

MENÚMÉRICOS

Una introducción a los métodos numéricos

William Alfredo Jiménez Gómez
Tania Julieth Plazas Merchán
Fabio Steven Jaimes Gómez
Sayda Yineth Quiroga Campos



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**

Educadora de educadores

MeNUMÉRICOS

**Una introducción
a los métodos numéricos**



**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA
NACIONAL**

Educadora de educadores

MENUMÉRICOS

Una introducción a los métodos numéricos

William Alfredo Jiménez Gómez
Tania Julieth Plazas Merchán
Fabio Steven Jaimes Gómez
Sayda Yineth Quiroga Campos



UNIVERSIDAD PEDAGOGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

MeNuméricos. Una introducción a los métodos numéricos / William Alfredo Jiménez Gómez, Tania Julieth Plazas Merchán, Fabio Steven Jaimes Gómez, Sayda Yineth Quiroga Campos. – Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, 2020.

99 páginas. Incluye figuras
Incluye: Referencias bibliográficas

Incluye: Referencias bibliográficas
ISBN: 978-958-5138-19-3 (Impreso)
ISBN: 978-958-5138-20-9 (PDF)
ISBN: 978-958-5138-21-6 (ePub)

1. Análisis Numérico. 2. Métodos Numéricos - Historia 3. Serie de Taylor.
4. Matemáticas – Enseñanza con Ayuda de Computadores.
5. Informática – Matemáticas. 6. Ecuaciones Algebraicas.
7. MeNuméricos (Programa para Computador) I. Jiménez Gómez, William Alfredo. II. Plazas Merchán, Tania Julieth. III. Jaimes Gómez, Fabio Steven. IV. Quiroga Campos Sayda Yineth

510.72.

MeNuméricos

Una introducción a los métodos numéricos

Todos los derechos reservados
© Universidad Pedagógica Nacional
© William Alfredo Jiménez Gómez
© Tania Julieth Plazas Merchán
© Fabio Steven Jaimes Gómez
© Sayda Yineth Quiroga Campos

ISBN impreso: 978-958-5138-19-3
ISBN ePub: 978-958-5138-21-6
ISBN PDF: 978-958-5138-20-9
DOI: <http://>

Primera edición, 2020

Leonardo Fabio Martínez Pérez
Rector

John Harold Córdoba Aldana
Vicerrector de Gestión Universitaria

Lyda Constanza Mora Mendieta
Vicerrectora Académica

Fernando Méndez Díaz
Vicerrector Administrativo y Financiero

Gina Paola Zambrano Ramírez
Secretaria General

Preparación editorial

**Grupo Interno de Trabajo Editorial
Universidad Pedagógica Nacional**

Alba Lucía Bernal Cerquera
Coordinación

Miguel Ángel Pineda Cupa
Edición

Martha Méndez Peña
Corrección de estilo

Mauricio Esteban Suárez Barrera
Diseño y diagramación de interiores y portada

Fecha de evaluación: 15-03-2019/05-04-2019
Fecha de aprobación: 06-06-2019

Bogotá, D. C., 2020

Hecho el depósito legal que ordena la Ley 44 de 1993 y el decreto reglamentario 460 de 1995.

Prohibida la reproducción total o parcial de este material, sin la autorización por escrito de la Universidad Pedagógica Nacional.



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**

Educadora de educadores

Contenido

Presentación	11
Capítulo 1. Historia de los métodos numéricos	13
Capítulo 2. El error.....	17
Cómo calcular el error	17
Experimentales	18
De redondeo	18
Truncamiento	19
Error absoluto.....	19
Error relativo.....	20
Error normalizado porcentual	21
Ejercicios.....	21
Capítulo 3. Búsqueda de aproximaciones de funciones: series de Taylor, interpolación y regresión	23
Series de potencia.....	23
Series de Taylor y Maclaurin.....	24
Polinomios de Taylor	26
Interpolación	30
Interpolación de Lagrange.....	32
Interpolación de Newton.....	35
Regresión	39
Ejercicios.....	48
Capítulo 4. Solución de ecuaciones algebraicas.....	51
Raíces de ecuaciones	51
Capítulo 5. Métodos de diferenciación e integración numérica.....	59
Diferenciación	59

Ejercicios.....	64
Integrales: métodos de integración numérica.....	64
Ejercicios.....	75
Capítulo 6. Solución de ecuaciones diferenciales.....	77
Métodos para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales.....	77
Ejercicios.....	85
Capítulo 7. Manual MeNuméricos.....	87
¿Qué es MeNuméricos?.....	88
Pasos iniciales.....	88
Aplicativos.....	90
Referencias	97
Sobre los autores	99



Agradecimientos

Agradezco a Sandra y Juan Felipe por amarme e inspirarme. A Lyda Mora, por ser mi maestra. A Tania Plazas, por creer. Finalmente, a Fabio y Sayda, por dejarme estar en su proceso académico y seguirme en cada idea.

William

Agradezco a mi familia, por su apoyo incondicional en cada proyecto que he asumido. A la Universidad Pedagógica Nacional, que ha sido mi espacio de formación académico y profesional. A la profesora Carmen Samper, quien ha sido mi gran maestra a través de todos estos años de formación en la licenciatura, la maestría y el grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría. Al profesor William Jiménez, por permitirme estar en este proyecto y por creer en mí. A Sayda Quiroga y Fabio Jaimes, a quienes he visto formarse como profesores y son excelentes educadores matemáticos.

Tania

Agradezco a mi familia por seguirme en cada decisión que he tomado. A la memoria de mi abuela, por ser la inspiración en cada momento. Al profesor William Jiménez, por la confianza brindada en cada proyecto que hemos asumido en conjunto y por ser un constante ejemplo. A Sayda Quiroga, por ser parte importante en mi formación, por ser una excelente compañera y por su entrega en cada proyecto. A la profesora Tania Plazas, por su compromiso con este proyecto y por seguir aportando a mi formación.

Fabio

Agradezco a mis padres, por estar siempre ahí y creer en mí. Al profesor William Jimenez, por hacerme parte de cada idea y ser un ejemplo como educador matemático. A la profesora Tania Plazas, por ser parte importante de mi formación, y a Fabio Jaimes, por sus aportes a este proyecto.

Sayda



Presentación

¿A qué nos referimos cuando hablamos de estimación y aproximación? El diccionario virtual de la Real Academia Española (RAE, 2019) define *estimar* como ‘calcular o determinar el valor de algo’, y *aproximar* como ‘obtener un resultado tan cercano al exacto como sea necesario’ para cierto fin. Teniendo en cuenta estas definiciones y otras similares, Pardo (2016) hace referencia al cálculo estimado y al aproximado. Aclara que, aunque estos tipos de cálculos suelen pensarse como uno solo debido a su similitud, se diferencian por la procedencia de los datos con los que se trabaja en cada caso. En el *cálculo estimado*, los datos provienen de un juicio o valoración, mientras que en el *cálculo aproximado*, estos surgen de la medición y, por lo tanto, están condicionados por la inexactitud de las herramientas usadas para medir.

Este libro tiene su origen en el trabajo realizado durante el semestre 2018-1, en el espacio académico Profundización en Matemáticas Elementales, correspondiente al plan curricular de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional, en el que se estudiaron los procesos de *estimación* y *aproximación*. Lo anterior, a través de los métodos numéricos, instrumentos que resultan útiles cuando no es posible encontrar una solución exacta para un problema matemático.

Este texto está compuesto por siete capítulos. En el primero queremos dar a conocer cuáles desarrollos, respecto a los métodos numéricos, tuvieron lugar en determinados momentos de la historia. También nos referimos a los principales autores que contribuyeron a la construcción de estos métodos y algunos problemas que fueron resueltos en la Antigüedad usándolos.

En el segundo, hacemos un acercamiento a la *teoría del error*. Incluimos elementos de esta teoría, a raíz de que el error tiene lugar en la resolución de problemas que involucran los procesos de estimación y aproximación, y resulta necesario saber cómo cuantificarlo. También presentamos cómo se definen los diferentes tipos de error y mostramos con algunos ejemplos cómo calcularlos. Cabe resaltar que estos elementos de la teoría resultan fundamentales para el estudio de los capítulos posteriores.

En el tercero, damos a conocer tres métodos numéricos que se utilizan para buscar aproximaciones a funciones: las series de Taylor, la interpolación y la regresión. En el cuarto capítulo mostramos algunos modelos que permiten dar una solución estimada a cualquier ecuación. En el quinto, explicamos cómo ciertos métodos numéricos estudiados en capítulos anteriores pueden utilizarse para obtener la aproximación a valores de derivadas o integrales de funciones. En el sexto



Sobre los autores

Fabio Jaimes

Licenciado en Matemáticas y aspirante a magister en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). Estudiante líder del seminario de álgebra de la UPN durante los semestres 2014-2 a 2017-2 y miembro activo de este grupo. Ponente en eventos nacionales e internacionales. Con experiencia en propuesta y ejecución de proyectos de innovación como clubes de matemáticas. Docente de Matemáticas del Instituto San Bernardo de la Salle.

William Jiménez

Magister en Docencia de las Matemáticas y licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, formación pedagógica y disciplinar para el desempeño en la educación básica, media y universitaria. Coordinador del Instituto GeoGebra de Bogotá, integrante de la comunidad latinoamericana de GeoGebra y posee amplia experiencia en proyectos de innovación e investigación. Miembro activo del Grupo de Álgebra de la UPN. Profesor ocasional de tiempo completo de la UPN y de cátedra en la Universidad Militar Nueva Granada.

Tania Plazas

Licenciada en Matemáticas y magister en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Se desempeñó como docente de la básica y media en el año 2010. Durante el 2011 fue profesora catedrática en la Universidad Pedagógica Nacional, entre los años 2012 y 2015 se desempeñó como profesora ocasional y desde el año 2016 es profesora de planta de la misma institución. Ha publicado artículos en revistas nacionales e internacionales. Hace parte del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría de la UPN. Entre los años 2015 y 2017 se desempeñó como coordinadora del programa académico Licenciatura en Matemáticas de esta universidad.

Sayda Quiroga

Licenciada en Matemáticas y estudiante de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional. Con experiencia en diseño y elaboración de recursos digitales para proyectos propuestos por editoriales del sector educativo. Profesora de Matemáticas del Centro Comercial de Educación Media Margarita Bosco.

Este libro se terminó de editar y publicar en 2020,
en Bogotá, Colombia, a los 166 años del planteamiento
del matemático alemán Georg Friedrich Bernhard Riemann,
que propuso que el espacio es curvo, en vez de plano,
como describía la geometría euclidiana.

Esto fue formulado en la lectura de su ensayo
“Sobre las hipótesis que sirven de fundamento a la Geometría”,
el 10 de junio de 1854.

Los métodos numéricos son modelos estudiados en matemáticas como una herramienta efectiva a la hora de resolver problemas, dado que algunos de estos son imposibles de solucionar analíticamente de forma aproximada. Este libro pretende ser el módulo introductorio al estudio de los métodos numéricos y se espera que a lo largo del estudio el lector potencie el proceso matemático de aproximar. Como acompañamiento del texto el lector podrá acceder a la aplicación móvil MeNuMéricos, la cual le permitirá facilitar algunas cuentas y graficar algunas situaciones. Se espera que el lector pueda cuantificar el error, solucionar ecuaciones de variable real y ecuaciones diferenciales, aproximar áreas bajo la curva, derivar sobre un conjunto de datos discreto, interpolar conjuntos de puntos y calcular regresiones.

