



Una aproximación a la dinámica no lineal por medio del estudio del fenómeno meteorológico y climático “El Niño”

Angie Nataly Morales Carreño

Universidad Pedagógica Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencia y Tecnología  
Departamento de Física  
Bogotá D.C, Colombia  
2020

Una aproximación a la dinámica no lineal por medio del estudio del fenómeno meteorológico y climático “El Niño”

Angie Nataly Morales Carreño

Trabajo de grado para optar por el título de  
**Licenciada en Física**

Director  
Prof. Mauricio Rozo Clavijo

Línea de investigación  
La enseñanza de la física y la relación física matemática

Universidad Pedagógica Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencia y Tecnología  
Departamento de Física  
Bogotá D.C, Colombia  
2020

## *~Agradecimientos~*

*Quiero agradecer a todos los profesores del departamento de física quienes me instruyeron en todo mi proceso académico y me ayudaron a construir muchas de las ideas aquí planteadas.*

*A Dios por la fortaleza, paciencia y salud, a mi madre, quien incondicionalmente estuvo presente en cada proceso y a mi hermana por los aportes y sugerencias para la realización del presente documento.*

## ÍNDICE

<b>Tabla De Ilustraciones</b> .....	III
<b>Índice De Tablas</b> .....	IV
<b>Introducción</b> .....	1
<b>Capítulo I</b> .....	<b>3</b>
1.1 Contexto Problemático.....	3
1.2 Planteamiento Del Problema.....	4
1.3 Objetivo General.....	5
1.4 Objetivos Específicos.....	5
1.5 Justificación .....	5
1.6 Estado Del Arte.....	7
1.7 Marco Teórico.....	8
1.8 Metodología De La Investigación.....	10
<b>Capítulo II</b> .....	<b>11</b>
El Fenómeno Natural “El Niño” .....	11
2.1 Contexto Histórico .....	11
2.2 Perspectiva Oceánica .....	12
2.3 El Océano.....	12
2.4 La Temperatura Del Océano.....	14
2.5 La Temperatura De La Superficie Del Mar (Tsm): .....	15
2.6 Las Ondas Kelvin.....	15
2.7 Índices Oceánicos En La Presencia Del Fenómeno Natural El Niño .....	16
2.8 Perspectiva Atmosférica .....	20
2.9 La Atmosfera .....	20
2.10 Presión Atmosférica.....	22
2.11 Los Vientos Alisios.....	23
2.12 Índices Atmosféricos Bajo La Presencia Del Fenómeno Del Niño .....	25
<b>Capítulo III</b> .....	<b>28</b>
3.1 Limitaciones En El Estudio Del Fenómeno “El Niño”.....	28
3.2 Introducción A La Dinámica No Lineal .....	29
3.3 Sistema Dinámico Y Dinámica Lineal .....	32
3.4 Dinámica Lineal.....	33
3.5 Características De La Dinámica Lineal .....	34
3.6 Dinámica No Lineal .....	35

3.7	Exponente De Liapunov ( $\lambda$ ) .....	37
3.8	Generalidades De La Dinámica No Lineal .....	38
3.9	Modelo De Lorenz Para La Dinámica Atmosférica .....	39
3.10	Las Ecuaciones De Lorenz Y La Dinámica No Lineal .....	43
3.11	Propiedades Del Fenómeno “El Niño” Y Su Carácter De Impredictibilidad .....	50
<b>Conclusiones .....</b>		<b>56</b>
<b>Bibliografía .....</b>		<b>58</b>

## TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Variación de la temperatura en las capas superiores del océano .....	14
Ilustración 2. Corrientes oceánicas en la zona ecuatorial terrestre .....	17
Ilustración 3. Condiciones Normales en el océano Ecuatorial.....	17
Ilustración 4. Condiciones El Niño en el océano Ecuatorial.....	19
Ilustración 5. Dinámica de los vientos alisios.....	24
Ilustración 6. Condiciones atmosféricas normales.....	25
Ilustración 7. Condiciones atmosféricas en condiciones de " El niño".....	27
Ilustración 9. Dependencia exponencial de trayectorias en el espacio de fases.....	37
Ilustración 10. Modelo rejilla para el análisis del estado atmosférico.....	45
Ilustración 11. Solución numérica de las ecuaciones del sistema de Lorenz para los valores X,Y,Z en relación con el número de iteraciones N, para las primeras 160 iteraciones obtenidas por Lorentz.....	46
Ilustración 12. Sensibilidad a las condiciones iniciales, evolución del sistema de Lorenz de dos osciladores con diferentes condiciones iniciales.....	48
Ilustración 13. Evolución temporal de las dos condiciones iniciales levemente diferentes del sistema de Lorenz.....	49
Ilustración 14. Años del Niño en la región 3-4 en relación con la temperatura de la superficie del mar.....	52
Ilustración 15. Anomalías de presión atmosférica (PA) a nivel del mar tomadas entre (octubre -marzo) y la ocurrencia de "El niño".....	52
Ilustración 16. Anomalías de precipitación atmosférica entre los años 1923 y 1962 y los años El Niño.....	53

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Volumen y porcentaje de distribución de agua sobre la tierra. ....	13
Tabla 2. Índices oceánicos en la zona ecuatorial en condiciones normales .....	18
Tabla 3. Índices oceánicos en la zona ecuatorial en condiciones en las que se presenta el fenómeno El Niño. ....	20
Tabla 4. Porcentajes de gases contenidos en la atmósfera. ....	21
Tabla 5. Índices atmosféricos en la zona de convergencia intertropical (ZCIT) en condiciones normales. ....	26
Tabla 6. Índices atmosféricos en la zona de convergencia intertropical (ZCIT) en condiciones “El Niño” .....	27
Tabla 7. Parámetros océano-atmosféricos bajo la presencia del fenómeno natural El Niño. .	55

## INTRODUCCIÓN

Los fenómenos de naturaleza meteorológica y climática que se presentan en el planeta tierra como, por ejemplo, los huracanes, los tsunamis, las sequías y lluvias, entre otros, son fenómenos, que, al ser estudiados, desde un punto de vista físico, presentan determinadas características y particularidades en cuanto a su comportamiento y dinámica. Uno de estos fenómenos, es el denominado fenómeno natural El Niño, pues, además de ser uno de los fenómenos con más impactos a nivel climático, ambiental y socio económico en la zona ecuatorial terrestre, como también a nivel global, este fenómeno se caracteriza por presentar dinámicas y comportamientos que no se pueden anticipar ni deducir en un tiempo determinado.

Al estudiar y analizar la dinámica de este importante fenómeno meteorológico, el cual tiene implicaciones de gran magnitud tanto en la atmosfera como en el océano, se puede evidenciar que existen ciertas limitaciones al estudiar su comportamiento, ya que no se conoce de forma precisa y exacta cómo se dan las interacciones atmosféricas y oceánicas que configuran este fenómeno, así como tampoco se conoce el momento exacto en el que se presenta dicho fenómeno.

En efecto, la perspectiva de análisis asociada a la dinámica de los fenómenos de esta naturaleza, se contrapone con muchas de las visiones lineales y deterministas que usualmente son abordadas dentro del contexto de la enseñanza y aprendizaje de la física, las cuales contemplan comportamientos establecidos y determinados, lo cual implica que dichas visiones resulten limitadas en el estudio dinámico de los fenómenos climáticos; en ese sentido, resulta de gran importancia profundizar acerca de una de las perspectivas que permiten el estudio de estos fenómenos a partir de considerar comportamientos inestables e irregulares, esto es, a partir de la dinámica no lineal.

En relación con lo anterior, en el presente trabajo se presentan tres capítulos principales, en los cuales se evidencia un análisis sobre el comportamiento de los fenómenos de origen meteorológico, en el caso particular en el fenómeno natural El Niño, y su relación con la dinámica no lineal asociada a este tipo de fenómenos, partiendo desde la descripción general del comportamiento del fenómeno en términos atmosféricos y oceánicos, y consecuentemente

realizando un énfasis sobre la dinámica no lineal y el modelo de Lorentz que permiten dilucidar la dinámica de este tipo de fenómenos.

De esta forma, en el primer capítulo se presenta la contextualización del problema en el que se enmarca la presente investigación, partiendo del planteamiento del problema junto con el objetivo general y objetivos específicos que se desarrollan en el presente trabajo, se presenta el marco teórico que logra situar la presente investigación y por último la metodología que guía el desarrollo del presente trabajo.

En el segundo capítulo, se aborda una descripción entorno al comportamiento del fenómeno natural El Niño, teniendo en cuenta dos perspectivas principales, la oceánica y la atmosférica, partiendo de un análisis sobre la variabilidad de parámetros como, la presión atmosférica, temperatura superficial del mar y la precipitación. Paralelamente se realiza una comparación entre las variables oceánicas y atmosféricas, en condiciones normales y en condiciones en donde se presenta el fenómeno natural el Niño.

En el tercer capítulo, se introduce la noción acerca de la dinámica no lineal y sus principales características, enfatizando en la sensibilidad a las condiciones iniciales, comportamientos aperiódicos y baja predictibilidad. Como una segunda parte, se presenta el análisis entorno al modelo matemático de Lorenz propuesto por el meteorólogo Edward Norton Lorenz (1963) y su relación con los fenómenos meteorológicos, para finalizar evidenciando la estrecha relación entre la dinámica del fenómeno El Niño y la no linealidad asociada a este tipo de fenómeno de naturaleza meteorológica, logrando así el propósito principal de la presente investigación.

## CAPÍTULO I

### 1.1 CONTEXTO PROBLEMÁTICO

Dentro del contexto de la física, existen diversos modelos físicos y matemáticos que resultan de gran importancia al analizar y comprender la dinámica que siguen los fenómenos de cualquier naturaleza, de esta forma, la perspectiva de análisis que habitualmente se emplea en contextos como la enseñanza y aprendizaje de la física particularmente, se centra en la descripción y predicción de determinados fenómenos bajo una perspectiva lineal, en donde a partir de formulaciones físico-matemáticas establecidas, permite conocer y predecir el estado de cualquier sistema físico en un tiempo posterior.

La perspectiva lineal fundamentada, dentro de la teoría de la dinámica lineal, contempla el hecho de que conocer las condiciones iniciales como, por ejemplo, la posición inicial y la velocidad inicial de un determinado sistema, permitirá conocer su estado en un tiempo posterior, lo que implica el conocimiento absoluto del sistema en cualquier momento determinado. Efectivamente, lo anterior implica reconocer una de las visiones más importantes dentro de la física clásica, denominada, visión determinista (Sánchez Santillan & Garduño López, 2006, pág. 172).

Ahora bien, se puede evidenciar un contraste de lo mencionado anteriormente, al realizar un estudio y análisis sobre aquellos fenómenos de naturaleza meteorológica y climática, puesto que, dichos fenómenos presentan cierta particularidad en cuanto a su comportamiento y dinámica, con relación al carácter predecible, pues, no siempre conociendo las condiciones iniciales de un fenómeno de esta naturaleza, se conocerá su estado en un tiempo posterior, lo que implica que las visiones dentro de la dinámica lineal y nociones deterministas resulten insuficientes.

Los fenómenos de naturaleza climática, que si bien, han sido, a través del tiempo, de gran importancia para la comunidad científica, ya que su estudio, ha aportado a la construcción de técnicas de agricultura y a la prevención de impactos negativos sobre la actividad humana; se convierten en un claro ejemplo de aquellos sistemas que no necesariamente tienen comportamientos deducidos y determinados; bajo este contexto, uno de los fenómenos meteorológicos y climáticos más importantes para el campo de la meteorología, debido a sus grandes impactos a nivel atmosférico y oceánico, como también a su carácter de impredecibilidad

es el denominado fenómeno natural “El Niño” (Capel Molina, 1999, pág. 22). El estudio acerca de dicho fenómeno conlleva, a considerar ciertas nociones dentro de la perspectiva de la dinámica no lineal permitiendo profundizar, acerca del carácter aperiódico e impredecible que obedece el naturalmente este fenómeno.

## **1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Estudiar y analizar, desde el contexto de la física, la dinámica de los fenómenos meteorológicos y climáticos implica poner de presente un estudio bajo la perspectiva de la dinámica no lineal. Habitualmente, para la descripción dinámica de determinados sistemas físicos, resulta de gran utilidad hacer uso de nociones a la luz de la dinámica lineal, no obstante, para el estudio de ciertos fenómenos, entre ellos los fenómenos de naturaleza climática y meteorológica particularmente, es necesario hacer uso de nociones bajo la óptica no lineal pues, naturalmente, estos fenómenos presentan comportamientos impredecibles e indeterminados.

Sin embargo, la dinámica no lineal de momento ha sido muy poco abordada y socializada dentro del contexto del aprendizaje y enseñanza de la física, esto debido a que genera cierta repulsión, no solo al abordar nociones sobre la no linealidad en el comportamiento dinámico de los sistemas físicos, si no también, al estudiar los fenómenos de origen meteorológico y climático los cuales se asocian a esta tipo dinámica.

Lo anterior conlleva a que, ante la falta de perspectiva sobre la no linealidad en el comportamiento dinámico de los sistemas que se estudian generalmente en física, se refuerce aún más la idea de que dichos sistemas están determinados y preestablecidos de una manera exacta, lo cual refleja una visión muy limitada entorno a las diversas perspectivas, como la no lineal y caótica, las cuales permiten el análisis dinámico de múltiples fenómenos físicos, tales como los fenómenos de turbulencia en hidrodinámica, los fenómenos climáticos en meteorología, el problema de los tres cuerpos en la mecánica celeste, la irreversibilidad en la mecánica estadística, entre otros, paralelamente cabe resaltar que, la no linealidad, también resulta de gran importancia para otros campos, como la sociología en relación al estudio del crecimiento poblacional o la economía entorno al comportamiento de la bolsa (Fernandez Sanjuán, 2016, pág. 108).

En virtud de lo anterior, en el presente trabajo se realizará un estudio entorno a los fenómenos de origen meteorológico y climático, en el caso particular del fenómeno El Niño, profundizando acerca del carácter no lineal que obedecen naturalmente estos fenómenos; partiendo de una descripción general sobre el comportamiento del fenómeno natural El Niño y consecuentemente, mostrando las características principales de la dinámica no lineal y el modelo de Lorenz, el cual da cuenta de dichos comportamientos inestables e irregulares que se pueden asociar a este tipo de fenómenos, a fin de ilustrar y profundizar acerca de la relación entre los fenómenos meteorológicos (fenómeno El Niño) y la dinámica no lineal, esto a su vez permite, mostrar una perspectiva alterna para el análisis dinámico de múltiples fenómenos que no necesariamente tienen comportamientos establecidos y determinados.

En relación con lo anterior, se presenta la siguiente pregunta investigativa:

*¿De qué forma se relaciona el estudio sobre la dinámica del fenómeno meteorológico-climático “El Niño” y la dinámica no lineal?*

### **1.3 OBJETIVO GENERAL**

Realizar un estudio sobre la dinámica del fenómeno natural El Niño a fin de evidenciar su relación con la dinámica no lineal como característica asociada al comportamiento de los fenómenos meteorológicos y climáticos.

### **1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Realizar una exploración de textos y documentos relacionados con la dinámica del fenómeno natural El Niño y la dinámica no lineal.
2. Analizar la perspectiva oceánica y atmosférica bajo la presencia del fenómeno natural El Niño.
3. Realizar un análisis entorno a las características principales sobre la dinámica no lineal.
4. Analizar el modelo de Lorenz entorno a los fenómenos climáticos y meteorológicos.

### **1.5 JUSTIFICACIÓN**

El estudio y análisis sobre los fenómenos naturales y su relación con la perspectiva no lineal, logran introducir la idea de la no linealidad en el comportamiento de los fenómenos que se

estudian generalmente en física, esto es de gran importancia ya que según (Garduño Lopez & Sanchez Santillan, 2008, pág. 171) aproximadamente el 10% de los sistemas naturales parecen ser “simples” y el 90% justamente se comportan como sistemas no lineales.

De esta forma, la perspectiva no lineal resulta de gran importancia para la enseñanza y aprendizaje de la física puesto que logra introducir nuevos modelos interpretativos frente al carácter dinámico y predecible de los sistemas físicos, en la medida en que se analizan factores como la dependencia sensible a las condiciones iniciales, trayectorias divergentes, comportamientos caóticos y la baja predictibilidad de determinados sistemas, entre otros. En ese sentido, esta perspectiva logra mostrar una nueva forma de entender y comprender los sistemas físicos, más allá de la noción lineal, la cual sigue siendo una de las nociones y perspectivas que ha predominado en el enseñanza de la física.

Esta visión no lineal en relación al estudio del comportamiento dinámico de determinados sistemas, permite realizar una reflexión y distinción entre lo simple y lo complejo, lo estable y lo inestable, lo predecible y lo impredecible, conduciendo a un cambio de perspectiva con importantes consecuencias en la comprensión de la dinámica de los sistemas físicos (Ritter Ortíz & Peres Espino, 2012). De acuerdo con (M Longa, 2005, pág. 30) el concebir esta visión no lineal, posibilita un nuevo marco conceptual, debido a que permite una drástica reformulación en el método científico, en la medida que es posible eliminar las reminiscencias de las perspectivas lineales que se derivan del método científico del mecanicismo clásico.

Por otro lado, el reconocer la alta aplicabilidad de dichas nociones no lineales al comportamiento de los fenómenos de origen climático y meteorológico, abre una nueva posibilidad al entender, desde el contexto de la física, sucesos del medio natural que afectan directamente al ser humano en sus diferentes dimensiones, ambientales como sociales, los cuales permiten dar una aproximación a su comportamiento natural, por medio de consideraciones como la baja predictibilidad de la dinámica de la atmosfera, la alta variabilidad temporalmente como espacialmente de parámetros oceánicos y atmosféricos, el carácter turbulento de los fluidos que componen la atmosfera y el océano y la sensibilidad de las condiciones iniciales.

De esta forma, la perspectiva no lineal, se convierte en una perspectiva fundamental para comprender la naturaleza del fenómeno natural El Niño y la cual permite a su vez, una

profundización en su estudio, teniendo en cuenta características alternas a las proporcionadas por la dinámica lineal. En efecto, dichas características no lineales como la alta sensibilidad a las condiciones iniciales, la limitada predictibilidad del sistema y las trayectorias que divergen con el tiempo, se convierten entonces en una parte principal para la descripción y estudio del fenómeno.

## 1.6 ESTADO DEL ARTE

En relación al contexto problemático planteado se han encontrado diferentes trabajos que logran aportar al desarrollo del presente documento, en ese sentido, se presenta a continuación, algunos trabajos a nivel local, nacional e internacional:

A nivel local se encontró un trabajo de grado en el departamento de física denominado “*Una aproximación a los modelos climáticos*” realizado por Zoraida Sandoval de la Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá). Este trabajo logra aportar a la presente investigación debido a que se realiza un análisis matemático entorno a tres modelos climáticos diferentes, los cuales permiten dar cuenta de la dinámica atmosférica terrestre y logran introducir la idea de la no linealidad y complejidad del sistema atmosférico, estos modelos se desarrollan bajo tres autores principales Lorenz, Fultz y Hide.

A nivel local se encuentra el trabajo de grado denominado “*Aproximación a los sistemas dinámicos*” desarrollado por Julián Lozano de la Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá). En este trabajo se presenta una contextualización histórica acerca del inicio de la teoría de los sistemas dinámicos y su relación con el matemático y físico Henri Poincaré, posteriormente, se presenta el concepto de sistema dinámico y la dinámica no lineal, así como también su representación matemática a partir del uso de ecuaciones diferenciales. Este trabajo logra aportar tanto al contexto histórico como a la noción de la dinámica no lineal que se desarrolla en el presente trabajo.

A nivel nacional, se encontró una tesis denominada “*Retroalimentación dinámica entre el fenómeno el niño – Oscilación del sur y la hidrología de Colombia*” de German Poveda Jaramillo de la Universidad Nacional de Colombia (Medellín). Este trabajo presenta un estudio del fenómeno natural El Niño y sus impactos hidrológicos en Colombia, en donde, se muestran algunas descripciones entorno a la interacción entre el océano y la atmosfera cuando se presenta el fenómeno así como también evidencia la gran dificultad al poder ser pronosticado en años futuros;

de esta forma, el documento logra aportar a la presente investigación ya que permite dar una noción sobre el carácter no predecible del fenómeno y sus complejas interacciones entre la atmosfera y el océano.

A nivel internacional se encontró el artículo titulado “*El clima, la ecología y el caos desde la perspectiva de la teoría general de sistemas*” de Norma Sánchez Santillán (México). Este artículo aporta y constituye una de las principales ideas en la que se basa el presente trabajo ya que, en él, se desarrolla un análisis desde el contexto de la física, con relación a la ciencia clásica determinista y sus dificultades al estudiar y predecir los fenómenos climáticos debido a su enfoque mecanicista. Consecuentemente, logra introducir la noción de la dinámica no lineal y su relación con la teoría del caos que se sigue en el presente trabajo.

## **1.7 MARCO TEÓRICO**

El marco referencial del presente documento se enmarca en los aportes de algunos trabajos sobre el estudio e investigación del fenómeno natural El Niño y sobre la dinámica no lineal. El estudio acerca del fenómeno natural El Niño ha sido un tema de gran importancia para la comunidad científica ya que según (Espinoza, 1996, pág. 116) cada cierto periodo de tiempo las actividades humanas y el sector económico se ven dramáticamente afectados por la presencia de dicho fenómeno natural.

Autores como (Capel Molina, 1999, pág. 19) aseguran que se trata de uno de los fenómenos naturales con más influencias en el sistema climático a nivel global, y destaca su gran importancia al ser comprendido y estudiado, pues, según Molina entender su dinámica promueve un mayor conocimiento y adentramiento en temas ambientales que afectan directamente a los seres humanos, generando nuevas formas en las que el ser humano puede actuar en la sociedad, ya que por falta de conocimiento y entendimiento del mismo, se practican actividades que aumentan sus impactos de forma negativa.

Según Romero & Maskrey (1983) el fenómeno natural o evento natural se constituye como una manifestación única de la naturaleza; este puede ser clasificado respecto a su periodicidad de manifestación, ya sea de forma: regular o irregular. Aquellos fenómenos que se manifiestan de forma irregular pueden llegar a ser predecibles o impredecibles, pues según Romero & Maskrey

esto puede darse o no en relación “*al grado de conocimiento que los hombres tengamos acerca de la naturaleza del fenómeno*”.

De esta forma, el origen del fenómeno natural El Niño es propio de la naturaleza, por tanto, no es provocado u originado por causa de las actividades humanas. Sin embargo, en la actualidad, el uso desmedido de los recursos naturales y la falta de conciencia ambiental, han provocado grandes afectaciones en la reproducción normal de los fenómenos naturales, estas prácticas humanas se han hecho responsables de alterar los propios ecosistemas naturales y con ello transmutar la estructura propia de la naturaleza.

Ahora bien, autores como Ritter Ortiz & Mosiño (2000) afirman que, aunque el estudio del fenómeno El Niño es de gran importancia para la humanidad a nivel climático y socio-económico, el estudio acerca de su dinámica y su predictibilidad no es algo simple, pues según Ritter:

*“Desafortunadamente en una abrumadora mayoría de casos, los sistemas meteorológicos como el sistema océano-atmósfera del fenómeno de “El Niño”, muestran que la más leve incertidumbre en la descripción de sus condiciones iniciales conducirá irremediabilmente a futuros muy distintos”* pág. 29.

Justamente (Capel Molina, 1999) trae a consideración esta complejidad al reconocer que se desconoce con precisión los años en que volverá a ocurrir y, por tanto, su aparición es no periódica, convirtiéndolo en un fenómeno no predecible en el tiempo. De esta forma, puesto que la gran mayoría de autores catalogan el fenómeno como un evento natural que obedece comportamientos no predecibles en el tiempo y no lineales, autores como (Ritter Ortiz & Mosiño, 2000, pág. 29) afirman finalmente que “*La no linealidad será siempre el rasgo característico de la evolución de los fenómenos naturales como el fenómeno de “El Niño”*”.

En virtud de lo anterior, (Sánchez Santillán & Garduño Lopez, 2008, pág. 172) señala que es poco lo que se habla acerca del carácter no lineal y complejo en relación a los fenómenos climáticos, puesto que, desde una perspectiva física, Santillán afirma que, la ciencia clásica determinista es insuficiente al proporcionar explicaciones sobre el carácter complejo que siguen naturalmente los fenómenos climáticos, por lo cual es necesario profundizar acerca de la concepción no lineal, pues “*estas concepciones posibilitan, un nuevo marco conceptual y una*

*drástica reformulación del método científico con la que es posible superar tales deficiencias, eliminando las reminiscencias deterministas que permanecen en el método científico derivado del mecanicismo” Longa (2005) (pág. 30).*

De esta forma, el presente trabajo pretende dar a conocer un estudio más a fondo sobre la no linealidad aplicada específicamente a los fenómenos de origen meteorológico y climático, en el caso particular del fenómeno natural El Niño, destacando las principales características sobre la no linealidad y su gran importancia en el análisis dinámico de los fenómenos naturales.

## **1.8 METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN**

Para el desarrollo del presente trabajo se tiene en cuenta la metodología de investigación descriptiva ya que según (Bernal, 2010, pág. 113) la investigación descriptiva se considera como un tipo de investigación en la cual “*se reseñan las características o rasgos de la situación o fenómeno objeto de estudio*” es decir, se describen los componentes más característicos y particulares de cualquier situación o cosa logrando diferenciar, reconocer o asociar la situación o cosa de cualquier otra. En ese sentido, la investigación descriptiva permite detallar cualquier situación y objeto, pues se pretende decir cómo es y cómo se manifiesta.

En efecto, el presente trabajo asume un carácter descriptivo puesto que se realiza una explicación sobre la dinámica del fenómeno El Niño y su relación con la dinámica no lineal, partiendo de descripciones océano-atmosféricas entorno a su dinámica, y posteriormente caracterizando algunas de las propiedades principales de la dinámica no lineal, las cuales conducen al análisis del modelo de Lorenz y su estrecha relación con los fenómenos de origen meteorológico y climático. En relación con lo anterior, la presente investigación se desarrolló en cuatro fases, la primera fase, involucró la exploración de documentos y textos acerca de la dinámica del fenómeno natural El Niño y la dinámica no lineal, como segunda fase, se realizó un análisis entorno al comportamiento del fenómeno desde la perspectiva oceánica y atmosférica, como tercera fase se abordó un estudio entorno a la dinámica no lineal y sus principales características y por último, en la cuarta fase, se realizó el análisis sobre el modelo de Lorenz el cual permite evidenciar el carácter no lineal que siguen naturalmente los fenómenos meteorológicos y climáticos.

## CAPITULO II

### EL FENÓMENO NATURAL “EL NIÑO”

#### 2.1 CONTEXTO HISTÓRICO

A mediados del siglo XIX el fenómeno natural El Niño fue identificado por pescadores peruanos cerca de las costas del océano pacífico, debido a que observaron una gran disminución en la cantidad de peces que se recolectaban para sus labores y el aumento de lluvias en las costas ecuatoriales. Esta anomalía ocurría cada tres o cuatro años en el mes de diciembre, así que los pescadores de la zona le otorgaron el nombre “El Niño” debido a la festividad del niño Jesús celebrada en dicho mes. De esta forma, ante la evidente anomalía en el sector ambiental y económico, los científicos de la época comenzaron a interesarse por la dinámica y el comportamiento del fenómeno natural, con el objetivo de lograr disminuir los impactos negativos derivados de la influencia del fenómeno sobre la comunidad (Capel Molina, 1999).

En dicha época, se disponía de poca información acerca del fenómeno, existían algunas especulaciones por parte de algunos navegantes marinos, entre ellos, según (Capel Molina, 1999, pág. 25) el capitán y político peruano Camillo Carrillo Martínez (1892), en donde se mencionaba que el fenómeno natural podría ser causado por alguna corriente marina cálida, repitiéndose cada cierto periodo de tiempo y generando impactos en países como Ecuador y Perú. Sin embargo, no se contaba con explicaciones que dieran cuenta de su comportamiento y sus implicaciones a nivel ambiental. Por tanto, el fenómeno El Niño fue catalogado durante varias décadas como un evento natural de pequeñas implicaciones a nivel climático y económico.

A mediados del año 1969 el meteorólogo y físico sueco Jacob Bjerknes, realiza numerosos estudios acerca de las oscilaciones oceánicas presentes en la zona del pacífico ecuatorial, adicional a ello, analiza las interacciones atmosféricas teniendo en cuenta trabajos sobre las circulaciones atmosféricas realizadas por el físico y meteorólogo británico Sir Gilbert Walker. Así pues, Bjerknes se convertiría en uno de los primeros científicos en estudiar y realizar descripciones matemáticas respecto a las ecuaciones que gobiernan la atmosfera y el océano en pro de establecer algunas características del fenómeno natural “El Niño” (Amestoy Alonso, 1999).

## 2.2 PERSPECTIVA OCEÁNICA

### 2.3 EL OCÉANO

Uno de los componentes más importantes que posibilita el estudio y el análisis de diferentes fenómenos naturales, que influyen directamente en los procesos climatológicos y meteorológicos del planeta tierra, es el *Océano*. Alrededor del 71 % de la superficie terrestre se encuentra cubierta por agua, en donde únicamente el 2,53 % del agua total proviene de glaciares, ríos y lagunas representando una cantidad muy reducida de agua dulce. Colombia por ejemplo, es uno de los países que posee una gran cantidad de recursos hídricos en relación con otros países del mundo puesto que se encuentra en una posición geográfica tal que favorece obtener numerosos ecosistemas hídricos, entre ellos el río Amazonas<sup>1</sup>, el río Magdalena, el río Cauca, entre otros, como lagunas y glaciares (Orlando Ojeda & Arias Uribe, 2000, pág. 11).

El océano se rige por un conjunto de ecuaciones derivadas de la mecánica de fluidos y estas dependen de variables como la gravedad terrestre, fricción entre las diferentes corrientes de aguas superficiales marinas, diferencias de densidades de agua, diferencias de temperatura, así como también se rige bajo interacciones atmosféricas, como la fricción de los vientos superficiales, presión atmosférica, evaporización y condensación entre otros factores. El sistema oceánico posee una repercusión bastante considerable en el funcionamiento de la “*máquina atmosférica*”, así como también la atmósfera influye sobre el océano, en efecto, ambos componentes terminan influyendo y relacionándose conjuntamente (Amestoy Alonso, 1999, pág. 7).

El agua del océano en el planeta tierra se encuentra distribuida en diferentes cantidades en su superficie, según datos proporcionados por los hidrólogos A Shiklomanov & Rodda (2003) en su libro “Recursos hídricos mundiales en el comienzo del siglo XXI”, los océanos representan un 96,5% del agua total distribuida en el planeta tierra, con un volumen aproximado de 1.338.000 miles de  $km^3$  (ver la tabla 1), luego siguen las aguas subterráneas, los glaciares y nieve, el hielo

---

<sup>1</sup> El río Amazonas es el río más largo y caudaloso del mundo, con aproximadamente 7062  $km$  de longitud y con un caudal medio de 225000  $m^3/s$ . Este río pasa por Colombia, Perú y Brasil.

subterráneo, los lagos, ríos y por último la humedad del suelo; las siguientes cantidades representan el porcentaje de agua existente en el planeta tierra en los últimos diez años:

Tabla 1. Distribución de agua sobre la tierra		
Tipos de agua	Volumen (km <sup>3</sup> × 10 <sup>3</sup> )	Total (%)
Océanos	1338000	96,5
Aguas subterráneas	23400	1,7
Glaciares y nieve	24064	1,74
Hielo subterráneo	300	0,022
Lagos	176,4	0,013
Ríos	2,12	0,0002
Humedad del suelo	16,5	0,001
Agua contenida en el aire	12,9	0,001

Tabla 1. Volumen y porcentaje de distribución de agua sobre la tierra.  
Obtenida de: (Shiklomanov & Rodda, 2003)

No obstante, estos porcentajes irán cambiando conforme a la dinámica propia de la tierra, como también por la actividad humana y su influencia sobre estos ecosistemas, según A (Shiklomanov & Rodda 2003. Pág 13) las influencias humanas, como el rápido aumento de los niveles de polución, el crecimiento de la producción industrial y la implementación de procesos en la agricultura, tienen un efecto mucho más negativo a medida que pasan los años, esto produce cambios drásticos en los procesos naturales, como por ejemplo en el ciclo hidrológico; donde alrededor del 80 % del agua dulce es utilizada para la agricultura, específicamente para el riego, esto conlleva que se produzca mucha más evaporización y se presenten cambios significativos en la atmósfera, como la formación de mayor cantidad de nubes que conlleva a mayores niveles de precipitaciones, produciendo una directa alteración en el ciclo hidrológico.

En ese sentido, debido a que aproximadamente el 71 % de la superficie terrestre es agua, este gran sistema oceánico incide en gran medida en todos los procesos climáticos que se presentan en el planeta, Desde luego, el fenómeno El Niño se relaciona directamente con el océano, en relación

al cambio de variables como: el aumento de la temperatura del mar, cambio de dirección de algunas corrientes oceánicas, aumento de evaporización entre otras.

## 2.4 LA TEMPERATURA DEL OCÉANO

La temperatura del océano es una de las principales variables oceánicas, que permiten dar cuenta de la dinámica de los diferentes fenómenos meteorológicos y climáticos del planeta tierra, se relaciona directamente con la radiación solar que viaja desde el sol e incide en el océano, la atmosfera y la tierra. En efecto, la temperatura del océano no es la misma en toda la superficie terrestre, variando en cada punto del planeta tierra, esto se debe a procesos de convección y conducción y el flujo de calor constante entre el océano, la atmosfera y la tierra, así como también por el ángulo de incidencia de la radiación solar con el planeta tierra.

Las capas del océano generalmente se diferencian por su temperatura, densidad, presión y salinidad (Stewart, 2000, pág. 53). En ese sentido, cada capa del océano presenta un gradiente de temperatura<sup>2</sup> diferente, en la medida en que aumenta la profundidad del mar, como se puede evidenciar en la ilustración 1, la cual presenta la temperatura del mar en grados Celsius en función de la profundidad del mar en metros. Debido a que el fenómeno natural El Niño tiene fuerte incidencia en la zona ecuatorial resulta pertinente analizar la temperatura del mar específicamente en el trópico.

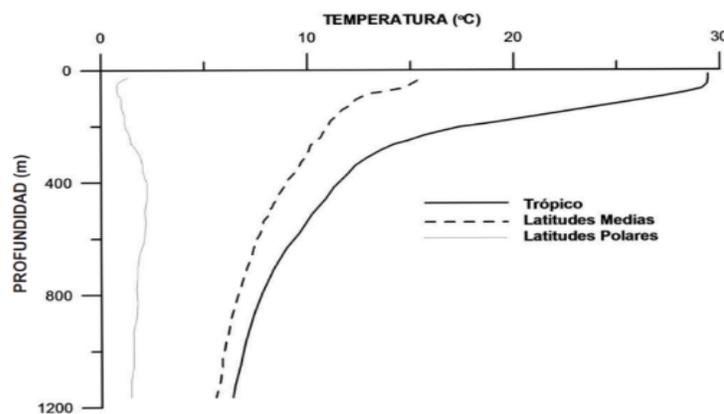


Ilustración 1. Variación de la temperatura en las capas superiores del océano. Fuente: (Linero Cueto, 2015, pág. 28).

<sup>2</sup> Se entiende por gradiente de temperatura o gradiente térmico a la variación de temperatura por unidad de distancia, su unidad de medida es kelvin / metro.

Efectivamente, en la zona del trópico o zona ecuatorial (línea continua), se tienen las temperaturas más altas, esto es aproximadamente entre los cero metros (0 m) y los cien metros (100 m) de profundidad, las temperaturas de la superficie del mar en condiciones normales oscilan entre los 13° C y los 30°C; como la temperatura decrece rápidamente en relación con la profundidad del mar, en las zonas más profundas del mar se tienen temperaturas alrededor de los 5°C y -1°C, por tanto a mayor profundidad menor temperatura oceánica se tendrá.

## **2.5 LA TEMPERATURA DE LA SUPERFICIE DEL MAR (TSM):**

La temperatura superficial del mar o su seudónimo TSM es uno de los indicadores más importantes que permiten dar cuenta de la aparición del fenómeno natural El Niño, este índice permite analizar la interacción entre el océano y la atmósfera, posibilitando el estudio de la transferencia e intercambio de energía en forma de calor, como también de humedad entre estos dos sistemas (Instituto de Hidrología, 2010, pág. 26).

La TSM está directamente relacionada con la radiación solar que es absorbida por las capas superficiales del océano y su constante interacción con las capas bajas de la atmósfera (troposfera), el índice de la TSM es utilizado en la mayoría de modelos numéricos para la descripción y previsión del tiempo a escala global, este índice permite dar cuenta de la alta capacidad calorífica que presenta el agua oceánica por contener sales. De esta forma el agua oceánica presenta una capacidad calórica mucho más alta que la del aire, convirtiéndose en una especie de reservorio de energía calórica (Querred Sala, Ruescas Orient, Montón Chiva, & Barberé, 2006).

## **2.6 LAS ONDAS KELVIN**

A mediados del mes de diciembre cada 3 o 4 años en el océano pacífico se presenta un calentamiento anómalo de aguas superficiales, según (Capel Molina, 1999, pág. 25) aproximadamente aumenta la temperatura uno 3°C o 5 °C respecto al promedio normal de temperatura en el océano.

Este aumento de temperatura en las costas del océano pacifico, tiene que ver, entre otras cosas, con el desplazamiento de aguas oceánicas cálidas que vienen desde el oeste hacia el este ecuatorial, ello tiene consecuencias muy determinantes en factores como: la altura de las aguas oceánicas en

las costas en el este, el hundimiento de la termoclina<sup>3</sup> y el cambio en la dinámica de los vientos sobre las costas del este, desencadenando y propiciando un ambiente para que se desarrolle el fenómeno natural El Niño. De esta forma, dicho desplazamiento de aguas cálidas es denominada como ondas kelvin. Las ondas kelvin son perturbaciones en el océano que se producen en la zona ecuatorial terrestre y que se propagan siempre hacia el este, moviéndose siempre en una misma dirección, estas pueden definirse como corrientes paralelas a la dirección de movimiento, clasificándolas como ondas longitudinales<sup>4</sup> (Ripa, 1980), esta clase de ondas son ondas que no presentan dispersión.

## **2.7 ÍNDICES OCEÁNICOS EN LA PRESENCIA DEL FENÓMENO NATURAL EL NIÑO**

Una vez expuestos los anteriores parámetros que permiten dar cuenta las variables que están involucradas en la dinámica del fenómeno natural El Niño, se analizara a continuación los efectos en dichos parámetros cuando se presenta el fenómeno.

Cuando se presenta el fenómeno El Niño se modifican muchas de las dinámicas e interacciones habitualmente normales en el océano. De este modo, autores como (Espinoza, 1996), (Stewart, 2000), (Poveda Jaramillo, 1998), coinciden en algunas características que permiten identificar la presencia del fenómeno natural. En efecto, se presenta a continuación la descripción de variables como: la temperatura de la superficie del mar, las corrientes oceánicas y la presión atmosférica en dos situaciones específicas, en condiciones normales y en condiciones en las que se presenta el fenómeno natural El Niño, cabe aclarar que las siguientes descripciones son generales, las cuales permiten evidenciar únicamente los cambios que se producen en condiciones oceánicas normales.

En condiciones normales, el movimiento de las aguas oceánicas en la zona ecuatorial se da en forma de corrientes<sup>5</sup> superficiales y subsuperficiales como se puede evidenciar en la ilustración 2, algunas de ellas son: la corriente ecuatorial del sur y del norte con menos de 200 metros de profundidad, la corriente de Humboldt, caracterizándose por sus bajas temperaturas, procedente de la región antártica y de las profundidades del océano y la corriente de california. Según la

---

<sup>3</sup> La termoclina es una zona imaginaria en la que se distinguen dos masas de agua de temperatura y densidad diferente.

<sup>4</sup> Las ondas longitudinales son aquellas en las que el desplazamiento a través del medio está en la misma dirección de desplazamiento de la onda.

<sup>5</sup> Las corrientes oceánicas son movimientos de masas de agua en un sentido determinado, producido por el viento, mareas o densidad del agua.

ilustración 2, estas corrientes se desplazan a lo largo de todo el ecuador terrestre con movimientos cíclicos. Así mismo, la circulación de los vientos atmosféricos configura un patrón determinado que se verá más adelante.

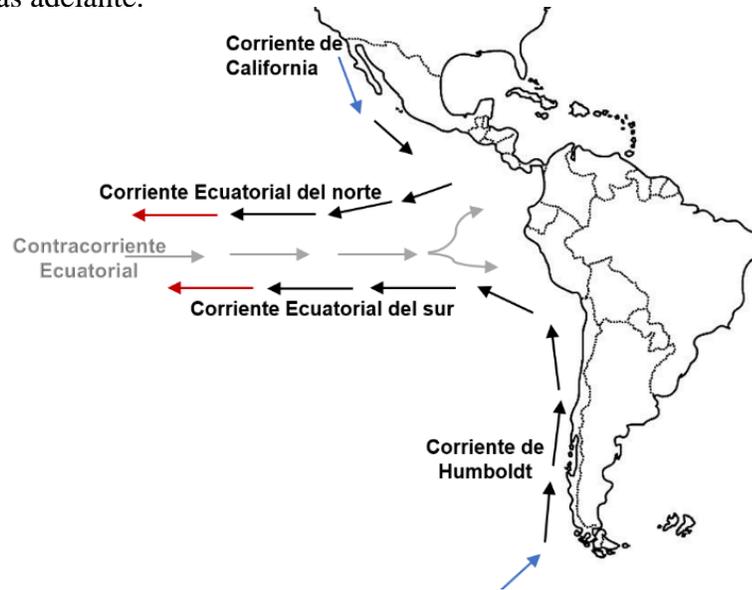


Ilustración 2. Corrientes oceánicas en la zona ecuatorial terrestre. Obtenida de: <https://colorearimagenes.net/dibujos-mapas-america-paises-para-colorear/>

De esta forma, las corrientes oceánicas configuran una singular dinámica en condiciones habituales. En la ilustración 3, se presenta un esquema general en relación a la temperatura superficial del mar y la profundidad de las aguas oceánicas que permiten describir de forma general la dinámica oceánica en condiciones normales específicamente en la zona ecuatorial terrestre, señalando a su vez los procesos que se describen de forma más detallada en la tabla 2.

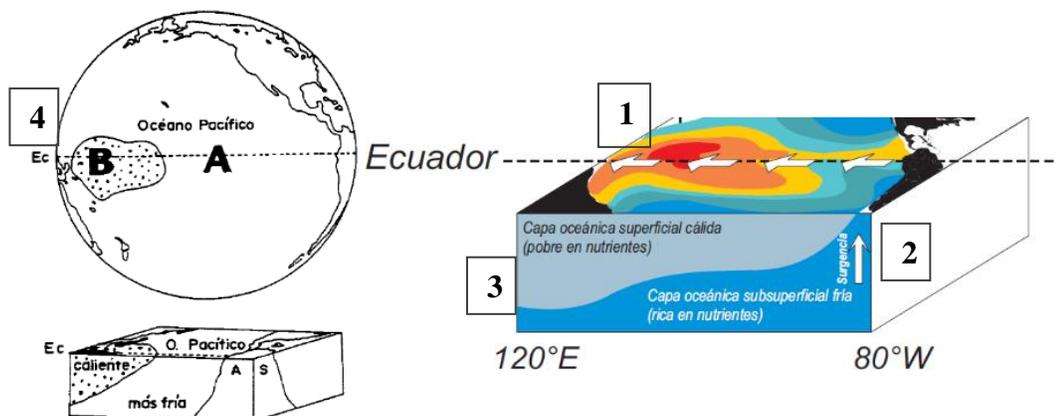


Ilustración 3. Condiciones Normales en el océano Ecuatorial. Obtenida de: (Espinoza, 1996) y (Maturana & Bello, 2004)

<i>Tabla 2. Índices oceánicos en la zona Ecuatorial en condiciones normales</i>	
<p><b>1.</b> Debido al viento superficial (vientos alisios<sup>6</sup>) en el océano pacífico tropical en dirección este a oeste, se desplazan aguas cálidas hacia el oeste; luego, la temperatura superficial del mar en el oeste pacífico es relativamente mayor que en el este oceánico como se puede evidenciar en la ilustración 3 en la zona A.</p>	<p><b>2.</b> Las aguas frías del este afloran debido a la corriente fría de Humboldt, logrando sustituir las masas de agua cálidas que se transportaron hacia el oeste, como se puede ver en la ilustración 3, el este permanece con temperaturas relativamente mucho más bajas en la superficie del mar.</p>
<p><b>3.</b> La termoclina en el oeste del océano pacifico es mucho más profunda que en el este del océano pacifico (esto es aproximadamente 100 metros de profundidad), esto implica que el nivel del mar en el oeste es mucho mayor que en el este (10 metros y 50 metros).</p>	<p><b>4.</b> A causa del calentamiento de las aguas de oeste, se presentan procesos de evaporación en un constante ciclo de enfriamiento y calentamiento, transfiriendo humedad a las masas de aire que componen la atmosfera produciendo precipitaciones y nubosidad, en Indonesia y Australia de esta forma, siguiendo a Amestoy Alonso (1999) “(...) <i>el océano repercute más en la temperatura atmosférica que la temperatura atmosférica en los océanos, debido a que el aire tiene mucha menos capacidad térmica que el agua</i>” (pág. 14).</p>

Tabla 2. Índices oceánicos en la zona ecuatorial en condiciones normales. Obtenida de: Elaboración propia.

<sup>6</sup> Los vientos alisios son una categoría de vientos que se presentan en la zona ecuatorial terrestre, estos circulan en direcciones de altas presiones hacia las bajas presiones ecuatoriales; así mismo se generan por el movimiento de rotación de la tierra y la fuerza de Coriolis. Estos vientos soplan de tal forma que logran converger en la zona ecuatorial terrestre.

De este modo, se configuran muchas de las dinámicas oceánicas habitualmente normales que permiten el estudio de muchos de los fenómenos naturales que se presentan en el planeta tierra. Ahora bien, cuando se presenta el fenómeno natural El Niño se presentan una serie de comportamientos anómalos en la dinámica normal en el océano pacifico, como se puede evidenciar en la ilustración 4 y en las descripciones que se realizan en la tabla 3.

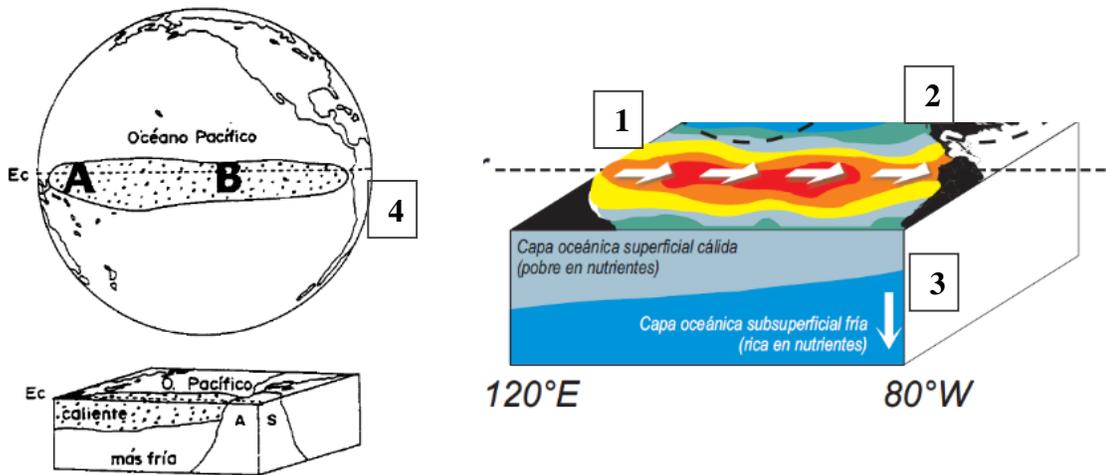


Ilustración 4. Condiciones El Niño en el océano Ecuatorial.  
Fuente: (Espinoza, 1996) y (Maturana & Bello, 2004)

En ese sentido, la ilustración 4, muestra los cambios que se presentan cuando ocurre el fenómeno natural El Niño, las condiciones normales en la dinámica oceánica se transforman teniendo en cuenta los siguientes procesos que se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 3. Índices oceánicos en la zona Ecuatorial en condiciones “El Niño”	
<p>3. Debido al debilitamiento de los vientos alisios que soplan hacia el oeste, las aguas superficiales cálidas del oeste logran extenderse hacia el este del océano pacifico. De esta forma, la temperatura superficial del mar asciende en el este cerca a las costas de América del sur.</p>	<p>2. La temperatura superficial del mar en el este del océano pacifico es mayor que en el oeste, las aguas cálidas son transportadas por las denominadas <i>ondas oceánicas kelvin</i>.</p>

<p><b>3.</b> La termoclina en el este es mucho más profunda de lo habitual, debido a que las aguas cálidas logran bloquear el afloramiento de las aguas frías provenientes de la corriente de Humboldt.</p>	<p><b>4.</b> Debido al calentamiento anómalo de las aguas superficiales en el este del océano pacífico la evaporización del agua aumenta, generando masas de aire en la atmósfera muy húmedas cerca a Ecuador y Perú, provocando nubosidad y lluvias.</p>
---	---

Tabla 3. Índices oceánicos en la zona ecuatorial en condiciones en las que se presenta el fenómeno El Niño. Obtenida de: Elaboración propia.

Es de notar, que uno de los procesos más importantes que se dan en las anteriores descripciones entorno a la dinámica del fenómeno, son los procesos derivados de las diferencias de temperaturas presentes en el océano, lo que en cierta forma proporciona al océano la energía necesaria para su dinámica. Gracias a ello, las corrientes oceánicas experimentan cambios en su velocidad y fuerza como también en la atmósfera, se presenta el debilitamiento y cambio de dirección de los vientos alisios, ocasionando el aumento de humedad, nubosidad y precipitaciones sobre la región del este, dando paso a la formación del fenómeno natural.

## **2.8 PERSPECTIVA ATMOSFÉRICA**

### **2.9 LA ATMOSFERA**

La atmósfera representa uno de los sistemas más sorprendentes a analizar debido a su inestabilidad e impredecibilidad, de aquí que, más adelante se retome nuevamente dicho sistema para su análisis. En términos generales, según (Camilloni & Vera, 2007, pág. 3) la atmósfera se define como aquella cobertura gaseosa que rodea la superficie terrestre, presenta capas o divisiones las cuales se diferencian de acuerdo a su temperatura, densidad y presión, estas capas son: la troposfera, estratosfera, mesosfera, termosfera y exosfera, por otro lado, posee un espesor aproximadamente de 10.000 km, en donde el 99% de su masa gaseosa está comprendida entre los primeros 30 km y 40 km de altitud, medida desde la superficie terrestre. La atmósfera se encuentra

compuesta por gases permanentes y gases variables que se encuentran en constante interacción como se puede evidenciar en la tabla 4.

Entre los gases permanentes se encuentra el nitrógeno ( $N_2$ ) y oxígeno ( $O_2$ ) con el mayor porcentaje, luego se encuentran otros gases como el argón (Ar), neón (Ne), Helio (He), hidrógeno (H) y Xenón (Xe), por otro lado, se encuentran los gases variables como el vapor de agua ( $H_2O$ ), dióxido de carbono ( $CO_2$ ) y metano ( $CH_4$ ). Por otro lado, la atmósfera terrestre permanece fija a la tierra debido a que la atracción gravitatoria terrestre interactúa con las partículas constituyentes de cada gas, lo que produce que los gases queden atrapados en la atmósfera y no salgan hacia el espacio exterior (Martínez, 2010).

GASES DE LA ATMÓSFERA		
Gas	Fórmula química	Porcentaje (por volumen)
<b>Gases permanentes</b>		
Nitrógeno	$N_2$	78,08
Oxígeno	$O_2$	20,95
Argón	Ar	0,93
Neón	Ne	0,0018
Helio	He	0,0005
Hidrógeno	$H_2$	0,00006
Xenón	Xe	0,000009
<b>Gases variables</b>		
Vapor de agua	$H_2O$	0 a 4
Dióxido de carbono	$CO_2$	0,036
Metano	$CH_4$	0,00017
Óxido nitroso	$N_2O$	0,00003
Ozono	$O_3$	0,000004
Partículas (polvo, etc.)		0,000001
Clorofluorocarbonos (CFC)		0,00000002

Tabla 4. Porcentajes de gases contenidos en la atmósfera.

Fuente: (Camilloni & Vera, 2007)

Uno de los constituyentes más importantes de la atmósfera es el vapor de agua, este gas presenta variaciones significativas en su volumen que oscilan entre un 0% – 4% dependiendo de la capa atmosférica. Cerca de la superficie, en las regiones tropicales, el vapor de agua constituye aproximadamente el 4 % de los gases de la atmósfera y en las zonas más alejadas como en los polos, representa menos del 1%, los procesos de transformación del agua como la evaporización y condensación, entre otros, proveen a la atmósfera la energía suficiente para su compleja dinámica.

Derivado de lo anterior, el clima terrestre se rige bajo los procesos de evaporización y condensación en la medida en que se liberan y se transfieren grandes cantidades de energía en forma de calor; de acuerdo con el fenómeno de convección atmosférica, el calor contenido en los gases que componen la atmosfera, fluye de las zonas con mayor temperatura hacia zonas de menor temperatura, estos mecanismos hacen que la atmosfera terrestre se comporte de forma similar a una “*máquina térmica*”, produciendo un ambiente térmico óptimo para la formación de los múltiples fenómenos naturales meteorológicos que se presentan en el planeta tierra (Camilloni & Vera, 2007). Sin embargo, debido a su alta inestabilidad, gran parte de las nociones dentro de la termodinámica clásica<sup>7</sup> resultan insuficientes, a la hora de estudiar sistemas inestables como la atmosfera, ya que muchas de las nociones dentro de la termodinámica clásica contemplan sistemas que se encuentran cercanos al equilibrio o son estables bajo ciertas consideraciones, lo cual no sucede naturalmente con el sistema atmosférico, ya que constantemente se presentan condiciones de inestabilidad e irregularidad, por lo que es necesario recurrir a leyes y nociones dentro del campo de la mecánica estadística y nociones dentro de la dinámica no lineal, como se abordará más adelante.

## 2.10 PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Las masas de aire compuestas por los diferentes gases anteriormente vistos y en gran parte por vapor de agua, son afectadas directamente por una fuerza de origen gravitacional, denominada presión, la cual se define como fuerza por unidad de área o superficie. En física comúnmente se emplea la unidad de pascuales o atmosferas, no obstante, los meteorólogos usualmente utilizan la unidad de milibares (*mb*), un milibar es igual a la fuerza que ejercen 100 newtons sobre un metro cuadrado ( $\frac{N}{m^2}$ ) (Roger & Chorley, 1968, pág. 18).

Se sabe que la presión atmosférica no es la misma en toda la atmosfera y que en muchas ocasiones, se presentan valores distintos aún en zonas muy próximas, esta cantidad depende directamente del peso de la atmosfera que se encuentra por encima de un nivel dado, mientras más peso exista sobre un nivel dado, mayor fuerza actuara sobre dicha área. La ecuación (1) muestra

---

<sup>7</sup> Se habla de termodinámica clásica como aquella rama que estudia la transformación energética de las propiedades de las sustancias en condiciones de equilibrio o cerca de este.

la relación de la tasa de variación de presión ( $p$ ) con respecto a la altura ( $z$ ) denominada ecuación fundamental de la Hidrostática:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho. \quad (1)$$

Esta igualdad, se deriva de considerar la relación de densidad, masa y volumen  $dm = \rho dv$  y posteriormente considerar la fuerza neta sobre una superficie determinada. De esta forma, la ecuación de hidrostática permite relacionar la diferencia de presión ( $p$ ) en relación a una diferencia de la altura ( $z$ ) lo cual es equivalente a la gravedad ( $g$ ) factor de la densidad del aire ( $\rho$ ), los valores de la presión atmosférica dependen directamente de la altura y la densidad del aire, en efecto, las densidades del aire en la atmosfera son muy inestables por lo que se tienen presiones variables en cada punto de la atmosfera.

## 2.11 LOS VIENTOS ALISIOS

Uno de los fenómenos atmosféricos producto de las variaciones en los parámetros anteriormente expuestos, que permite identificar la presencia del fenómeno natural El Niño debido a que se producen cambios contundentes tanto en su dirección como en su velocidad son los denominados vientos alisios. Los vientos de forma general, son producidos por el movimiento de aire que se genera por los gradientes de temperatura en la atmosfera, pues debido a la desigualdad o inestabilidad en la distribución térmica, los vientos tienden a desplazarse de las zonas más calientes hacia zonas de menor temperatura, como se puede evidenciar en la ilustración 6. Este fenómeno se genera debido a que la superficie de la tierra o superficie de océano es calentada por la radiación solar, lo que genera que esta radiación sea transmitida a las capas más bajas de la atmosfera y genere los gradientes de temperatura entre las capas de la misma.

De esta forma, se genera el movimiento de dichas masas de aire, las cuales se rigen por la presión atmosférica, densidad, masa, volumen y temperatura como también por las condiciones térmicas del aire circundante a ellas; la ley de los gases  $PV = nRT$ , logra dar cuenta de forma general, la relación entre dichas variables. Aquellas masas de aire atmosféricas, circularán de tal modo que, si presentan una temperatura mayor, menor densidad y mayor volumen con relación al

aire circundante, estas masas ascenderán por flotabilidad, caso contrario, si presentan menor temperatura, mayor densidad y menor volumen, éstas descenderán. Esta circulación, entre masas de aire que ascienden y descenden las cuales se encuentran en una transferencia de calor continua, generan el fenómeno de convección en la atmosfera, en ese sentido, como consecuencia de lo anterior, se produce el movimiento singular de estas masas de aire denominadas vientos alisios.

Ahora bien, los vientos alisios son una categoría de vientos que siguen determinadas trayectorias, como se puede evidenciar en la ilustración 5, las masas de aire que conforman los vientos, ascienden a una latitud norte aproximada de  $15^\circ$  a  $30^\circ$ , de forma tal que al llegar a la troposfera comienzan a descender nuevamente producto de las diferencias de temperatura en la atmosfera, este proceso aparentemente descriptible se retomará más adelante.

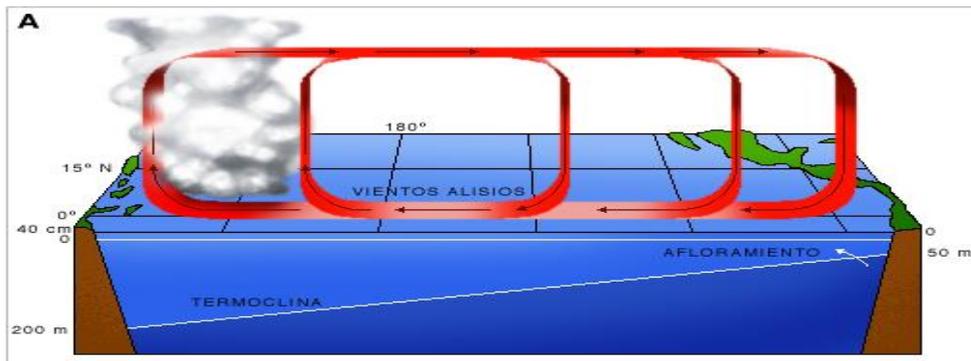


Ilustración 5. Dinámica de los vientos alisios.

Fuente: [http://www7.uc.cl/sw\\_educ/geo\\_mar/html/h732.html](http://www7.uc.cl/sw_educ/geo_mar/html/h732.html)

Los vientos alisios poseen una dirección de movimiento predominante, esto es, de este a oeste, lo que implica que en las costas australianas o de indonesia, se tenga mayor cantidad de nubosidad y precipitaciones sobre esta zona. Esta particular circulación de vientos alisios en determinadas direcciones y sentidos se denomina como la *célula de Walker*.

La célula de Walker es un modelo de circulación de vientos atmosféricos para la zona ecuatorial terrestre, la cual es impulsada principalmente por las diferencias de temperatura tanto en la atmosfera como en el océano y el fenómeno de convección; de esta forma, dicha circulación se debe a que las aguas oceánicas cálidas generan cierta cantidad de vapor de agua, lo que genera la formación de nubes o masas de aire sobre dichas aguas, las cuales ascienden por flotabilidad y son

impulsadas por los vientos predominantes (vientos alisios), así la circulación de la célula de Walker queda descrita por la trayectoria roja que se muestra en la ilustración 5.

## 2.12 ÍNDICES ATMOSFÉRICOS BAJO LA PRESENCIA DEL FENÓMENO DEL NIÑO

La circulación general de la atmosfera terrestre se rige bajo ciertos patrones que dependen directamente de la presión atmosférica, los procesos de calentamiento – enfriamiento de las masas de aire y los vientos atmosféricos como se evidencio anteriormente, ahora bien, específicamente en la zona de convergencia intertropical ( ZCIT)<sup>8</sup>, se presentan dinámicas mucho más complejas debido a las condiciones climáticas de la zona, en efecto, se considerara esta zona particular ya que es aquí donde tiene mayor incidencia el fenómeno meteorológico y climático El Niño.

Para el propósito principal, se describirá de forma general la dinámica que sigue la atmosfera en condiciones normales respecto a la presión y los vientos alisios, posteriormente, se mostrara los cambios que tienen estos parámetros cuando se presenta el fenómeno natural El Niño.

De esta forma, en condiciones habituales como se puede evidenciar en la ilustración 6, la atmosfera presenta ciertos que procesos que se describen de forma general en la tabla 5.

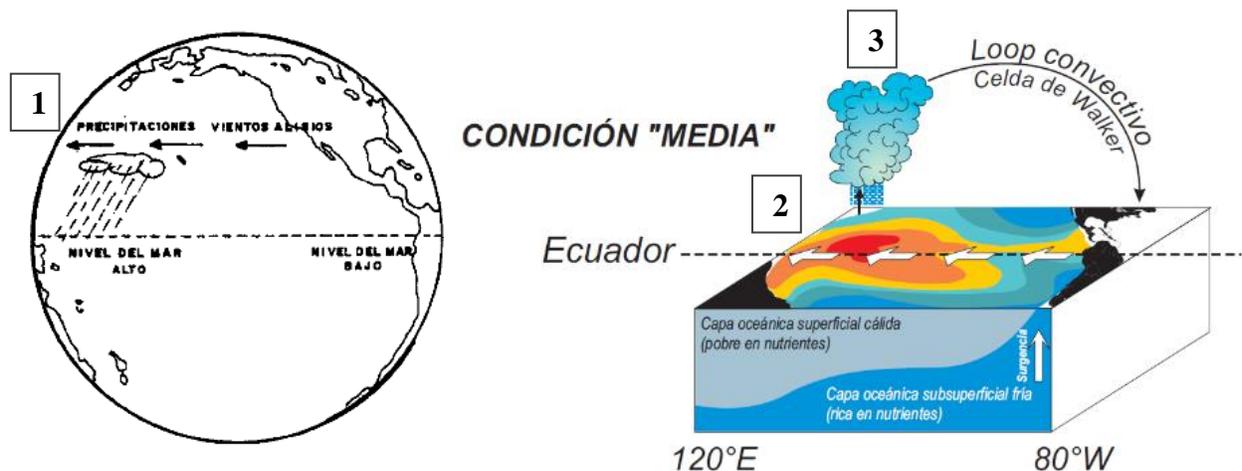


Ilustración 6. Condiciones atmosféricas normales.  
Fuente: (Espinoza, 1996) y (Maturana & Bello, 2004)

<sup>8</sup> La zona de convergencia intertropical (ZCIT) es aquella región de globo terrestre que abarca gran parte de la zona ecuatorial, en donde convergen los vientos alisios que provienen del hemisferio sur y norte, se caracteriza por tener bajas presiones atmosféricas debido a que se tienen masas de aire cálidas y húmedas.

*Tabla 5. Índices atmosféricos en la zona de convergencia intertropical (ZCIT) en condiciones normales.*

<p><b>1.</b> Los vientos alisios se mueven en una dirección predominante, esto es de este a oeste, es decir, hacia el continente asiático, esto se debe entre otras cosas al movimiento rotacional de la tierra, la fuerza de Coriolis, como también a las diferencias de temperatura en la atmosfera.</p>	<p><b>2.</b> Causa del movimiento y velocidad de los vientos alisios en esa dirección, las aguas oceánicas cálidas son arrastradas hacia el este, tal como se muestra en la ilustración 6, lo que genera más nubosidad y precipitación en las costas de Australia, predominando lluvias y altos índices de humedad, mientras que en, en las costas ecuatoriales de América del sur, predomina las sequias.</p>	<p><b>3.</b> La presión atmosférica sobre Australia comúnmente es mucho menor a comparación del este pacifico, de esta forma, en las costas de sur América se tienen presiones atmosféricas elevadas.</p>

Tabla 5. Índices atmosféricos en la zona de convergencia intertropical (ZCIT) en condiciones normales. Obtenida de: Elaboración propia.

Por otro lado, en condiciones en las que se presenta el fenómeno natural El Niño, tal y como cambian parámetros oceánicos también cambian ciertos parámetros atmosféricos, en ese sentido, cuando se presenta el fenómeno El Niño se puede decir que cambian las siguientes dinámicas apartemente normales en la atmosfera como se puede evidenciar en la ilustración 7 y su determinada descripción en la tabla 6.

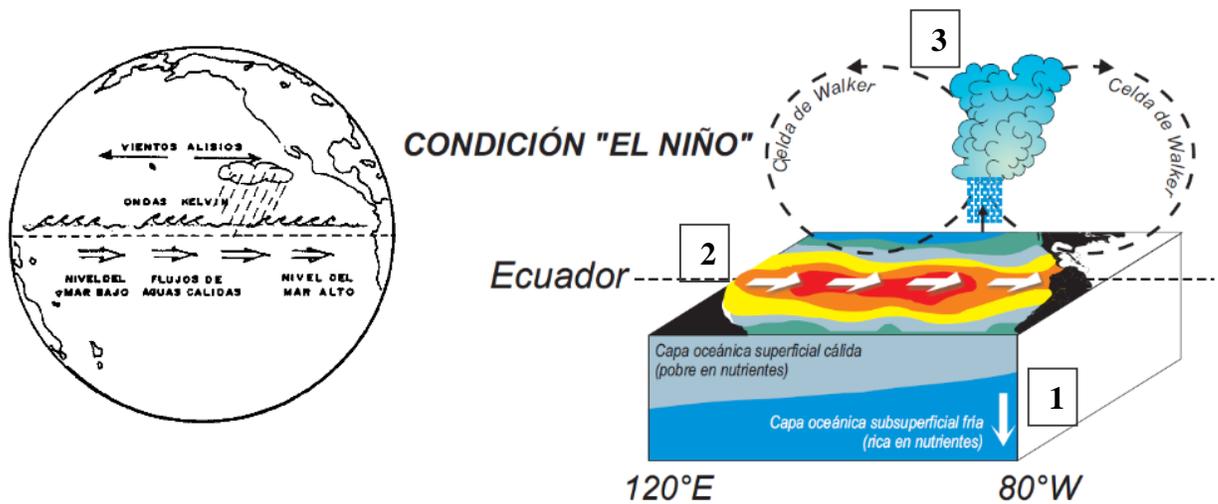


Ilustración 7. Condiciones atmosféricas en condiciones de " El niño".  
Fuente: (Espinoza, 1996) y (Maturana & Bello, 2004)

Tabla 6. Índices atmosféricos en la ZCIT en condiciones "El Niño"

<p><b>1.</b> Existe un debilitamiento en el movimiento de los vientos alisios que se dirigían originalmente de oeste a este, lo que produce que se redireccionen de tal forma que prevalezcan en dirección hacia el este y el centro del océano pacífico como se muestra en la ilustración 7.</p>	<p><b>2.</b> Cuando se presenta el fenómeno El Niño se presentan alternancias entre presiones altas y presiones bajas sobre el oeste y este pacífico, lo que produce que los vientos alisios cambien de dirección, de esta forma la presión atmosférica aumenta de forma inusual en Australia, por lo cual la zona atmosférica sobre el centro del océano pacífico y la zona del este tiendan a calentarse de forma inusual.</p>	<p><b>3.</b> Causa del redireccionamiento de los vientos alisios, la nubosidad, se producen ahora, en el centro del pacífico ecuatorial y se redirecciona hacia el este oceánico, llevando las aguas cálidas del oeste hacia este, lo que implica que las aguas cálidas del océano transferían cierta cantidad de energía a la atmosfera, y por medio del proceso de evaporización y condensación se genere más nubosidad y precipitaciones en las zonas de este pacífico, produciendo sequías en indonesia y Australia.</p>
---	--	--

Tabla 6. Índices atmosféricos en la zona de convergencia intertropical (ZCIT) en condiciones "El Niño".  
Obtenida de: Elaboración propia.

## CAPÍTULO III

### 3.1 LIMITACIONES EN EL ESTUDIO DEL FENÓMENO “EL NIÑO”

En el capítulo anterior, se realizaron algunas descripciones y caracterizaciones generales entorno a la dinámica del fenómeno natural El Niño las cuales permiten identificar y diferenciar el comportamiento de este fenómeno con relación con otros fenómenos climáticos. En dicha dinámica se presentan cambios en algunas variables oceánicas como el calentamiento anómalo de las aguas superficiales del mar, el hundimiento en la termoclina, el cambio en la dirección de las corrientes ecuatoriales, como también, alteraciones de variables atmosféricas, como el aumento en las precipitaciones atmosféricas, cambios en la presión atmosférica y variaciones en la dirección y velocidad de los vientos alisios.

Ahora bien, cabe señalar que aunque estos procesos son aparentemente descriptibles, resulta casi imposible conocer con exactitud, cómo se dan cada uno de los procesos e interacciones de forma independiente o aislada, que permitan dar cuenta del comportamiento global del fenómeno; esto se debe al carácter de inestabilidad que presenta el sistema océano- atmosférico, en donde existen intercambios constantes de energía, en forma de calor, entre la atmosfera y el océano, generando que estos dos sistemas se comporten como una clase de *sistema acoplado*, en el que el océano repercute en la atmosfera como la atmosfera en el océano.

En virtud de lo anterior, lograr obtener descripciones exactas, como también valores constantes y absolutos que permitan brindar una información precisa sobre el estado e interacción de las variables atmosféricas y oceánicas que se ven involucradas en la dinámica del fenómeno natural, así como también, llegar a conocer con exactitud los años en los que se presentará, representa una de las situaciones que más generan incertidumbre dentro del campo de la meteorología y climatología, como también, dentro del campo de la física y las matemáticas; justamente (Marcos Valiente, 1999, pág. 16) trae a consideración esta situación al reconocer que:

*“La propia variabilidad del fenómeno “El Niño” provoca incertidumbre que dificulta en cierta forma la total fiabilidad de los modelos de predicción anteriormente descritos. Hallar las causas de dicha variabilidad, junto al descubrimiento del factor desencadenante del inicio del fenómeno,*

*son dos de los interrogantes más destacados que todavía deben ser esclarecidos para poder tener un conocimiento adecuado del funcionamiento de los inventos ENSO”.*

Así mismo, de acuerdo con (Ritter Ortiz & Mosiño, 2000, pág. 29) lamentablemente en una mayoría de casos, los sistemas de naturaleza meteorológica y climatológica como el sistema océano-atmosfera del fenómeno El Niño, demuestran que, ante la más pequeña incertidumbre en la descripción de su dinámica, provocarán sin duda alguna futuros muy distintos. En efecto, resulta casi imposible conocer con precisión los años en los que se presentara el fenómeno natural, por tanto, su aparición es de orden cíclica y no periódica, convirtiéndolo en un fenómeno no lineal y no predecible en el tiempo (Capel Molina, 1999).

Bajo esta perspectiva, el estudio y análisis sobre la dinámica del fenómeno meteorológico y climático El Niño conduce entonces, a realizar un análisis más allá del marco lineal, predecible y deducible que comúnmente es abordado en el análisis dinámico de algunos fenómenos físicos, puesto que estos fenómenos no se comportan de forma correlacionada entre sus causas y efectos, como lo presentan los sistemas “*simples*” que se rigen bajo dinámicas lineales.

De esta forma, para el análisis del comportamiento de dichos fenómenos, se requiere tener en cuenta muchas de las características principales acerca de la dinámica no lineal y el evidente rasgo de impredecibilidad que caracterizan este tipo de sistemas, debido a que estos fenómenos no pueden ser estudiados bajo dinámica lineales y establecidas, en efecto, surge el siguiente interrogante, ¿Qué implica hablar de la no linealidad e impredecibilidad en el estudio de estos sistemas? En ese orden de ideas, se presentará en lo que sigue, dicho carácter no lineal y un modelo que permite dilucidar el nivel de impredecibilidad que presentan naturalmente los fenómenos de origen atmosférico – oceánico, como el fenómeno natural El Niño.

### **3.2 INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA NO LINEAL**

Con el ánimo de profundizar acerca de la dinámica no lineal y el carácter de impredecibilidad que obedecen naturalmente los fenómenos de meteorológicos, resulta de gran importancia tener en cuenta algunas de las contribuciones y reflexiones que se realizaron a partir del siglo XIX, por parte la comunidad científica particularmente, las cuales permitieron un gran

cambio y nueva reformulación en el análisis de los sistemas dinámicos inestables como lo es sistema atmosférico y oceánico.

Según (Sánchez Santillan & Garduño López, 2006, pág. 172) las concepciones dentro de la física clásica determinista<sup>9</sup> heredadas principalmente de autores como Galileo Galilei, Descartes y Newton, entre otros, resultaron limitadas e insuficientes, a la hora de profundizar acerca del carácter inestable que seguían determinados sistemas dinámicos, entre ellos, los fenómenos de origen climático. Por varias décadas, los comportamientos que no obedecían dinámicas establecidas y anticipables, se consideraban como molestas desviaciones de la linealidad y en otros casos como “*ruidos*”, dejando de lado el estudio a profundidad de este tipo de comportamientos, los cuales décadas más tarde, resultarían de gran importancia para la ciencia.

Dichas concepciones deterministas se forjaban en el hecho de que “*El conocimiento absoluto de lo que un objeto realiza en el presente, permite determinar con exactitud lo que hará en un futuro*” (Sánchez Santillan & Garduño López, 2006, pág. 172), lo cual, naturalmente, no sucedía con los fenómenos inestables. De esta forma, aunque las nociones dentro de la física clásica determinista resultaban útiles para ciertos sistemas mecánicos y aislados, no resultaban muy útiles para la explicación de fenómenos inestables, en donde, una vez conocido su comportamiento en un instante dado, no siempre tendrían un comportamiento similar en estados posteriores.

En efecto, uno de los acontecimientos más importantes de la física teórica se produjo a finales del siglo XIX, con el decaimiento de las concepciones puramente deterministas y causalitas, puesto que, en relación al estudio de los sistemas mecánicos, ya no se contemplaban únicamente comportamientos lineales y predictibles en el tiempo, sino que se dio lugar a la no linealidad y a la inestabilidad, como propiedad característica de la dinámica de determinados sistemas físicos (Lombardi, 2016, pág. 91).

Las nuevas perspectivas y desarrollos matemáticos de autores como Henri Poincaré (1892), la mecánica estadística de autores como James Clerk Maxwell (1871) y Ludwig Boltzmann, la idea del indeterminismo acerca del comportamiento cuántico, la visiones de probabilidad y estadística (Hacking, 1990, pág. 33), reforzaban aún más la idea sobre la necesidad de cambiar la forma en

---

<sup>9</sup> Determinista en un sentido filosófico, en donde el conocimiento del estado de un sistema en un instante dado permite conocer unívocamente su estado en todo instante posterior.

que se pensaban y estudiaban los sistemas dinámicos que no eran estables, reforzando la idea de que “*las condiciones iniciales de un sistema no necesariamente determinan exactamente lo que ocurrirá luego*”.

La anterior idea implica que, el conocer, por ejemplo, la velocidad y posición inicial de un cuerpo que se encuentra bajo condiciones de inestabilidad, resulte casi imposible conocer el estado (velocidad y posición) de dicho cuerpo en un tiempo posterior, lo cual limita toda predictibilidad del estado del cuerpo en cualquier otro momento; este tipo de comportamientos se pueden evidenciar, por ejemplo, en el movimiento del péndulo doble, este sistema es compuesto por dos péndulos con el segundo colgando del extremo del primero, el cual al ser perturbado, genera movimientos y trayectorias que nunca se repiten en ningún periodo de tiempo aunque se tengan condiciones iniciales muy cercanas (posición horizontal y vertical, ángulo respecto a la vertical, velocidad inicial y longitud de la varilla), de esta forma, el estado de este sistema no puede ser deducido a partir de sus condiciones iniciales lo que implica que no se podrá conocer el estado del mismo en tiempo posteriores.

Gracias a las contribuciones por parte de Henri Poincaré en el año 1892, se logró introducir una nueva forma de analizar y estudiar los sistemas dinámicos inestables, pues, estos sistemas podrían comportarse de una forma aleatoria sin tener un patrón determinado. De esta forma, Poincaré logra introducir el concepto de la no linealidad. Las ecuaciones diferenciales lineales y no lineales con las que eran descritos los sistemas dinámicos, pasaron de ser analizadas de una forma cuantitativa (estudio en el sentido de búsqueda de una solución de las ecuaciones) a una forma cualitativa (estudio de la dinámica y su estabilidad) haciendo uso de las leyes y teorías dentro del campo de la topología<sup>10</sup> (Madrid , 2010, pág. 5).

En el año 1889 Poincaré se suma a la tarea de encontrar una solución al problema de los 3 cuerpos<sup>11</sup> utilizando modelos matemáticos suscritos al formalismo de las ecuaciones diferenciales

---

<sup>10</sup> La topología es probablemente la más joven de las ramas clásicas de las matemáticas apareciendo aproximadamente en el siglo XVII, la topología estudia las propiedades de las figuras que permanecen invariantes cuando dichas figuras son dilatadas, contraídas o deformadas, de modo que no aparezcan nuevos puntos.

<sup>11</sup> El problema de los 3 cuerpos se relacionaba con un problema de estabilidad, en el cual tres partículas de masas diferentes que se mueven en el espacio bajo la acción de la gravitación mutua; ante unas condiciones iniciales, se requería determinar el movimiento de cada una de las partículas.

no lineales. Sin embargo, en el transcurso del estudio y la publicación de su trabajo, se vio envuelto por un contexto de disertaciones y conflictos entre la comunidad científica de la época, debido a un error que cometió Poincaré al publicar su trabajo denominado *Mémoire sur le Problème des Trois Corps et les Équations de la Dynamique* (Sanjuán & Casado Vázquez, 2005, pág. 26).

En dicha obra científica, Poincaré desarrollaba un estudio sobre el problema de los  $n$  cuerpos y sus ecuaciones diferenciales de movimiento, pero en donde al parecer, presentaba un error relacionado con unas soluciones inestables próximas a una solución periódica. Sin embargo, gracias a este error, Poincaré iba a descubrir una de las trayectorias más importantes que siguen naturalmente los sistemas turbulentos, las trayectorias homoclínicas y caóticas, que le permitiría poner de manifiesto, una nueva reformulación en la ciencia clásica, al considerar los sistemas dinámicos no lineales, como una nueva forma de analizar e interpretar los sistemas dinámicos inestables.

Más de medio siglo después en 1963, el meteorólogo y climatólogo Edward Norton Lorenz, interesado por obtener un modelo matemático que le permitiera predecir las dinámicas climáticas y meteorológicas, presenta un maravilloso modelo matemático a la luz de las formulaciones y descripciones a partir de la mecánica de fluidos, el cual le permitía describir el movimiento de un fluido bajo la acción de diferencias de temperatura, dicho modelo se presentará más adelante.

Bajo este contexto y para poder entrar en materia a las concepciones sobre la dinámica no lineal y la noción de la no predictibilidad en estos sistemas, resulta de gran importancia primero, describir a continuación la noción de sistema dinámico y posteriormente sobre la dinámica no lineal, como se presenta a continuación.

### **3.3 SISTEMA DINÁMICO Y DINÁMICA LINEAL**

Los fenómenos físicos suelen ser descritos mediante diversos modelos matemáticos, lo cuales a su vez son conformados por un conjunto de ecuaciones, en esta dirección, un sistema dinámico puede ser entendido como aquel sistema que evoluciona con el tiempo en la medida en que hay movimiento y variación, estos sistemas poseen variables de estado como la posición  $x(t)$ , velocidad  $\dot{x}(t)$  y aceleración  $\ddot{x}(t)$  las cuales permiten describir el estado del sistema en el futuro

o en el pasado, dependiendo del grado de conocimiento que se tenga sobre el mismo (Kofman, 2000, pág. 6).

El punto de partida en el análisis dinámico de estos sistemas<sup>12</sup> es su representación por medio de modelos matemáticos, descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales y su respectivo conjunto de soluciones que logren satisfacer las mismas; Este conjunto de ecuaciones pueden determinar o no, el estado de un sistema, pues, de acuerdo con (Kofman, 2000, pág. 6) “ (...) *Existen ecuaciones que, ante un determinado conjunto de valores en parámetros iniciales, reproducen siempre la misma solución (...)*”, denominándose como ecuaciones de orden *determinista*, de forma contraria, existen modelos matemáticos de orden *estocásticos* en los que se tienen gran cantidad de datos aleatorios que describen el comportamiento de un sistema, no produciendo los mismos resultados a partir de idénticos parámetros iniciales.

En ese sentido, el estudio de los sistemas dinámicos pueden ser estudiado y analizado mediante dos tipos de dinámicas principales, estos tipos de dinámicas son: *la dinámica lineal* y *la dinámica no lineal*.

### **3.4 DINÁMICA LINEAL**

Las descripciones y modelizaciones a la luz de la dinámica lineal son frecuentemente empleadas en física, ya que permiten una gran abstracción y simplificación en el estudio dinámico de los fenómenos físicos, de esta forma, el carácter lineal del sistema dinámico se traduce en que estos sistemas son predecibles en el tiempo con gran exactitud, pues en la medida en que se conocen las causas del sistema, se pueden deducir y predecir sus efectos en un tiempo posterior (M Longa, 2005, pág. 21).

La dinámica lineal obedece cierto carácter de proporcionalidad, esto indica que, ante pequeñas variaciones en las condiciones iniciales del sistema dinámico, este provocará pequeñas variaciones en el sistema, mostrando cierto carácter de proporcionalidad entre causas y efectos; de esta forma, una vez conocidas dichas variaciones se podrá deducir los futuros efectos del sistema dinámico en otro tiempo determinado. De acuerdo con (Mora, 2016, pág. 67) “*Uno de los valores más*

---

<sup>12</sup> Es importante resaltar que existen sistemas dinámicos continuos y discretos, en efecto, se trata aquí un sistema dinámico continuo, puesto que se caracteriza por la evolución del tiempo continuo y se representa mediante ecuaciones diferenciales y no ecuaciones recursivas o iteraciones.

*preciados de la ciencia es la capacidad de predecir acontecimientos*”. Estos comportamientos dinámicos se describen mediante ecuaciones diferenciales lineales, las cuales, permiten soluciones mucho más sencillas y exactas acerca del estado del sistema en determinado momento.

Un claro ejemplo de sistema lineal es el sistema *masa – resorte* el cual queda descrito mediante ecuaciones diferenciales, las cuales permiten conocer el estado de dicho sistema en un tiempo posterior. Este sistema muestra que, ante una pequeña deformación en el resorte, se obtiene una pequeña oscilación de la masa, de forma contraria, si se realiza una gran deformación en el resorte, generará una gran oscilación de la masa; por otro lado, ante una pequeña deformación en el resorte, este, describirá un movimiento periódico, en donde la posición de la masa  $x(t)$  unida al resorte, oscilará periódicamente y constantemente. Esta dinámica queda descrita mediante la ley de Hooke y la segunda ley Newton, la cual queda expresada mediante la ecuación  $m \frac{d^2x}{dt^2} + x = 0$  donde  $m$  es la masa,  $x$  posición de la masa y  $t$  es el tiempo, esta ecuación es conocida como la ecuación del oscilador armónico, la cual, al ser solucionada, da cuenta de la posición, velocidad y aceleración del sistema en cualquier otro instante dado.

### **3.5 CARACTERÍSTICAS DE LA DINÁMICA LINEAL**

De forma general, se puede decir que un sistema dinámico es lineal si cumple las siguientes propiedades, de acuerdo con (Fernandez Sanjuán, 2016, pág. 108) los sistemas que siguen dinámicas lineales tienen la propiedad de *proporcionalidad*, *aditividad* y *replicación*, como se define a continuación.

La *Proporcionalidad* de un sistema dinámico lineal indica que ante pequeñas variaciones iniciales en el sistema se generaran pequeños efectos posteriores, contrariamente, grandes afectaciones sobre el sistema provocaran grandes efectos sobre el mismo. La *Aditividad* indica que el todo de un sistema lineal es igual a la suma de las partes individuales que componen el sistema, es decir, la suma o superposición de las interacciones por separado entre ciertas variables, permiten describir la totalidad de la dinámica del sistema. Luego se tiene la *Replicación* que indica que la perturbación sobre el sistema dinámico lineal en las mismas condiciones produce el mismo resultado en estados posteriores.

Un sistema dinámico lineal se rige bajo la relación de causa y efecto, es decir, conocer las condiciones iniciales del sistema permiten conocer el estado posterior del mismo, esto permite, que los sistemas que siguen dinámicas lineales puedan predecirse o anticiparse con gran exactitud en tiempo posteriores.

En un sentido matemático, un sistema dinámico que obedece comportamientos lineales, siguiendo a (Duarte, 2000, pág. 5), debe cumplir las siguientes dos propiedades, dada una función  $y = f(x)$  se debe cumplir que:

1. *Proporcionalidad*: debe existir una equivalencia al calcular la función en un argumento amplificado por un factor  $\alpha$  que calcularla sobre el argumento y luego amplificar el resultado por ese mismo factor  $f(\alpha x) = \alpha f(x)$ , esto implica que al amplificar la función de entrada debe ser proporcional a la amplificación producida en la salida<sup>13</sup>.
2. *Principio de superposición*: esta propiedad indica que es igual calcular la función en la suma de dos o más argumentos ( $x_i$ ) que calcularla por separado en cada uno de los argumentos y respectivamente sumar los resultados  $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ .

### 3.6 DINÁMICA NO LINEAL

En contraste con lo anterior, la dinámica no lineal presenta otro tipo de comportamientos diferentes a la dinámica lineal, naturalmente, los sistemas que siguen dinámicas no lineales, presentan la particularidad de que ante pequeñas variaciones en las condiciones iniciales<sup>14</sup> del sistema se producen efectos erráticos, lo que genera gran incertidumbre sobre el estado posterior del sistema; de esta forma, los sistemas que siguen dinámicas no lineales carecen de *proporcionalidad* entre causas y efectos. Por otra parte, la dinámica no lineal que siguen naturalmente los fenómenos de origen meteorológico y climático, obedecen a su vez, características propias del comportamiento caótico, como se evidenciara más adelante.

---

<sup>13</sup>En análisis de los sistemas dinámicos existen señales de entrada y de salida, estas señales son el medio a través del cual el sistema interactúa con su entorno, la señal de entrada y de salida pueden ser variables físicas que cambian con el tiempo como por ejemplo fuerzas, velocidades, temperaturas etc.

<sup>14</sup> ¿El carácter sensible de los sistemas no lineales ante las condiciones iniciales fue puesto de manifiesto por el físico Max Born en 1955, en un artículo no muy conocido denominado Classical Mechanics in facts determinist?

En un sentido matemático, un sistema que obedece dinámicas no lineales puede ser entendido como aquellos sistemas que cambian con el tiempo y los cuales pueden ser descritos por una o más variables, por medio de un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales (Fernandez Sanjuán, 2016, pág. 108). los sistemas que siguen dinámicas no lineales son inherentes a las propiedades de superposición y proporcionalidad anteriormente descritas, las ecuaciones diferenciales que describen el estado del sistema no poseen ningún carácter de linealidad, en la medida en que no se cumple que las variables dependientes del sistema y todas sus derivadas sean de primer grado o tampoco se cumple que los coeficientes de la variable dependiente y sus derivadas dependan única y exclusivamente de la variable independiente. Se puede ver, por ejemplo, en la siguiente ecuación diferencial  $\frac{dy}{dt} = py + y$  siendo  $p$  y  $y$  las variables dependientes de  $t$ , que dicha ecuación presenta un producto entre las variables dependientes, este es un caso en donde, se dice que dicha ecuación diferencial es no lineal.

En la mayoría de casos, encontrar la solución a dichas ecuaciones, que puedan satisfacer una determina ecuación diferencial no lineal, se torna complejo y casi imposible, por lo que es necesario realizar aproximaciones por otros métodos matemáticos que permitan dar una solución aproximada, como se podrá mostrar más adelante con el modelo de Lorenz. Las ecuaciones de la mecánica de fluidos de Navier -Stokes, que, si bien permiten describir el comportamiento de un fluido (además de que gobiernan la dinámica atmosférica y oceánica), son un claro ejemplo de ecuaciones que presentan alto nivel de no linealidad.

Otro aspecto relevante en el comportamiento dinámico no lineal, es que algunos de estos sistemas pueden seguir comportamientos caóticos, esto resulta de gran importancia para el presente trabajo, puesto que la atmosfera se considera como un sistema no lineal y caótico, un ejemplo de ello, son las condiciones climáticas como por ejemplo la temperatura, la presión y densidad en un punto determinado de la atmosfera, las cuales presentan gran inestabilidad y variabilidad, esto se puede evidenciar en una proyección en el espacio de fases de dicha condiciones climáticas las cuales, experimentan trayectorias que divergen de forma exponencial tal y como se puede evidenciar en la ilustración 9.

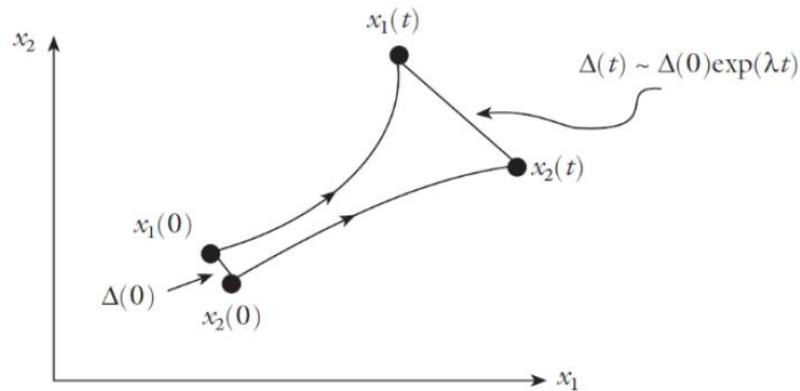


Ilustración 8. Dependencia exponencial de trayectorias en el espacio de fases. Fuente: (Duncan & Kesley, 2018)

En ese sistema, el cual se profundizara un poco más en el modelo de Lorenz, se presentan dos trayectorias en condiciones iniciales arbitrariamente cercanas, esto es a una distancia  $|\Delta x_0| = x_2 - x_1$ , de esta forma, al transcurrir el tiempo, la separación entre las trayectorias y las posiciones finales de las dos partículas, divergen de forma exponencial en un factor  $\Delta(0)e^{\lambda t}$  luego de un tiempo  $t$ .

### 3.7 EXPONENTE DE LIAPUNOV ( $\lambda$ )

El exponente de Liapunov es una cantidad muy importante en el estudio de las trayectorias de los sistemas no lineales y caóticos puesto que permite determinar características sobre el sistema dinámico. Se puede definir como una cantidad numérica que permite dar cuenta de la tasa promedio de divergencia exponencial de determinadas trayectorias en unas condiciones iniciales dadas, de esta forma, el exponente de Liapunov determina el grado de predictibilidad de un sistema en la medida en que permite dilucidar el grado de divergencia que presenta el sistema en determinado tiempo. El exponente de Liapunov se denota con la letra griega “lambda” ( $\lambda$ ), de esta forma, si se tienen dos trayectorias inicialmente a una distancia  $|\Delta x_0| = x_2 - x_1$ , como se muestra en la ilustración 12, luego de un tiempo  $t$  se encontraran separadas a en un factor de  $\Delta x(x_0, t) = e^{\lambda t} |\Delta x_0|$ .

El signo del exponente de Liapunov es de gran importancia, ya que si el exponente es negativo se dice que las trayectorias a una distancia muy reducida tenderán a converger y posiblemente la evolución del sistema no será caótica, de forma contraria si el exponente es positivo las trayectorias

del sistema divergen en la medida en que pasa el tiempo, en efecto, si las trayectorias de un sistema presentan, aunque sea un exponente de Liapunov positivo el sistema se considerara como caótico (Ritter Ortíz & Peres Espino, 2012, pág. 5). El recíproco o inverso del exponente de Liapunov se denomina como el *tiempo de Liapunov*, este tiempo permite dar una medida del rango temporal del comportamiento del sistema, de esta forma, se podrá tener cierto grado de predictibilidad del estado del sistema en un tiempo posterior.

### **3.8 GENERALIDADES DE LA DINÁMICA NO LINEAL**

Con el ánimo de profundizar sobre la dinámica no lineal y el comportamiento caótico que siguen naturalmente los fenómenos de origen meteorológico y climático como el fenómeno El Niño, es importante mencionar, en lo que sigue, algunas de las características principales que caracteriza dichas dinámicas.

Los sistemas que obedecen comportamientos no lineales son altamente adaptables al cambio, por ejemplo, como lo presenta textualmente (Ivanov Bonev, pág. 8) “*si tiramos una piedra al río, su choque con las partículas del agua no cambia el cauce de río, sino que el comportamiento no lineal y caótico se adapta rápidamente al cambio*”, de esta forma, dicha dinámica presenta una alternativa al analizar los sistemas que no siguen comportamientos definidos y establecidos, que resulta de gran importancia para el presente trabajo.

Una característica principal de dicha dinámica es que es altamente sensible a las condiciones iniciales del sistema, esto quiere decir que, ante pequeñas diferencias en las condiciones iniciales del sistema, conlleva a tener grandes diferencias en las condiciones finales del sistema, contrariamente a lo que sucedería con la dinámica lineal, por otro lado, ello implica que la dinámica no lineal presente alto grado de impredecibilidad al conocer el estado posterior de un sistema determinado, siendo otra de las características principales. (Fernandez Sanjuán, 2016, pág. 3), (Lombardi, 2016, pág. 92)

Efectivamente, lo anterior se traduce a que el comportamiento dinámico no lineal es carente de periodicidad, es irregular en el tiempo y tampoco se estabiliza en el tiempo, lo que implica considerar inestabilidades y discontinuidades en el sistema, Por otro lado, la dinámica no lineal se

describe mediante ecuaciones diferenciales no lineales, en donde dichas ecuaciones son inherentes a las propiedades de superposición y proporcionalidad.

Una importante consideración surge entorno a dichas características y es que la dinámica no lineal, no es sinónimo de desorden, de hecho, se puede decir que en cierta medida esto obedece a cierto grado de orden o regularidad, puesto que esta dinámica puede ser caracterizada. La gran pertinencia de esta perspectiva no lineal, en este contexto, es que efectivamente, el sistema atmosférico y oceánico se puede considerar como un sistema no lineal y caótico, ello implica entonces que todos los fenómenos asociados a este sistema también queden descritos mediante dinámicas no lineales. Lo anterior, se profundizará en el siguiente apartado.

### **3.9 MODELO DE LORENZ PARA LA DINÁMICA ATMOSFÉRICA**

Dentro del campo de la oceanografía y la meteorología existen diferentes modelos matemáticos y físicos, que permiten analizar la dinámica de los sistemas como la atmosfera y el océano, así como también, los fenómenos climáticos asociados a estos sistemas. En general, estos modelos se conforman por un conjunto de ecuaciones diferenciales, que permiten predecir el estado de dichos sistemas en un tiempo determinado, sin embargo, esta predicción se ve altamente limitada para tiempos relativamente cortos. Uno de los modelos más sorprendentes que permitió el estudio de la dinámica atmosférica, su inestabilidad y los fenómenos climáticos asociados a ella, es el denominado modelo de Lorenz.

El modelo de Lorenz fue propuesto por el meteorólogo estadounidense Edward Norton Lorenz en el año 1963, este sistema se construyó a partir de ecuaciones hidrodinámicas, dentro del campo de la mecánica de fluidos, puesto que la atmosfera como el océano se pueden considerar como un fluido en movimiento sobre la esfera terrestre bajo efectos de la gravedad. De acuerdo con el campo de la mecánica de fluidos, el movimiento de un gas o líquido puede ser descrito mediante las ecuaciones de conservación, como lo son: la conservación de la masa, la conservación de la energía, la conservación de momento, que lleva a las ecuaciones no lineales de Navier - Stokes y la ecuación de la conservación del momento angular (Stewart, 2000, pág. 107), dichas ecuaciones conforma un conjunto de ecuaciones, denominadas como Ecuaciones primitivas, las cuales

permiten la descripción dinámica tanto de la atmosfera como del océano bajo ciertas limitaciones y simplificaciones.

A partir del análisis de dichas ecuaciones y el estudio de diferentes fenómenos termodinámicos, como el fenómeno de convección, el cual se asocia a una de las tres formas principales en las que se transfiriere calor entre las moléculas que componen el fluido o gas a causa de las diferencias de temperatura, como se puede ver, por ejemplo, en la célula de Walker descrita en el segundo capítulo, en donde las masas de aire circulan, de tal forma que si tienen una temperatura mayor y menor densidad, ascienden, caso contrario, si estas masas tienen una temperatura menor y mayor densidad, configurando dicho fenómeno natural El Niño (Calderón, 2007, pág. 13), se pueden derivar las ecuaciones del modelo de Lorenz.

Así mismo, dichas ecuaciones se relacionan con el estudio de diferentes fenómenos meteorológicos y oceanográficos, como el efecto invernadero derivado de la concentración de gases en la atmosfera, el aumento desproporcional de la temperatura atmosférica y temperatura superficial del mar produciendo, el derretimiento de los glaciares, entre otros. El estudio y análisis de los anteriores fenómenos y su relación con la transferencia de energía calórica, convección y conducción aplicadas al contexto atmosférico permitieron al meteorólogo Saltzman en 1962 (un año antes de que se publicara el modelo de Lorenz) proponer un modelo de dos ecuaciones no lineales en derivadas parciales cómo se puede evidenciar a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = - \frac{\partial(\psi, \nabla^2 \psi)}{\partial(x, z)} + \nu \nabla^4 \psi + g \epsilon \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial(\psi, \theta)}{\partial(x, z)} + \frac{\Delta T}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \kappa \nabla^2 \theta \quad (3)$$

Donde  $\psi$  es una función externa en dos dimensiones,  $\nu$  es el coeficiente de viscosidad del medio,  $g$  aceleración de la gravedad,  $\epsilon$  coeficiente de expansión de expansión térmica,  $\theta$  temperatura en un estado donde no hay convección,  $\kappa$  coeficiente térmico de conductividad y  $H$  altura del fluido (Saltzman, 1962, pág. 330), dicho conjunto de ecuaciones permite describir los

procesos de convección que se presentan en un fluido atmosférico en un espacio tridimensional en función del tiempo.

Ahora bien, teniendo en cuenta las ecuaciones (2) y (3) y al realizar diferentes aproximaciones y simplificaciones matemáticas, aplicando series de Fourier, aplicando funciones trigonométricas, realizando sustituciones algebraicas y condiciones de frontera a dichas ecuaciones diferenciales, se llega al sistema de ecuaciones de Lorenz. El sistema de Lorenz, el cual surge debido al gran interés del autor por conocer la dinámica atmosférica, los fenómenos climáticos asociados a ella y sus límites de predicción, es un conjunto de tres ecuaciones ordinarias y acopladas<sup>15</sup>, las cuales representan el movimiento de un fluido atmosférico en tres dimensiones  $(x, y, z)$ , bajo la acción de gradientes de temperatura presentes en la atmosfera (fenómeno de convección), las cuales permiten dar cuenta de la gran mayoría de fenómenos meteorológicos y oceánicos como la circulación de los vientos, la turbulencia, nubosidad, corrientes oceánicas entre otros. En efecto, el sistema de Lorenz es descrito mediante las siguientes tres ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X} = -\sigma X + \sigma Y \\ \dot{Y} = -XZ + rX - Y \\ \dot{Z} = XY - bZ \end{array} \right. \quad (4)$$

Donde:

- $\sigma$ : *Número de Prandtl*
- $r$ : *Número de Rayleigh*
- $b$ : *Constante de Proporcionalidad*
- $X, Y, Z$  : *VARIABLES dependientes*

Según (Lorenz , 1963, pág. 135) el modelo anterior (4) es un sistema dinámico con tres variables principales  $X, Y, Z$ , dichas variables tienen la característica de que son adimensionales,  $X$  representa la amplitud del movimiento de convección en la atmosfera en determinadas regiones en función del tiempo, luego,  $Y$  es una variable que depende del gradiente térmico en la componente horizontal de la atmosfera y  $Z$  relaciona la diferencia de temperatura pero en la componente vertical, si el valor de  $Z$  es positivo, indica que existen grandes cambios de

---

<sup>15</sup> Las ecuaciones del sistema de Lorenz es un sistema acoplado en la medida en que las variables dependientes  $X, Y, Z$  se encuentran en las tres ecuaciones simultáneamente y por tanto la resolución por separado de dichas ecuaciones no es directa.

temperatura en un región cerca a los límites, por otra parte, si se  $X$  y  $Y$  tienen signos iguales implica que el fluido atmosférico caliente asciende y el fluido atmosférico frío desciende.

Ahora bien, como se puede evidenciar existen unos términos que multiplican las variables  $X, Y, Z$  estos son los términos  $\sigma, r, b$ , estos parámetros son constantes y adimensionales, pues no varían con el tiempo y dependen únicamente de factores del medio.

El parámetro  $\sigma$  se denomina como el *número de Prandtl*, dicho número es proporcional a la viscosidad del fluido, es decir a la resistencia que el fluido presenta ante un deformación externa, dividido entre el coeficiente de conducción térmica  $\kappa$ , que indica la medida de la capacidad de conducción del calor del medio, de esta forma, se tiene que:

$$\sigma = \frac{\nu}{\kappa} \quad (5)$$

Para el caso de la atmosfera, se tienen unos valores característicos y establecidos dependiendo de los gases o líquidos que compongan la atmosfera, por ejemplo, para los gases, como el aire se tiene  $\sigma = 0,70$ , dióxido de carbono  $\sigma = 0,75$ , monóxido de carbono  $\sigma = 0,73$  entre otros, y para líquidos como el agua se tiene  $\sigma = 7$ . Debido a que la atmosfera se compone de líquidos y gases como se evidencio en el segundo capítulo la tabla 1. Lorenz tomo el valor de  $\sigma = 10$  puesto que tuvo en cuenta un valor aproximado del medio atmosférico.

Por otra lado, se tiene el número de Rayleigh  $r$ , esta constante, es una constante adimensional y se deduce a partir de considerar la transferencia de calor en una superficie específica de la atmosfera. Este término establece una medida entre los efectos de la fuerzas de flotabilidad, la viscosidad y la conducción térmica del medio, con el fin de obtener una medida de la diferencia de temperatura definida entre una región con base y tope. Dicha ecuación establece que, para números menores a un determinado valor crítico<sup>16</sup> se puede decir que la transferencia de calor fue producida por conducción, de otra forma, cuando el valor se encuentra por encima de dicho valor crítico, se dice que la transferencia de calor se dio por convección, en consecuencia, el número de Rayleigh se representa mediante la siguiente expresión:

---

<sup>16</sup> Un valor critico es punto en el cual ante un pequeña perturbación sobre sistema, se puede lograr una convección o conducción, el valor critico en el caso estudiado por Lorenz es igual a  $R_c = \pi^4(1 + a^2)^3 a^{-2}$  donde  $a$  representa la amplitud del contenido del fluido y se tomó como  $a^2 = \frac{1}{2}$ .

$$r = \frac{gH^3\beta\Delta T}{\nu\kappa} \quad (6)$$

Donde  $g$ : constante gravitacional,  $H$ : es el espesor de la capa del fluido,  $\beta$ : coeficiente de expansión térmica,  $\Delta T$ : diferencia de temperatura entre un espacio determinado, según Lorenz cuando el número de Rayleigh se aproxima su punto crítico se obtienen valores más realistas entorno al comportamiento atmosférico, de aquí que, Lorenz utilice el punto crítico para su experimento como  $r = 28$ .

Por último, la constante  $b$ , representa un parámetro de proporcionalidad, que permite determinar la razón entre la longitud y la altura del sistema a analizar, dicho cociente debe ser  $b \leq 4$ , de esta forma se tiene que el parámetro  $b$  queda expresado mediante la siguiente expresión:

$$b = \frac{4}{1+a^2} \quad (7)$$

Donde  $a$  es un número derivado del procedimiento algebraico, Lorenz sustituye el número  $a^2 = \frac{1}{2}$ , y por tanto obtiene que  $b = \frac{8}{3}$ .

De acuerdo con lo anteriormente mencionado, el sistema de Lorenz permite relacionar la dinámica de la atmósfera, en términos de constantes como  $\sigma, r, b$  y variables  $X, Y, Z$ , que se relacionan con parámetros como la temperatura, densidad, conductividad térmica, presión, viscosidad, coeficiente de expansión térmica, gravedad terrestre entre otros. Sin embargo, dicho modelo proporciona una información mucho más valiosa acerca de la dinámica de la atmósfera y los fenómenos asociados a ella, de aquí la gran pertinencia de dicho modelo para el presente trabajo, puesto que el sistema de Lorenz es un sistema que obedece características propias de la dinámica no lineal. A continuación, se profundizará sobre dicho carácter no lineal y la sensibilidad a las condiciones iniciales que presenta dicho modelo.

### 3.10 LAS ECUACIONES DE LORENZ Y LA DINÁMICA NO LINEAL

Las ecuaciones que componen el sistema de Lorenz, son un conjunto de ecuaciones acopladas entre sí, de la forma,  $\dot{X} = -\sigma X + \sigma Y$ ,  $\dot{Y} = -XZ + rX - Y$ ,  $\dot{Z} = XY - bZ$ . Al realizar el análisis entorno a la forma de dicha ecuaciones, se puede evidenciar que las variables dependientes  $X, Y, Z$

se multiplican entre sí, lo cual representa un sistema no lineal; la forma en que se soluciona dicho sistema implica que no se obtenga una ecuación independiente a la otra. Al solucionar dichas ecuaciones, los métodos analíticos resultan insuficientes por lo que es necesario otro tipo de soluciones, además, los coeficientes  $\sigma, r, b$  no dependen explícitamente de la variable independiente  $t$ , lo que implica que el sistema se puede considerar como un sistema autónomo. Una característica de un sistema no lineal, es que no posee soluciones analíticas, lo cual implica que no se pueda llegar a conocer los valores exactos para variable  $X, Y, Z$  en un tiempo determinado a partir de un única expresión matemática.

Por otro lado, al analizar la dinámica que describe el sistema de Lorenz, bajo ciertas modificaciones en las condiciones iniciales del sistema, se puede evidenciar que dicho sistema describe unas trayectorias no definidas carentes de periodicidad y sin patrones determinados, es decir, que dicho sistema se rige bajo ciertas características propias de la dinámica no lineal con tendencia al comportamiento caótico como se abordó en el capítulo dos, pues dicha dinámica se caracteriza por presentar alta sensibilidad a la condiciones iniciales, lo que implica que ante pequeñas variaciones de estas condiciones iniciales, se obtienen grandes diferencias en el estado posterior del sistema, lo que conlleva a la alta impredecibilidad de dicho sistema.

Para evidenciar dicho comportamiento, hay que lograr obtener soluciones a dichas ecuaciones, sin embargo, como el sistema de Lorenz es un sistema no lineal, desafortunadamente no se puede resolver mediante métodos analíticos, por lo que resulta de gran utilidad hacer uso de otro tipos de cálculos numéricos como, por ejemplo, métodos numéricos, para la resolución del sistema de ecuaciones.

Es de esperar que los modelos y cálculos numéricos resulten de gran importancia para el campo de la meteorología y la oceanografía, pues estos permiten el estudio de los diferentes fenómenos climáticos que se presentan en el planeta tierra, dentro del campo de la meteorología en la gran mayoría de casos, la predicción se ve fuertemente limitada a una duración que varía entre 3 a 7 días y en otros casos, menor a 15 días, (Roger & Chorley, 1968, pág. 140).

De forma general, estos modelos consisten en la discretización del espacio y el tiempo; para efectos espaciales, comúnmente se divide la atmosfera en una malla imaginaria en tres dimensiones (ver ilustración 10), esta malla se conforma por determinadas celdillas de tamaños

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ , la cual permite determinar un valor aproximado para cada variable atmosférica como la presión, temperatura, precipitación y velocidades de las masas atmosféricas, por cada celda o punto que compone la malla, de esta manera, se obtienen valores aproximados para dichas variables. Para efectos temporales, se efectúan divisiones a intervalos de tiempo relativamente cortos, de esta forma, teniendo en cuenta los intervalos de tiempo y los valores aproximados de cada variable, se obtiene una ecuación de estado determinada para cada instante dado. (Santos Burguete, 2018, pág. 59).

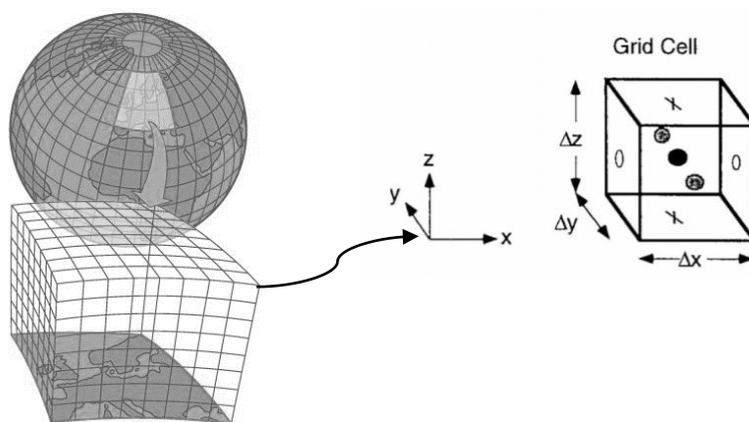


Ilustración 9. Modelo rejilla para el análisis del estado atmosférico. Obtenido de: <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6836/07Ojc07de12.pdf?sequence=7&isAllowed=y> y <https://www.tiempo.com/ram/457021/mejoras-en-los-modelos-meteorologicos/>

Para la simulación de la dinámica meteorológica (oceánica) se utilizan diferentes modelos numéricos dependiendo de lo que se quiera analizar, bien sean, parámetro atmosféricos, variables oceánicas o un conjunto de los dos sistemas acoplados, que se diferencian a su vez, por su capacidad en toma de datos horizontalmente como verticalmente con respecto a dichas variables, por ejemplo, el Ideam, utiliza el modelo climático denominado CAM (community Atmosphere Model), el modelo CWRf(Weather research and forecasnting) y el modelo CMM5(The fifth-Generation Ncar); estos son modelos numéricos que permiten resolver las ecuaciones no lineales que gobiernan la atmosfera y el océano, lo cual permite de forma global y regional el estudio de diferentes fenómenos que se asocian a estos ecosistemas, como lo es el caso del fenómeno natural El Niño (Ideam, 2012, pág. 2).

Continuando con el propósito, el modelo de Lorenz permite estudiar la dinámica atmosférica pues, como se ha comentado,  $X$  es una variable proporcional al movimiento de convección en una región limitada de la atmosfera,  $Y$  es proporcional a la diferencia de temperatura entre las corrientes atmosféricas que ascienden y descienden y  $Z$  arroja información sobre la distorsión de la temperatura en la componente vertical de la atmosfera, que entre otras cosas, no son coordenadas precisamente espaciales; estas ecuaciones permiten mostrar dicho carácter no lineal que sigue la dinámica de las atmosfera y como se verá a continuación, su carácter no predecible.

En el año 1963 Lorenz, realiza un experimento en el que procede a introducir dichas ecuaciones en su ordenador, en donde a partir de determinados valores iniciales y sustituyendo las constantes  $\sigma = 10$  ,  $r = 28$  y  $b = \frac{8}{3}$  para tomar valores muy cercanos a las condiciones reales para el caso de la atmosfera, obtendría sus soluciones.

Lorenz tomo valores iniciales  $(X_1(0), Y_1(0), Z_1(0)) = (0, 1, 0)$  con variaciones en el tiempo de  $\Delta t = 0.001$ , en efecto, la ilustración 12, logra evidenciar los datos arrojados por su ordenador, donde  $N$  es el número de iteraciones y  $X, Y, Z$  los valores obtenidos de cada quinta iteración durante las primeras 160 iteraciones, Lorenz multiplico por 10 los valores y luego dejo únicamente los valores del lado izquierdo del decimal.

$N$	$X$	$Y$	$Z$
0000	0000	0010	0000
0005	0004	0012	0000
0010	0009	0020	0000
0015	0016	0036	0002
0020	0030	0066	0007
0025	0054	0115	0024
0030	0093	0192	0074
0035	0150	0268	0201
0040	0195	0234	0397
0045	0174	0055	0483
0050	0097	-0067	0415
0055	0025	-0093	0340
0060	-0020	-0089	0298
0065	-0046	-0084	0275
0070	-0061	-0083	0262
0075	-0070	-0086	0256
0080	-0077	-0091	0255
0085	-0084	-0095	0258
0090	-0089	-0098	0266
0095	-0093	-0098	0275
0100	-0094	-0093	0283
0105	-0092	-0086	0297
0110	-0088	-0079	0286
0115	-0083	-0073	0281
0120	-0078	-0070	0273
0125	-0075	-0071	0264
0130	-0074	-0075	0257
0135	-0076	-0080	0252
0140	-0079	-0087	0251
0145	-0083	-0093	0254
0150	-0088	-0098	0262
0155	-0092	-0099	0271
0160	-0094	-0096	0281

Ilustración 10. Solución numérica de las ecuaciones del sistema de Lorenz para los valores  $X, Y, Z$  en relación con el número de iteraciones  $N$ , para las primeras 160 iteraciones obtenidas por Lorenz. Imagen obtenida de (Lorenz , 1963)

Las tres variables  $X, Y, Z$  de la ilustración 11, varían de acuerdo a que el fluido atmosférico frío es compensado por un fluido mucho más frío, por otro lado, los signos de dichas variables aportan valiosa información puesto que si  $X, Y$  tienen signos opuestos el fluido caliente desciende y fluido frío asciende como se puede evidenciar en la iteración 50 y 55, caso contrario si tienen el mismo signo el fluido caliente asciende y fluido frío desciende, como se puede evidenciar en el conjunto de iteraciones iniciales y finales, por otra parte, si la variables  $Z$  es positiva existen cambios abruptos de temperatura cerca de los límites.

Nótese que los valores de las variables a medida que pasa el tiempo, van cambiando de forma que no se tiene un patrón definido, es decir no se puede evidenciar datos que correspondan unos con los otros ante variaciones muy pequeñas, sino que se presentan irregularidades lo que conduce a inestabilidad en el sistema, esto se podrá evidenciar de forma más clara al proyectar dichas ecuaciones en el espacio de fases.

Al realizar la representación gráfica de dichas ecuaciones en el espacio de fases, se obtiene un punto para cada  $X, Y, Z$  en dicho espacio, el cual representa un estado o una condición climática de la atmosfera en un momento determinado (ver ilustración 12), sí se trazan dichos puntos se construye un conjunto de trayectorias que define la evolución del sistema, en ese sentido, se esperaría que si fuera un sistema lineal, se presentarían trayectorias definidas y estables respecto a un atractor, como por ejemplo, lo presenta un oscilador armónico, el cual describe trayectorias definidas con determinada amplitud y de trayectoria cerrada, sin embargo se obtienen trayectorias que divergen con el tiempo.

Para mostrar el comportamiento del sistema de Lorenz, se tendrá de presente, las gráficas determinadas en un estudio acerca del comportamiento de osciladores caóticos de orden fraccionario realizado por (García Sepúlveda, 2015), para dicha simulación se sustituyen los valores de  $\sigma = 10$  ,  $r = 28$  y  $b = \frac{8}{3}$  , tal como lo realizó Lorenz, de esta forma, se tienen dos condiciones iniciales diferentes, con una leve variación en un decimal de la componente  $X$ , de esta forma, se tiene que la condición inicial uno es  $(X_1(0), Y_1(0), Z_1(0)) = (-0.1, 0.5, 0.2)$  (trayectoria azul) y la condición inicial dos es  $(X_2(0), Y_2(0), Z_2(0)) = (-0.11, 0.5, 0.2)$  (trayectoria negra).

Al realizar las iteraciones para cada condición inicial (ver ilustración 12), se comienzan a realizar iteraciones sucesivas, estas iteraciones consisten en ir variando poco a poco dichas variables, las cuales dependen, a su vez, de los datos obtenidos anteriormente y así sucesivamente hasta obtener una trayectoria en el espacio de fases, como se puede evidenciar en la ilustración 13, se tienen dos trayectorias para cada condición inicial, azul y negra.

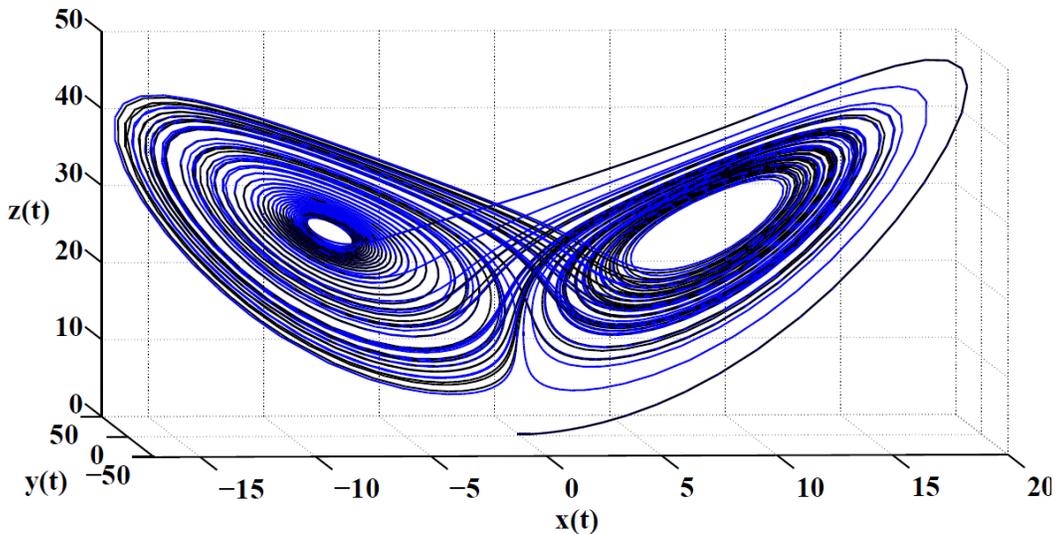


Ilustración 11. Sensibilidad a las condiciones iniciales, evolución del sistema de Lorenz de dos osciladores con diferentes condiciones iniciales. obtenido de: (García Sepúlveda, 2015)

En efecto, la anterior figura se denomina como el famoso *Atractor de Lorenz*<sup>17</sup>, en este, se puede evidenciar la alta sensibilidad a las condiciones iniciales que presenta el sistema atmosférico como también todos los fenómenos que se asocian a ella, puesto que, con relación a lo anterior, únicamente se modificó un número decimal de una sola componente la trayectoria se ve altamente afectada en todas sus componentes, dibujando una trayectoria no definida desigual a la anterior figura, la cual se compone de dos atractores. Esta figura es realmente maravillosa y es una de las representaciones dinámicas más importantes dentro del campo de meteorología, ya que permitió dar cuenta del comportamiento no lineal y caótico que presenta el sistema atmosférico al pasar el tiempo.

<sup>17</sup> Mas tarde, este modelo daría paso a la construcción de la teoría del caos.

En ese sentido, el sistema atmosférico es un sistema que se conforma de múltiples inestabilidades, puesto que son muchos los procesos que se dan en él, como el fenómeno de convección, las variaciones espaciales y temporales de la presión atmosférica, el movimiento de los vientos alisios, las precipitaciones y la humedad, además de esto, se sabe que cualquier efecto o interacción que se desarrolle en regiones alejadas de la atmosfera, terminaran influyéndose recíprocamente (Sánchez Santillán & Garduño Lopez, 2008, pág. 172).

Otra representación valiosa es la gráfica de la evolución temporal del sistema con relación a las variables  $X, Y, Z$ . Trayendo a colación la misma analogía con relación al oscilador armónico, se esperaría que, si fuera un comportamiento dinámico lineal, se presentarían graficas periódicas y trayectorias establecidas en función del tiempo, sin embargo, el comportamiento mismo de la atmosfera conduce a analiza dinámicas, por fuera de las perspectivas lineales y periódicas, como se puede evidenciar en la ilustración 13.

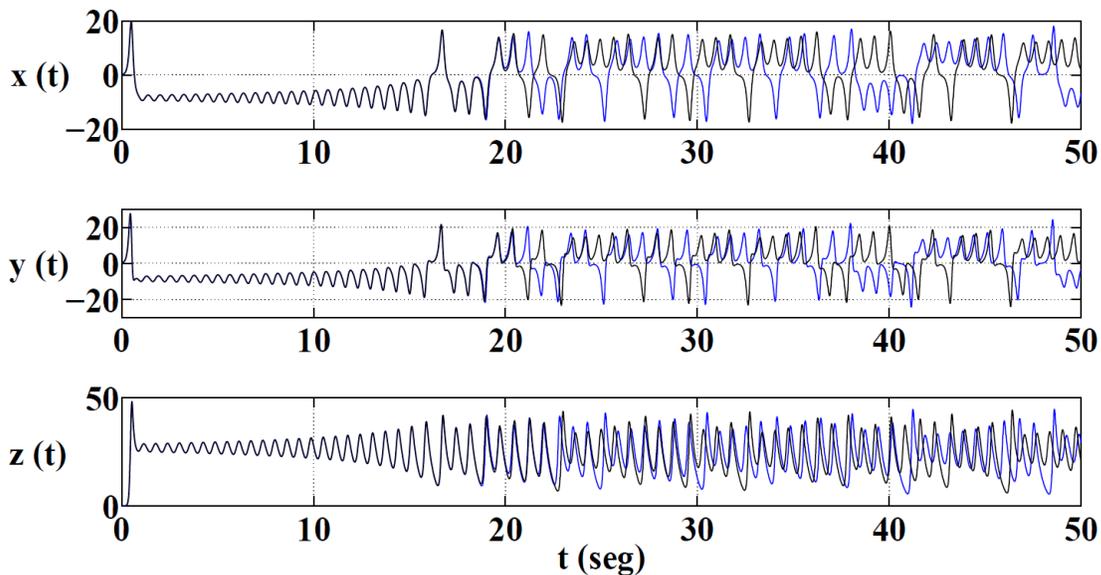


Ilustración 12. Evolución temporal de las dos condiciones iniciales levemente diferentes del sistema de Lorenz. Obtenido de: (García Sepúlveda, 2015)

La anterior grafica muestra el comportamiento de las variables  $X, Y, Z$  para dos condiciones iniciales diferentes en función del tiempo ( las mismas condiciones anteriores) , esta gráfica es muy valiosa para el análisis del sistema atmosférico y los fenómenos asociados a ella, puesto que como se puede evidenciar, en los primeros 15 segundos se tienen comportamientos aparentemente definidos para cada una de las variables, sin embargo, luego de este tiempo, los comportamientos

son evidentemente erráticos, es decir, que presentan características aperiódicas e impredecibles, rasgos propios la dinámica no lineal. De aquí que la predictibilidad en el campo de la meteorología este fuertemente limitada a intervalos de tiempo muy cortos, lo cual imposibilita hacer una predicción precisa de cuando se pueda presentar un fenómeno meteorológico que afecte la actividad humana.

En virtud de lo anteriormente mencionado, el modelo de Lorenz es un modelo que permite dar cuenta de la naturaleza dinámica de la atmosférica, en donde se presenta alta sensibilidad a las condiciones iniciales, de manera que, ante pequeñas variaciones en las condiciones iniciales, se producirán irremediamente comportamientos muy distintos, presenta alto nivel de impredecibilidad, lo que implica que sea casi imposible conocer de forma certera el cómo y el cuándo se podría presentar un fenómeno meteorológico. En efecto, el sistema climático y meteorológico se constituye como un sistema impredecible por naturaleza, en donde, derivado de su propia inestabilidad se generan los más grandiosos fenómenos meteorológicos como el fenómeno natural El Niño.

### **3.11 PROPIEDADES DEL FENÓMENO “EL NIÑO” Y SU CARÁCTER DE IMPREDICTIBILIDAD**

El fenómeno climático y meteorológico El Niño entonces se puede considerar como un fenómeno que obedece comportamientos dinámicos no lineales, puesto que se deriva del propio sistema atmosférico, de esta manera, dicho fenómeno presenta alto nivel de impredecibilidad, comportamientos aperiódicos, alta sensibilidad a las condiciones iniciales, pues, los parámetros atmosféricos y oceánicos que lo configuran, varían constantemente. De acuerdo con (Navarro Cid, 2001, pág. 49) aunque se realice la medición de dichos parámetros atmosféricos en una zona muy próxima, ninguno de estos parámetros tendrá el mismo comportamiento al pasar del tiempo, como evidencio en la ilustración 14, pues estos divergen de forma impredecible.

Así mismo, el fenómeno natural El Niño cumple la condición de aperiodicidad, esta característica del fenómeno es de gran importancia, ya que este fenómeno no se presenta exactamente de forma regular en el tiempo, en ese sentido, tal y como afirma (Capel Molina, 1999) su aparición es de orden cíclica y no periódica. Por otro lado, su aparición tampoco presenta

estabilidad a lo largo de ningún periodo de tiempo, es decir, no presenta comportamientos similares que permitan concluir cierto carácter de estabilidad a lo largo del tiempo.

Dichos comportamientos inestables, pueden evidenciarse con relación al comportamiento de las variables océano-atmosféricas discutidas en el capítulo dos, como la temperatura superficial del mar (TSM), la presión atmosférica (Pa) y la precipitación atmosférica (Pr), ya que son parámetros que, varían constantemente, lo que implica que no se puedan determinar con exactitud dichas interacciones océano- atmosféricas que configuran la dinámica del fenómeno natural.

La temperatura superficial del mar (TSM), es una de las variables principales que permiten identificar la presencia del fenómeno natural, de esta forma, según un estudio sobre la variabilidad climática en Colombia, realizado por (Poveda & Veléz, 2001, pág. 5), en el cual, se realizó un análisis en relación a los datos obtenidos de la temperatura promedio de la superficie del mar, en los años 1963-64, 1968-69, 1977-78, 1993, 1994-95 y 1998-99 en los que se obtuvieron alrededor de seis fenómenos El Niño en Colombia, en la Región Niño 3-4<sup>18</sup> ubicada en el centro occidental (entre las latitudes 5° Norte y 5° sur y las longitudes 120° y 170° Oeste) a mediados del mes de diciembre.

Se presento un análisis en el comportamiento de la TSM, tal como se presenta en la ilustración 14, la cual representa las variaciones de la temperatura superficial promedio, las cuales oscilan entre los 24 °C y los 30°C, de esta forma, las flechas verticales indican los años en lo que se presentó el fenómeno natural El Niño.

En ese sentido, se puede evidenciar que el registro de la temperatura de la superficie del mar en los años en los que se presentó el fenómeno natural, no presenta, en todos los casos, un aumento en la temperatura superficial del mar, en efecto, si dicho fenómeno natural presentara comportamientos periódicos y regulares, se esperaría que siempre que se presentara, se tuviera un aumento en la temperatura superficial del mar, tal como sucedió en el año 1998-99 y no una clara disminución como ocurrió en los años 1963, 1968, 1993, 1994-95. De esta forma, lo que se obtiene

---

<sup>18</sup> Las Regiones 3-4 de “El Niño”, son aquellas regiones en la zona ecuatorial terrestre, definidas por la comunidad científica internacional con fines de seguimiento y vigilancia de los fenómenos el “ El Niño”.

son variaciones que no son periódicas, ni deducibles al pasar del tiempo, tal como se evidencio en el modelo de Lorenz.

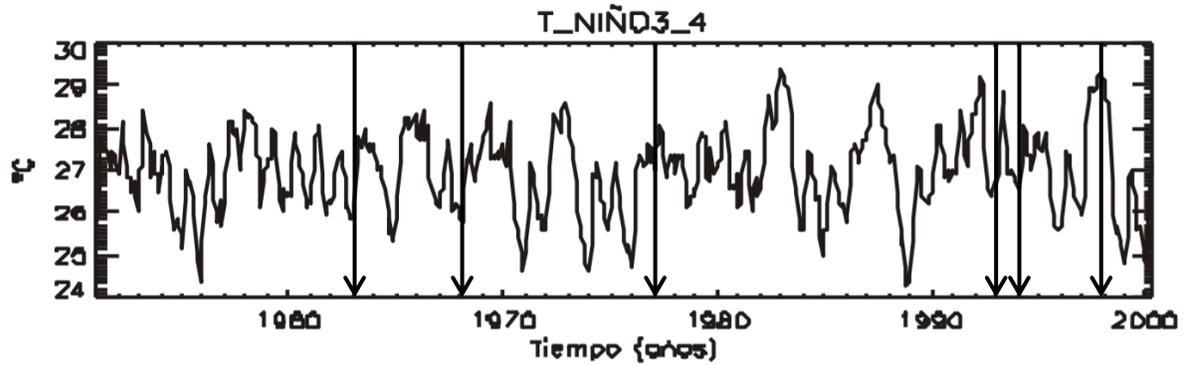


Ilustración 13. Años del Niño en la región 3-4 en relación con la temperatura de la superficie del mar. Fuente: (Poveda & Veléz, 2001)

Por otro lado, al realizar un análisis entorno a la presión atmosférica, se pueden evidenciar fluctuaciones que hacen referencia dicha inestabilidad; cómo se puede observar la ilustración 15, correspondiente a las anomalías de la presión atmosférica (Pa) con respecto a nueve eventos que se presentaron entre los años de 1923 y 1962 cerca a las costas cubanas; este análisis se realizó en relación a un banco de datos entre los años 1923 y 1962.

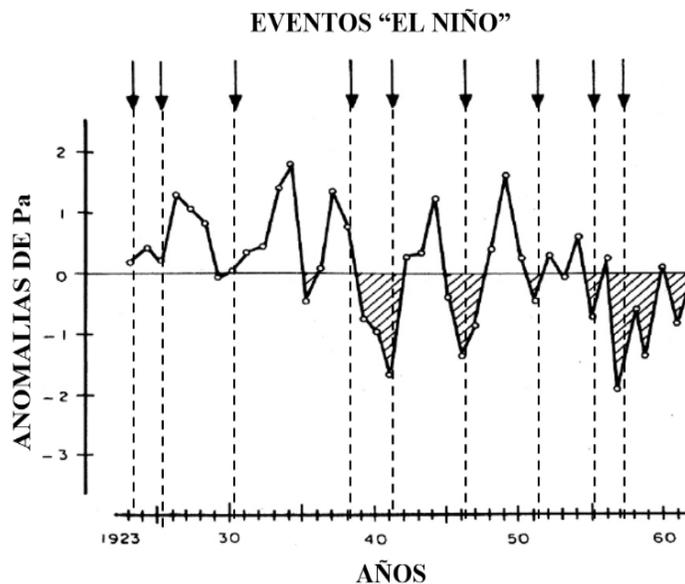


Ilustración 14. Anomalías de presión atmosférica (PA) a nivel del mar tomadas entre (octubre -marzo) y la ocurrencia de “El niño”. Ilustración modificada y tomada de: (Hernández & Puga, 1995)

La ilustración 15, muestra entonces que entre los años 1923 y 1938 aproximadamente, se obtuvieron anomalías positivas de la presión atmosférica, es decir, un aumento en la presión

atmosférica promedio en esa misma zona, en los años en que se presentaron varios casos del fenómeno El Niño. Sin embargo, a partir del año 1938 hasta 1957, específicamente en los años en los que se presentó el fenómeno El Niño, se obtuvieron anomalías negativas.

Otra de las variables principales que permiten la descripción del fenómeno natural, es la precipitación atmosférica (PR), efectivamente esta variable está asociada con la temperatura superficial del mar (TSM), el fenómeno de convección atmosférica, la evaporización y la nubosidad sobre una zona determinada, en este caso, se realiza el análisis de dicha variable en las costas de Cuba, tal como se realizó el estudio anterior de la presión atmosférica entre los años 1923 y 1962.

En este caso, se puede evidenciar en la ilustración 16, la gran variabilidad de dicho parámetro meteorológico, entre los años 1923 y 1930 se obtuvieron anomalías positivas de precipitación, sin embargo, en los años 1938, 1946, 1955, se obtuvieron anomalías evidentemente negativas, obteniendo una anomalía negativa máxima en el año 1955 aproximadamente, contrariamente, en el año 1941 se obtuvo la anomalía positiva más alta. De esta forma, se puede evidenciar la clara irregularidad en dicho parámetro.

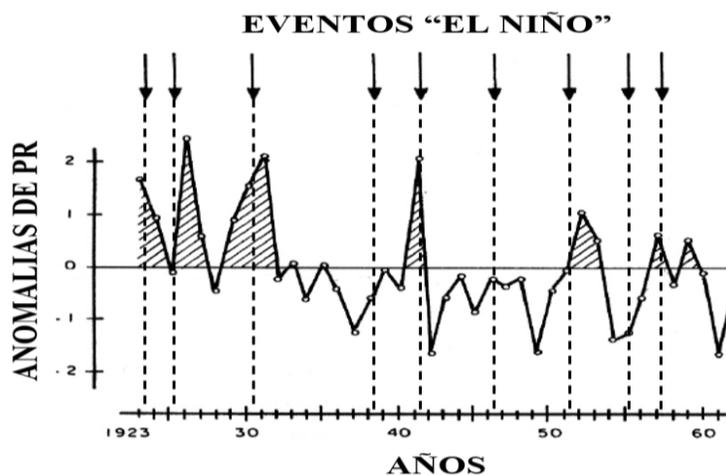


Ilustración 15. Anomalías de precipitación atmosférica entre los años 1923 y 1962 y los años El Niño. Ilustración modificada y tomada de: (Hernández & Puga, 1995)

En virtud de lo anterior, se presenta en la siguiente tabla 7, una síntesis del comportamiento de las variables de temperatura superficial del mar, presión atmosférica y precipitación atmosférica, que

configuran la dinámica del fenómeno de El Niño analizando su gran variabilidad en el comportamiento del fenómeno.

<i>Tabla 7. Parámetros océano- atmosféricos bajo la presencia del fenómeno natural El Niño</i>	
<i>Parámetros océano - atmosféricos</i>	<i>Comportamientos asociados al fenómeno</i>
<p>Temperatura superficial del mar (TSM)</p>	<p>Aunque en algunas situaciones se asocie el aumento de la temperatura superficial del mar con la aparición del fenómeno El Niño, es claro que no en todos los casos en los que se presenta, existen aumentos de temperatura; como se evidenció en la ilustración 14, pueden presentarse algunos años de El Niño con altas temperaturas y otras con bajas temperaturas, lo que implica que su comportamiento no sea periódico, ni deducibles al pasar del tiempo.</p>
<p>Presión atmosférica (Pa)</p>	<p>Esta variable meteorológica de gran importancia, para la dinámica atmosférica, presenta grandes fluctuaciones específicamente, en los años en lo que se presenta el fenómeno. Como se muestra en la ilustración 15, en varios casos del fenómeno, se presentaron anomalías de presión atmosférica, tanto positivas (aumento) como negativas (disminución), lo que impide conocer la dinámica del fenómeno con precisión, pues resulta casi imposible conocer si este es causado por presiones altas o bajas en una región determinada.</p>

<p>Precipitación atmosférica (Pr)</p>	<p>Esta variable asociada directamente con la nubosidad y turbulencia, la cual se genera principalmente por el calentamiento de las aguas cálidas en la superficie del océano, presenta considerables variaciones cuando se da el fenómeno de El niño. En la ilustración 16 se evidencia dicha irregularidad, en los años donde ocurre el fenómeno se tienen anomalías positivas y negativas intercalándose continuamente. Esta variabilidad muestra que el fenómeno no siempre está asociado a la nubosidad y turbulencia que se presente bien sea en las costas de Australia e Indonesia o en las costas de América del sur. Evidentemente, el estudio de la dinámica del fenómeno El niño, implica considerar irregularidades en las propias variables que lo describen, como parte fundamental de su naturaleza dinámica.</p>
---	---

Tabla 7. Parámetros océano - atmosféricos bajo la presencia del fenómeno natural El Niño. Obtenida de:  
Elaboración propia.

Lo anterior muestra entonces, que dichos procesos de orden oceánico y atmosférico que configuran la dinámica del fenómeno natural El Niño, presentan naturalmente comportamientos no lineales e impredecibles, lo cual se pudo evidenciar en el modelo de Lorenz como también en el análisis las variables que configuran el fenómeno, de esta forma, se reitera la idea de (Ritter Ortiz & Mosiño, 2000, pág. 30) en la que expone que: *“La no linealidad será siempre el rasgo característico de la evolución de los fenómenos naturales como el fenómeno de “El Niño”.*

## CONCLUSIONES

- La investigación realizada en el presente trabajo, permitió evidenciar la gran importancia de la perspectiva no lineal en el análisis dinámico de los fenómenos físicos que no necesariamente tienen comportamientos establecidos y determinados, esto, a partir de considerar características como la alta sensibilidad a las condiciones iniciales, la limitada predictibilidad y el carácter de aperiodicidad, lo que pone de presente, nuevos modelos interpretativos frente al carácter dinámico y predecible de determinados fenómenos. En efecto, el abordar la dinámica no lineal permite reflexionar acerca de las limitaciones entorno a la perspectiva lineal y determinista que usualmente es abordada dentro del contexto de la enseñanza y aprendizaje de la física, así, resulta de gran importancia conocer las diferentes perspectivas para el análisis dinámico de determinados fenómenos físicos, como también conocer sus propias limitaciones.
- Los fenómenos de naturaleza meteorológica y climática, como el fenómeno natural El Niño, se consideran como fenómenos que obedecen dinámicas no lineales, puesto que naturalmente, presentan comportamientos aperiódicos, impredecibles a largo plazo, comportamientos no deducibles y alta sensibilidad a las condiciones iniciales, lo que implica que se asocian a este tipo de dinámica. Sin embargo, la no linealidad en el estudio dinámico de este tipo de fenómenos, no implica desorden, las condiciones de baja predictibilidad, aperiodicidad e inestabilidad, configuran de cierta manera, un carácter de regularidad dentro de su misma naturaleza no lineal, logrando mostrar que no se trata de una perspectiva asociada a lo complicado y difícil, si no a una perspectiva de estudio que contempla otras consideraciones y limitaciones.
- El estudio sobre la dinámica del fenómeno meteorológico y climático El Niño, abre una nueva posibilidad de estudiar, desde el contexto de la física, fenómenos de naturaleza climática que se abordan generalmente dentro del campo de la meteorología, lo cual, logra dar cuenta de la gran aplicabilidad de las teorías y leyes físicas en otros campos de conocimiento. Por otro lado, el presente estudio logra dar cuenta de la relación entre la dinámica no lineal y los fenómenos de naturaleza climática, lo cual resulta de gran importancia, ya que permite un estudio mucho más profundo sobre la dinámica de aquellos fenómenos climáticos, como el fenómeno natural

El Niño, que afectan directamente al ser humano en sus diferentes dimensiones (ambiental, económica y social), permitiendo así, abordar fenómenos, desde el contexto de la enseñanza la física, que influyen en el entorno de cada individuo y que permiten contextualizar de alguna manera, los problemas que se abordan en el campo de la enseñanza de la física.

- El análisis realizado sobre la dinámica de los fenómenos de naturaleza meteorológica conllevó a realizar el estudio entorno a uno de los modelos matemáticos más interesantes, denominado el modelo de Lorenz, ya que este modelo permite dar cuenta del comportamiento no lineal, caótico e inestable, que presenta el sistema atmosférico y todos los fenómenos asociados a dicho sistema, permitiendo profundizar acerca de la limitada predicción como también la alta sensibilidad a la condiciones iniciales y a los comportamientos no determinados que presentan los fenómenos de naturaleza climática, esto es de gran importancia, ya que es uno de los modelos matemáticos, aparentemente, más sencillos, que logra, dar cuenta del comportamiento no lineal e impredecible a partir del análisis de gradientes térmicos y movimientos entre masas atmosféricas.

## BIBLIOGRAFÍA

- Amestoy Alonso, J. (1999). Aproximación al estudio de las corrientes oceánicas y su influencia en el clima. El fenómeno de la corriente de el Niño.
- Bernal, C. A. (2010). *Mtedología de la investigación* (Tercera ed.). PEARSON.
- Calderón, P. (2007). *Descripción del modelo de Lorenz con aplicaciones*. Medellín: Universidad EAFIT.
- Camilloni, I., & Vera, C. (2007). *La atmósfera*. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, Buenos Aires. Obtenido de <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL002316.pdf>
- Capel Molina, J. (1999). *El niño y el sistema climático terrestre*. España, España: Ariel S,A.
- Duarte, O. (2000). *Análisis de sistemas dinámicos lineales*.
- Duncan, I., & Kesley, T. (2018). Sistemas Dinámicos Complejos. *RACCIS*, 13-24.
- Espinoza, J. (1996). *El niño y sus implicaciones sobre el medio ambiente*. Ecuador: INOCAR.
- Fernandez Sanjuán, M. (2016). Dinámica no lineal, Tería del caos y sistemas complejos una pespetiva historica. *Real academia de ciencias exactas, físicas y naturales*, 109(1-2), 107-126.
- García Sepúlveda, O. (2015). *Encriptado de datos con osciladores caoticos de orden fraccionario*. Nuevo León.
- Garduño Lopez, M., & Sanchez Santillan, N. (2008). Los límites del pronóstico newtoniano y la busqueda del orden en el caos. *Ingeniería investigación y tecnología*, 171 - 181.
- Hacking, I. (1990). La domesticación del azar. En I. Hacking. gedisa.
- Hernández, B., & Puga, R. (1995). *Influencia del fenómeno " El niño" en la región occidental de Cuba y su impacto en la pesquería de langosta ( panulirus argus) del golfo de Batabanó*. Valparaiso: Invest. Mar.
- Ideam. (2012). *Validación de los pronosticos de precipitacion con los Modelos GFS,MM5, CMM5 y CWRf sobre el territorio Colombiano*. Bogotá.
- Instituto de Hidrología, M. y.-I. (2010). *Estudio sobre la variabilidad de la temperatura superficial del mar en el caribe Colombiano*. Bogotá. Obtenido de [http://www.ideam.gov.co/documents/21021/23877/E\\_\\_Portal\\_VARIABILIDAD+DE+L+A+TEMPERATURA+SUPERFICIAL+DEL+MAR+EN+EL+CARIBE+COLOMBIAN+O%5B1%5D.pdf/c3b0a31f-0e02-47e5-b6ff-109c92fd8b20](http://www.ideam.gov.co/documents/21021/23877/E__Portal_VARIABILIDAD+DE+L+A+TEMPERATURA+SUPERFICIAL+DEL+MAR+EN+EL+CARIBE+COLOMBIAN+O%5B1%5D.pdf/c3b0a31f-0e02-47e5-b6ff-109c92fd8b20)
- Ivanov Bonev, B. (s.f.). *Teoría del Caos*.

- Kofman, H. A. (2000). *Modelos y simulaciones computacionales en la enseñanza de la física*. Santiago del estero: Revista Educación en Física.
- Linero Cueto, J. (2015). *Termodinámica para oceanógrafos*. Cartagena.
- Lombardi, O. (2016). La teoría del caos y sus problemas epistemológicos. *Revista de Filosofía*, 91-109. Obtenido de <https://revistafilosofia.uchile.cl/index.php/RDF/article/view/44055/46073>
- Lorenz , E. (January de 1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of the atmospheric sciences*, 20, 130-141.
- M Longa, V. (2005). Filosofía de la ciencia y ciencia no Lineal. *Teorema*, XXIV/1, 19-33.
- Madrid , C. M. (2010). *Historia de la teoría del caos contada para escépticos*. Madrid: Encuentros multidisciplinares.
- Marcos Valiente, Ó. (1999). *Evolución en el estudio del fenómeno ENSO ( El niño-oscilación del sur): De anomalía (local) a la predicción de variaciones climáticas globales*. Barcelona: Instituto Universitario de Geografía.
- Martínez, I. (2010). *Termodinámica de la atmósfera*. Madrid. Obtenido de <http://webserver.dmt.upm.es/~isidoro/Env/Atmospheric%20thermodynamics.pdf>
- Maturana, J., & Bello, M. (2004). *Antecedentes históricos y descripción del fenómeno El niño, Oscilación del Sur*. Valparaiso. Obtenido de [http://www.cona.cl/pub/libro\\_elnino/1maturana.pdf](http://www.cona.cl/pub/libro_elnino/1maturana.pdf)
- Mora, X. (2016). La ecuaciones de Navier - Stokes. *Métode Science Journal*.
- Navarro Cid, J. (2001). *Las organizaciones como sistemas abiertos alejados del equilibrio*. Tesis doctoral, Universitat de Barcelona, Barcelona.
- Orlando Ojeda, E., & Arias Uribe, R. (2000). *Informe Nacional sobre la gestión del agua en Colombia*. Bogotá: GWP SAMTAC.
- Poveda Jaramillo, G. (1998). *Retroalimentación dinámica entre el fenómeno El niño - Oscilación del sur y la hidrología de Colombia*. Tesis , Universidad Nacional de Colombia, Medellin.
- Poveda, G., & Veléz, J. (2001). *Influencia de fenómenos macroclimáticos sobre el ciclo anual de la hidrología Colombiana: Cuantificación lineal, No lineal y percentiles Probabilísticos*. Bogotá: Metereología Colombiana.
- Quered Sala, J., Ruescas Orient, A., Montón Chiva, E., & Barberé, J. (2006). *La teledetección de la temperatura superficial del mar: una validación de algoritmos en las aguas litorales del mediterráneo español*. València.
- Ripa, P. (1980). *¿ Qué es una onda ecuatorial de Kelvin?* Ecuador: INOCAR.

- Ritter Ortiz, W., & Mosiño, P. A. (2000). Una visión estadística no-lineal de El niño; simulación y posible pronóstico. *Ciencia y mar* , IV, 29-39.
- Ritter Ortiz, W., & Peres Espino, T. (Enero de 2012). *Globalización*. Obtenido de <http://rcci.net/globalizacion/2012/fg1312.htm>
- Roger , B., & Chorley, R. (1968). *Atmósfera, tiempo y clima* (Cuarta ed.). Barcelona: Omega.
- Saltzman, B. (1962). *Finite amplitude free convection as an Initial Value Problem - I*.
- Sánchez Santillán, N., & Garduño Lopez, M. (2008). Los límites del pronóstico newtoniano y la búsqueda del orden en el caos. *Educación ingeniería*, 171 - 181.
- Sánchez Santillan, N., & Garduño López, R. (2006). *El clima, La ecología y el caos desde la perspectiva de la teoría general de sistemas*. UNAM, El hombre y su Ambiente. Xochimilco: Ingeniería investigación y tecnología.
- Sanjuán, M. A., & Casado Vázquez, J. M. (2005). Dinámica No Lineal: Orígenes y Futuro. *Física para todos / Física no mundo*, 23-31.
- Santos Burguete, C. (2018). *La física del caos en la predicción meteorológica*. Madrid: Ministerio para la Transición Ecológica.
- Shiklomanov, I., & Rodda, J. (2003). *World Water Resources at the Beginning of the twenty - First Century*. UNESCO.
- Stewart, R. (2000). *Introduction of Physical Oceanography*. Texas: Texas A & M University.