓRICO-
EPISTEMOLÓGICA**

Alejandro Barriga Saavedra

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Física

Licenciatura en Física

Bogotá D.C.

2020

**ANÁLISIS DEL POSTULADO CUÁNTICO DEL COLAPSO DE LA FUNCIÓN DE
ONDA A PARTIR DE UNA RECONTEXTUALIZACIÓN HISTÓRICO-
EPISTEMOLÓGICA**

Alejandro Barriga Saavedra

Trabajo de grado como requisito para optar al título de:

Licenciado en Física

Línea de Investigación

La enseñanza de la física y la relación física-matemática

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Física

Licenciatura en Física

Bogotá D.C.

2020

TABLA DE CONTENIDOS

Introducción	1
Capítulo 1	5
1.1 Contexto problemático	5
1.2 Objetivos	17
Objetivo general	17
Objetivos específicos.....	17
1.3 Antecedentes	18
Capítulo 2 Marco teórico.....	19
2.1 Cual es la importancia de una recontextualización histórico-epistemológica.....	19
2.2 Acerca del colapso de la función de onda en el matiz teórico matemático.....	25
2.2.1 Explicación del colapso	26
2.2.2 Explicación particular del colapso	28
2.3 Acerca del colapso de la función de onda en el matiz histórico epistemológico	35
2.3.1 Debate Bohr Einstein	36
2.3.2 La perspectiva filosófica y el concepto de realidad	42
2.3.3 El gato de Schrödinger	45
Capítulo 3	50
3.1 Cómo dar solución a los problemas planteados de la enseñanza de la mecánica cuántica, a partir de los matices que brinda el estudio histórico epistemológico del colapso.....	50
3.1.1 Problemas de los alumnos	51
3.1.2 Problemas del docente.....	53
3.1.3 Problemas tanto del alumno como del docente.....	54
Conclusiones	56
Referencias bibliográficas	57

INTRODUCCIÓN

En el proceso y desarrollo de las teorías físicas ellas se han consolidado por medio de los análisis y la descripción de los fenómenos físicos en sinergia con el formalismo matemático. Sin embargo, esta sinergia no ha sido generada en forma inmediata por diferentes aspectos como las concepciones filosóficas en torno a los conceptos físicos de los fenómenos. Algunos de ellos arraigados a ideas clásicas que para el objeto de estudio en particular resultan inapropiados desde una postura moderna.

Otros aspectos subyacen en las dificultades del desarrollo de los trabajos experimentales, ya que no permiten una comprensión del objeto de estudio de este trabajo el cual es el colapso de la función de onda, además la consolidación de los resultados de dichos trabajos experimentales no arrojan conclusiones favorables tanto en el mismo ámbito experimental como en su contraparte el ámbito teórico, esto debido a lo abstracta que puede llegar a ser la mecánica cuántica.

Por tal razón es que se puede notar en los textos comunes de enseñanza de mecánica cuántica algunos escenarios donde se ve que priman los procesos teóricos y el formalismo matemático que en última instancia consolida lo que son las grandes teorías de la física fundamentadas sobre conceptos que se encuentran inmersos en estas teorías, y que con el desarrollo de dicho formalismo adquieren una categoría de postulado. Pero no es posible entender el comportamiento del fenómeno como tal, es decir, no es viable comprender del todo los postulados ya que, su ámbito epistemológico carece de desarrollo lo que imposibilita entender una parte importante del comportamiento de la naturaleza lo que al final es el objetivo de la física moderna.

Dicho esto a partir del análisis de la enseñanza de la mecánica cuántica se puede evidenciar ciertos problemas que tienen los alumnos a la hora de comprender el comportamiento cuántico de los fenómenos físicos, esto se puede deber a la falta de énfasis en otros contextos que no son los teóricos y matemáticos. Por tal razón varios investigadores han buscado la manera de superar este obstáculo desarrollando nuevos contextos que permitan una mejor comprensión de la mecánica cuántica.

Este trabajo busca reconocer la importancia de estos nuevos contextos basándose en el colapso de la función de onda y sus contextos tanto histórico como epistemológico, ya que permiten el desarrollo de concepciones de tipo filosófico que ayudan en la comprensión de este postulado cuántico, además que hará posible que se den interpretaciones más acertadas con respecto al comportamiento no solo del colapso sino también de otros fenómenos cuánticos.

Esta investigación se basa en la necesidad de un cambio de enfoque a la hora de analizar la física moderna, en particular el colapso de la función de onda y también se basa en la importancia de la recontextualización de saberes a la hora de enseñar física de una manera más adecuada.

Las carencias de una enseñanza meramente teórica en la mecánica cuántica se pueden evidenciar en los avances de otras investigaciones, como un ejemplo particular esta la investigación de Garrido, Arias y Flores (2014) donde se ponen de manifiesto los problemas que existen a la hora de estudiar física cuántica y de enseñarla, también la incapacidad de comprender los conceptos cuánticos por la ausencia de una apropiación consciente de la racionalidad que les dé sentido, es decir las situaciones abstractas en esta rama de la física moderna al ir en su mayoría en contra de la intuición generan vacíos en la comprensión de la

teoría que no permiten una completa interiorización de los conceptos, aunque esto no sucede únicamente en la física moderna si es más habitual que en la física clásica.

Esta falta de interiorización de conceptos se vería reflejada en un entendimiento erróneo y en ocasiones hasta contradictorio del comportamiento de los fenómenos cuánticos, esto trae como consecuencia la necesidad del desarrollo del trabajo colectivo y el posible acuerdo que se puede establecer en el proceso de construcción del conocimiento es decir, se podría crear una relación entre los resultados teóricos con el contexto histórico y además las concepciones filosóficas que puedan surgir del análisis epistemológico del colapso de la función de onda.

Por esta razón debe realizarse especial énfasis en el hecho de que la mecánica cuántica aunque empezó como un complejo conjunto de teorías sobre el comportamiento de sistemas a escala atómica, al cabo de un periodo corto de tiempo se estableció como un cambio de paradigma respecto a la descripción física de dichos sistemas, más adelante se desarrollara esta idea al mencionar los debates de Bohr y Einstein y los experimentos metales además que también se verá la importancia del respectivo contexto histórico sin el cual aparecerían las falencias de una enseñanza exclusivamente teórica como lo mencionan Solbes y Sinarcas (2009).

Para poder hacer un análisis del colapso de la función de onda teniendo en cuenta la información ya expuesta es necesario enfatizar en la enseñanza de la mecánica cuántica y como desde el contexto histórico y epistemológico se pueden evidenciar varios conceptos que no son posibles de diferenciar al momento de estudiar el contexto teórico-matemático.

De este hecho es que sale a relucir el termino recontextualización, ya que surge la necesidad de relacionar el contexto histórico-epistemológico y el contexto teórico-matemático, puesto

que dicha relación permitirá una mayor comprensión de los conceptos de la mecánica cuántica particularmente en el caso del colapso de la función de onda, esta afirmación se desarrollara más adelante. La efectividad de esta relación se debe a que el carácter constructivo del conocimiento científico y su historicidad son fundamentales a la hora de enseñar y aprender. Sobre todo, en la física cuántica que la mayoría de sus conceptos son abstracciones de fenómenos que no se evidencian a simple vista.

Dado ya un primer acercamiento al contexto del trabajo, abro paso a la descripción de los capítulos que conforman este trabajo.

En el primer capítulo, se plantean las problemáticas alrededor de la enseñanza de la mecánica cuántica mostrando las diferentes dificultades que se presentan tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de esta. Reconociendo esas dificultades se realiza una reflexión sobre la necesidad de un análisis de carácter histórico y epistemológico que permita el desarrollo de nuevos saberes de índole epistemológica y filosófica que faciliten la comprensión de los saberes teóricos y matemáticos, para así construir nuevos saberes más acertados con respecto a la mecánica cuántica, basándose claro está en la recontextualización de saberes.

En el segundo capítulo, se desarrollan la importancia de la recontextualización de saberes y los dos matices del colapso de la función de onda tanto su matiz teórico matemático como su matiz histórico epistemológico, con el fin de exponer la importancia de ambos y mostrar la necesidad de desarrollar un énfasis en la parte histórico epistemológica del colapso por medio de los hechos sucedidos en el auge de la mecánica cuántica, y las repercusiones que tuvieron los experimentos mentales para poder entender los fenómenos cuánticos en la época de 1920 a 1930.

Ya en el tercer capítulo, se analizan y describen todas las soluciones para las problemáticas de enseñanza y aprendizaje de la mecánica cuántica que se plantearon al principio del trabajo, evidenciando el cómo y el porqué de dichas estrategias, con el fin de mostrar el posible éxito que tendría el contexto histórico epistemológico al momento de construir nuevos conocimientos y adaptarlos junto con el contexto teórico permitiendo una reinterpretación de saberes que facilitara la comprensión de los fenómenos cuánticos y permitirá el desarrollo de concepciones más acertadas en cuanto al entendimiento de la naturaleza.

CAPITULO 1

1.1 CONTEXTO PROBLEMÁTICO

Este contexto problemático busca mostrar los problemas que surgen al momento de enseñar y aprender mecánica cuántica desde una perspectiva meramente teórico – matemática y también busca mostrar las consecuencias de no tener un contexto histórico – epistemológico que facilite la comprensión de los fenómenos cuánticos, enfatizando en el caso particular del colapso de la función de onda, por tal razón se presentaran diferentes autores que lograran evidenciar todas las insolvencias de la falta de un contexto que brinde mayor claridad a la hora de hacer una construcción de conocimiento.

Como primera medida se analizara la investigación de Garrido, Arias y Flores (2014), ya que, proponen veinte problemáticas de la enseñanza y aprendizaje de la mecánica cuántica, las cuales según ellos son relevantes, ya que evidencian una gran parte de la dificultad al momento de entender los fenómenos cuánticos.

A continuación, mencionare las problemáticas, que pueden ser las más pertinentes para este trabajo, las cuales desarrollaremos más adelante, Garrido, Arias y Flores (2014) separan dichas problemáticas en tres grupos que se mantendrán en este trabajo ya que es muy importante para él tener en cuenta esta distinción, es importante aclarar que no mencionare las veinte problemáticas ya que no todas la problemáticas funcionan para el desarrollo de este contexto problemático.

En el primer grupo contamos con las problemáticas centradas en el alumno:

1. La falta de motivación por parte de los estudiantes para resolver problemas ligados a la realidad, distintos a los ejercicios de aplicación hechos en clase o propuestos como actividades en casa.
2. La incapacidad de comprender los fenómenos cuánticos por falta de una apropiación consciente de la racionalidad que les da sentido, teniendo en cuenta que debe ser un sentido moderno y no clásico.
3. La permanencia de ideas previas, preconceptos o sentido clásico de los fenómenos que se oponen a las explicaciones y teorías de las ciencias, no sometidas a críticas ni contrastadas con ideas científicas modernas.

Por otro lado, en el segundo grupo tenemos las problemáticas centradas en el docente:

4. El desconocimiento por parte de los maestros sobre los estilos de pensamiento y formas de adquirir conocimiento de los estudiantes.
5. La displicencia al momento de reconocer cierta racionalidad en los puntos de vista de los estudiantes.

6. La idea de la pedagogía como un trabajo repetitivo y la pérdida de interés en los temas que se desarrollan en el aula, son la causa y efecto de la ausencia de investigación pedagógica y disciplinaria por parte del maestro.

Y finalmente en el tercer grupo se ubican las problemáticas asociadas tanto al docente como al alumno:

7. La falta de conciencia sobre el arduo proceso de aprendizaje, no sólo por parte de los estudiantes sino también por parte de los docentes.
8. La falta de conocimiento con respecto a la importancia del trabajo colectivo y del acuerdo que es posible establecer en el proceso de construcción del conocimiento.
9. La ausencia de autocrítica y de flexibilidad en el momento en que se adquiere conocimiento y luego cuando este se pone a prueba.
10. El hecho de que el conocimiento científico es una verdad absoluta que no admite discusión y no la producción colectiva de individuos que resuelven problemas.

Estas problemáticas guiaron la investigación de Garrido, Arias y Flores (2014), a dar cuenta de ciertos patrones, que dieron como conclusión el innegable hecho que muchas de estas problemáticas son reales, repetitivas y muy visibles en el aula de clase. Los resultados que obtuvieron Garrido, Arias y Flores (2014) en su investigación, recopilan algunas propuestas didácticas que se proponen con el fin de mostrar múltiples soluciones al problema de la enseñanza de la mecánica cuántica que en última instancia es el objetivo de su investigación.

También es pertinente mencionar otra investigación que es desarrollada por Gil, Senent y Solbes (1986) donde se evidencia que los errores más comunes al enseñar y aprender mecánica cuántica son los errores de interpretación que según ellos se presentan por la falta

de apropiación del contexto histórico y la falta de familiarización que esto conlleva con los fenómenos cuánticos.

Llama la atención para este trabajo el hecho que otras investigaciones proponen secuencias didácticas centradas en los modelos históricos, a fin de contextualizar los temas de física cuántica en la sociedad, a parte de las investigaciones ya mencionadas otro ejemplo de este hecho es el de Solbes y Sinarcas (2009), donde se argumenta sobre la importancia que tiene la influencia de las representaciones sociales en los procesos cognitivos, esta premisa es la que mueve el sentido del presente trabajo ya que al contextualizar el colapso de la función de onda se generara un panorama más amplio del comportamiento de los fenómenos cuánticos lo que impulsara en mayor medida el entendimiento de los fenómenos cuánticos.

Teniendo en cuenta que la mecánica cuántica permite hacer una descripción de los fenómenos de la luz y la materia, además que sus ideas se encuentran fundamentadas en seis postulados basados en la descripción de fenómenos desde una postura probabilística, y que debido a esto, la teoría cuántica fue objeto de discusión para la comunidad científica en el siglo pasado, y también evidenciando que algunos científicos, como Einstein, ponían en duda la realidad física que plantea la mecánica cuántica (Popper, 1985). Se obtiene como consecuencia de esta afirmación que muchas de las investigaciones desde perspectivas teóricas y experimentales que se realizaban a mediados de la de década de 1930 se centraban en la corroboración o la desacreditación de la teoría cuántica.

Hoy la mecánica cuántica se reconoce como una teoría fundamental de la física, la cual ha sido extendida a otros campos del conocimiento como la química, la física nuclear, el estado sólido y otros, donde se han evidenciado los principios físicos de esta teoría. Este esparcimiento de la mecánica cuántica en otras áreas genera también nuevos formalismos

matemáticos que como ya he mencionada antes sin una buena apropiación de conceptos terminan siendo confusos, por tal razón se evidencia la pertinencia de los contextos históricos epistemológicos, ya que al tener en cuenta las perspectivas de los científicos de aquellas épocas los estudiantes se podrán adentrar en los conceptos que realmente servirán para la comprensión de cualquier fenómeno físico independientemente del interés específico de cada estudiante.

Otro aspecto importante que vale la pena mencionar es el marco de estudio planteado sobre la mecánica cuántica, en cuanto a todo este proceso de relaciones que existe entre la descripción de los fenómenos y el formalismo matemático, ya que ha sido planteado a lo largo de la historia con diferentes matices, en particular por el rompimiento de los paradigmas de las ideas clásicas al ser usadas en la descripción de los fenómenos microscópicos, un claro ejemplo de esto es la relación de incertidumbre de Heisenberg puesto que imposibilita la medición simultánea de la posición y el momentum, lo que por obvias razones en la física clásica si se puede hacer, este caso particular ayuda a evidenciar que así como hay ocasiones donde las ideas clásicas pueden ayudar en la comprensión de los fenómenos cuánticos también hay ocasiones donde por el contrario pueden entorpecer su entendimiento.

Otra manera de decir esto es como lo plantean Moreira y Greca (2004):

“...A pesar de que el conocimiento previo, o la percepción previa, es el principal factor facilitador de nuevos aprendizajes, o nuevas percepciones, hay casos en que este factor se torna indeseable porque obstaculiza mentalmente la percepción de nuevos significados.”

Esta afirmación la hacen ejemplificando el aprendizaje de la mecánica cuántica, donde hay una alta probabilidad que los significados de los conceptos cuánticos no puedan ser

percibidos por los alumnos debido a la fuerte influencia de los significados de los conceptos clásicos ya arraigados en su estructura cognitiva, estos conceptos son denominados por Moreira y Greca (2004) como obstáculos representacionales mentales.

Entiéndase obstáculos representacionales mentales como esas nociones o conceptos que guarda nuestra cultura como verdades seguras y corroboradas, que en el contexto de este trabajo terminarían siendo las nociones que se tienen del comportamiento del universo desde una perspectiva de la mecánica clásica, es decir, esos conceptos que sin ningún tipo de recontextualización terminan viéndose de la misma manera tanto en el contexto clásico como en el cuántico lo que como ya mencione anteriormente termina siendo un obstáculo en el entendimiento de la mecánica cuántica.

Moreira y Greca (2004) definen los obstáculos representacionales mentales como representaciones mentales muy estables cognitivamente, cosificadas y excesivamente imaginarias, (posiblemente también muy antiguas en el proceso de formación de conceptos) cuyo significado no es cuestionado, integrantes naturales de representaciones mentales más abarcadoras como los esquemas de asimilación y los modelos mentales. Ellos creen que siendo así, tales obstáculos son más que nociones-obstáculo u obstáculos epistemológicos, pues están en la base de la estructura representacional del sujeto.

Estos obstáculos se pueden evidenciar en el presente trabajo en el planteamiento de algunas de las problemáticas ya mencionadas, además también se verán reflejados en el desarrollo de esta investigación cuando se analice el contexto histórico – epistemológico.

Bajo la presencia de este tipo de obstáculos en la enseñanza y el aprendizaje de la física cuántica es que se hace notoria la falencia que tiene una enseñanza de la física cuántica

meramente teórica basada solo en los formalismos matemáticos. Formalismos que se reflejan en los textos convencionales de física cuántica.

Con respecto a los textos convencionales de física cuántica estos también generan una problemática la cual es que se prioriza el desarrollo matemático sobre el conceptual, procurando un alto formalismo algorítmico, pretendiendo construir en el estudiante estructuras operacionales que lo formen en el “hacer” en física cuántica (Cuesta, 2018).

En la mayoría de las ocasiones, en los textos se evidencia cierta limitación en cuanto a la interpretación del fenómeno físico y del significado de las abstracciones que dicen caracterizarlo, razón por la cual en esos textos no se propician contextos que favorezcan el análisis y la discusión de los fenómenos. Por lo tanto, hay una alta probabilidad que la visión instrumentalista y esquemática de algunos libros de texto sea extrapolada a los profesores de física y, por ende, a sus estudiantes. Cuesta (2018) indica en su artículo Estado del arte: tendencias en la enseñanza de la física cuántica entre 1986 y 2016, que algunos libros en la fase inicial se enfocan en que el estudiante aprenda operativamente los algoritmos, y después abordan los significados, a lo que él denomina un proceso discontinuo entre la construcción conceptual y la formalización matemática.

Incluido en el artículo de Cuesta (2018) está el punto de vista de varios investigadores, uno a destacar es el de los ya mencionados Gil, Senent y Solbes (1986); en el cual nos dan a conocer que desde su perspectiva algunos libros que abordan la física cuántica presentan errores conceptuales. Para los autores estos errores se deben a que los libros no desarrollan adecuadamente la ruptura que existe entre la física clásica y la física moderna, lo que genera a su vez dificultades conceptuales en la presentación de ideas fundamentales.

También proponen que los errores surgen por tratar de explicar de forma sencilla y con escaso formalismo matemático algunos fenómenos, sobre los cuales no se puede hablar de intuición ya que carecen de esta, motivo por el que se explican fenómenos cuánticos en términos clásicos, lo que en última estancia afecta las argumentaciones. Cuesta (2018) indica que algunos de los libros los escriben personas que no entienden a fondo la física cuántica, de allí que se hagan planteamientos conceptuales acríticos que se transmiten con múltiples errores a los estudiantes. Otros investigadores del artículo de Cuesta (2018) son Cid y Dasilva (2012) ellos opinan que:

“...los errores conceptuales surgen por la falta de argumentos del autor del libro al intentar explicar un modelo, su origen y causas, así como a la visión científica positivista, a partir de la cual el autor realiza afirmaciones certeras acerca de los fenómenos. En muchos casos, tales afirmaciones no son del todo ciertas, este tipo de presentaciones no muestra el carácter dinámico de la física al estudiante”.

Esta problemática de los textos, junto con la dificultad de enseñar y aprender, son las razones por las cuales se recurre a un análisis de un fenómeno en particular de la mecánica cuántica, ya que como se mostrará más adelante el postulado del colapso de la función de onda es la herramienta ideal para fortalecer los conceptos cuánticos desde su concreción hasta su comprensión.

A partir de esto, se puede pensar que muchos alumnos pasan por varios cursos de Mecánica Cuántica sin captar verdaderamente los significados de los conceptos básicos de esa área, porque siempre usan los conceptos de la Mecánica Clásica como algún tipo de recurso ya sea analítico o empírico para dar significados a los nuevos conceptos. En otros términos, los conocimientos de la Mecánica Clásica fuertemente arraigados en la estructura cognitiva del

alumno funcionan como obstáculos representacionales mentales y hacen que él, naturalmente, intente dar significados a los conceptos cuánticos como derivaciones o correlaciones, de los conceptos clásicos. Probablemente, este es un caso en que el aprendizaje significativo subordinado debería ser evitado.

Para la pertinencia del trabajo es necesario acotar la física cuántica a uno de sus postulados que como lo he dicho antes son el producto de todos los estudios que se han realizado a lo largo de las décadas de 1920 y 1930 en cuestión de sistemas microscópicos lo que me lleva al postulado del colapso de la función de onda que habla acerca de la medición de un sistema cuántico y como este sistema cambia por el solo hecho de ser observado, y el cual tiene una interpretación desde el punto probabilístico de Copenhague donde el observador tiene el papel principal como lo acabe de mencionar ya que es el causante de que un sistema cuántico al ser medido colapse es decir, que de encontrarse en un estado inicial indefinido donde en realidad hay un número incierto de probabilidades donde pueda estar el sistema antes de la medición pase a encontrarse después de la medición en un estado bien definido y se le llama colapso ya que los otros posibles estados se destruyen, pero esta explicación no tiene toda la profundidad y la relevancia de las implicaciones físicas que este postulado podría tener en ese entonces y mucho menos ahora, por lo cual más adelante se desarrollara mejor.

Todo este contexto da pie a pensar si las formulaciones teóricas son suficientes para comprender el postulado del colapso de la función de onda o problema de la medición y los libros de mecánica cuántica nos dan evidencia de que falta esa parte histórica y epistemológica que hace que entendamos el origen del postulado, porque se formó y para que problemas fue encaminado.

En este sentido, se puede suponer que los postulados de la mecánica cuántica generan un panorama de gran interés en su estudio y su desarrollo desde una perspectiva epistemológica, la cual a su vez puede ser base de trabajo en el proceso meta-cognitivo al momento de analizar los fenómenos físicos, además de ser generador del aprendizaje de la mecánica cuántica. Dicho de otra manera, el colapso de la función de onda visto desde una perspectiva más epistemológica sirve como un proceso de reflexión entre la abstracción de los fenómenos cuánticos y el rigor del formalismo matemático.

Muchas de las discusiones epistemológicas que ocurren alrededor de la mecánica cuántica subyacen desde un ámbito disciplinar axiomatizadas desde una postura racionalista como lo presentan Moreira y Greca (2004) donde quizá lo más importante de estos postulados es la inclusión probabilística de los resultados obtenidos en un proceso de medición de un observable sobre un sistema microscópico.

Sin embargo, el postulado del colapso de la función de onda fue presentado de una manera “natural” por su enmarcación preliminar en torno a la imagen probabilística de los otros postulados, y fue dejado en un plano secundario hasta la consolidación de la problemática del entrelazamiento cuántico. Este trabajo se enmarca en el estudio de las incidencias que ha tenido el postulado del colapso de la función de onda en la mecánica cuántica.

Una de las intenciones de este contexto problemático es que, aunque como adultos aprendamos esencialmente por asimilación de conceptos, hay casos en que la asimilación puede impedir la adquisición de nuevos significados. Es decir, dificulta la percepción de lo que hay de nuevo en los materiales de aprendizaje. En el caso de la mecánica cuántica y más concretamente el postulado del colapso de la función de onda parece necesario que la estrategia didáctica conduzca directamente a los estudiantes a tornar significativos los nuevos

conceptos, o como Moreira y Greca (2004) comentan en sus resultados de algunas estrategias didácticas para el cambio conceptual y enfatizan en su investigación, justamente que muchas de las estrategias resultan exitosas porque:

"los estudiantes toman de la intervención didáctica información sobre la cual no eran conscientes antes de ella, y la aceptan y creen en ella. La revolución puede ser vista en las consecuencias de esta aceptación: el nuevo conocimiento da a los estudiantes nuevas perspectivas sobre hechos que potencialmente les permiten nuevas formas de procesar la información, o de tomar la información del medio".

Gracias a la investigación de Moreira y Greca (2004) es que se puede intuir que el caso de la Mecánica Cuántica parece ser un buen ejemplo de que los adultos no sólo son capaces de formar conceptos, como es típico de los niños, sino que también en algunos casos deben formar (y no asimilar) conceptos para captar los significados correctos de los nuevos conocimientos. Eso significa que en tales casos el aprendizaje significativo subordinado debería ser evitado como lo mencione varios párrafos atrás, es decir, la memoria debería pasar a un segundo plano o incluso ni siquiera mencionarse dependiendo de las circunstancias. Además, debería haber un des-aprendizaje, en el sentido de no usar el conocimiento previo, entendiéndose este conocimiento previo como los conceptos de la física clásica.

Son muchos los problemas que se presentan en la Didáctica de la Física como se ha presentado en el trabajo hasta ahora y como lo muestran Garrido, Arias y Flores (2014) en sus investigaciones. Particularmente, la física cuántica presenta mayores dificultades por ser uno de los temas más complejos y abstractos que tiene la física. La falta de comprensión de

los conceptos asociados a la física cuántica desencadena una serie de problemas tanto en docentes como en alumnos como ya se ha analizado previamente.

Por un lado, se tiene la perspectiva del alumno producto de detallar tanto la investigación de Garrido, Arias y Flores (2014) como la de Moreira y Greca (2004) donde este cae en un rechazo y desapego hacia los nuevos conocimientos, lo cual se traduce en un aprendizaje memorístico y repetitivo, incapacidad para resolver problemas, temor a expresar, defender y discutir sus puntos de vista o criticar de manera fundamentada el punto de vista de alguien más, apatía y actitud de derrota ante las dificultades del aprendizaje y lo más importante para ellos, el fracaso en los exámenes.

Por otro lado, el docente cae en la suposición de que para enseñar basta un conocimiento superficial de la materia y considera que la pedagogía es un trabajo repetitivo lo cual genera una pérdida de interés en los temas que se desarrollan en el aula, desinterés que entre otras cosas también afecta la calidad de las clases, llevando a la ausencia de investigación pedagógica y disciplinaria por parte del maestro (Hernández, 2001).

Esta falta de investigaciones, y deficiencias e inconsistencias en el conocimiento de la asignatura como tal, genera un círculo vicioso en el cuál cada vez más se dedica menos tiempo al estudio de la física moderna y en particular a la mecánica cuántica, evidenciándose así un desinterés, además que algunos docentes prefieren eliminar de su planificación ciertos conceptos por la misma dificultad que podrían representar, cabe aclarar que se habla de docentes que enseñan mecánica cuántica a un nivel universitario. Sin embargo, algunos grupos de investigadores aún creen que se puede cambiar esta realidad y han generado aportes teóricos y propuestas didácticas enfocadas a guiar las discusiones de los temas de

física cuántica en el aula como ejemplo están Garrido, Arias y Flores (2014), y claro esta este trabajo también busca ser una herramienta para la enseñanza de la mecánica cuántica.

Gracias al análisis expuesto hasta ahora es que surge la siguiente pregunta problema:

¿Cómo a través de una recontextualización de saberes de corte histórico - epistemológico sobre el postulado del colapso de la función de onda se puede hacer un análisis para reinterpretar dicho postulado y así ayudar a comprender de una manera diferente al corte teórico-matemático el problema de la medición en la mecánica cuántica?

1.2 OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL:

- Realizar un análisis de las ventajas de un contexto histórico - epistemológico sobre el postulado del colapso de la función de onda para poder determinar una recontextualización que permita generar un proceso de comprensión, entendimiento y crítica entorno al desarrollo e importancia de la mecánica cuántica.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Analizar el contexto histórico del colapso de la función de onda en la mecánica cuántica a partir de una exploración bibliográfica para dar cuenta de los fundamentos históricos.
- Concebir los posibles matices que desprende el estudio sobre el colapso ya sean teóricos o epistemológicos y la relevancia que tiene la medición en la mecánica cuántica.

- Exponer las posibles soluciones a los problemas de la enseñanza de la mecánica cuántica específicamente en el colapso de la función de onda, a partir de los análisis epistemológicos que se hagan.

1.3 ANTECEDENTES

A lo largo del primer capítulo se presentan la mayoría de los antecedentes sin embargo en este apartado mencionare los más relevantes.

La investigación de ámbito local es la de la profesora Ayala (2006), ya que brinda todas las bases en cuanto al estudio de la recontextualización de saberes, y la importancia de los estudios histórico – críticos al momento de enseñar física lo que fue fundamental para decidir el camino de la investigación del presente trabajo.

La investigación de ámbito internacional es la realizada por Garrido, Arias y Flores (2014) ya que es exhaustiva, y tiene gran utilidad como base para este trabajo, en cuanto a que esta permite evidenciar la necesidad de un cambio en la metodología de enseñanza de la física cuántica, por tal razón es que propongo la recontextualización histórico-epistemológica.

Otra investigación pertinente para el presente trabajo es la de Gil, Senent y Solbes (1986) aunque antigua es muy fructífera a la hora de evidenciar los problemas a la hora de enseñar física moderna y plantean un diseño experimental que resuelva los errores que encontraron los cuales, según ellos, son errores de interpretación que surgen por falta de apropiación en cuanto a los avances históricos de la física con los cuales sus estudiantes en esta investigación no están familiarizados. Estos ejemplos de situaciones reales tienen gran relevancia para este trabajo ya que le brindan pautas para la búsqueda de nuevas alternativas para el enriquecimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la mecánica cuántica.

CAPITULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 CUAL ES LA IMPORTANCIA DE UNA RECONTEXTUALIZACIÓN HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA

Al no comprender la dimensión de los estudios realizados por la física cuántica las personas que estudian esta rama de la física convierten sus alcances de comprensión en una práctica operativa sin análisis. (Cuesta, 2018). Practica que aparte de no ayudar al aprendizaje de los conceptos abstractos tampoco permite el desligue de los conceptos clásicos ya que, al no haber análisis de los fenómenos se cae como ya lo mencioné antes en el error de las analogías entre lo clásico y lo cuántico, cosa que probablemente haga más daño que beneficio no solo a la hora de aprender sino también a la hora de enseñar.

De dicha falta de comprensión, es que se evidencia la necesidad de una reorganización de saberes que ayude en el entendimiento de los fenómenos cuánticos, Por esta razón considero la recontextualización de saberes como una herramienta de orden comunicativo, que constituye un proceso de transformación desde el contexto principal de producción hacia un contexto secundario, lo que implica, en varios casos, modificaciones en términos de selección, síntesis, o reinterpretación de los textos.

Los argumentos anteriormente mencionados son los que permiten ver que la metodología de los análisis histórico-críticos en torno a la enseñanza de la mecánica cuántica, brindan la posibilidad de realizar una estructuración y organización de los fenómenos microscópicos de tal manera que ayudaran a su explicación, además de que facilitan dar un concepto de orden

epistemológico, ya que a partir de la recontextualización de los saberes se da sentido al contexto en el cual surgieron las diferentes formulaciones en torno a la mecánica cuántica permitiendo la comprensión de los conceptos de la mecánica cuántica desde una perspectiva no solo teórico-matemática si no también histórico-epistemológica dando así algunos de los lineamientos para la enseñanza y el aprendizaje de la mecánica cuántica. Dada la metodología propuesta se reconoce el dialogo que se hizo con los autores, en este caso con los diferentes investigadores en cuanto a la importancia de la enseñanza y el aprendizaje de la mecánica cuántica y el desarrollo de su epistemología lo cual permitió fortalecer el conocimiento y reflexionar alrededor de la forma en cómo se aborda la mecánica cuántica en el aula, ya que muchos textos no muestran la discusión que giró en torno al desarrollo de los conceptos epistemológicos y su importancia histórica.

Así que, al analizar las investigaciones con respecto a la enseñanza, aprendizaje y epistemología de la física cuántica, se puede indagar sobre la importancia de los sucesos que dieron comienzo a las concepciones modernas de la física y la relación entre las nociones físicas y el desarrollo matemático que posibilita la eficiencia de la mecánica cuántica sin olvidar el hecho que facilita al estudiante todos los tópicos que se dan en el curso de mecánica cuántica.

Dada la metodología propuesta se reconoce el dialogo que se hizo con los autores, en este caso con los diferentes investigadores en cuanto a la importancia de la enseñanza y el aprendizaje de la mecánica cuántica y el desarrollo de su epistemología lo cual permitió fortalecer el conocimiento y reflexionar alrededor de la forma en la cual se aborda la mecánica cuántica en el aula, ya que muchos textos no muestran la discusión que giró en torno al desarrollo de los conceptos epistemológicos y su importancia histórica . Así que, al

analizar las investigaciones con respecto a la enseñanza, aprendizaje y epistemología de la física cuántica, se puede indagar sobre la importancia de los sucesos que dieron comienzo a las concepciones modernas de la física y la relación entre las nociones físicas y el desarrollo matemático que posibilita la eficiencia de la mecánica cuántica sin olvidar el hecho que facilita al estudiante todos los tópicos que se dan en el curso de mecánica cuántica.

Según Ibáñez, Moncada y Arriaza (2018), este proceso transformativo y eficiente tiene lugar, debido a la necesidad social de enseñar y aprender, es decir, de transferir el conocimiento desde el contexto en el que es producido hasta un contexto pedagógico, en el que es diseminado y reproducido, para el presente trabajo funciona muy bien ya que el contexto histórico y epistemológico del colapso de la función de onda resultara ser una herramienta pedagógica a la hora de comprender la mecánica cuántica.

En palabras de Ibáñez, Moncada y Arriaza (2018) la recontextualización como herramienta funciona eficazmente a la hora de enseñar en el aula:

“Dado que la recontextualización constituye un eslabón fundamental entre el proceso de generación del conocimiento y su comunicación, permea prácticamente toda la actividad educativa, desde la selección de los contenidos a incorporar en el currículum nacional, hasta su uso en el aula. En contextos escolares, la recontextualización es observable en diferentes géneros pedagógicos, tales como guías didácticas, reseñas o mapas”.

Para explicar cómo se transfiere el conocimiento en contextos escolares, Ibáñez, Moncada y Arriaza (2018) plantean el concepto de dispositivo pedagógico, y este concepto está compuesto por estructuras sociales y sus reglas regulativas.

Las estructuras sociales operan en tres niveles secuenciales: producción, recontextualización y reproducción. Ibáñez, Moncada y Arriaza (2018) explican estas tres estructuras sociales de la siguiente manera. El primer nivel, denominado producción, este nivel concierne a todos aquellos estamentos en los que se produce conocimiento especializado, como las universidades y centros de investigación. En este nivel, el conocimiento del estado de cosas del mundo se codifica en forma simbólica especializada. En el contexto de este trabajo el primer nivel sería la producción que se ha hecho de textos especializados en mecánica cuántica donde la gran mayoría de estos destacan por sus formalismos matemáticos.

El segundo nivel corresponde a la recontextualización, en este la forma especializada es adaptada para ser comunicada en el contexto escolar. Según Ibáñez, Moncada y Arriaza (2018), en esta adaptación participan dos tipos de instituciones, las oficiales y las pedagógicas. Las instituciones oficiales corresponden a organismos públicos que controlan el rumbo pedagógico que se debería tomar.

En Colombia como en otros países, por ejemplo, el Ministerio de Educación se encarga de elaborar programas de estudios, delimitando los objetivos de aprendizaje que se alcanzarán en las aulas. Las instituciones pedagógicas corresponden a organismos que no controlan directamente la labor educativa, pero que, en cierta medida, pueden influir, como ocurre con las facultades de educación universitarias o los medios de comunicación especializados en educación. Para desarrollo de este trabajo el segundo nivel hace parte de mi aporte como investigador ya que es donde el colapso de la función de onda se convierte en un concepto epistemológico con repercusiones históricas que ayuda al entendimiento de la física cuántica no como una ciencia meramente teórica sino como una ciencia interpretativa que se centra en el comportamiento de los fenómenos microscópicos.

Una vez que el conocimiento ha sido adaptado en el nivel de la recontextualización, es utilizado en el tercer nivel, denominado reproducción. En este nivel se encuentran las prácticas pedagógicas, donde los conocimientos, por ejemplo, los contenidos en los programas de estudio se reconstruyen a partir del uso que le dan los estudiantes y los docentes en el aula. De este tercer nivel es del cual se obtiene el resultado que busca este trabajo en la medida que gracias a esta investigación el trabajo sirva para una profundización en la mecánica cuántica desde una perspectiva más conceptual y de orden histórico-epistemológico.

Las reglas regulativas, por su parte como desarrollan Ibáñez, Moncada y Arriaza (2018), permiten la transferencia del conocimiento entre las diferentes estructuras sociales y se clasifican en tres tipos, cabe aclarar que estos tipos funcionan en cualquier tipo de recontextualización por lo que es importante mencionar cada uno de ellos.

El primer tipo corresponde a las reglas distributivas, las cuales controlan qué conocimiento se transmitirá y quiénes se encargarán de hacerlo. Ejemplo de estas reglas son las políticas públicas de distribución de recursos para educación. En el ámbito de la física moderna estas reglas estarían situadas en los textos convencionales de física.

El segundo tipo corresponde a las reglas recontextualizadoras, las que seleccionan, refocalizan y vinculan distintos discursos, a partir de los cuales se enseña el conocimiento en el aula. Aquí estarían todas las investigaciones realizadas sobre la pertinencia de un cambio pedagógico en el cómo se enseña la física moderna. Por ejemplo, las editoriales son agentes que ponen en funcionamiento estas reglas al elaborar los textos escolares, también los grupos de investigación que en base a los resultados de sus investigaciones dan cuenta de la pertinencia del cambio de interpretación de los conceptos.

Por último, el tercer tipo que corresponde a las reglas evaluativas las cuales regulan la transmisión y adquisición del conocimiento en la sala de clases. Un ejemplo de ello es la toma de decisiones de los docentes respecto a los discursos que utilizarán en las actividades de enseñanza-aprendizaje. Y también los resultados diversos a la hora de comparar que tanto se aprendió después de usar los conocimientos ya recontextualizados y revisar si efectivamente es oportuno el cambio de contexto o no.

Estas reglas regulativas son la prueba de la eficacia de la recontextualización en el ámbito pedagógico, por lo tanto, este trabajo busca estar inmerso en estos procesos pedagógicos como una herramienta que funcione a la hora de hablar sobre el método de enseñanza y aprendizaje en la mecánica cuántica.

Ahora me quiero centrar en el porqué de la importancia de tener en cuenta la epistemología, ya que la importancia de la recontextualización y la necesidad de un cambio de interpretación de la mecánica cuántica ya han sido expuestas.

Es importante aclarar que la epistemología se relaciona directamente con el aprendizaje científico, ya que otorga ciertos matices a la comprensión de los conceptos, matices que se pueden evidenciar a la hora de hacer por ejemplo un análisis histórico-crítico donde, Ayala (2006) menciona que lo trata de establecer como un “diálogo” con los autores de los escritos que se analizan en aras de construir una estructuración particular de fenómenos o una nueva mirada que permita ver viejos problemas con nuevos ojos, otro ejemplo puede ser el que plantea López (1990) que pone a la ciencia, su aprendizaje, su enseñanza y su epistemología en un sistema de relaciones donde todas interaccionan ya sea directa o indirectamente creando así un tipo de didáctica, mediante la cual un conjunto de transformaciones adaptativas pueden convertir el saber científico en objeto de enseñanza.

Con estos dos ejemplos se puede ver que, en el plano de la epistemología, la ciencia aporta su estructura, sus métodos, sus fundamentos y su historia como objeto del análisis epistemológico. Pero lejos de construir una reflexión pura, la epistemología influye tanto en la enseñanza como en el aprendizaje científico, lo que conlleva a una retroalimentación, por vía indirecta, sobre la propia ciencia, para poder llegar a esa reflexión pura hay que tener en cuenta la crítica que proviene del estudio histórico, dando como resultado este contexto transformador que permite ver la ciencia de una manera más objetiva.

2.2 ACERCA DEL COLAPSO DE LA FUNCIÓN DE ONDA EN EL MATIZ TEÓRICO MATEMÁTICO

Para poder explicar el colapso es pertinente primero hablar de que es una función de onda y que implicaciones tiene en el caso particular de la mecánica cuántica. El concepto de función de onda se desarrolló en el marco de la primera física cuántica, dándose esto a mediados de la década de 1920 con la tesis de De Broglie y luego con las publicaciones de las comunicaciones de Schrödinger donde se interpretaba que las partículas podían ser representadas mediante una onda electromagnética que se propaga en el espacio. En la formulación moderna, la función de onda se interpreta como una expresión matemática mucho más abstracta, que representa un elemento de un cierto espacio de Hilbert de dimensión infinita que agrupa a los posibles estados del sistema después de que este se haya medido.

El colapso de la función de onda ocurre cuando una función de onda, que en principio se encuentra en una superposición de varios estados propios entiéndase esto como un conjunto de probabilidades, y después de haber ocurrido una medición o interacción con algún tipo de

observador se reduce este conjunto de probabilidades a un solo estado propio bien definido. Esta interacción es lo que se conocería como observación y así mismo el termino mundo externo se podría considerar como el observador, con estos conceptos es que se puede llegar a lo que en esencia es una medición en mecánica cuántica ya que conecta la función de onda con observables como posición y momento.

2.2.1 EXPLICACIÓN DEL COLAPSO

Para mostrar el colapso en primer lugar se mostrara una medición que se podría decir en términos generales funciona para cualquier sistema cuántico, luego se planteara un caso más particular de lo que se consideraría una medición en un sistema que depende del tiempo.

Antes del colapso, la función de onda puede ser cualquier función de cuadrado integrable, esta función es expresable como una combinación lineal de los estados propios de cualquier observable. Los observables representan variables dinámicas clásicas, y cuando uno de estos es medido por un observador, la función de onda se proyecta en un estado propio aleatorio de ese observable y el observador mide el valor de ese observable como el valor propio del estado final.

El estado cuántico de un sistema físico se describe mediante una función de onda, esto se puede expresar como un vector que representa la sumatoria de todos los posibles estados en los que se puede encontrar, usando la notación de Dirac o bra-ket de la siguiente manera: $|\Psi\rangle = \sum_i c_i |\varphi_i\rangle$. Los kets $|\varphi_1\rangle|\varphi_2\rangle|\varphi_3\rangle \dots$ especifican los diferentes estados posibles en las que el sistema puede estar y también muestran el estado cuántico particular al que puede llegar. Además, forman una base ortonormal de vectores propios, que de manera formal se ve como: $\langle\varphi_i|\varphi_j\rangle = \delta_{ij}$. Donde δ_{ij} representa el kronecker delta.

El observable está asociado con cada base propia o vector propio, y cada posibilidad tiene un valor específico o valor propio c_i del observable. Un parámetro medible del sistema podría ser la posición r y el momento p de una partícula, pero también su energía E . Y estos observables se pueden representar de la siguiente manera respectivamente: $|r, t\rangle = |x, t\rangle + |y, t\rangle + |z, t\rangle$, $|p, t\rangle = |p_x, t\rangle |p_y, t\rangle |p_z, t\rangle$, $|E\rangle \dots$

Luego de tener en cuenta el observable, que no es más que un operador en términos matemáticos y a los posibles estados del sistema que en términos matemáticos son los vectores propios, siguen las amplitudes de probabilidad que se pueden evidenciar a partir de los coeficientes $c_1 c_2 c_3 \dots$ y sus correspondientes bases $|\varphi_1\rangle |\varphi_2\rangle |\varphi_3\rangle \dots$. Estos coeficientes son números complejos. Por lo tanto, la norma al cuadrado de c_1 , es decir $|c_1|^2 = c_1 * c_1$ donde $*$ denota un número complejo conjugado, es la probabilidad de medir que el sistema esté en el estado $|\varphi_i\rangle$.

Para el paso siguiente de este análisis, se supone que todas las funciones de onda están normalizadas lo que en última instancia nos da la probabilidad total de medir todos los estados posibles $\langle \Psi | \Psi \rangle = \sum_i |c_i|^2 = 1$. Que como se evidencia es igual a 1.

Con estas definiciones es fácil describir el proceso del colapso. Ya que, para cualquier observable la función de onda es inicialmente una combinación lineal de vectores propios $\{|\varphi_i\rangle\}$ de ese observable. Cuando se mide el observable asociado con dichos vectores propios, la función de onda colapsa por completo y pasa de ser $|\Psi\rangle$ a solo uno de los estados propios, $|\varphi_i\rangle$, es decir: $|\Psi\rangle \rightarrow |\varphi_i\rangle$.

Cuando se analiza la probabilidad de colapsar a un estado propio dado $|\varphi_k\rangle$ es donde aparece la amplitud de probabilidad que ya había mencionado antes, $P_k = |c_k|^2$. Inmediatamente

después de la medición, otros elementos del vector de función de onda, $c_{i \neq k}$, han colapsado o han sido “destruidos” a cero, y $|c_i|^2 = 1$, concluyendo así la medición y mostrando todos los resultados posibles.

A menos que el observable que se mide conmute con el hamiltoniano, en ese caso el estado posterior a la medición en general evolucionará a medida que el tiempo avance en una superposición de diferentes estados propios de energía según lo determine la ecuación de Schrödinger. Además, en el caso que el estado proyectado sobre la medición tenga un valor de energía definida, la probabilidad de tener el mismo resultado de medición en un tiempo distinto de cero en general será menor que uno. (Entiéndase hamiltoniano como un operador que corresponde a la suma de las energías cinéticas más las energías potenciales para todas las partículas en un sistema).

2.2.2 EXPLICACIÓN PARTICULAR DEL COLAPSO

Para poder evidenciar de manera más concreta el colapso de la función de onda se analizará el caso particular donde este, está asociado a un sistema que depende del tiempo, por lo tanto, se expondrá el desarrollo de dicha interacción o perturbación dependiente del tiempo. Debo añadir que el siguiente desarrollo se logró gracias a las indicaciones del libro *Introduction to quantum mechanics* de Griffiths (1995).

Para empezar a analizar esta perturbación es necesario tener en cuenta la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo:

$$H\Psi = i \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

usando la separación de variables: $\Psi_{(r,t)} = \psi_{(r)} e^{-iEt/\hbar}$ donde $\psi(r)$ satisface la

independencia del tiempo ($H\psi = E\psi$) y la dependencia del tiempo de Ψ es llevada por $(e^{-iEt/\hbar})$. Al construir la cantidad física $|\Psi|^2$ este factor exponencial se cancela y todas las probabilidades son constantes en el tiempo. Partiendo de este resultado se miran los sistemas de dos niveles, donde se tiene un sistema sin perturbar con dos estados ψ_a y ψ_b sin perturbar el hamiltoniano entonces:

$$H_0\psi_a = E_a\psi_a \text{ y } H_0\psi_b = E_b\psi_b \quad [1]$$

Por lo tanto, el estudio del sistema en el tiempo t es.

$$\Psi_{(t)} = C_a\psi_a e^{-iE_a t/\hbar} + C_b\psi_b e^{-iE_b t/\hbar} \quad [2]$$

Después de perturbar el sistema dependientemente del tiempo $H'_{(t)}$ estas expresiones C_a y C_b ahora son funciones del tiempo.

$$\Psi_{(t)} = C_a(t)\psi_a e^{-iE_a t/\hbar} + C_b(t)\psi_b e^{-iE_b t/\hbar} \quad [3]$$

Si una partícula empieza en el estado ψ_a para que $C_a(0) = 1$ y $C_b(0) = 0$ y en algún tiempo t se encuentre que $C_a(t_1) = 0$ y $C_b(t_1) = 1$ se puede evidenciar una transición del sistema de ψ_a a ψ_b , y esta se resuelve para $C_a(t)$ y $C_b(t)$ exigiendo que $\Psi_{(t)}$ satisfaga la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo.

$$H\Psi = i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t}, \text{ donde: } H = H_0 + H'_{(t)} \quad [4]$$

De todo lo anterior se encuentra que:

$$\begin{aligned} & C_a[H_0\psi_a]e^{-iE_a t/\hbar} + C_b[H_0\psi_b]e^{-iE_b t/\hbar} + C_a[H'\psi_a]e^{-iE_a t/\hbar} + C_b[H'\psi_b]e^{-iE_b t/\hbar} = \\ & i\hbar \left[\dot{C}_a\psi_a e^{-iE_a t/\hbar} + \dot{C}_b\psi_b e^{-iE_b t/\hbar} + C_a\psi_a \left(\frac{-iE_a}{\hbar}\right) e^{-iE_a t/\hbar} + C_b\psi_b \left(\frac{-iE_b}{\hbar}\right) e^{-iE_b t/\hbar} \right] \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta [1] se cancelan algunos términos y se obtiene:

$$C_a[H'\psi_a]e^{-iEat/\hbar} + C_b[H'\psi_b]e^{-iEbt/\hbar} = i\hbar \left[\dot{C}_a\psi_a e^{-iEat/\hbar} + \dot{C}_b\psi_b e^{-iEbt/\hbar} \right] \quad [5]$$

Se sabe que ψ_a y ψ_b son ortonormales por lo cual:

$$\langle \psi_a | \psi_b \rangle = \delta_{ab} \quad [6]$$

Para aislar \dot{C}_a se usa el producto interno y teniendo en cuenta [6] entonces:

$$C_a \langle \psi_a | H' | \psi_a \rangle e^{-iEat/\hbar} + C_b \langle \psi_a | H' | \psi_b \rangle e^{-iEbt/\hbar} = i\hbar \dot{C}_a e^{-iEat/\hbar}$$

Para abreviar se define: $H'_{ij} \equiv \langle \psi_i | H' | \psi_j \rangle$ [7]

Al H' ser hermítico implica que $H'_{ij} = (H'_{ji})^*$ sea multiplicando por $-\left(\frac{i}{\hbar}\right) e^{-iEat/\hbar}$ y se concluye que:

$$\dot{C}_a = -\frac{i}{\hbar} \left[C_a H'_{aa} + C_b H'_{ab} e^{-i(E_b - E_a)t/\hbar} \right] \quad [8]$$

De igual manera el producto interno con ψ_b usando \dot{C}_b nos muestra que:

$$\dot{C}_b = -\frac{i}{\hbar} \left[C_b H'_{bb} + C_a H'_{ba} e^{-i(E_b - E_a)t/\hbar} \right] \quad [9]$$

Las ecuaciones [8] y [9] determinan $C_a(t)$ y $C_b(t)$; que tomados juntos son completamente equivalentes en la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo y los elementos de la matriz diagonal de H' desaparecen:

$$H'_{aa} + H'_{bb} = 0 \quad [10]$$

Por tal motivo, se simplifican las ecuaciones:

$$\dot{C}_a = -\frac{i}{\hbar}[H'_{ab}e^{-i(\omega_0)t}]C_b \quad [11]$$

$$\dot{C}_b = -\frac{i}{\hbar}[H'_{ba}e^{i(\omega_0)t}]C_a \quad [11]$$

Dónde: $\omega_0 \equiv \frac{E_b - E_a}{\hbar} \quad [12]$

Además, se asume que $E_b \geq E_a$, entonces $\omega_0 \geq 0$.

Pero si H es “pequeño” se pueden resolver las ecuaciones [11] mediante un proceso de aproximaciones sucesivas. Supongamos que la partícula está en el estado inferior:

$$C_a(0) = 1, C_b(0) = 0 \quad [13]$$

Se podrían ver las aproximaciones en orden cero, primer orden y segundo orden. En estas aproximaciones se observa que C_a se modifica en cada orden par y C_b en cada orden impar.

Donde se puede evidenciar que $|C_a^{(1)}(t)|^2 + |C_b^{(1)}(t)|^2 = 1$ para primer orden en H' .

Para poder avanzar más en este razonamiento Griffiths (1995) propone la idea de tener en cuenta las perturbaciones sinusoidales dependientes del tiempo:

$$H'_{(r,t)} = V_{(r)} \cos(\omega t) \quad [14]$$

Así que:

$$H'_{ab} = V_{ab} \cos(\omega t) \quad [15]$$

Dónde:

$$V_{ab} \equiv \langle \psi_a | V | \psi_b \rangle \quad [16]$$

Teniendo en cuenta la ecuación para una aproximación de primer orden es:

$$\frac{dC_a}{dt} = 0 \rightarrow C_a^{(1)}(t) = 1$$

$$\frac{dC_a}{dt} = -\frac{i}{\hbar} H'_{ba} e^{i(\omega_0)t} \rightarrow C_a^{(1)} = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t H'_{ba}(t') e^{i(\omega_0)t'} dt' \quad [17]$$

Ahora en una perturbación sinusoidal tendría:

$$C_b(t) \cong -\frac{i}{\hbar} V_{ba} \int_0^b \cos(\omega t') e^{i(\omega_0)t} dt' = \frac{iV_{ba}}{2\hbar} \int_0^b [e^{i(\omega_0+\omega)t'} + e^{i(\omega_0-\omega)t'}] dt'$$

$$C_b(t) = -\frac{V_{ba}}{2\hbar} \left[\frac{e^{i(\omega_0+\omega)t} - 1}{\omega_0 + \omega} + \frac{e^{i(\omega_0-\omega)t} - 1}{\omega_0 - \omega} \right] \quad [18]$$

Para simplificar esto Griffiths (1995) centra su atención en las frecuencias (ω) que están muy cerca de la de frecuencia de transición (ω_0).

Por lo tanto, supone que: $\omega_0 + \omega \gg |\omega_0 - \omega|$ [19]

Esto no sería una limitación, ya que las perturbaciones en otras frecuencias tienen una probabilidad insignificante de causar una transición de todos modos, por lo cual se tiene:

$$C_b(t) \cong -\frac{V_{ba}}{2\hbar} \frac{e^{i(\omega_0-\omega)t/2}}{\omega_0 - \omega} \left[e^{i(\omega_0-\omega)t/2} - e^{-i(\omega_0-\omega)t/2} \right]$$

$$C_b(t) = -\frac{iV_{ba}}{\hbar} \frac{\sin[(\omega_0 - \omega)t/2]}{\omega_0 - \omega} e^{i(\omega_0-\omega)t/2} \quad [20]$$

A partir de lo anterior se puede ver la probabilidad de transición, que es cuando una partícula que estuvo en el estado ψ_a sea encontrada, en el tiempo t en el estado ψ_b y se expresa así:

$$P_{a \rightarrow b}(t) = |C_b(t)|^2 \cong \frac{|V_{ab}|^2 \sin^2[(\omega_0 - \omega) t/2]}{\hbar^2 (\omega_0 - \omega)^2} \quad [21]$$

Hasta este punto no se habían considerado las ondas electromagnéticas, es decir no se había tenido en cuenta la emisión y absorción de radiación hasta ahora. Cuando se tiene un átomo que es expuesto a una oscilación sinusoidal del campo eléctrico de un haz de luz se obtiene que:

$$E = E_0 \cos(\omega t) \hat{k} \quad [22]$$

(Asumiendo la luz monocromática y polarizada en la dirección z). El hamiltoniano perturbador es:

$$H' = -qE_0 z \cos(\omega t) \quad [23]$$

Donde q es la carga del electrón.

Evidentemente se puede escribir la siguiente ecuación:

$$H'_{ba} = -\gamma E_0 \cos(\omega t) \text{ donde } \gamma \equiv q \langle \psi_b | z | \psi_a \rangle \quad [24]$$

Donde γ es el momentum dipolar eléctrico.

La interacción de la luz con la materia se rige precisamente por la perturbación oscilatoria del tipo sinusoidal y se ve con:

$$V_{ba} = -\gamma E_0 \cos(\omega t) \quad [25]$$

Si un átomo está en un estado “inferior” ψ_a y brilla un haz de luz polarizado monocromático sobre él, la probabilidad de transición a un estado “superior” ψ_b está dado por la ecuación [21] donde en vista de la ecuación [25] toma la forma:

$$P_{a \rightarrow b}(t) = \left(\frac{|\gamma| E_0}{\hbar} \right)^2 \frac{\sin^2[(\omega_0 - \omega) t/2]}{(\omega_0 - \omega)^2} \quad [26]$$

En este proceso el átomo absorbe la energía que proviene del campo electromagnético

$(E_b - E_a = \hbar\omega_0)$, lo que significa que se absorbe un fotón.

Para un sistema que comienza en estado superior [$C_a(0) = 0$, $C_b(0) = 1$] es el mismo procedimiento excepto que se calcula

$P_{b \rightarrow a}(t) = |C_a(t)|^2$ por lo tanto:

$$P_{b \rightarrow a}(t) = \left(\frac{|\gamma|E_0}{\hbar} \right)^2 \frac{\sin^2[(\omega_0 - \omega)t/2]}{(\omega_0 - \omega)^2} \quad [27]$$

Ahora para poder continuar con el análisis Griffiths (1995) se dirige a las perturbaciones incoherentes, es decir donde el haz de luz no es monocromático ni polarizado y hay que hablar de la densidad de energía en una onda electromagnética que viene dada por:

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2 \quad [28]$$

Donde E_0 es la amplitud del campo eléctrico.

Luego la probabilidad de transición es proporcional a la densidad de energía de los campos:

$$P_{b \rightarrow a}(t) = \frac{2U}{\epsilon_0 \hbar^2} |\gamma|^2 \frac{\sin^2[(\omega_0 - \omega)t/2]}{(\omega_0 - \omega)^2} \quad [29]$$

Vale aclarar que la ecuación [29] es para una perturbación monocromática que consiste en una sola frecuencia, teniendo en cuenta que el sistema este expuesto a ondas electromagnéticas con un rango de varias frecuencias en este caso $U \rightarrow \rho(\omega)d\omega$ donde $\rho(\omega)d\omega$ es la densidad de energía en un rango de frecuencia $d\omega$ por lo tanto la probabilidad de transición sería:

$$P_{b \rightarrow a}(t) = \frac{2}{\epsilon_0 \hbar^2} |\gamma|^2 \int_0^\infty \rho(\omega) \left[\frac{\sin^2[(\omega_0 - \omega) t/2]}{(\omega_0 - \omega)^2} \right] d\omega \quad [30]$$

Por lo general el término entre paréntesis tiene un pico agudo sobre ω_0 , mientras que $\rho(\omega)$ es relativamente amplio; por lo tanto, se puede reemplazar $\rho(\omega)$ por $\rho(\omega_0)$ y así:

$$P_{b \rightarrow a}(t) \cong \frac{2|\gamma|^2}{\epsilon_0 \hbar^2} \rho(\omega_0) \int_0^\infty \left[\frac{\sin^2[(\omega_0 - \omega) t/2]}{(\omega_0 - \omega)^2} \right] d\omega \quad [31]$$

Cambiando las variables a $x \equiv (\omega_0 - \omega) t/2$, extendiendo los límites de integración a $x \pm \infty$ se tiene:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \pi \quad [32]$$

Luego usando [32] sobre [31] se encuentra:

$$P_{b \rightarrow a}(t) \cong \frac{\pi |\gamma|^2}{\epsilon_0 \hbar^2} \rho(\omega_0) t \quad [33]$$

Mostrando que la probabilidad de transición es proporcional a t .

Así este desarrollo matemático nos muestra el resultado de la probabilidad que se puede obtener al final de una medición dependiente del tiempo.

2.3 ACERCA DEL COLAPSO DE LA FUNCIÓN DE ONDA EN EL MATIZ HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO

2.3.1 DEBATE BOHR EINSTEIN

¿Qué tan importantes fueron los debates entre Bohr y Einstein para el desarrollo de la mecánica cuántica y posteriormente el planteamiento del colapso de la función de onda?

Se Tendrán en cuenta los acontecimientos que dieron luz al colapso por ello hay que referirse al inicio de la mecánica cuántica, es por esta razón que debo mencionar a Albert Einstein, quien fue el primero de los físicos en señalar que el descubrimiento de Max Planck en referencia al cuanto de acción (h) implicaba reescribir la física.

Con la meta de probar esta afirmación, en 1905 propuso que la luz actuaba a veces como una partícula a la que llamó cuanto de luz que con el tiempo se le cambiaría su nombre a fotón, de esta idea de fotón aparece otro físico que por su relevancia hay que mencionar el cual es Niels Bohr ya que fue uno de los mayores oponentes verbales a esta idea de fotón y no llegó a aceptarla abiertamente sino hasta 1925.

El fotón llamó la atención de Einstein porque él lo vio como una forma algo confusa de ver la realidad física detrás de los propios números, mientras que a Bohr le desagradaba porque hacía arbitrarias ciertas soluciones matemáticas. No le gustaba que los científicos tuvieran que elegir entre distintas ecuaciones. A mediados de 1913 Bohr trajo su modelo del átomo de hidrógeno que hacía uso del cuanto de Planck para explicar el espectro atómico. Al cual Einstein en principio puso en duda, pero al cabo de un periodo de tiempo corto cambió de idea y lo aceptó, a pesar del hecho de que su concepto de realidad no podía ser representado en detalle, por ello el consideró el trabajo de Bohr como un proyecto analítico en progreso.

Estos acontecimientos dieron pie a lo que podría llamarse una revolución científica o el nacimiento de la mecánica cuántica esto a mediados de los años veinte, lo cual ocurrió bajo la dirección de Einstein y Bohr con sus debates, y estos debates estuvieron enfocados hacia el cómo darle sentido a tal cambio de paradigma es decir pasar de un pensamiento mecánico clásico a uno mecánico cuántico o moderno.

Las discrepancias para Einstein comenzaron en 1925 cuando Werner Heisenberg introdujo ecuaciones matriciales que eliminaban los elementos newtonianos del espacio y el tiempo de cualquier realidad que pudiera estudiarse. El siguiente desacuerdo sucedió en 1926 cuando Max Born propuso que la mecánica debía ser entendida como un conjunto de probabilidades, las cuales permitían que no fuera necesario ningún tipo de explicación causal. Finalmente, a finales de 1927, Heisenberg y Born declararon en la Conferencia Solvay de ese año que la revolución había sido completada, es decir ya no era necesario ir más allá en el desarrollo de la mecánica cuántica ya que estaba completa. Fue en esa última premisa donde el escepticismo de Einstein se convirtió en una auténtica aversión. Aunque él creía que se había logrado mucho en ese nuevo campo, él tenía la certeza que las razones profundas de la mecánica cuántica todavía necesitaban ser comprendidas y no estaban del todo desarrolladas. (Gamow, 1996).

Por esto Einstein se rehusó a aceptar la revolución como completa, dando a entender su deseo por ver desarrollado un modelo que incluyera todas las causas que se pudieran evidenciar de estos modelos cuánticos aparentemente aleatorios, ya que las probabilidades cuánticas según la teoría de Bohr implicaban que las posiciones en el espacio-tiempo nunca podrían ser completamente conocidas. Einstein no rechazaba las estadísticas o las probabilidades en sí mismas, es más, él era un gran pensador estadístico. Lo que en si le molestaba era la ausencia de una razón o explicación para los eventos concretos, más allá de su mera predicción estadística, es decir una certeza. (Kumar, 2011). A Bohr, mientras tanto, para nada le afectaban ninguno de los elementos que tanto preocupaban a Einstein. Él hizo su propio arreglo con las contradicciones proponiendo un principio de complementariedad que básicamente explicaba como el comportamiento tanto de la luz como de la materia era

corpuscular u ondulatorio y esto dependía netamente del papel del observador sobre lo observado.

Como ya se mencionó hace poco la posición de Einstein trajo modificaciones significativas con el pasar de los años. En una primera instancia Einstein se negó a aceptar el indeterminismo cuántico por lo tanto, trató de demostrar que el principio de indeterminación podía ser violado, sugiriendo experimentos mentales muy audaces que permitirían hallar un valor preciso y simultáneo de variables incompatibles, tales como velocidad y posición. Es importante resaltar el término experimento mental ya que estos serían la base del desarrollo de la mecánica cuántica como se conoce actualmente.

Einstein decía que las mediciones estadísticas de la cuántica eran una aberración que serían superadas en el futuro, aun así, tenía un problema filosófico con el Principio de Incertidumbre de Heisenberg, como lo acabe de mencionar y el problema radica en que este principio afirma que una parte fundamental de la naturaleza no se puede medir con exactitud, es decir dos características de una partícula como energía y tiempo o momento y posición no se pueden medir al mismo tiempo.

Aunque lo que ofendió más a Einstein fue el hecho que Bohr aceptara que las “cosas no existen si no las estamos observando”, esta interpretación es la que más lleva a pensar a la mecánica cuántica como una revolución ya que no se podía decir que una partícula tenía una característica hasta el momento de ser observada y medida. Esto implica que el observador modifica la observación y el concepto que más estremecía a Einstein era el de Complementariedad, aunque Newton y Huygens habían debatido sobre la doble naturaleza de la luz, y para principios de los 20s Louis de Broglie propugnaba una teoría de dualidad más elaborada, el principio de complementariedad no vio su auge sino hasta Bohr ya que él

fue mucho más allá como lo explique hace poco implicando al observador y el objeto de estudio observado. Para Einstein, todo esto rayaba en acertijos metafísicos con los que no estaba de acuerdo. (Kumar, 2011)

Contra Einstein, defendiendo tanto la indeterminación como la complementariedad, estaba la que con el tiempo fue llamada la Interpretación de Copenhague, donde Niels Bohr estaba a la cabeza y era secundado por Werner Heisenberg y Wolfgang Pauli. Bohr afirmaba que “es un error pensar que la física se encarga de decir cómo se comporta la naturaleza. La física se ocupa de ver qué podemos decir acerca de ella”. Einstein contestaba que “eso que llamamos ciencia se ocupa de decir qué es”. Para él, la física era el intento de comprender la realidad tal y como es, con sus características intrínsecas independientemente de quién y cómo se observará. (Kumar, 2011)

En Solvay 1927, como lo mencione anteriormente estas dos visiones del mundo, certidumbre clásica e incertidumbre cuántica se enfrentaron en días de intensos argumentos y contraargumentos. Aunque las conferencias eran interesantes los planteamientos que surgieron y son de interés para este trabajo se dieron realmente en el comedor del Hotel Metropole, ya que era el lugar donde todos los asistentes a las conferencias llegaban. Cada mañana, Einstein, llegaba con una propuesta que parecía refutar el Principio de Incertidumbre y Bohr después de reflexionar todo el día encontraba en la noche una solución que lograba refutar a Einstein.

Para la pertinencia de este trabajo creo necesario examinar solo el primer experimento mental que planteo Einstein el cual constaba de imaginar un haz de electrones, reducido a uno por

uno, entrando por una ranura en una pantalla. La interacción del pasaje por la ranura le confería cierto momento y desviaba su trayectoria, hasta chocar en una placa fotográfica. A partir de esto Einstein propuso que de esta forma se puede calcular momento y posición al mismo tiempo. Planteamiento que Bohr encontró erróneo, haciendo un diseño más real en donde el electrón pasaba por la ranura, pero también le confería un cambio de momento inercial a la pantalla, lo que hacía que la aguja que indicaba el cambio de momento del electrón no pudiera ser medido con la exactitud predicha por Einstein. (Kumar, 2011)

Todos los días se planteaban experimentos como este y con el tiempo se hacían cada vez más complejos, pero cada vez eran refutados. Einstein deseaba comprobar que la Mecánica Cuántica carecía de coherencia interna, pero sus esfuerzos por demostrarlo eran ineficaces. Aunque él concedía que la teoría cuántica tenía una parte indudable de verdad objetiva, era su creencia filosófica la que no admitía que el mundo pudiera ser fundamentalmente incierto.

Debería tenerse en cuenta, como reconoció Bohr, que para entender el fenómeno de la medición es decisivo que a diferencia de las mediciones clásicas el propio aparato de medida es también parte del sistema y el formalismo cuántico debe aplicarse al sistema completo en el que está incluido. De hecho, la introducción de cualquier dispositivo nuevo, por ejemplo, un espejo, en el camino de una partícula, podría introducir nuevos efectos de interferencia que influirían esencialmente en las predicciones sobre los resultados que serían finalmente observados.

Para finalizar este trayecto histórico que he seguido de Bohr y Einstein tengo la obligación de mencionar un artículo publicado en 1935 de Einstein en colaboración con Boris Podolsky y Nathan Rosen el cual desarrolló un argumento para probar que las ideas de estos en contra de la interpretación de Copenhague, este punto que pronto se bautizó como argumento EPR.

De una manera breve Borge (2014) plantea el argumento EPR diciendo que:

“...exponía el hecho de que cuando dos sistemas micro físicos que se encuentran alejados, pero que han interactuado en el pasado, las mediciones de la posición o momento en uno de ellos permite inferir el valor que la misma variable tendrá en el otro, aun cuando este no sea efectivamente sometido a una medición. Pero si un sistema tiene valores determinados para sus variables cuando no está siendo medido, y la teoría cuántica no los describe, entonces no es completa.”

Del argumento EPR se desprendieron varias discusiones que se prolongaron durante el resto del siglo XX, inclusive aun hoy en día se tienen algunas de estas discusiones, aunque en una forma bastante diferente. Ya desde el momento de su misma formulación se hizo notar que el argumento EPR estaba sostenido en algunos supuestos, entre ellos, el de localidad, que eliminaba la posibilidad de que la medición en un sistema afectara a distancia al sistema con el que previamente había interactuado, pero del que luego se encontraba alejado.

Otro hecho que se vio muy ligado a EPR fueron los resultados obtenidos por John Stewart Bell en 1964 que mostraron la imposibilidad de formular una teoría de variables ocultas locales, es decir, Bell descubrió el error en el planteamiento y lo describió matemáticamente dando pie a que conceptos como el de No-Localidad y Acción a Distancia fueran ampliamente aceptados. En pocas palabras, el Teorema de Bell dice que hay una distinción insalvable entre las descripciones del mundo de la mecánica cuántica y la mecánica clásica. En términos técnicos, dice que “un modelo con variables ocultas locales no puede reproducir las predicciones de la mecánica cuántica”, o sea que no se pueden usar conceptos de realidad local o macro, en el mundo cuántico. Pero alejado de acabar con el ánimo de los realistas,

esto abrió un nuevo y amplio campo de interpretaciones de la teoría cuántica dispuestas a conservar alguna forma de realismo con respecto a los estados cuánticos.

Hasta este punto se puede decir que la importancia de los debates entre Bohr y Einstein está en cómo los experimentos mentales de ambos ayudaron a comprender el comportamiento cuántico de la luz y la materia mientras que así mismo se desarrollaba la mecánica cuántica como rama de estudio de la física moderna, provocando que todas las ideas no solo de estos dos científicos sino también de los otros que simpatizaban ya sea con las ideas de uno u otro convergieran en el planteamiento del colapso de la función de onda también nombrado el problema de la medición.

2.3.2 LA PERSPECTIVA FILOSÓFICA Y EL CONCEPTO DE REALIDAD

A lo largo de este trabajo se ha presentado el colapso de la función de onda como uno de los pilares en el desarrollo de la mecánica cuántica y uno de los factores que más influyó en este proceso fue el de interpretar lo que se conoce como realidad, es decir, que percibimos al momento de interactuar con un objeto para conocer sus propiedades y funciones, hasta este punto todo iría bien pero al pasar a un plano cuántico la realidad comienza a distorsionarse, o mejor dicho la realidad comienza a ser una construcción subjetiva basada en probabilidades y no certezas esta afirmación es posible gracias a los innumerables experimentos mentales que se realizaron.

Todos estos experimentos propiciaron buena parte de las polémicas que hoy son muy comunes en el debate entre científicos realistas y antirrealistas. Y es que la teoría atómica que fue la base que inicio el estudio de la mecánica cuántica fue inicialmente recibida como una mera especulación cuyo único mérito era su adecuación empírica, es decir su poder explicativo y predictivo permitía reunir una serie de regularidades conocidas que

permanecían virtualmente inexplicadas, pero nadie tomaba en serio la posibilidad de que los átomos tuviesen una existencia real. (Borge, 2014)

Sin embargo, a comienzos del siglo XX muy poco quedaba en pie de la original formulación de Dalton, los resultados experimentales, resultados sacados en laboratorios, terminaron por desplazar la interpretación instrumentalista en favor de un realismo metafísico respecto de las partículas atómicas. Las contradicciones conceptuales a las que parecen conducir algunos de los postulados fundamentales de la mecánica cuántica han hecho que estas provengan o se vean bajo la sombra de una interpretación que puede ser tenida por instrumentalista claro está a excepción de algunas particularidades.

Todos estos argumentos empíricos generaban ciertos compromisos ontológicos que al momento de adentrarse en el mundo cuántico se podían cambiar o de otro modo podían tergiversar lo que la teoría cuántica quería expresar y esto obviamente se desarrollaba en un problema el cual era no reconocer la importancia de las cuestiones metafísicas como parte constituyente de la evaluación de la teoría atómica y por consiguiente de la mecánica cuántica como tal.

De este tipo de evaluaciones para determinar lo metafísico en la mecánica cuántica es que surge la construcción del debate contemporáneo entre realistas y antirrealistas lo que en consecuencia corresponde netamente a la filosofía y se relaciona de un modo mucho más directo al abandono de las tesis positivistas y la revitalización de las discusiones metafísicas. Es más dicha revitalización es la que permite que la ciencia haya tomado el rumbo de las reflexiones filosóficas acerca de la ciencia y su práctica luego del ocaso del positivismo lógico.

Para poder analizar el colapso de la función de onda hay que tener en cuenta que en el proceso cognitivo que resulta de hacer una relación entre sujeto y objeto se presenta un interesante planteamiento que se podría relacionar con la posición epistemológica del constructivismo, entendiendo sujeto y objeto dentro del contexto de la medición.

Es pertinente mencionar a Kant y la fenomenología que se empezó a postular con el papel constructivo de la experiencia y de la conciencia en la captación de la realidad. Posteriormente, hacia la década de 1980, se va configurando como una opción epistemológica, en donde se afirma que los seres humanos crean activamente las realidades a las que responden. Esta última afirmación se haría posible siempre y cuando se tengan en cuenta los obstáculos representacionales o los compromisos ontológicos que tengan las personas en particular, ya que estos son fundamentales para construir su realidad.

En los planteamientos constructivistas de esta década se presta una enorme atención al papel activo de la mente a la hora de organizar y crear significado, como también en la comprensión de la realidad. La física, por su parte, toma también esta posición constructivista desafiando las posturas de realismo presentes en la física clásica y donde se asume una verdad exterior cognoscible y objetiva independiente con respecto al observador. Con esto se puede asumir, además, desde esta perspectiva, que la preconcepción, lo imaginario o presupuesto de lo que consideramos como real, está condicionado por el referente histórico, cultural o religioso, que es en últimas el que configura lo que juzgamos como real. En este sentido, desde diversos períodos históricos hasta cambiantes formas de pensar e interpretar los conceptos, establecen estudios epistemológicos.

Todo este análisis que se ha realizado hasta el momento lleva a percibir que para fin de 1920 y principios de 1930 las preguntas acerca de los presupuestos metafísicos y los compromisos

ontológicos de la teoría atómica, empezaron a jugar un papel tan importante en la consolidación del paradigma de la mecánica cuántica como el que las cuestiones acerca de su estructura matemática había jugado una década antes, lo que en mi opinión otorga al colapso de la función de onda o problema de la medición un carácter más epistemológico.

De la misma manera, para algunos físicos especializados en mecánica cuántica, en el solo acto de observación se presenta una interferencia o transformación en la naturaleza misma, es decir, la forma particular con que miremos la realidad contiene muchas posibilidades. Es así como se puede analizar otro ejemplo como el de Schrödinger donde él muestra que en el acto de la observación se da una impresión inevitable e incontrolable del sujeto sobre el objeto dado.

2.3.3 EL GATO DE SCHRÖDINGER

Para ilustrar de manera más oportuna lo explicado hasta el momento es importante analizar el experimento del gato de Schrödinger, y teniendo en cuenta que existen varios físicos que explican este experimento creo pertinente nombrar algunas interpretaciones o cambios que se le han hecho a este experimento a lo largo de su historia para poder abordar el concepto completo del colapso dentro del experimento.

El primero por supuesto es la versión original de Schrödinger que propuso en 1935 donde destaca la importancia del observador en el colapso de la función de onda. Según este experimento mental, el gato de Schrödinger está encerrado en una caja que contiene, de un lado, comida y, de otro lado, veneno. El dueño lo sabe y espera. Pasado un tiempo abre la caja y puede encontrarse con que el gato ha tomado el alimento y vive, o bien que ha tomado

el veneno y ha muerto. Schrödinger piensa que es el observador el que, al mirar dentro de la caja, convierte en real una u otra posibilidad.

Una segunda interpretación que se tiene es, si se imagina a un gato dentro de una caja completamente opaca. En su interior se instala un mecanismo que une un detector de electrones a un martillo. Y justo debajo del martillo un frasco de cristal con una dosis de veneno letal para el gato. Si el detector capta un electrón activará el mecanismo haciendo que el martillo caiga y rompa el frasco. Si se dispara un electrón, por lógica pueden suceder dos cosas. Puede que el detector capte el electrón y active el mecanismo. En ese caso, el martillo cae rompe el frasco y el veneno se expande por el interior de la caja. El gato lo inhala y muere. Al abrir la caja encontraremos al gato muerto, o puede que el electrón tome otro camino y el detector no lo capte, con lo que el mecanismo nunca se activará, el frasco no se romperá y el gato seguirá vivo. En este caso al abrir la caja el gato aparecerá sano y salvo. Hasta aquí todo es lógico. Al finalizar el experimento veremos al gato vivo o muerto. Y hay un 50% de probabilidades de que suceda una cosa o la otra.

Pero este experimento no es tan sencillo ya que al estar hablando de mecánica cuántica hay que tener en cuenta que el electrón es al mismo tiempo onda y partícula. En palabras sencillas el electrón, sale disparado como una bala, pero también, y al mismo tiempo, como las ondas que se forman en un cuerpo de agua cuando se tira una piedra. Es decir, toma distintos caminos a la vez. Y además no se excluyen, sino que se superponen como ya le expliqué anteriormente. De modo que toma el camino del detector y al mismo tiempo el contrario.

Entonces el electrón será detectado y el gato morirá y al mismo tiempo no será detectado y el gato seguirá vivo. A escala atómica se puede afirmar que, ambas probabilidades se cumplen de forma simultánea. En el mundo cuántico, el gato acaba vivo y muerto a la vez y

ambos estados son igual de reales. Pero al abrir la caja uno sólo ve al gato vivo o muerto lo que implica un resultado que no es cuántico cuando se abre la caja.

Otra interpretación señala que el colapso de la función de onda se produce por efecto del dispositivo de medición, que es el que en realidad reduce a uno concreto los diversos estados de probabilidad, descartando el papel del observador que pretendía Schrödinger. Esta interpretación se conoce como realismo cuántico.

En medio de estas interpretaciones emerge la Escuela de Copenhague, para la cual la física cuántica no debe ir tan lejos. Considera que estas interpretaciones se refieren no a la realidad en sí misma, sino al conocimiento que tenemos de ella. Ese conocimiento está descrito por la función de onda y es normal que la función de onda se altere por la medición, ya que al actuar modificamos nuestro conocimiento de la realidad.

Otro físico que desarrollo una interpretación más alejada de la original pero igual de interesante fue Eugene Wigner aproximadamente en 1967. En este escenario, la caja del gato de Schrödinger está dentro de otra caja mayor en la que hay otro físico observando, el así llamado “amigo de Wigner”. En el exterior, Wigner contempla lo que pasa en el experimento mental. Se podría decir que la Escuela de Copenhague se queda pequeña para interpretar lo que pasa en este experimento.

Ya que a manera de ejemplo el amigo de Wigner ya ha abierto la caja y descubierto que el gato está vivo, pero Wigner desconoce el resultado de la observación. Sólo puede saberlo si abre la segunda caja y le pregunta a su amigo. Como hay dos observadores surge la incógnita, ¿en qué momento se ha convertido el paquete de ondas de probabilidad en una realidad

concreta, cuando el amigo abrió la caja del gato o cuando Wigner descubrió la observación de su amigo?

En una investigación que realizaron los científicos suizos Frauchiger y Renner (2018) donde plantean el panorama del experimento de Wigner ellos cuentan que una escuela de pensamiento dice que la onda se colapsó cuando el amigo de Wigner abrió la caja del gato. Si es así, la influencia del observador no sería determinante, ya que uno de ellos ha estado al margen del proceso. Pero si la onda colapsó después de que Wigner preguntara a su amigo, eso significaría que la función de onda no colapsa hasta que se finaliza la observación por completo, estando el gato vivo y muerto a la vez hasta que ambos observadores concretan la reducción del paquete de ondas.

Frauchiger y Renner (2018) realizan un nuevo experimento mental, complicando el colapso de la función de onda. Ya no sólo hay un gato y un observador como en el experimento de Schrödinger o un gato y dos observadores como en el experimento de Wigner y su amigo. Ahora los científicos suizos sustituyen al gato por una moneda y hay dos Wigner y dos amigos de ambos Wigner los cuales nombran Alice y Bob.

Uno de los Wigner coloca a su amiga Alice en una caja y le pide que lance una moneda al aire, desconociéndose si al caer esta quedara por el lado de la cara o el sello. El segundo Wigner también coloca a su amigo Bob en otra caja. Planteando un ejemplo cuando la moneda de Alice cae, esta amiga le envía un mensaje cuántico a Bob diciéndole el resultado. Bob descifra el mensaje y conoce que la moneda ha caído en la parte de la cara. Si todo transcurriera según la lógica ordinaria, cuando los dos Wigner abrieran las cajas de sus respectivos amigos, ambos descubrirían que la moneda había caído por el lado de la cara.

Sin embargo, lo que ha descubierto el experimento mental que ellos realizan es que no siempre es así: un Wigner descubre que la moneda ha caído de cara y el otro de sello. Ambos están hablando de la misma moneda y del mismo proceso, pero sus observaciones son contradictorias. Y no se deben a errores de cálculo ya que ellos en su investigación detallan muy bien esto.

Por última interpretación analizo la propuesta por Zohar y Marshall (1997), aunque es similar a la original creo pertinente esta interpretación para dar cuenta del cambio de pensamiento sobre la teoría cuántica que se presenta en el pasar de los años:

En este experimento, un gato es encerrado en una jaula de laboratorio con paredes sólidas, en la jaula se coloca un pedazo de material radioactivo que tiene un 50% de probabilidades de disparar una partícula radioactiva hacia arriba, y un 50% de disparar hacia abajo. Si la partícula radioactiva sale hacia arriba, golpea un detector de partículas que a su vez hace funcionar un interruptor y desprende veneno mortal que el gato puede ingerir causando la muerte de este. Por el contrario, si la partícula sale hacia abajo, se enciende el interruptor que suelta alimento y el gato vive. La elección arriba muere abajo vive se presenta en el mundo cotidiano, pero en la teoría cuántica no ocurre igual, dado que puede estar tanto vivo como muerto.

En otras palabras, existe en un estado de superposición para ambas condiciones o posibilidades a la vez, de la misma manera en que se dice que los electrones son tanto ondas como partículas al mismo tiempo. En este experimento, el estudio y análisis de la función de onda puede dar a conocer todas las posibilidades, dando así el resultado donde tanto que el gato ha comido el veneno como primera posibilidad, como que ha comido el alimento como

segunda posibilidad. Sólo en la medida en que las posibilidades se destruyen o conglomeran en una realidad concreta, es cuando se tiene un gato vivo o muerto.

Este colapso debe darse cuando se abre la jaula y se observa el gato, al hacerlo, uno puede evidenciar si definitivamente está vivo o muerto. Para la física cuántica como ya lo he repetido en diferentes ocasiones, por el contrario, el gato está y debe permanecer tanto vivo como muerto, presentándose una paradoja que desafía el sentido común.

Desde el punto de vista epistemológico, y basándome en todas las interpretaciones descritas, se podría concluir que en el proceso cognitivo se da una relación entre el pensamiento propio o conciencia y la realidad física; en este caso en particular se puede interpretar que el observador mismo fue el que mató el gato, este acto de observación y de definición vivo o muerto hace pedazos la función de onda algo que me podría hacer deducir una idea que diría más o menos así, la realidad ocurre cuando la miramos. Esta afirmación propia de la mecánica cuántica puede ser usada como un punto de partida para la enseñanza de esta o por lo menos servirá como andamiaje a los resultados probabilísticos que quedan luego de una medición.

CAPITULO 3

3.1 CÓMO DAR SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS PLANTEADOS DE LA ENSEÑANZA DE LA MECÁNICA CUÁNTICA, A PARTIR DE LOS Matices QUE BRINDA EL ESTUDIO HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO DEL COLAPSO.

Antes de abordar las soluciones es pertinente hacer una aclaración en cuanto a que población me refiero en este capítulo, y vale la pena hacerlo ya que todo esto podría ser guiado a diferentes contextos pero en este caso en particular se refiere a los alumnos universitarios

que estudian en cursos de mecánica cuántica, así mismo los docentes a los que hago alusión son los que imparten clase a nivel universitario.

3.1.1 PROBLEMAS DE LOS ALUMNOS

Las problemáticas centradas en el alumno se pueden abordar por medio de los acontecimientos históricos, los cuales pueden ser motivadores a la hora de empezar a explicar fenómenos cuánticos, es decir:

Si en el problema número 1, se menciona la falta de motivación de los estudiantes en cuanto a la solución de problemas ligados a la realidad, se puede iniciar con el hecho que la mecánica cuántica inicio con los problemas de definir la realidad de los sistemas y como se perciben, además de traer a colación algunos de los debates entre Bohr y Einstein o algún experimento mental de la época, que en última instancia le dará más valor al hecho de entender el porqué de la necesidad de estudiar mecánica cuántica que al hecho de entender la matemática para pasar un examen final.

Dando así prelación a preguntas como, ¿qué paso en ese momento? o ¿cómo es posible que científicos en la década de los 30 plantearan dichos experimentos mentales? Y haciendo a un lado preguntas como, ¿Cuántos ejercicios del libro tengo que hacer para entender esto? O ¿Cómo puedo aplicar estos ejercicios matemáticos en el camino por entender la mecánica cuántica?

Bajo esta perspectiva y las conclusiones que ya se empiezan a evidenciar del presente trabajo el estudiante tendrá una tendencia a estar más motivado a aprender sobre sistemas cuánticos ya que gracias a los experimentos mentales y los debates hechos en la época del auge de la mecánica cuántica, empezara a tener en cuenta las consideraciones modernas de la época lo

que facilitará el desligue de los conceptos clásicos y proporcionará mejores herramientas epistemológicas para la comprensión de los fenómenos cuánticos.

Ya que en el problema número 2 se menciona la incapacidad de comprender los fenómenos cuánticos gracias a que no hay una correcta apropiación de los conceptos modernos y tampoco una apropiación de la racionalidad que explique dichos fenómenos cuánticos. Retomando un poco la solución del primer problema la mejor manera de corregir la incapacidad de comprender los fenómenos cuánticos está en primero desarrollar una lógica que permita entender las leyes clásicas como un conjunto de reglas para describir sistemas meramente clásicos y no como un todo universal así al momento de ver las leyes que rigen los sistemas cuánticos no se verán como leyes abstractas sin sentido ni fundamento sino que por el contrario se verán como leyes fundamentales que serán necesarias para el estudio de la mecánica cuántica, esto se hace posible al estudiar los experimentos mentales, un ejemplo puede ser el gato de Schrödinger que perfectamente promueve un pensamiento cuántico e invita a dejar los conceptos clásicos a un lado, haciendo posible que se construya una racionalidad que permita la comprensión de la física moderna.

Como en el problema 3 se plantea el inconveniente de la permanencia de ideas previas, preconceptos o sentido clásico de los fenómenos que se oponen a las explicaciones y teorías de las ciencias, además también menciona que dichas teorías no son sometidas a críticas ni contrastadas con ideas científicas modernas. La solución más viable para estas incógnitas es el estudio de los propios obstáculos representacionales o el análisis de los compromisos ontológicos que adquirieron los estudiantes es decir, contrastar idea por idea o hecho por

hecho ya que esto no solo ayudaría en la comprensión de un tema en particular sino que también ayudara a cambiar lo que se entiende por realidad y los estudiantes tendrán más herramientas epistemológicas para comprender este cambio de paradigma de lo clásico a lo moderno.

3.1.2 PROBLEMAS DEL DOCENTE

Las problemáticas centradas en el docente se pueden guiar al cómo se aborda la mecánica cuántica, es decir tener un énfasis histórico y epistemológico a la hora de enseñar, basándose en la recontextualización de saberes, sin desmeritar claro está el ámbito teórico, es por esto por lo que:

En el problema número 4 donde se manifiesta que hay un desconocimiento por parte de los docentes sobre los estilos de pensamiento y formas de adquirir conocimiento de los alumnos, a lo que se refiere este problema es que muchas veces no se sabe interpretar lo que el alumno aprendió y sobre la lógica con la que el alumno está mirando los fenómenos cuánticos, por ello es que propongo el ámbito histórico ya que este permite posicionar al estudiante en un momento determinado de la historia lo que hará que el docente tenga un punto de partida fijo del cual puede disponer para empezar a plantear las ideas cuánticas ubicando de mejor manera al alumno con respecto al y también por esto propongo el ámbito epistemológico ya que por medio del diálogo docente alumno que se pueda dar a la hora de analizar la historia es que surgirán las nuevas definiciones de los conceptos cuánticos que se estudiarán posteriormente y darán paso a una mejor comprensión de todo el ámbito teórico el cual seguirá siendo necesario para el total entendimiento de la mecánica cuántica.

El problema 5 que habla acerca de la displicencia del maestro al momento de reconocer cierta racionalidad en los puntos de vista de los alumnos, la solución a este problema no parece ser muy complicada si se tiene en cuenta que los análisis histórico - epistemológicos tienen como base el dialogo (Ayala, 2006), por lo tanto el cruce entre los puntos de vista entre el docente y el alumno generaran una construcción de realidad, permitiendo que el maestro no solo reconozca el punto de vista de sus alumnos sino que también los ayude a desarrollar aún más dichos puntos de vista.

En el problema 6 se plantea la idea de la pedagogía como un trabajo repetitivo y la pérdida de interés en los temas que se desarrollan en el aula, son la causa y efecto de la ausencia de investigación pedagógica y disciplinaria por parte del docente. En estos aspectos es un poco más complicado hallar una solución puesto que varios docentes en algún momento pueden llegar a aburrirse por lo repetitivo del trabajo, pero lo bueno de tener un matiz epistemológico es que gracias a los experimentos mentales y a la interacción de estos con los puntos de vista de los alumnos cada clase generara hipótesis, conclusiones, que nutrirán no solo el momento en el aula sino también el ansia de ir más allá y por lo tanto de ahondar en una investigación por mero placer o curiosidad ya sea por parte del alumno o por parte del docente.

3.1.3 PROBLEMAS TANTO DEL ALUMNO COMO DEL DOCENTE

Estas problemáticas asociadas tanto al docente como al alumno tendrán su solución centrándose en la interacción entre ambos y en los resultados de dicha interacción, por ejemplo:

En el problema 7 que habla acerca de la falta de conciencia sobre el arduo proceso de aprendizaje, no sólo por parte de los estudiantes sino también por parte de los docentes. Teniéndose en cuenta los resultados de haber hecho los análisis del contexto histórico y comparando las conclusiones que se dieron en el aula con las conclusiones a las que llegaron los científicos estudiando los fenómenos cuánticos en su momento se podría abrir paso a reinterpretar dichos fenómenos, así se tendrá un proceso de aprendizaje óptimo donde la reconstrucción de estos saberes pueda ser considerada como parte de la realidad en el pensamiento de los alumnos, claro esta realidad entendida como construcción de saberes.

O el problema 8 donde manifesté la falta de conocimiento con respecto a la importancia del trabajo colectivo y del acuerdo que es posible establecer en el proceso de construcción del conocimiento. La solución a este problema como lo dije anteriormente es de pura interacción, interacción que se dará por medio del diálogo y el cruce entre los puntos de vista de los alumnos entre sí y con el docente, a partir de dichos puntos de vista surgirán debates los cuales, si se guían bien tendrán como conclusiones afirmaciones o hipótesis importantes al momento de analizar los fenómenos cuánticos y que en última instancia traerán como resultado una buena construcción del conocimiento es decir, un nuevo aprendizaje.

También en el problema 9 donde se planteó la ausencia de autocrítica y de flexibilidad en el momento en que se adquiere conocimiento y también cuando este se pone a prueba. Para poder dar solución a este problema hay que recurrir a la recontextualización de saberes ya que esta da oportunidad a la crítica y análisis profundo del conocimiento que se está adquiriendo, además que abre un panorama de varias opciones en cuanto a poner a prueba el conocimiento se refiere ya que al poder estructurar y reorganizar las concepciones que se han

construido se generará un aprendizaje sólido el cual servirá al momento de algún tipo de prueba o evaluación.

El problema 10 que habla sobre el hecho de que el conocimiento científico es una verdad absoluta que no admite discusión y no la producción colectiva de individuos que resuelven problemas. Como ya se pudo haber evidenciado la solución a este problema no es de mucha extensión, me refiero a que la construcción de saberes permite la resolución de problemas y esta construcción para que sea eficiente debe ser establecida por medio de la interacción entre los conocimientos individuales que con la guía adecuada formaran unas concepciones que podrían tomarse como verdaderas si se plantean de forma coherente, trayendo como conclusión que no es posible una verdad absoluta.

CONCLUSIONES

1. La necesidad de mejorar la comprensión de los fenómenos cuánticos se puede evidenciar con más énfasis al momento de analizar el colapso de la función de onda, esto debido a que el formalismo matemático solo deja ver un comportamiento analítico, mientras que por otro lado al desarrollar un análisis del colapso a partir de sus experimentos mentales y revisar las consecuencias epistemológicas que esto conlleva se le otorga un carácter filosófico que permitirá una mejor visión del comportamiento de la naturaleza en cuanto a los sistemas microscópicos.
2. La construcción del conocimiento por medio de la recontextualización de saberes resulta ser parte fundamental del aprendizaje en cuanto a postulados y teorías

abstractas se refiere, ya que al recurrir a esta, se puede evidenciar la apropiación de concepciones filosóficas que facilitarían la comprensión de dichas ideas abstractas.

3. Identificar los compromisos ontológicos u obstáculos representacionales mentales que puedan tener los alumnos es una pieza clave en la construcción de un conocimiento correcto de los conceptos cuánticos, ya que permite un correcto andamiaje de los conceptos físicos aprendidos con anterioridad sin caer en el error de confundirlos.
4. Este trabajo de investigación permite ver el colapso desde su perspectiva filosófica, convirtiéndolo en una herramienta para comprender el concepto de realidad, ya que todas las implicaciones históricas y epistemológicas presentadas en el trabajo son suficientes para abrir el debate de lo que se considera como real y lo que no.
5. Las soluciones descritas para los problemas de la enseñanza de la mecánica cuántica, aunque descritas de forma general son muy pertinentes al caso particular del colapso ya que al entender el problema de la medición cuántica intrínsecamente se está entendiendo el comportamiento de los sistemas cuánticos lo que en última instancia es el objetivo del presente trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Ayala, M. (2006). Los análisis histórico-críticos y la recontextualización de saberes científicos. Construyendo un nuevo espacio de posibilidades. Artículo del Grupo Física y Cultura, Departamento de Física de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia, Bogotá.

2. Bachelard, G. (2000). La formación del espíritu científico, contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo. 23a edición, siglo veintiuno editores.
3. Borge, Bruno. (2014) “Creer en lo inobservable: una mirada a los orígenes del realismo científico moderno”. *Discusiones Filosóficas*. Ene.-jun. 2014: 163-180.
4. Cid, M., R. y Dasilva, A. (2012). Estudiando cómo los modelos atómicos son introducidos en los libros de texto de Secundaria. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 9(3), 329-337.
5. Cuesta, Y. (2018). Estado del arte: tendencias en la enseñanza de la física cuántica entre 1986 y 2016. *Tecné, Episteme y Didaxis: ted*, 44, 147-166.
6. Frauchiger, Daniela, y Renner, Renato. (2018). Quantum theory cannot consistently describe the use of itself. *Nature Communications*, volume 9, Article number: 3711 (2018). DOI: <https://doi.org/10.1038/s41467-018-05739-8>.
7. Gamow, G. (1996). *Biografía de la física*. Alianza editorial. Madrid.
8. Garrido, N., Arias, M. y Flores, M. (2014). Tendencias educativas en el marco del aprendizaje y enseñanza de conceptos fundamentales de física cuántica. *Omnia*, 20(3), 34-64.
9. Gil, D., Senent, F. y Solbes, J. (1986). Análisis crítico de la introducción de la física moderna en la enseñanza media. *Revista de Enseñanza de la Física*, 2(1),16-21.
10. Griffiths, David, J. (1995). *Introduction to quantum mechanics*. By Prentice Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey.
11. Hernández, Carlos (2001). “Aproximación a un estado del arte de la enseñanza de las ciencias en Colombia”. *Revista COLCIENCIAS e ICFES*. Universidad Nacional de Colombia, pp. 14-16.

12. Ibáñez, R., Moncada, F. y Arriaza, V. (2018). Recontextualización del conocimiento en textos escolares chilenos. *Revista signos*. volumen 51. Universidad Católica de Valparaíso, Chile.
13. Kumar, Manjit. *Quantum: Einstein, Bohr, and the Great Debate about the Nature of Reality*. Nueva York: W. W. Norton & Company, 2011. pp. 172-185, 192-200.
14. López Rupérez, F. (1990). Historia y epistemología de las ciencias: epistemología y didáctica de las ciencias. un análisis de segundo orden. *instituto español de parís. Enseñanza de las ciencias*, 8 (1), 65-74.
15. Moreira, M. y Greca, I. (2004). Obstáculos representacionales mentales en el aprendizaje de conceptos cuánticos.
16. Popper, Karl. K. (1985) *Post Scriptum a la lógica de la investigación científica*. Volumen 3. Teoría cuántica y el cisma en física. editorial Tecnos.
17. Solbes, Jordi y Sinarcas, Vicent. (2009). “Utilizando la historia de la ciencia en la enseñanza de los conceptos claves de la física cuántica”. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*. No 23, España, Universidad de Valencia, pp 123-151.
18. Zohar, Danah; Marshall, Ian (1997). *¿Quién tiene miedo del gato de Schrödinger?* Nueva York: William Morrow and Company, Inc. ISBN 0-688-16107-3.