

LOS DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE Y SU CORRESPONDENCIA CON LOS  
ESTANDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS: UN ANÁLISIS  
DEL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS

CELSO HERNANDO CÁRDENAS PINILLA  
LIZETH FARIDE PERAZA PEÑUELA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
2017

LOS DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE Y SU CORRESPONDENCIA CON  
LOS ESTANDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS: UN  
ANÁLISIS DEL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS

CELSO HERNANDO CÁRDENAS PINILLA

C.C 1033760059 Cód.: 2011240015

LIZETH FARIDE PERAZA PEÑUELA

C.C 1019094589 Cód.: 2012140042

Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Modalidad

Interés personal de los estudiantes

Directora

MARITZA MENDEZ REINA

Magíster en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ D.C.

2017

## **Agradecimientos**

Nos gustaría que estas líneas sirvieran para expresar nuestro más profundo y sincero agradecimiento a todas aquellas personas que con su ayuda han colaborado en la realización de este trabajo de grado en especial a nuestra asesora Maritza Méndez, que con su esfuerzo, conocimientos, motivación, seguimiento y sobre todo el apoyo recibido a lo largo de estos meses permitió que esto fuera posible.

Especial reconocimiento merece el interés mostrado por nuestro trabajo y las sugerencias recibidas por parte de la profesora Leonor Camargo, con la que nos encontramos en deuda por el ánimo infundido y la confianza depositada en nosotros. También nos gustaría agradecer la ayuda recibida de la profesora Ingrith Álvarez.

Un agradecimiento muy especial merece la comprensión, paciencia y el ánimo recibidos por nuestras familias, amigos y personas cercanas.

A todos ellos, muchas gracias.

## RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE

1. Información General	
<b>Tipo de documento</b>	Trabajo de grado
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
<b>Título del documento</b>	Los Derechos Básicos de Aprendizaje y su correspondencia con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas: un análisis del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
<b>Autor(es)</b>	Cárdenas Pinilla, Celso Hernando; Peraza Peñuela, Lizeth Faride
<b>Director</b>	Méndez Reina, Maritza
<b>Publicación</b>	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2017. 86 p.
<b>Palabras Claves</b>	PENSAMIENTO ALEATORIO, PRINCIPIOS, ESTÁNDARES, PROCESOS, CONTENIDOS, SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN, CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.

2. Descripción
Este trabajo de grado pretende dar respuesta a la pregunta, ¿De qué manera los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas se relacionan con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática? Se busca responder a partir de la elaboración de una herramienta de comparación en la cual, a partir de cuatro categorías de análisis, permite evidenciar los procesos, contenidos y sistemas de representación inmersos en los Derechos Básicos de Aprendizaje y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas relacionados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

3. Fuentes
Arteaga, J. P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores (Doctoral dissertation, Universidad de Granada).
Camargo, L. & Molina, O. (2015). Comentario crítico sobre el documento Derechos Básicos de Aprendizaje, (MEN, 2015). Bogotá D.C, Colombia.
Cañadas, M. y Gómez, P. (2012). Apuntes sobre análisis cognitivo. Módulo 2. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. Recuperado de <a href="http://funes.uniandes.edu.co/1983/">http://funes.uniandes.edu.co/1983/</a> .
Chacón, J. S., & Inojosa, M. I. (2012). El desempeño de los docentes de matemática y sus necesidades formativas. <i>Paradigma</i> , 33(1), 155-173.
Contreras, J. (1997). La autonomía del profesorado. Ediciones Morata. S.L.

## RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE

- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report. *Alexandria: American Statistical Association.*
- Guacaneme, E. (2015). Cuestiones e hipótesis a propósito de los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas. Bogotá D.C, Colombia.
- León, O.L. (2016). Aporte individual para una elaboración colectiva de reacción al documento llamado “Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas”.
- Lupiáñez, J. L., Rico, L., Gómez, P., & Marín, A. (2005). Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.
- Marín, A., & Lupiáñez, J. L. (2005). Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares.
- Marín, A., & Lupiáñez, J. L. (2005). Mi biblioteca: Los nuevos Principios y Estándares del NTSC en castellano. Una nueva invitación a mirar y ver. *Suma*, 48, 105-112. Recuperado de <https://revistasuma.es/IMG/pdf/48/105-112.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, D.C, Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, D.C, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá, D.C.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá, D.C.
- Ministerio de Educación Nacional (s.f.). Currículos para la excelencia. Publicado en: <http://www.colombiaprende.edu.co/html/micrositios/1752/w3-article-349445.html>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Peñas, C.A. (2016). Comparación entre los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y otras normas técnicas curriculares. Fundación SIGE (Sistema Integral de Gestión Educativa).
- Rico, L., Lupiáñez, J. L., Marín, A., & Gómez, P. (2007). Matemáticas escolares y análisis de contenido con profesores de secundaria en formación.
- Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. Unión. *Revista Iberoamérica de Educación Matemática*, 33, 11-27.
- Una empresa docente. (2015). Revisión y propuesta de ajuste al documento de Derechos Básicos de Aprendizaje. Universidad de los Andes. Bogotá D.C., Colombia.

## RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE

Vergel, R. (2015). Una mirada crítica al componente algebraico del documento del Ministerio de Educación Nacional “Derechos Básicos de Aprendizaje”. Bogotá D.C., Colombia.

### 4. Contenidos

Este trabajo se divide en los siguientes capítulos:

1. Delimitación de la problemática: En este capítulo se muestra una descripción de la problemática sobre la carente comprensión de los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas como referente común en el marco nacional por parte de la comunidad educativa. Se abordan como referencia, los resultados de una herramienta de recolección de datos realizada por los autores del trabajo y los fundamentos teóricos desde los cuales se orienta el referente curricular. Con base en ello, se establece la pregunta de indagación, la justificación y el planteamiento del objetivo general y los objetivos específicos.
2. Marco de referencia: Contiene las consideraciones teóricas, las cuales sirvieron como base para el desarrollo del análisis establecido. En primer lugar se muestran los antecedentes relacionados con aportes críticos de los Derechos Básicos de Aprendizaje, seguido de los referentes curriculares nacionales y cómo estos definen el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, así mismo el referente curricular internacional y como se define el Análisis de datos y la Probabilidad. Finalmente se presentan las categorías de análisis definidas a partir de los estándares y expectativas de aprendizaje establecidas por los Principios y Estándares de la Educación Matemática referidos al Análisis de datos y la Probabilidad.
3. Metodología: Se describen los pasos que se llevaron a cabo para la realización del análisis respecto a los procesos, contenidos y sistemas de representación correspondientes al pensamiento aleatorio en los referentes curriculares nacionales. En primer lugar la definición de las cuatro categorías de análisis, seguido de la correspondencia entre los conjuntos de grados en los referentes curriculares seleccionados y finalmente la elaboración de la herramienta de comparación.
4. Resultados: En este capítulo se presentan las herramientas de comparación, las cuales se encuentran organizadas en cuatro categorías de análisis divididas por conjuntos de grados, las expectativas de aprendizaje de cada categoría y la comparación entre los procesos, contenidos y sistemas de representación asociados a los referentes curriculares. Así mismo se presenta el análisis correspondiente a cada tabla y el análisis general por conjuntos de grados.
5. Conclusiones: Este capítulo incluye los principales aportes del trabajo de grado con relación a la pregunta de indagación, el alcance de los objetivos y la formación como profesores.

## RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE

### 5. Metodología

La metodología utilizada en este trabajo consistió principalmente en establecer la correspondencia entre los conjuntos de grados en los documentos curriculares en cuestión y así mismo rastrear los Derechos Básicos de Aprendizaje asociados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, luego elaborar una herramienta de comparación la cual presenta, las cuatro categorías de análisis o estándares definidas de acuerdo a lo que debe saber un estudiante en cada conjunto de grados teniendo en cuenta los Principios y Estándares para la Educación Matemática, los que a su vez constan de algunas expectativas de aprendizaje y con estas poder identificar los procesos, contenidos y sistemas de representación asociados, y así establecer la correspondencia entre los Derechos Básicos de Aprendizaje y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

### 6. Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos a través del análisis de las herramientas elaboradas, se logra dar respuesta a la pregunta de indagación y por lo tanto al objetivo general de este trabajo, el cual pretendía evidenciar cómo los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas se relacionan con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática. Además de dar cuenta de que procesos, contenidos y sistemas de representación se privilegian o se dejan de lado en los Derechos Básicos de Aprendizaje y los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Así mismo, el desarrollo de las cuatro categorías de análisis a lo largo de la etapa escolar por parte de los dos referentes curriculares en lo referente a los procesos, contenidos y sistemas de representación.

<b>Elaborado por:</b>	Cárdenas Pinilla Celso Hernando, Peraza Peñuela Lizeth Faride
<b>Revisado por:</b>	Mendez Reina Maritza – Alvarez Alfonso Ingrith Yadira

<b>Fecha de elaboración del resumen:</b>	08	06	2017
--	----	----	------

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCIÓN .....	1
1. DELIMITACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA.....	3
1.1. Descripción de la problemática .....	3
1.2. Pregunta de indagación .....	4
1.3. Justificación.....	5
1.4. OBJETIVOS.....	7
1.4.1. Objetivo general.....	7
1.4.2. Objetivos específicos .....	7
2. MARCO DE REFERENCIA .....	8
2.1. Antecedentes .....	8
2.2. Referentes curriculares nacionales .....	10
2.2.1. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas .....	10
2.2.2. Derechos Básicos de Aprendizaje.....	11
2.2.3. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos .....	12
2.3. Referentes curriculares internacionales.....	18
2.3.1. Análisis de datos y probabilidad.....	18
2.3.2. Estándares y expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados .....	22
2.4. Elementos para el análisis de los referentes curriculares .....	29
2.5. Estándares y expectativas de aprendizaje.....	30
3. METODOLOGÍA .....	36
4. RESULTADOS.....	38
4.1. Herramientas de comparación .....	39
4.2. Análisis por conjuntos de grados .....	62
5. CONCLUSIONES .....	66
REFERENCIAS.....	73



## TABLAS

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1.</b> Estándar 1. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados.....	31
<b>Tabla 2.</b> Estándar 2. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados.....	32
<b>Tabla 3.</b> Estándar 3. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados.....	33
<b>Tabla 4.</b> Estándar 4. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados.....	34
<b>Tabla 5.</b> Estándar 1. Herramienta de comparación de primero a tercero .....	39
<b>Tabla 6.</b> Estándar 2. Herramienta de comparación de primero a tercero .....	40
<b>Tabla 7.</b> Estándar 3. Herramienta de comparación de primero a tercero .....	40
<b>Tabla 8.</b> Estándar 4. Herramienta de comparación de primero a tercero .....	41
<b>Tabla 9.</b> Estándar 1. Herramienta de comparación de cuarto a quinto.....	41
<b>Tabla 10.</b> Estándar 2. Herramienta de comparación de cuarto a quinto.....	43
<b>Tabla 11.</b> Estándar 3. Herramienta de comparación de cuarto a quinto.....	44
<b>Tabla 12.</b> Estándar 4. Herramienta de comparación de cuarto a quinto.....	45
<b>Tabla 13.</b> Estándar 1. Herramienta de comparación de sexto a séptimo.....	46
<b>Tabla 14.</b> Estándar 2. Herramienta de comparación de sexto a séptimo.....	48
<b>Tabla 15.</b> Estándar 3. Herramienta de comparación de sexto a séptimo.....	49
<b>Tabla 16.</b> Estándar 4. Herramienta de comparación de sexto a séptimo.....	50
<b>Tabla 17.</b> Estándar 1. Herramienta de comparación de octavo a noveno .....	52
<b>Tabla 18.</b> Estándar 2. Herramienta de comparación de octavo a noveno .....	53
<b>Tabla 19.</b> Estándar 3. Herramienta de comparación de octavo a noveno .....	55
<b>Tabla 20.</b> Estándar 4. Herramienta de comparación de octavo a noveno .....	56
<b>Tabla 21.</b> Estándar 1. Herramienta de comparación de décimo a undécimo .....	57
<b>Tabla 22.</b> Estándar 2. Herramienta de comparación de décimo a undécimo .....	58
<b>Tabla 23.</b> Estándar 3. Herramienta de comparación de décimo a undécimo .....	59
<b>Tabla 24.</b> Estándar 4. Herramienta de comparación de décimo a undécimo .....	60

## INTRODUCCIÓN

En Colombia a través del Ministerio de Educación Nacional [MEN], se realiza la publicación y difusión de documentos que sirven como referentes comunes que orientan el diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares, la evaluación, e incluso el trabajo de enseñanza en el aula, entre otros elementos (MEN, 2006). Algunos de estos referentes para el área de matemáticas son los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [EBCM] y los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas [DBA-M] y dado que estos documentos sirven como referentes curriculares a nivel nacional, es de gran importancia que tanto los docentes en ejercicio como los docentes en formación se preocupen por hacer un análisis de los elementos que son descritos como básicos en la formación de ciudadanos matemáticamente competentes.

Así, este trabajo tiene como fin analizar la correspondencia que hay entre los DBA-M en su segunda versión y los EBCM, dado que según el MEN, estos derechos guardan coherencia con los estándares, planteando rutas de aprendizaje para construir estrategias de enseñanza que promueven la consecución de aprendizajes año a año (MEN, 2016), en particular, es foco de atención, aquellos derechos que apuntan al desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. Para hacer este análisis se toman en consideración algunos referentes en el marco internacional tales como los Principios y Estándares para la Educación Matemática [PEEM] (NCTM, 2000), y la Guía para la Evaluación y la Enseñanza en Educación Estadística o sus siglas en inglés GAISE (Franklin, Kader, Newborn, Moreno, Peck, Perry, & Scheaffer, (2007) [*Guidelines for assessment and instruction in statistics education*] (GAISE) Report: a pre-k–12 curriculum framework. American Statistical Association) de tal manera que se pueda visualizar la estructura de las expectativas de aprendizaje enunciadas en los EBCM y los DBA-M, a la luz de este marco de referencia.

Para realizar este análisis, este trabajo de grado se estructura en 5 partes. En la primera, se presenta la descripción de algunas problemáticas evidenciadas frente a la publicación de los DBA-M en su primera y segunda versión, algunas preguntas que orientan el desarrollo del trabajo, la justificación, y el objetivo general y los específicos que se esperan atender. En la segunda, se muestra el marco de referencia el cual describe algunas publicaciones previas relacionadas a la publicación de los DBA-M, más específicamente, se referencian algunos

aportes y comentarios críticos realizados por expertos de la Educación Matemática frente a la publicación de la primera versión de estos en el año 2015. A su vez, en este apartado se puntualiza cómo es visto en el marco nacional el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos a la luz de los referentes curriculares nacionales; por último se hace una presentación de los aspectos que se van a considerar para visualizar la estructura de las expectativas de aprendizaje descritas en los DBA-M y los EBCM a la luz de los PEEM describiendo consideraciones relacionadas con el análisis de datos y la probabilidad, detallando cuatro aspectos principales que se definirán como las categorías de análisis.

En la tercera, se presenta la metodología que se sigue para dar cuenta de los objetivos, explicando la manera en que se realiza el análisis de la estructura de las expectativas de aprendizaje enunciadas. La cuarta, presenta los resultados que se obtuvieron en el análisis de la estructura de las expectativas de aprendizaje enunciadas de los DBA-M y los EBCM a la luz de los PEEM. Por último, en la quinta parte se muestran las conclusiones a la luz de los objetivos planteados, las preguntas formuladas y algunas reflexiones personales relacionadas con la formación profesional por parte de los autores del trabajo.

## 1. DELIMITACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

### 1.1. Descripción de la problemática

En el año 2015 el MEN publica la primera versión de los Derechos Básicos de Aprendizaje y los define como “un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país”, señalando a su vez que estos “se han estructurado en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias” (MEN, 2015), pero al presentarlos ante la comunidad educativa se genera controversia, como afirma Vergel (2015) “(...) es insostenible no hacer explícitos los fundamentos teóricos desde los cuales se orienta una propuesta. No es suficiente la afirmación planteada en la introducción del documento (...)” y por otro lado, porque lo esperado por la comunidad educativa era una publicación de los ajustes y actualizaciones de los EBCM (Camargo & Molina, 2015).

Los DBA-M fueron objeto de análisis y reflexión por parte de la comunidad educativa a partir de su publicación, y teniendo en cuenta los aportes y ajustes sugeridos por la misma, en el año 2016 el MEN publica una nueva versión. En esta segunda versión se presenta una nueva definición de los DBA-M como “un conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar” (MEN, 2016). Hecha su lectura, aun se evidencia la falta de un marco teórico, a su vez se confirma que no hay una fundamentación o descripción explícita de cómo los DBA-M se corresponden con los EBCM, a pesar de que esta segunda versión mantiene aún la afirmación de que los DBA-M “se organizan guardando una coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias”, lo cual constituye un asunto problemático en términos de la comprensión de los DBA-M como referente común en el marco nacional.

Por otro lado, a través de las prácticas pedagógicas adelantadas en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (Práctica en Aula, Práctica de Integración Profesional a la Escuela y Práctica según Modalidad) desarrollada por los autores del presente trabajo, se logra visibilizar la carente comprensión de algunos referentes curriculares nacionales, tales como los DBA-M, por parte de los docentes de matemáticas. Para soportar esta apreciación se decide realizar un estudio empírico con una actividad experimental orientada a la realización de una encuesta (Anexo A) aplicada a docentes de matemáticas de diferentes

instituciones educativas y estudiantes de pregrado de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, a partir del cual se hicieron los siguientes hallazgos:

- Se evidencia que aún con la publicación de la segunda versión de los DBA-M, el 16% de la población educativa encuestada no los conoce, y del 84% que si los conoce, el 9.5% no los ha leído.
- De las personas que han leído los DBA-M (74.5% de los encuestados), estos tienen la percepción de que estos no se relacionan con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas, desde aspectos como la organización por grados y no por ciclos, hasta la presentación de “ejercicios o ejemplos” de tareas centrándose en los contenidos y no en los pensamientos matemáticos.
- No es claro para los encuestados, si los DBA-M están relacionados o no, con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas, pues parecen ser una ejemplificación de ellos y tener una interpretación similar de los pensamientos matemáticos, y por otro lado, parecen tener un enfoque diferente, y ser más procedimentales respecto a los EBCM.
- La totalidad los docentes en ejercicio o en formación encuestados manifiestan no emplear los DBA-M como un orientador curricular para el diseño de sus clases o actividades.

En conclusión se evidencia que la publicación de este nuevo referente curricular nacional, genera una problemática en términos de la poca comprensión que tienen los docentes respecto a este, haciendo necesario que como docentes en formación realicemos análisis de cómo se encuentran estructurados estos documentos y cómo guardan o no coherencia entre ellos.

## **1.2. Pregunta de indagación**

Teniendo en cuenta los planteamientos anteriores, el problema de indagación que se aborda en este trabajo pretende dar cuenta de los siguientes cuestionamientos:

- ¿Qué conceptos, procesos y sistemas de representación se encuentran explícitos en referentes curriculares nacionales tales como los Derechos Básicos de Aprendizaje en

Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, relacionados con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos?

- ¿Cómo se corresponden los aprendizajes estructurantes declarados en los Derechos Básicos de Aprendizaje con los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos a la luz de los Principios y Estándares para la Educación Matemática?

Estos cuestionamientos llevan a generar la pregunta problema:

*¿De qué manera los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas se relacionan con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática?*

### **1.3. Justificación**

La idea de este trabajo de grado nace en los espacios académicos de Enseñanza y Aprendizaje, dado que en estos se logra identificar que la enseñanza de las matemáticas en la educación de Colombia ha sufrido transformaciones en términos de sus objetivos y sus fines, de acuerdo a las necesidades laborales, sociales, económicas y culturales del país, así mismo, en estos espacios se logró tener un acercamiento más profundo de los EBCM, y comprender cómo estos referentes direccionan el sentido de la educación en la actualidad y la importancia de la enseñanza de las matemáticas. De esta forma se logra una concientización sobre cómo los referentes curriculares, sirven para orientar el desarrollo académico año tras año, estos al servicio de los profesores de matemáticas como orientadores de la formación matemática deseable (Howson, Keitel y Kilpatrick, 1981, citados por Chacón & Inojosa, 2012).

Siguiendo a Serres (2007, citado por Chacón e Inojosa, 2012) la formación docente, es concebida como un “conjunto de actividades sistematizadas mediante las cuales se puede reflexionar, explicar, discutir y actuar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje”, por ello, es necesario que los docentes en formación se cuestionen sobre qué referentes curriculares son los adecuados para fundamentar sus unidades didácticas o rutas de aprendizaje, pues estos referentes son la base de las actividades que ejecuta el docente en el aula. Así mismo, como afirma Contreras (1997), los docentes deben estar capacitados para poder llevar a cabo dichas rutas de aprendizaje a partir de bases teóricas e instrumentos conceptuales.

Dicho lo anterior, es necesario que los docentes en formación realicen estudios que permitan analizar cómo los referentes curriculares que rigen actualmente la educación colombiana, guardan correspondencia, en este caso los documentos a analizar como rutas de aprendizaje son los DBA-M, definidos así en su segunda versión (MEN, 2016), y los EBCM (MEN, 2006) a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática (NCTM, 2000), describiendo los contenidos, procesos y sistemas de representación que allí se explicitan, pues es el docente quien debe implementar estrategias que permitan una presentación adecuada de los mismos, de tal forma que estas estrategias faciliten que el estudiante desarrolle los conocimientos básicos esperados para un ciudadano (Chacón e Inojosa, 2012).

El análisis de los referentes curriculares nacionales no se hará en torno a todos los pensamientos matemáticos, dado que se considera que este trabajo sería muy amplio para ser abordado en un este trabajo de grado de este nivel de formación, por lo cual se escoge en particular el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, ya que es interés personal de los autores, a propósito que en nuestro país hay evidencia del poco trabajo en las aulas en torno al mismo, tal como lo señala Ruiz (2014) para Colombia, en primaria en promedio el 14,87% de tiempo es dedicado a la enseñanza de la estadística dentro de la asignatura de matemáticas de manera específica, del mismo modo para secundaria, se reporta que el 14,91% del tiempo es destinado a la enseñanza de la estadística dentro de la asignatura de matemáticas. Esto deja de manifiesto que la enseñanza de la estadística y su manera de explicitarse en los referentes curriculares comunes nacionales es un tema de relevancia para los docentes en formación.

Para analizar la estructura de los DBA-M y los EBCM que corresponden al pensamiento aleatorio y sistemas de datos, se decide hacerlo teniendo como marco de referencia los Principios y Estándares de la Educación Matemática, estos fueron publicados por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas [NCTM] que es la más grande organización profesional en Estados Unidos, dedicada al mejoramiento de la Educación Matemática, y tal como lo señala el NCTM (2014) sus publicaciones han influenciado significativamente el desarrollo de los estándares de educación matemática a nivel mundial. Además, esta decisión se basa, no solo en la trayectoria de esta organización, sino en los principios y estándares que fueron producto de la investigación en el campo de la Educación Matemática de Estados Unidos, tal como lo señala Marín y Lupiáñez (2005) “Se basan en investigaciones y referencias constantes a experiencias de aula”. Así mismo, “proveen un catalizador para el mejoramiento continuo de la educación

matemática, y representan la comprensión más actualizada de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (CIAEM, Traducido por Matus, 2013). Por otro lado, como afirma Martin y Berk (2001, citado por Marín & Lupiáñez, 2005), hay una notable relación cíclica entre los Principios y Estándares de la Educación Matemática y las investigaciones en Didáctica de las matemáticas, pues bajo estas investigaciones surgió lo que hoy son los Principios y Estándares de la Educación Matemática.

## **1.4. OBJETIVOS**

### **1.4.1. Objetivo general**

Este trabajo se interesa por analizar cómo los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas se relacionan con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática.

Se presentan a continuación los objetivos específicos que señalan los propósitos de cada una de las etapas que fueron seguidas en el desarrollo de este trabajo y que al ser alcanzados permiten lograr el objetivo general.

### **1.4.2. Objetivos específicos**

- Identificar aspectos relevantes de los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, teniendo en cuenta los aportes críticos realizados por expertos sobre los mismos.
- Definir categorías de análisis orientadas por los Principios y Estándares de la Educación Matemática relacionados con la formación en estadística.
- Identificar los conceptos, procesos y sistemas de representación, declarados en referentes curriculares nacionales elegidos (DBA-M y EBCM) que atienden al desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
- Evidenciar la relación entre los aprendizajes estructurantes declarados en los Derechos Básicos de Aprendizaje y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática, a través de una herramienta comparativa.
- Realizar un análisis a partir de la herramienta comparativa, de los conceptos, procesos y sistemas de representación descritos en los referentes curriculares nacionales, específicamente Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas y Estándares



Básicos de Competencias en Matemáticas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática.

## **2. MARCO DE REFERENCIA**

Este capítulo se encuentra organizado en cinco partes. La primera contiene una presentación de los antecedentes relacionados con aportes críticos sobre la primera versión de los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, realizados por diferentes expertos en educación matemática y qué de estos aportes fueron pertinentes considerar en el trabajo de grado en pro de responder a la pregunta de indagación. La segunda consta de una revisión documental de los referentes curriculares nacionales y cómo estos definen el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, además de los EBCM y los DBA-M asociados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. La tercera, presenta el referente curricular internacional que se tendrá en cuenta para este trabajo: los Principios y Estándares de la Educación Matemática, cómo se describe el componente de Análisis de datos y Probabilidad en este, y algunos aspectos que se relacionan con estos principios y estándares descritos en la Guía para la Evaluación y la Enseñanza en Educación Estadística (Franklin et al., 2007). La cuarta parte define qué se entiende por conceptos, procesos y sistemas de representación en los diferentes referentes curriculares que se tendrán en cuenta, y la última y quinta parte, define las categorías de análisis y los descriptores de estas, definidas a partir de los estándares y expectativas de aprendizaje establecidas por los Principios y Estándares de la Educación Matemática referidos al Análisis de datos y la Probabilidad.

### **2.1. Antecedentes**

En el año 2015 surge como un nuevo referente curricular nacional en el país, el documento titulado Derechos Básicos de Aprendizaje para las áreas de matemáticas y español, en el año 2016 luego de varios análisis y sugerencias realizadas por la comunidad educativa, se publica una segunda versión de los DBA-M por el Ministerio de Educación Nacional. Este trabajo de grado se enfatizará en la segunda versión de los DBA-M.

Dentro de las sugerencias y comentarios, se redactaron críticas, hipótesis y análisis que se tendrán en cuenta para la realización de este trabajo, algunos de los documentos presentados por los diferentes actores de la educación son: Comentario crítico sobre el documento Derechos

Básicos de Aprendizaje (Camargo & Molina, 2015), Cuestiones e hipótesis a propósito de los “Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas” (Guacaneme, 2015), Revisión y propuesta de ajuste al documento de Derechos Básicos de Aprendizaje (Una empresa docente, 2015), Comparación entre los Derechos Básicos de Aprendizaje y otras normas técnicas curriculares (Peñas, 2016), y Aporte individual para una elaboración colectiva de reacción al documento llamado “Derechos básicos de aprendizaje Matemáticas” (León, 2016).

Estos documentos muestran una visión analítica y crítica de los DBA-M como nuevo referente curricular nacional. En primera instancia se considera relevante traer apreciaciones tales como la sorpresiva divulgación de los DBA-M, debido a que se esperaba una actualización de los EBCM (Guacaneme, 2015), razón por la cual se presenta una serie de preguntas de las cuales se resaltan aspectos como quiénes deben velar por el respeto y cumplimiento de los DBA-M y cómo lo harían, y, con la misma importancia, quién se encargaría de juzgar y sancionar a quienes vulneren un DBA-M, además de indagar sobre la correspondencia entre los DBA-M con los LCM, y los DBA-M con los EBCM, así mismo, se cuestiona la estructura y presentación de los DBA-M como un conjunto de saberes grado a grado lo que lleva a cuestionarse sobre el regreso a la Resolución 277 de 1975 del MEN, en la cual se presentan los contenidos grado a grado, y no por ciclos como lo hacen los EBCM (Guacaneme, 2015).

Por otro lado, aspectos como el hecho de que la cantidad de páginas para especificar los diferentes enunciados aumente conforme aumenta el grado escolar (León, 2016), que exista ambigüedad en expresiones como *comprende, puede hacer, sabe, tiene claro, entiende, descubre, deduce, prueba, resuelve problemas*, entre otros (Vergel, 2015), y que los DBA-M se centren en el proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, y dejen de lado los otros procesos generales (Una empresa docente, 2015), aportan al trabajo de grado una mirada sobre la estructura de los DBA-M, y las similitudes y diferencias con la estructura y presentación de conceptos y procesos que venían manejando los EBCM y los LCM, logrando así un análisis sobre la correspondencia con los referentes curriculares nacionales.

Finalmente, en Camargo y Molina (2015) se presenta un aporte fundamental para este trabajo, al realizar un análisis comparativo de los DBA-M por conjuntos de grado, para establecer una relación con los EBCM y lo que se propone en los LCM. Dicho análisis se presenta elaborando un listado de los DBA-M y los EBCM correspondientes al pensamiento espacial, para luego, realizar la comparación a través de una tabla de análisis, en donde la primera columna

corresponde a los procesos y la primera fila a los EBCM. Lo siguiente consiste en relacionar los DBA-M con los procesos y estándares a la vez, estableciendo si existe o no la correspondencia entre estos. Con lo anterior, se procede a realizar el análisis que evidencia los procesos y conceptos que abordan los DBA-M grado a grado, falencias o destrezas de estos respecto a los EBCM, y posibles sugerencias, por lo tanto consideramos que la manera en que se abordan los DBA-M en relación con los EBCM en este documento, sirve de guía para proponer una metodología que permita realizar la comparación y posterior análisis de los DBA-M y los EBCM a la luz de los PEEM enfocados en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

## **2.2. Referentes curriculares nacionales**

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia, a través de la página Colombia Aprende, señala que los procesos de diseño curricular en el país son llevados a cabo desde diferentes instancias y reglamentados a partir de la Ley General de Educación en la que se define el currículo como: "el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional." (MEN, 1994. Art. 76).

El Ministerio de Educación Nacional, en correspondencia con lo anterior, ha definido como referentes curriculares principales: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas y otras áreas. Para este trabajo se considerarán los dos últimos, de los cuales se presenta una breve descripción en la que se muestra qué son y cómo se estructuran; en primer lugar los EBCM y luego los DBA-M. No se tendrán en cuenta los LCM debido a que los DBA hacen explícito un marco de referencia basado en los EBCM.

### **2.2.1. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas**

Los EBCM son referentes comunes que permiten conocer los niveles de desarrollo de las Competencias que van alcanzando los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar (MEN, 2006); éstos poseen una estructura la "cual permite un desarrollo integrado y gradual a lo largo de los diversos niveles de la educación" (MEN, 2006). Dicha estructura se expresa en una

secuencia de complejidad creciente y agrupada en conjuntos de grados, estableciendo lo que los estudiantes deben saber y saber hacer al finalizar su paso por dicho conjunto de grados.

Los EBCM se estructuran involucrando una coherencia tanto vertical como horizontal. Respecto a la coherencia vertical, supone de aquellos estándares definidos para cada pensamiento matemático que se desarrollan en cada conjunto de grados, con el fin de garantizar el desarrollo de las competencias para cada pensamiento grado a grado. Y la coherencia horizontal, se refiere a la distribución de los estándares en cinco columnas que corresponde cada una de ellas a los cinco tipos de pensamientos matemáticos (aleatorio, métrico, espacial, numérico y variacional), pensamientos que a su vez describen estándares específicos para cada conjunto de grado (MEN, 2006).

### **2.2.2. Derechos Básicos de Aprendizaje**

Los DBA-M son definidos como un “conjunto de saberes y habilidades fundamentales que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar” (MEN, 2016) y se estructuran guardando coherencia con los EBCM. También se señala que los DBA-M son “un apoyo y complemento para la construcción y actualización de propuestas curriculares, pues comprenden algunos elementos fundamentales del componente cognitivo del aprendizaje en matemáticas”. Por lo tanto los DBA-M dan cuenta del desarrollo progresivo de algunos conceptos a lo largo de los grados, presentan ejemplos para aclarar los enunciados y son referentes para la planeación de las intervenciones del aula. Del mismo modo “Los DBA-M complementan a los EBCM porque son concretos y permiten identificar una ruta de aprendizaje que avanza en nivel de complejidad creciente durante cada año que compone el ciclo escolar” (MEN, 2016).

Ahora bien, respecto a la estructura de los DBA, cada grado cuenta con un listado de Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, que se estructura de la siguiente manera:

- Un enunciado enumerado del DBA que se espera desarrolle el estudiante.
- Unas ideas secundarias o palabras relevantes que dan significado al DBA.
- El ejemplo del DBA que busca ampliar la comprensión del enunciado.

### 2.2.3. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos

En los referentes curriculares nacionales, el pensamiento aleatorio se asocia principalmente a la probabilidad y su aplicación a los fenómenos aleatorios, esto es, “fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante leyes aleatorias de una manera semejante a cómo actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias” (MEN, 1998, p.47). Además, la probabilidad y la estadística permiten cuantificar, controlar y explicar situaciones que se consideran regidas por el azar, por tanto, denominadas aleatorias, así mismo, se hace énfasis en el tratamiento de situaciones no deterministas, que tienen sentido cuando se realiza una recolección, organización y representación de los datos, con lo que se espera fomentar la interpretación para la toma de decisiones y posteriores predicciones (MEN, 2006).

Por otro lado, los EBCM señalan el azar como parte fundamental del pensamiento aleatorio afirmando que “este se relaciona con la ausencia de patrones o esquemas específicos en las repeticiones de eventos o sucesos, y otras veces con las situaciones en las que se ignora cuales puedan ser esos patrones, si acaso existen, como es el caso de los estados del tiempo” (MEN, 2006, p.65). Por lo tanto, el énfasis no recae en que los estudiantes aprendan fórmulas y procedimientos matemáticos, sino da importancia al avance gradual en el desarrollo de habilidades para encontrar todas las situaciones posibles dadas ciertas condiciones, dominar conceptos y procedimientos necesarios para la recolección y estudio de sistemas de datos estadísticos.

Para analizar el pensamiento aleatorio en los referentes curriculares mencionados, se tendrán en cuenta los conceptos y procesos definidos en los mismos, debido a que estos determinan los aspectos a desarrollar en el conocimiento matemático y “señalan nuevos derroteros para aproximarse a una interpretación enriquecida de la expresión *ser matemáticamente competente*. (MEN, 2006).

- **EBCM asociados al pensamiento aleatorio**

<b>Primero a tercero</b>
--------------------------

- |   |
|---|
| <p>E1. Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.</p> <p>E2. Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.</p> <p>E3. Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.</p> |
|---|

E4. Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.

E5. Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.

E6. Explico -desde mi experiencia- la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.

E7. Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.

E8. Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.

#### **Cuarto a quinto**

E1. Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).

E2. Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.

E3. Interpreto información presentada en tablas y gráficas, (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).

E4. Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.

E5. Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.

E6. Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.

E7. Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

**Sexto y séptimo.**

- E1. Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).
- E2. Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.
- E3. Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (Diagramas de barras, diagramas circulares.)
- E4. Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.
- E5. Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.
- E6. Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.
- E7. Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.
- E8. Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.

**Octavo a noveno**

- E1. Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones
- E2. Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)
- E3. Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría
- E4. Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón)
- E5. Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico
- E6. Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)
- E7. Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas

E8. Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo)

E9. Uso conceptos básicos de probabilidad. (espacio muestral, evento, independencia, etc.).

### **Décimo a undécimo**

E1. Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación

E2. Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar

E3. Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta

E4. Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas

E5. Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos

E6. Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad)

E7. Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos

E8. Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazo

E9. Propongo inferencias a partir del estudio de muestreo probabilístico

- **DBA asociados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos**

### **Primero a tercero**

D1. Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

D2. Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.



D3. Explica a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos.

D4. Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráfico de barras y pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

D5. Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos siempre en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).

#### **Cuarto a quinto**

D1. Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupados o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

D2. Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

D3. Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.

D4. Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjuntos de datos.

D5. Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.

#### **Sexto a séptimo**

D1. Interpreta información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para plantear y resolver preguntas que sean de su interés.

D2. Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, utiliza representaciones graficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango.

D3. A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas.

D4. Plantea preguntas para realizar estudios estadísticos en los que representa información mediante histogramas, polígono de frecuencia, gráficos de línea, entre otros; identifica variaciones, relaciones o tendencias para dar respuesta a las preguntas planteadas.

D5. Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad.

### **Octavo a noveno**

D1. Interpreta información estadística presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados en intervalos y decide cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto

D2. Hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad

D3. Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de cajas, medidas de tendencia central, de variación y de localización

D4. Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.

### **Décimo a undécimo**

D1. Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables de estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos

D2. Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencia central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos

D3. Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado

D4. Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.

D5. Plantea y resuelve problemas en los que reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo

### **2.3. Referentes curriculares internacionales**

Los Principios y Estándares para la Educación Matemática [PEEM], (NCTM, 2000) son un base común de conocimientos matemáticos que deben ser aprendidos por todos los estudiantes y son considerados como un referente para orientar los esfuerzos en mejorar la calidad de la educación matemática (NCTM, 2000). Este documento expone un amplio y coherente conjunto de expectativas de aprendizaje para las matemáticas, desde pre kínder a grado 12, y pretende servir como un recurso para los profesores, quienes son los responsables de la educación, y finalmente, estimular ideas y conversaciones continuas para ayudar a los estudiantes a facilitarles la comprensión de las matemáticas en general (Marín & Lupiáñez, 2005).

Los PEEM se estructuran bajo los estándares de contenidos y estándares de procesos, los cuales en conjunto, responden a qué contenidos y procesos matemáticos deberían aprender a conocer los estudiantes, para así usarlos conforme avanza la etapa escolar (Marín & Lupiáñez, 2005), estos definen seis principios para las matemáticas escolares, tales como la igualdad, el currículo, la enseñanza, el aprendizaje, la evaluación y la tecnología, también definen cinco pensamientos, entre los que está el Análisis de datos y la probabilidad, en el cual el razonamiento estadístico es fundamental para el desarrollo de cualquier ciudadano, este estándar define cuatro estándares, que se tendrán en cuenta para el análisis realizado de los DBA-M y los EBCM, los cuales se especifican a continuación.

#### **2.3.1. Análisis de datos y probabilidad**

Para los PEEM durante toda la etapa escolar, la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, se basa en la formulación de preguntas que impliquen la recolección de datos, su organización y representación, de tal forma que se dé respuesta a la pregunta planteada. Por su parte la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad han de enfocarse en relacionar los conceptos de probabilidad con la estadística. El llevar a los estudiantes a cuestionarse y a encontrar diferentes

métodos y procedimientos para analizar los datos y obtener resultados, hace posible no solo la enseñanza de conceptos estadísticos y probabilísticos, sino también, el uso de los números, el álgebra y la geometría conectando las matemáticas con otras asignaturas en diferentes contextos, haciendo significativas las experiencias teniendo en cuenta la vida cotidiana de los estudiantes (NCTM, 2000).

Dentro del análisis de datos, la estadística y la probabilidad, se sugieren cuatro estándares que permiten evidenciar qué es lo básico que deben poseer los estudiantes por cada conjunto de grados, además, estos estándares explicitan los conceptos, procesos y sistemas de representación que pueden ser usados en el desarrollo de las mismas por medio de expectativas de aprendizaje. Estos estándares son: i) formular preguntas que puedan ser abordadas con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para contestarlas; ii) seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos; iii) desarrollar y evaluar inferencias y predicciones que están basadas en datos; y iv) comprender y aplicar conceptos básicos de Probabilidad.

A continuación se definirá cada estándar debido a que estos serán asociados a las categorías de comparación formulados en este trabajo.

- **Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para contestarlas**

Para esta categoría los PEEM (NCTM, 2000) señalan que durante la vida de los estudiantes y en general de cualquier ser humano, se plantean preguntas que expliquen el mundo que nos rodea, generalmente, los estudiantes hacen preguntas sobre sus gustos, cantidades, costos, o descripciones que les permiten interactuar mejor en el medio en el que están. En el ámbito escolar, estas preguntas tienen cierta dificultad dependiendo del grado en el que se encuentren los estudiantes, por ejemplo, los estudiantes en los primeros grados de la etapa escolar se preguntan sobre aspectos sobre su comunidad, mientras que los estudiantes de los últimos grados de la etapa escolar pueden generar preguntas en donde sea necesario investigar problemas más complejos.

Por su parte Franklin et al., (2007) señalan que la formulación de preguntas en los primeros niveles inicia por la concientización de la distinción de preguntas estadísticas, en esta primera etapa serán preguntas limitadas al salón de clase, en los niveles intermedios se incrementa el

conocimiento de la distinción de preguntas estadísticas, estas pueden ser no limitadas al salón de clase; por último, en las etapas finales los estudiantes deben estar en la capacidad de distinguir preguntas estadísticas, generando sus propias preguntas de interés y buscando cierta generalización acerca de la solución que da respuesta a dichas preguntas.

Con relación al Análisis de datos y la probabilidad, los PEEM (NCTM, 2000) proponen que en los primeros niveles escolares la recolección de datos puede realizarse a partir de la selección de objetos concretos y de la identificación de características similares, mientras que en los últimos niveles se dedica más tiempo a la recolección de datos y a la selección de los datos apropiados y óptimos para el análisis mismo. Así mismo, funciona la organización y representación de los datos pues entre mayor sea el grado mayor especificidad y complejidad deben guardar los gráficos y el significado de todos los datos y todos los elementos de los sistemas de representación, no solo para dar respuesta a las preguntas problema sino para ser capaces de analizar la información proporcionada en los medios de comunicación.

- **Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos**

Inicialmente los estudiantes hacen análisis de un conjunto de datos personal, es decir, su familia o su casa, pero al colocar estos datos en un conjunto más amplio como el salón de clases o el colegio, los estudiantes deben empezar a relacionarlos y ver el conjunto de datos como un todo, además de lograr entender lo que sucede al agregar o alterar datos, y más adelante comprender cómo describir y analizar estos datos por medio de las medidas de localización, centralización y/o dispersión, y por medio de comparaciones, asociaciones y tendencias.

Por otro lado, analizar datos no solo implica seleccionar y usar los métodos estadísticos apropiados, sino, como afirma Franklin et al., (2007), en el nivel inicial, se deben usar propiedades particulares de distribuciones en el contexto de un ejemplo específico, así como mostrar la variabilidad dentro de un grupo, comparando los datos de forma individual, y frente al mismo conjunto de datos. En el nivel intermedio, se espera aprender a usar propiedades particulares de distribuciones como herramientas de análisis, cuantificar la variabilidad, identificar los errores de las muestras, y cuantificar las asociaciones entre modelos simples. Finalmente en un nivel avanzado, terminando la etapa escolar, se pretende además de los procesos anteriormente nombrados, que comprenda y use distribuciones de análisis, y mida la variabilidad dentro de un conjunto de datos, y entre conjuntos.

- **Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones que están basadas en datos**

Aunque en los primeros años, al recolectar datos, se escoge la muestra como población, con el paso del tiempo los estudiantes deben entender cómo elegir una muestra significativa de determinada población, recoger los datos de esta muestra, describirlos y hacer inferencias que relacionen la muestra con la población.

Esta selección de muestras, promueve que los estudiantes comprendan que se puede cuantificar el grado de certeza de los resultados del análisis estadístico, acompañado por el uso de simulaciones y el uso de técnicas estadísticas básicas. Respecto a este estándar, Franklin et al., (2007), asocia las habilidades que permiten el desarrollo de la misma con la interpretación de resultados. Las habilidades que se pretende potenciar en los estudiantes hacen referencia, en un nivel inicial, a la necesidad de lograr que los estudiantes vean los datos más allá de algo simple, y que noten la diferencia entre dos individuos con diferentes condiciones observándolos. En un nivel intermedio, los estudiantes deben reconocer que una muestra puede ser representativa o no, de una población, comprender las diferencias entre un estudio de observación y un experimento, y reconocer la diferencia entre asociación, causa y efecto, y en un nivel avanzado de la educación escolar, el estudiante debe mirar más allá de los datos en diferentes contextos, generalizar a partir de los datos de una muestra de la población, comprender el efecto del azar sobre los resultados de experimentos, interpretar medidas de fuerza de asociación y, distinguir entre conclusiones de estudios de asociación y experimentos.

- **Comprender y aplicar conceptos básicos de Probabilidad**

Los primeros años de escolaridad, los conceptos de probabilidad se enfocan en el buen uso del lenguaje probabilístico, al hablar de qué tan probable o improbable puede ser un suceso en las experiencias cotidianas de los estudiantes. En los siguientes años, el profesor puede proponer tareas donde los estudiantes identifiquen la probabilidad de ocurrencia de un suceso con materiales concretos y definan sucesos como posibles, imposibles, probables o ciertos. En los niveles medios de educación, el uso de una terminología debe darse con mayor fluidez, el cálculo de las probabilidades puede hacerse con fórmulas y métodos probabilísticos, más que con solo la experiencia de los estudiantes, para los grados finales, se espera que los estudiantes

logren calcular probabilidades de sucesos simples, compuestos, condicionales e independientes (NCTM, 2000).

Por otro lado, para cada conjunto de grados, los PEEM (NCTM, 2000) establecen aspectos específicos que permiten desarrollar cada estándar a través de determinadas expectativas de aprendizaje, debido a que conforme se avanza en los grados escolares, aumenta la complejidad de los conceptos y procesos a estudiar. A continuación se presentan estas expectativas de aprendizaje para cada estándar en cada conjunto de grados

### **2.3.2. Estándares y expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados**

En esta sección se define lo que se espera de forma específica para cada conjunto de grados en el componente de Análisis de datos y Probabilidad, enfocando esto en los estándares y las expectativas de aprendizaje que determinan los PEEM y los cuales servirán como categorías de análisis para este trabajo.

#### **➤ Pre-Kínder a Segundo**

En este conjunto los PEEM (NCTM, 2000) resaltan las actividades informales que permiten comparar, clasificar y contar conjuntos de datos, aunque dichas actividades varían de pre-kínder a segundo de forma significativa, se espera que en estos conjuntos de grados los estudiantes comiencen a formular preguntas, recolectar datos, analizar información y dar respuesta a las preguntas planteadas que evidentemente no pueden ser respondidas de forma obvia. Los estudiantes al finalizar segundo, deberán dar respuesta a estos cuestionamientos usando diferentes sistemas de representación (tablas, diagramas de barras) y definir los elementos básicos de estos sistemas de representación como el título y las etiquetas pues estas permitirán que se identifique la información que se muestra, así mismo, deberán comenzar a diferenciar los números que representan valores de los que representan frecuencias.

Frente a la probabilidad, en estos primeros años los estudiantes emiten juicios frente a las experiencias que han tenido siempre y cuando se propongan actividades o situaciones que impliquen el uso de la noción de azar.

- **Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para contestarlas**

En la primera etapa escolar, los estudiantes empiezan plantear preguntas más complejas debido a que su entorno y su círculo social se amplían, estas preguntas son las que llevarán al estudiante a la necesidad de recolectar información para responderlas, la tarea del docente, en este punto de la educación, se enfoca en guiar al estudiante a recolectar y escoger la información que será relevante para la solución de sus cuestionamientos, usando diferentes métodos de recolección, analizarla y tomar decisiones respecto a ella para dar respuesta a sus preguntas. De igual forma, el profesor debe generar tareas que no solo lleven al estudiante a responder sus cuestionamientos sino a reconocer aspectos de estadística y a usar un mejor lenguaje, estos aspectos pueden ser tan simples como agrupar y ordenar teniendo en cuenta determinadas características y organizar con determinados criterios con el uso de materiales y objetos concretos (NCTM, 2000).

- **Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados en el análisis de datos**

En esta etapa escolar, según el NCTM (2000) los estudiantes además de formular preguntas, también deben empezar a identificar que los datos, gráficos y dibujos arrojan información, y más allá de recolectar los datos que estos arrojan, deben empezar a discutir sobre los sistemas de representación adecuados para analizar la información, para ello el profesor también debe empezar a generar cuestionamientos en los estudiantes, sobre datos específicos, por ejemplo comparar dos datos o hacer afirmaciones sobre dos resultados, resaltando que estos cuestionamientos pueden obtenerse a partir de experiencias en su propia clase o de tareas que lleven al estudiante a realizar un proceso de recolección de datos y un análisis de la información obtenida que le permitan responder esos cuestionamientos iniciales.

- **Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos**

En la primera etapa escolar, el concepto de muestra se hace muy complejo, por ende, la inferencia y la predicción pueden ser aspectos muy avanzados para los estudiantes, pero pueden proponerse tareas en donde los estudiantes obtengan resultados locales, (de su salón de clases o de su familia) y estos se cuestionen ampliando la muestra, es decir, si también se recogieran datos de todo el grado o todo el vecindario (NCTM, 2000)



- **Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad**

La probabilidad en esta etapa, según los PEEM (NCTM, 2000) se enfoca en las experiencias de los estudiantes y cómo estas pueden generar expresiones *como es más probable, es poco probable o es imposible*, pero estas expresiones se ven alteradas por el contexto, es decir, que deben ser específicamente del contexto de cada estudiante, pues de esta forma será más significativo el concepto de probabilidad o la noción de la ocurrencia de un evento para los mismos.

➤ **Tercero a Quinto**

Finalizada la etapa anterior, los estudiantes deberían saber cómo organizar y representar conjuntos de datos, esto con el fin de conocer aspectos de su cotidianidad. De tercero a quinto, los estudiantes deberían considerar los conjuntos de datos como muestras de poblaciones mayores, es decir, considerar un conjunto de datos como un todo, esto para lograr utilizar características de los datos como el rango y las medidas de centralización. Además deberían aparecer las investigaciones haciendo uso de los conjuntos de datos, empezando con el análisis de datos, esto es, formular preguntas, reunir y representar datos y cuestionarse si los datos recogidos les dan suficiente información para contestar sus preguntas (NCTM, 2000)

- **Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para contestarlas**

Se espera que los estudiantes formulen preguntas que se refieran a su entorno, ya sea escolar o social. Luego, plantear métodos de recolección de información que permitan responder dicha pregunta.

- **Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados en el análisis de datos**

Parte fundamental en esta etapa, de acuerdo a los PEEM (NCTM, 2000) es que el estudiante logre considerar un conjunto de datos como un todo, con lo cual pueda destacar características importantes. Mientras esto, el estudiante va aprendiendo términos estadísticos que le ayudan a describir conjuntos de datos. En esta etapa, el trabajo con los conjuntos de datos lleva relación con la semejanza y diferencias entre dos conjuntos de datos, donde los estudiantes se esperan desarrollen ideas sobre valores “típicos” o promedios. Además de llegar a nociones de las

medidas de tendencia central, estas ligadas a la interpretación de su significado respecto a los datos y no solo a cómo identificarlas en un conjunto de datos. Al finalizar esta etapa, se espera que los estudiantes empiecen a realizar exploraciones con conjuntos de datos, haciendo uso de las medidas de tendencial central.

- **Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos**

En esta etapa, como afirman los PEEM (NCTM, 2000) los datos pueden utilizarse para realizar argumentos basados en pruebas y proponer problemas. Esto es, realizando discusiones sobre los datos recogidos y lo que podrían esperar de los resultados. Además mediante experiencias creadas, los estudiantes reconocen que los conjuntos de datos son muestras de poblaciones mayores. También, pueden observar diversas muestras extraídas de la misma población, comparar estadísticas sobre las muestras para parámetros conocidos de la población. Y por último, la representatividad de una muestra y notar como estas pueden variar las muestras de una misma población.

- **Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad**

Luego de haber considerado eventos como ciertos, probables o improbables, los PEEM (NCTM, 2000) declaran que los estudiantes deberán aprender a cuantificar la probabilidad de un evento. Además de explorar la probabilidad mediante experimentos y observar sus resultados. Y así empezar a comprender el uso del 0 para indicar la probabilidad de un evento improbable y del 1 para la probabilidad de un evento seguro. A través de estas experiencias, llegar a la idea de que aunque no puedan determinar un resultado, pueden pronosticar la frecuencia de varios resultados.

➤ **Sexto a Octavo**

En este nivel, los estudiantes han interactuado con la recolección, organización y representación de datos. Asimismo, deberían conocer las herramientas para representarlos, las medidas de centralización y dispersión. Además de métodos de análisis de información y dar argumentos sobre preguntas relacionadas a una población.

En esta etapa, se debe construir sobre las experiencias acumuladas con el fin de que los estudiantes respondan preguntas más complejas, conozcan nuevos métodos para representar datos, tales como los gráficos de caja y las nubes de puntos (NCTM, 2000).

- **Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para contestarlas**

En este nivel los PEEM (NCTM, 2000) esperan que los estudiantes formulen preguntas y diseñen experimentos o encuestas para recoger datos relevantes y así comparar características dentro de una o más poblaciones.

Asimismo, los estudiantes deberían ampliar la recolección de datos haciendo uso de diversas fuentes, como la Web o publicaciones impresas. Al hacer esto, los estudiantes determinan que datos son necesarios, debido a que comprenden como fueron recogidos esos datos, y entienden cómo podrían afectar a la interpretación,

También profundizan en las herramientas para representar datos, haciendo uso de frecuencias absolutas y relativas, diagramas de barras e histogramas. Además de escoger que tipo de representación es la más adecuada según lo necesiten.

- **Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados en el análisis de datos**

Para el análisis de un conjunto de datos, los PEEM (NCTM, 2000) declaran que los estudiantes aprendan a utilizar la media, seguido de la mediana y la moda. Se espera una comprensión sólida de su significado o propósito y no solo el cálculo de estas en un conjunto de datos. Es decir, comparar la utilidad de la media y la mediana como medidas de centralización para diferentes conjuntos de datos. Se hace también necesario que piensen sobre las medidas de centralización en relación con las de dispersión de una distribución, por lo cual, surge la siguiente pregunta ¿Cómo afecta el cambio en algunos datos a la media y a la mediana del conjunto de datos? Para responderla es necesario que los estudiantes elaboren tablas de valores y calculen la media y la mediana y luego cambiar algún valor de la tabla y observar si cambian los valores de las medidas. Finalmente, los estudiantes deberían tener en cuenta el rigor para evidenciar las características relevantes de los datos en diferentes tipos de representación.

- **Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos**

Elaboradas la recolección y representación de datos, según los PEEM (NCTM, 2000) los estudiantes deberían hacer uso de los datos y así responder preguntas. Para esto es necesario hacer observaciones, formular inferencias y conjeturas, y proponer nuevas preguntas. Para poder hacer observaciones y considerar relaciones entre características de dos poblaciones diferentes los estudiantes pueden hacer uso de los diagramas de caja y las nubes de puntos. Para este último, se hace necesario que los estudiantes comprendan la idea de linealidad. Debido a que en muchos de los experimentos se van a encontrar con resultados donde sea necesario interpretar las pendientes en los diagramas.

- **Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad**

En esta etapa se debe proporcionar a los estudiantes situaciones en las cuales pongan en práctica el pensamiento probabilístico, e involucren nociones de azar. Deberán generar discusiones haciendo uso de la terminología adecuada y hacer uso de predicciones y verificar conjeturas. También utilizar nociones básicas de azar con el fin de comprender sucesos complementarios (NCTM, 2000).

- **Noveno a Décimo segundo**

En la última etapa escolar según los PEEM (NCTM, 2000) los estudiantes ya han tenido un bagaje en las medidas de centralización y dispersión, y la forma como se describen las distribuciones de datos, además de hallar probabilidades de sucesos simples y algunos sucesos compuestos. En efecto, los estudiantes deberán hacerse preguntas pero que lleven a cuestionar la veracidad y calidad de los datos y los resultados de estudios estadísticos y probabilísticos, utilizando conocimientos desarrollados en otros pensamientos matemáticos para modelar los conjuntos de datos, generando de esta forma, una actitud crítica, analítica y reflexiva frente a la información que se recibe a diario en todas las formas de comunicación. Así mismo, deberán tener una interpretación de la correlación y las asociaciones entre dos variables. Por su parte, la probabilidad en esta etapa está enfocada hacia la relación con conceptos de otras ramas de las matemáticas como el álgebra y la geometría, y en aspectos referidos a los números y sus operaciones.

- **Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para contestarlas**

Para este estándar, los PEEM (NCTM, 2000) se enfocan en el desarrollo de diseños estadísticos a partir de la recolección y organización de datos, los cuales se han tratado en toda la etapa escolar. Estos diseños deben estar enfocados en analizar la ambigüedad de los métodos de recolección de datos y la veracidad de los resultados, así la población y sus muestras significativas. De esta forma se especificarán mejor las preguntas y se plantearán de tal forma que se comunique lo deseado y no de paso a interpretaciones erróneas de los encuestados para no generar datos inútiles para el estudio que se está realizando, así como la elección aleatoria de los encuestados y la determinación de factores que afectan los resultados. El diseño estadístico debe desarrollarse al realizar encuestas, estudios estadísticos o experimentos pues cada uno de ellos consta de aspectos específicos, en las encuestas las preguntas deben ser concretas y no dar paso a ambigüedades, en un estudio estadístico deben tenerse en cuenta los cambios o alteraciones que presente la población y la muestra escogida, y en un experimento se deben minimizar los factores que alteran los resultados, por lo cual es necesario resaltar la aleatoriedad.

- **Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados en el análisis de datos**

Los estudiantes de acuerdo con los PEEM (NCTM, 2000) deben ser capaces de usar resúmenes estadísticos y diferentes representaciones gráficas para analizar las medidas de centralización, de dispersión y las formas de las distribuciones. En esta etapa hay una diferenciación entre los datos unidimensionales y bidimensionales, los estudiantes deben comprender que, por ejemplo, los datos unidimensionales pueden ser representados por determinados sistemas de representación, que permiten comentar características de forma global y local de estos gráficos identificando las diferencias entre las distintas medidas de localización.

Sin embargo, los sistemas de representación para datos unidimensionales pueden adaptarse para representar datos bidimensionales, cuando una de las variables es cualitativa y la otra cuantitativa, por lo cual pueden usarse diagramas de caja en paralelo, diagramas de hojas e histogramas.

- **Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos**

Como afirman los PEEM (NCTM, 2000) el profesor debe proponer preguntas que lleven a los estudiantes a comprender cómo una recta de regresión o un modelo estadístico pueden generar inferencias y predicciones sobre un conjunto de datos, estas preguntas deben enfocarse en el análisis de los comportamientos de estos modelos estadísticos, por ejemplo, la pendiente en una recta de regresión y los puntos de corte, así como el hecho de entender cómo se realizan inferencias a partir de muestras aleatorias desde la comprensión de las distribuciones muestrales. Algunas de las preguntas que puede proponer el profesor se refirieren a qué pasaría si se alteran las muestras o si cambia el espacio muestral, así como indagar sobre valores esperados evaluando con ello aspectos como la variación y los intervalos de confianza.

- **Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad**

En la última etapa escolar los PEEM (NCTM, 2000) señalan que los estudiantes deberían describir espacios muestrales, definir la ocurrencia de un evento y construir la distribución de probabilidad adecuada, además de identificar sucesos mutuamente excluyentes, sucesos condicionales y las combinaciones, permutaciones y técnicas de conteo que permiten calcular probabilidades de estos sucesos.

Dentro de los conceptos más complejos que pueden empezar a explorar los estudiantes, puede abordarse el valor esperado utilizando sus conocimientos sobre distribuciones de probabilidad; la probabilidad condicional a partir del espacio muestral; probabilidad a partir de cálculos directos o simulaciones; y el efecto de las mediciones precisas en el cálculo de probabilidades.

#### **2.4. Elementos para el análisis de los referentes curriculares**

Este trabajo mostrará los contenidos, procesos y sistemas de representación asociados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, teniendo en cuenta que tanto los referentes curriculares nacionales como internacionales hacen énfasis en que los estudiantes deben desarrollar conceptos y procesos dentro de la educación matemática escolar.

Por un lado, según MEN (2006) se han distinguido dos tipos básicos de conocimientos matemáticos, el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. El conocimiento conceptual se enfoca en lo teórico, es decir, lo que puede producirse por una actividad cognitiva, que tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y saber por qué.

El conocimiento procedimental, por su parte, permite construir y refinar el conocimiento conceptual pues los representa usando diferentes técnicas y estrategias, haciendo que estos conceptos, proposiciones, teorías o modelos matemáticos se usen de manera más eficaz, flexible y en diferentes contextos relacionando así, este conocimiento con el saber hacer (MEN, 2006). Estos dos tipos de conocimiento junto con una faceta práctica y una formal, permiten aproximarse a la expresión *ser matemáticamente competentes* (MEN, 2006). La noción de competencia, vista desde los EBCM, se relaciona con el *saber qué*, el *saber hacer*, y el *saber cómo, cuándo y por qué*.

Por otro lado, los PEEM (2000) describen estándares de contenido y estándares de proceso, los primeros señalan lo que los estudiantes deben aprender, mientras que los estándares de proceso definen las maneras de adquirir y aplicar esos conocimientos, así mismo, los estándares de proceso se argumentan en una relación directa con los estándares de contenido. Estos estándares se desarrollan desde pre-kínder a grado doce, detallando la evolución de los mismos conforme avanzan los grados de escolaridad.

Como afirma Gal (2002, citado por Arteaga (2011)) la construcción e interpretación de gráficos estadísticos permite desarrollar dos procesos, por un lado interpretar y evaluar la información estadística; y por otro lado discutir o comunicar opiniones respecto a esta información. Debido a que los sistemas de representación son parte de un conocimiento conceptual y procedimental, en este trabajo se analizarán de forma específica los sistemas de representación relacionados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos identificados en las categorías de comparación definidas a la luz de los PEEM.

## **2.5. Estándares y expectativas de aprendizaje**

De acuerdo a los PEEM (NCTM, 2000), lo básico y fundamental que debe obtener un estudiante en su educación matemática, es definido como *principios*, y los conocimientos matemáticos que debe saber, comprender y usar un estudiante al finalizar la etapa escolar, son descritos por *estándares*, estos estándares a su vez, definen unas *expectativas de aprendizaje* proyectadas para cada estándar en las diferentes etapas de la escolaridad.

Dicho lo anterior, las categorías de análisis que se definen para este trabajo, corresponden a los estándares y las expectativas de aprendizaje definidas en los PEEM (NCTM, 2000), para cada

conjunto de grados respecto al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, estas permiten identificar diferentes conceptos, procesos y sistemas de representación asociados al Análisis de datos y Probabilidad

**Tabla 1.** Estándar 1. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados

<b>Formular preguntas que se puedan responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas</b>
<p><b><i>Pre-kínder a segundo</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Plantear preguntas y reunir datos sobre sí mismos y su entorno;</li> <li>*Ordenar y clasificar objetos según sus atributos y organizar datos sobre los objetos.</li> <li>*Representar datos utilizando objetos concretos, dibujos y gráficas.</li> </ul>
<p><b><i>Tercero a quinto</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Diseñar investigaciones para dirigir una pregunta y considerar como los métodos de recolección de datos afectan la naturaleza del conjunto de datos, recolectar datos usando observaciones, encuestas y experimentos.</li> <li>*Representar datos usando tablas y gráficos tales como diagramas de puntos, gráficos de barras y gráficos de líneas.</li> <li>*Reconocer las diferencias entre representar datos categóricos y numéricos.</li> </ul>
<p><b><i>Sexto a octavo</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Formular preguntas, diseñar estudios, y recolectar datos sobre una característica compartida por dos poblaciones o diferentes características dentro de una misma población.</li> <li>*Seleccionar, crear y utilizar representaciones gráficas de conjuntos de datos, histogramas, diagramas de cajas y diagramas de dispersión.</li> </ul>



***Noveno a doce***

\*Comprender las diferencias entre varias clases de estudios estadísticos, y qué tipos de inferencias se pueden extraer razonablemente de cada uno.

\*Conocer las características de estudios bien diseñados, incluyendo el papel que desempeña lo aleatorio en encuestas y experimentos; comprender el significado de los datos cuantitativos y cualitativos, de los datos unidimensionales y bidimensionales, y del término variable.

\*Comprender los histogramas, los diagramas de caja y las nubes de puntos, y utilizarlos para representar datos.

\*Efectuar cálculos estadísticos básicos y comprender la diferencia entre un estadístico y un parámetro

**Tabla 2.** Estándar 2. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados

<b>Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos</b>
<p><b><i>Pre-kínder a segundo</i></b></p> <p>*Describir partes de los datos y todo el conjunto de ellos para determinar lo que estos muestra.</p>
<p><b><i>Tercero a quinto</i></b></p> <p>*Deben describir la forma y aspectos importantes de un conjunto de datos y comparar conjuntos de datos relacionados, haciendo énfasis sobre como los datos son distribuidos.</p> <p>*Usar medidas de tendencia central, enfocando en la mediana, y entender lo que cada una hace y no indica sobre el conjunto de datos.</p> <p>*Comparar diferentes representaciones de los mismos datos y evaluar qué tan bien cada representación muestra aspectos importantes de los datos.</p>
<p><b><i>Sexto a octavo</i></b></p> <p>*Deben encontrar, usar e interpretar medidas de tendencia central y dispersión, incluyendo la media y rango intercuartil.</p>

\*Discutir y comprender la correspondencia entre un conjunto de datos y sus representaciones gráficas, especialmente histogramas, diagramas de tallo y hoja, diagramas de caja y diagramas de dispersión.

***Noveno a doce***

\*Para datos de medición univariados, mostrar la distribución, describir su forma y seleccionar y calcular las estadísticas de resumen.

\*Para los datos bivariados de medición, ser capaz de mostrar un diagrama de dispersión, describir su forma, y determinar coeficientes de regresión, ecuaciones de regresión y coeficientes de correlación utilizando herramientas tecnológicas: mostrar y discutir datos bivariados donde al menos una variables es categórica.

\*Reconocer cómo las transformaciones lineales de datos univariados afectan la forma, el centro y la propagación.

\*Identificar las tendencias en los datos bivariados y encontrar funciones que modelen datos o transforme los datos para que puedan ser modelados.

**Tabla 3.** Estándar 3. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados

<b>Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en conjuntos de datos</b>
<b><i>Pre-kínder a segundo</i></b>  *Discutir eventos relacionados a las experiencias de los estudiantes como probables o improbables.
<b><i>Tercero a quinto</i></b>  *Proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos y diseñar estudios para profundizar en las conclusiones o predicciones.

***Sexto a octavo***

\*Utilizar observaciones sobre las diferencias entre dos o más muestras para realizar conjeturas sobre las poblaciones de las que se tomaron las muestras.

\*Realizar conjeturas sobre posibles relaciones entre dos características de una muestra basadas en diagramas de dispersión de un conjunto de datos y aproximadas con modelos de regresión.

\*Utilizar conjeturas para formular nuevas preguntas y planear nuevas maneras para responderlas.

***Noveno a doce***

\*Utilizar simulaciones para explorar la variabilidad de las estadísticas muestrales de una población conocida y para construir distribuciones de muestreo.

\*Comprender cómo las estadísticas muestrales reflejan los valores de los parámetros de población y utilizar las distribuciones de muestreo como base para la inferencia

\*Evaluar los informes publicados que se basan en datos mediante el examen de diseño del estudio, la idoneidad del análisis y la validez de las conclusiones.

\*Comprender cómo se usan las técnicas estadísticas básicas para monitorear las características del proceso en el lugar de trabajo.

**Tabla 4.** Estándar 4. Expectativas de aprendizaje por conjuntos de grados

<b>Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad</b>
<p><b><i>Pre-kínder a segundo</i></b></p> <p>*No se definen aspectos que deban lograr los estudiantes.</p>
<p><b><i>Tercero a quinto</i></b></p> <p>*Describir los eventos como probables o improbables y discutir el grado de probabilidad usando palabras como cierto, igualmente probables e imposible.</p> <p>*Predecir la probabilidad de resultados en experimentos simples y probar las predicciones</p> <p>*Entender que la medida de la probabilidad de un evento puede ser representada por un número entre 0 y 1.</p>

***Sexto a octavo***

\*Entender y usar la terminología apropiada para describir eventos complementarios y mutuamente exclusivos.

\*Usar la proporcionalidad y una comprensión básica de la probabilidad para realizar y probar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones.

\*Calcular probabilidades para eventos simples compuestos, utilizando métodos tales como listas organizadas, diagramas de árbol y modelos de área.

***Noveno a doce***

\*Comprender los conceptos de espacio de muestra y distribución de probabilidad y construir espacios de muestra y distribución de casos simples.

\*Utilizar simulaciones para construir una distribución de probabilidad empírica.

\*Calcular e interpretar el valor esperado de variables aleatorias en casos simples.

\*Comprender los conceptos de probabilidades condicionales y eventos independientes.

\*Comprender cómo calcular la probabilidad de un evento compuesto.

### 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se hace una descripción detallada de cómo se realiza la comparación entre los EBCM y DBA-M correspondientes al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, respecto a los procesos, contenidos y sistemas de representación que se evidencian en los PEEM a través de los estándares y las expectativas de aprendizaje allí definidos.

Inicialmente para realizar este análisis se definen cuatro categorías de análisis por conjuntos de grados, estas categorías se definen de acuerdo a lo que debe saber un estudiante en cada conjunto de grados teniendo en cuenta los PEEM del NCTM (2000), los que a su vez constan de las expectativas de aprendizaje que se definieron en el marco de referencia.

Para este ejercicio, los estándares se agrupan por conjuntos de grados, en los PEEM se define una agrupación diferente a la presentada en los EBCM, sin embargo, como los EBCM son el referente curricular nacional actual en el cual se basa el diseño y la planeación de los DBA-M, estas agrupaciones se corresponderán en cinco conjuntos de grados, se asocian a los conjuntos de grados de finidos en los PEEM, los conjuntos de grados definidos en los EBCM, respectivamente de la siguiente manera:

- Pre-kínder a segundo se asocia con Primero a tercero
- Tercero a quinto se asocia con Cuarto a quinto
- Sexto a octavo se asocia con Sexto a octavo
- Noveno a doce se asocia a los conjuntos de grados de octavo a noveno y décimo a once

Así mismo, las categorías de análisis se organizan en tablas presentadas en el siguiente capítulo, de la siguiente manera:

ESTÁNDAR						
Expectativas de aprendizaje	Criterios					
	Procesos		Conceptos		Sistemas de representación	
	EBCM	DBA				

- El título de cada tabla define el estándar de los PEEM que se va a analizar.
- Las herramientas de comparación se dividen en dos columnas principales: la primera columna organiza las expectativas de aprendizaje del estándar que aparece como título, por ejemplo, para el primer estándar de primero a tercero que corresponde a “formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas” (NCTM, 2000), esta se caracteriza a través de tres expectativas de aprendizaje: los estudiantes deben poder proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y a su entorno; deben ordenar y clasificar objetos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos los mismos datos, y así mismo, deben representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos (NCTM, 2000); y la segunda los procesos, conceptos y/o sistemas de representación definidos por cada expectativa de aprendizaje.
- Los procesos implicados en cada expectativa de aprendizaje, los definen los PEEM (NCTM, 2000) como recolectar, organizar, representar, analizar, entre otros, estos procesos, son abstraídos de las expectativas de aprendizaje de cada estándar.
- Los conceptos asociados a cada expectativa de aprendizaje que permiten desarrollar el estándar, estos conceptos, son abstraídos de las expectativas de aprendizaje de cada estándar.
- Los sistemas de representación que se describen son los relacionados con el desarrollo de cada contenido y proceso según cada expectativa de aprendizaje.
- La segunda columna de cada tabla se encuentra dividida en dos filas: en la primera fila se muestran respectivamente los procesos, conceptos y sistemas de representación relacionados por cada expectativa de aprendizaje, y en la segunda fila se asocian los EBCM y los DBA-M que se relacionan con estos parámetros. La sigla E indica el estándar asociado, la sigla D indica el derecho asociado y el número que acompaña estas siglas indica cuál de ellos es, teniendo en cuenta el listado establecido en el marco de referencia.
- Cuando no se evidencia un DBA-M asociado a determinados conceptos, procesos o sistemas de representación definidos por las expectativas de aprendizaje, se usa la sigla N-DBA-M.

- Cuando no se evidencia un EBCM asociado a determinados conceptos, procesos o sistemas de representación definidos por las expectativas de aprendizaje, se usa la sigla N-EBCM.

#### 4. RESULTADOS

En torno a los DBA-M y a los EBCM como su referente teórico, y en relación con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, este capítulo presenta una comparación entre los conceptos, procesos y sistemas de representación definidos en los estándares y las expectativas de aprendizaje manifestadas en los PEEM, a los cuales se les asociarán los DBA-M y EBCM que guarden una correspondencia con estos tres aspectos.

De esta forma, el análisis mostrado se encuentra organizado en cuatro categorías principales de análisis, divididas por conjuntos de grados, sobre lo que los estudiantes deberían estar en la capacidad de hacer en relación con los estándares asociados al pensamiento aleatorio y sistemas de datos: (1) Formular preguntas que se pueden responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, (2) Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos, (3) Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en conjuntos de datos, y (4) Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad, las cuales describen a su vez, las expectativas de aprendizaje que permiten que se desarrolle cada estándar en cada conjunto de grados.

Teniendo en cuenta que el Análisis de datos y la probabilidad se enfoca en la comprensión y tratamiento de los *conjuntos de datos*, y en todos los conceptos, procesos y sistemas de representación que se asocian a ellos, se tratará como un concepto pero no se especificará en las herramientas de comparación, debido a que está presente a lo largo de la educación escolar en todos los conjuntos de grados.

#### 4.1. Herramientas de comparación

- **Primero a tercero**

**Tabla 5.** Estándar 1. Herramienta de comparación de primero a tercero

<b>ESTÁNDAR:</b> Formular preguntas que se pueden responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Plantear preguntas y reunir datos sobre sí mismos y su entorno.	<b>Procesos</b>			
	Plantear preguntas			
	E8	N- DBA		
	Recolección de datos			
Ordenar y clasificar objetos según sus atributos y organizar datos sobre los objetos.	E8		N- DBA	
	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Ordenar objetos		Cualidades y atributos	
	N-EBCM	N- DBA	N - EBCM	N – DBA
	Clasificar objetos			
	E1	D1		
	Organizar datos			
	E1	D1		
Representar datos utilizando objetos concretos, dibujos y gráficas	<b>Sistemas de representación</b>			
	Pictogramas			
	E4	D1- D2		
	Gráficos de barras			
	E4	N-DBA		
	Diagramas de puntos			
E4	D2			

Los DBA-M guardan cierta correspondencia con los EBCM en este estándar para los grados 1° a 3°, específicamente el D1 y el D2 se relacionan con los procesos de clasificar objetos y organizar datos, pero dejan de lado procesos como la ordenación de objetos según atributos de los mismos.

Algunos DBA-M no se relacionan con las expectativas como si lo hacen los EBCM, por ejemplo, el E8 que contempla procesos como plantear preguntas y la recolección de datos, lo



cual demuestra que los DBA-M previstos para este conjunto de grados se dejan de lado el desarrollo de dichos procesos.

A su vez se observa que respecto a los sistemas de representación los DBA-M dejan de lado el uso de gráficos de barras, a pesar de que en el D4 se mencione el diagrama de barras para la interpretación de datos, no existe un DBA-M que explicita el uso de este diagrama para representarlos, es decir, el proceso que se desarrolla no es representar sino interpretar.

**Tabla 6.** Estándar 2. Herramienta de comparación de primero a tercero

<b>ESTÁNDAR:</b> Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos			
<b>Expectativas de aprendizaje</b>			
Describir partes de los datos y todo el conjunto de ellos para determinar lo que estos muestra.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>
	Describir datos		Conjuntos de datos
	E1 – E2	N – DBA	E1 – E2      N – DBA

Para este estándar no hay un DBA-M asociado, estos no se interesan por el proceso de describir un conjunto de datos de forma particular, o como un todo, en este grupo de grados, mientras que el E1 y E2 hacen referencia a describir las características de un conjunto de datos e interpretarlos de manera cualitativa. Se evidencia aquí que los DBA-M, no describen el estándar, sino que inicia la conceptualización de contenidos estadísticos desde la clasificación, organización y representación de los mismos.

**Tabla 7.** Estándar 3. Herramienta de comparación de primero a tercero

<b>ESTÁNDAR:</b> Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en conjuntos de datos			
<b>Expectativas de aprendizaje</b>			
Discutir eventos relacionados a las experiencias de los estudiantes como probables o improbables.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>
	Determinar la ocurrencia de un evento		Eventos aleatorios
	E6 – E7	D3 – D5	E6      D3 – D5
			Medida de la probabilidad
		E7      D5	

En este estándar se evidencia que el D3 se relaciona con el E6, puesto que abordan el proceso de determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos simples a partir de las experiencias de los estudiantes, y que el D5 se relaciona con el E7 porque además de predecir la ocurrencia de los eventos, cuantifican si la probabilidad de ocurrencia de un evento es mayor, menor o igual a otra, desarrollando el concepto de medida de la probabilidad. Así mismo, se evidencia que los DBA-M y los EBCM permiten entender el concepto de eventos aleatorios asociado a la probabilidad o improbabilidad, y la medida de la probabilidad. Esto deja ver, que los DBA-M si abordan el proceso de desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en conjuntos de datos teniendo en cuenta la expectativa de aprendizaje que se establece para este estándar en este conjunto de grados.

**Tabla 8.** Estándar 4. Herramienta de comparación de primero a tercero

<b>ESTÁNDAR:</b> Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad
<b>Expectativas de aprendizaje</b>
No se definen expectativas de aprendizaje para esta categoría en este conjunto de grados.

- **Cuarto a quinto**

**Tabla 9.** Estándar 1. Herramienta de comparación de cuarto a quinto

<b>ESTÁNDAR:</b> Formular preguntas que se pueden responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Diseñar investigaciones para dirigir una pregunta y considerar como los métodos de recolección de datos afectan la naturaleza del conjunto de datos.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Diseñar investigaciones		Métodos de recolección de datos	
	E7	N – DBA	E7	N – DBA
	Formular preguntas		Naturaleza de conjuntos de datos	
	E7	N – DBA	N - EBCM	N – DBA
	Interpretación de datos			
	N – EBCM	N – DBA		
<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>		
Recolección de datos		Observaciones		

Recolectar datos usando observaciones, encuestas y experimentos.	E7	D1	E7	N – DBA
			Encuestas	
	E7		N – DBA	
			Experimentos	
Representar datos usando tablas y gráficos tales como diagramas de puntos, gráficos de barras y gráficos de líneas.	<b>Sistemas de representación</b>		<b>Procesos</b>	
	Diagramas de puntos		Representar datos	
	N – EBCM	D3	E1	D1
	Gráficos de barras			
	E1.	D1-D3		
	Tablas			
	E1	D1-D3		
	Gráficos de líneas			
E1	D1			
Reconocer las diferencias entre representar datos categóricos y numéricos.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Reconoce los tipos de variables y sus adecuadas representaciones.		Variables cualitativas	
			N – EBCM	N – DBA
			Variables cuantitativas	
N – EBCM	N – DBA	N – EBCM	N – DBA	

En este estándar, se logra evidenciar que solo el D1 y el D3 tienen relación con el E1, en la tercera expectativa de aprendizaje, debido a que tanto el D1 y el D3 como el E1 se relacionan con el proceso de representar datos haciendo uso de sistemas de representación como los gráficos de barras y gráficos de puntos. En el D3 se habla de diferentes sistemas de representación por lo cual los DBA-M no dejan de lado los diagramas de puntos aunque tampoco lo nombran al decir “tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, *entre otros*”.

A pesar de esto, es evidente que los DBA-M no desarrollan ningún otro de los procesos, sistemas de representación o conceptos señalados en las expectativas de aprendizaje, puesto que no existe un DBA-M que se preocupe por diseñar investigaciones, formular preguntas y considerar cómo los métodos de recolección de datos, en este conjunto de grados, afectan la naturaleza del conjunto de datos, como se espera con esa expectativa de aprendizaje. Aunque

en el D1 se menciona el proceso de recolección de datos, no hacen explícitos métodos como observaciones, encuestas y experimentos. En cambio el E7 desarrolla los procesos de formular preguntas y además de diseñar investigaciones para dirigir una pregunta y considerar como los métodos de recolección de datos afectan la naturaleza del conjunto de datos, así mismo, no se mencionan los procesos que tienen relación con estas dos expectativas de aprendizaje en los aspectos señalados en la tabla y tampoco el reconocer las diferencias entre representar datos categóricos y numéricos. Finalmente, no se encontró DBA-M ni EBCM que se corresponda con la última expectativa, a pesar de que los EBCM y DBA-M mencionan la representación de datos, y aspectos específicos sobre las variables, aunque en los sistemas de representación está implícita la variable a usar, no se tratan específicamente aspectos que definen las variables, es decir, se pueden comprender los tipos de variables sin necesidad del uso de un sistema de representación.

**Tabla 10.** Estándar 2. Herramienta de comparación de cuarto a quinto

<b>ESTÁNDAR:</b> Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos			
<b>Expectativas de aprendizaje</b>			
Describir la forma y aspectos importantes de un conjunto de datos y comparar conjuntos de datos relacionados, haciendo énfasis sobre como los datos son distribuidos.	<b>Procesos</b>		
	Describir la forma y aspectos de los datos		
	E5	N – DBA	
	Comparar conjuntos de datos		
Usar medidas de tendencia central, enfocándose en la mediana, y entender lo que cada una hace y no indica sobre el conjunto de datos.	E5		D3
	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>
	Interpretación de las medidas de tendencia central		Medidas de tendencia central.
	E6.	N – DBA	E6 D4
Comparar diferentes representaciones de los mismos datos y evaluar qué tan bien cada representación muestra aspectos importantes de los datos.	<b>Procesos</b>		<b>Sistemas de representación</b>
	Comparar representaciones de datos		Pictogramas
	E2	N – DBA	E2 N – DBA
	Evaluar qué representación es la más adecuada		Gráficos de barras
		N – DBA	E2 N – DBA

	N – EBCM	Diagramas de líneas	
		E2	N – DBA

Presentada la información, se observa que para la primera expectativa, el E5 guarda relación con el D3, dicha relación se basa únicamente en el proceso de comparación de conjuntos de datos, debido a que el E5 también desarrolla el proceso de describir la forma y aspectos de los datos, proceso que ningún DBA-M desarrolla. Aunque en el D3 es claro que la comparación se hace a través de tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, no es clara la referencia a la distribución de los datos, como si lo hace el E5.

En la segunda expectativa, aparece la relación entre el E6 y el D4, esta vez, haciendo uso del concepto de medidas de tendencial central. A pesar de esto, el D4 no logra cumplir con lo establecido en la expectativa de aprendizaje porque solo se usan las medidas de tendencia central para resolver problemas y no en desarrollar el proceso de interpretación de dichas medidas.

En la última expectativa, no se encontró algún DBA-M que desarrolle los procesos, conceptos y sistemas de representación mencionados, debido a que no hay un DBA-M que compare diferentes representaciones de los mismos datos y evalúe qué tan bien muestra cada representación aspectos importantes de los datos; como si lo hace en parte el E2 al desarrollar el proceso de comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos. Aun así, tanto en los DBA-M como en los EBCM no se encontró relación con el proceso de evaluar qué representación es la más adecuada para determinado conjunto de datos.

**Tabla 11.** Estándar 3. Herramienta de comparación de cuarto a quinto

<b>ESTÁNDAR:</b> Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en conjuntos de datos.		
<b>Expectativas de aprendizaje</b>		
Proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos y diseñar estudios para profundizar en las conclusiones o predicciones.	<b>Procesos</b>	
	Proponer conclusiones y predicciones.	
	N – EBCM	N – DBA
	Justificar conclusiones y predicciones	
	N – EBCM	N – DBA
	Verificar conclusiones y predicciones.	
N – EBCM	N – DBA	

Se evidencia que no existe tanto un DBA-M como un EBCM que cumplan con lo propuesto en la expectativa del estándar, debido a que no hay un DBA-M que se base en proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos y diseñar estudios para profundizar en las conclusiones o predicciones. Del mismo modo con los EBCM, no se encontró uno que haga alusión a proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos. Por lo tanto este estándar no se logra desarrollar en este conjunto de grados en los DBA-M y EBCM.

**Tabla 12.** Estándar 4. Herramienta de comparación de cuarto a quinto

<b>ESTÁNDAR:</b> Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Describir los eventos como probables o improbables y discutir el grado de probabilidad usando palabras como cierto, igualmente probables e imposible.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Describir la ocurrencia de un evento		Eventos probables, equiprobables e improbables	
	E4	N – DBA	E4	N – DBA
	Discutir el grado de probabilidad de un evento		Medida de la probabilidad	
	N – EBCM	N – DBA	E4	N – DBA
Predecir la probabilidad de resultados en experimentos simples y probar las predicciones.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Predecir la probabilidad de resultados		Experimentos simples	
	E4	D5	E4	D5
	Comprobar resultados		Medida de la probabilidad	
	E4	N – DBA	E4	D5
Entender que la medida de la probabilidad de un evento puede ser representada por un número entre 0 y 1.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Entender la medida de la probabilidad		Medida de la probabilidad	
	N – EBCM	N – DBA	N – EBCM	N – DBA

Para este estándar, se presenta la relación entre el E4 y el D5 en la primera y segunda expectativa, puesto que los dos abordan el proceso de realizar predicciones acerca de la

posibilidad de ocurrencia de eventos. Aun con esto, el D5 no abarca los procesos esperados, ya que en ningún momento propone justificar o comprobar dichas predicciones o conclusiones. Tampoco hace alusión a los procesos relacionados con describir la ocurrencia de eventos y la discusión sobre el grado de probabilidad de los eventos, ni en entender que la medida de la probabilidad de un evento puede ser representada por un número entre 0 y 1, ni los conceptos inmersos en este, a pesar de que el E5 si desarrolla procesos como describir la ocurrencia de un evento y comprobar resultados, y conceptos como eventos probables, equiprobables e improbables. Por lo tanto es posible concluir que los DBA-M no desarrollan en su totalidad los procesos y conceptos presentados en el estándar en cuestión para este conjunto de datos.

- **Sexto a séptimo**

**Tabla 13.** Estándar 1. Herramienta de comparación de sexto a séptimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Formular preguntas que se pueden responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Formular preguntas, diseñar estudios, y recolectar datos sobre una característica compartida por dos poblaciones o diferentes características dentro de una misma población.	<i>Procesos</i>			
	Formular preguntas sobre características compartidas por dos poblaciones		Formular preguntas sobre diferentes características dentro de una misma población.	
	N - EBCM	N - DBA	N - EBCM	N - DBA
	Diseñar estudios sobre características compartidas por dos poblaciones		Diseñar estudios sobre diferentes características dentro de una misma población.	
	N - EBCM	N - DBA	N - EBCM	N - DBA
Recolectar datos sobre características compartidas por dos poblaciones		Recolectar datos sobre diferentes características dentro de una misma población.		

	N - EBCM	N - DBA	N - EBCM	N - DBA
Seleccionar, crear y utilizar representaciones gráficas de conjuntos de datos, histogramas, diagramas de cajas y diagramas de dispersión.	<b>Procesos</b>		<b>Sistemas de Representación</b>	
	Seleccionar representaciones de datos		Histogramas	
	E3.	D2	N - EBCM	N - DBA
	Crear representaciones de datos		Diagramas de cajas	
	E3.	D2	N - EBCM	N - DBA
	Utilizar representaciones de datos		Diagramas de dispersión	
	E3.	D2	N - EBCM	N - DBA

Para la primera expectativa, se evidencia que el D2 guarda cierta relación con la misma, puesto que propone comparar características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población, para lo cual seleccionan muestras. Se puede observar que en cuanto a los procesos no se puede definir una correspondencia debido a que el proceso comparar no se puede relacionar directamente con los procesos formular preguntas, diseñar estudios y recolectar datos. Aun así, se evidencia la preocupación por hacer un tratamiento sobre las características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población.

Para la segunda expectativa, el mismo D2 muestra los procesos seleccionar, crear y utilizar al señalar el uso de representaciones gráficas adecuadas para el análisis de datos, aun así no es claro en los sistemas de representación al no especificar el tipo de gráficos a usar. Así mismo, el E3 también hace relación a la expectativa de aprendizaje del estándar, al señalar los procesos de interpretación, producción y comparación de representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. Siendo este un poco más específico que el D2 en cuanto a los



procesos. Por último, cabe resaltar que ninguno de los dos hace alusión a las medidas de localización ni a los sistemas de representación señalados en la expectativa.

**Tabla 14.** Estándar 2. Herramienta de comparación de sexto a séptimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Encontrar, usar e interpretar medidas de tendencia central y dispersión, incluyendo la media y rango intercuartil.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Encontrar medidas de tendencia central		Medidas de tendencia central	
	E4	D2	E4	D2
	Usar medidas de tendencia central		Medidas de dispersión	
	E4	D2	N – EBCM	N – DBA
	Interpretar medidas de tendencia central.		Rango intercuartil	
	E4	D2		D2
Encontrar medidas de dispersión.	N – EBCM		N – DBA	
	Usar medidas de dispersión.			
	N – EBCM		N – DBA	
	Interpretar medidas de dispersión.			
	N – EBCM		N – DBA	
Discutir y comprender la correspondencia entre un conjunto de datos y sus representaciones gráficas, especialmente histogramas, diagramas de tallo y hoja, diagramas de caja y diagramas de dispersión.	<b>Procesos</b>		<b>Sistemas de representación</b>	
	Discutir la relación entre datos y sus representaciones.		Histogramas	
	E2.	N – DBA		N – DBA
	Comprender la relación entre datos y sus representaciones.		Diagramas de tallo y hoja	
			N – DBA	

	E2	N – DBA	Diagramas de dispersión	
			N–EBCM	N – DBA

Para este estándar, el E4 y el D2 se relacionan con la primera expectativa. En primer lugar tanto el D2 como el E4 abordan los procesos señalados: encontrar, usar e interpretar referidos a las medidas de tendencia central, pero ninguno de los dos menciona algo en relación a los procesos anteriores enfocados en las medidas de dispersión. Además, el E4 no hace mención al uso del rango, cuestión que el D2 si hace claramente. Para la segunda expectativa, no se encontró un DBA-M que se relacione con el proceso de discutir y comprender la correspondencia entre un conjunto de datos y sus representaciones gráficas. A pesar de que el E2 si establece el reconocimiento y la relación entre un conjunto de datos y su representación. Respecto a los sistemas de representación, el D4 hace uso de los histogramas, pero este no guarda relación con dicha expectativa. En cambio en el E2, no es claro el tipo de representaciones a usar, por lo que podrían estar o no inmersos tanto los histogramas como los diagramas de tallo y hoja.

**Tabla 15.** Estándar 3. Herramienta de comparación de sexto a séptimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Utilizar observaciones sobre las diferencias entre dos o más muestras para realizar conjeturas sobre las poblaciones de las que se tomaron las muestras.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Utilizar observaciones entre dos o más muestras		Población	
	N-EBCM	D2	N-EBCM	D2
	Realizar conjeturas sobre las poblaciones		Muestra	
	N-EBCM	D2	N-EBCM	D2
Realizar conjeturas sobre posibles relaciones entre dos características de una muestra basadas en diagramas de dispersión de un conjunto de datos y aproximadas con líneas de ajuste	<b>Procesos</b>		<b>Sistemas de representación</b>	
	Realizar conjeturas entre dos características de una muestra		Diagramas de dispersión	
			N-EBCM	N-DBA
			<b>Conceptos</b>	
		Modelos de regresión		

	N-EBCM	N-DBA	N-EBCM	N-DBA
Utilizar conjeturas para formular nuevas preguntas y planear nuevas maneras para responderlas	<b>Procesos</b>			
	Usar conjeturas			
	N-EBCM		N-DBA	
	Formular preguntas			
	N-EBCM		D1	

Nuevamente aparece el D2 haciendo referencia a la primera expectativa, esta vez promoviendo las comparaciones de las características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población, hace uso de las características encontradas para posteriormente analizar los resultados obtenidos. Por lo tanto, el D2 desarrolla el proceso de utilizar observaciones entre dos o más muestras, además del concepto señalado, no es claro que se realicen conjeturas sobre las poblaciones. Ahora bien, respecto la segunda expectativa, no se encontró un DBA-M o EBCM que haga referencia al proceso de realizar conjeturas sobre posibles relaciones entre dos características de una muestra. Aunque el D2 habla de la comparación entre características de dos o más poblaciones, este evidencia que dicho proceso se hace utilizando representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango, sin embargo, no es claro que haga referencia a sistemas de representación como los diagramas de dispersión y tampoco a modelos de regresión como las líneas de ajuste. Finalmente en la tercera expectativa, se puede observar que el D1 es el único que menciona la interpretación de información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para *plantear y resolver preguntas* que sean de su interés, este se puede relacionar con el proceso de formular preguntar, pero no con el proceso de usar de conjeturas para responderlas, así mismo no fue posible encontrar un EBCM que desarrolle los procesos establecidos en esta expectativa.

**Tabla 16.** Estándar 4. Herramienta de comparación de sexto a séptimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad		
<b>Expectativas de aprendizaje</b>		
Entender y usar la terminología apropiada para describir eventos	<b>Procesos</b>	<b>Conceptos</b>
	Describir eventos	Eventos complementarios y mutuamente excluyentes

complementarios y mutuamente excluyentes.	N – EBCM	N - DBA	N – EBCM	D5
	Entender términos para describir eventos			
	N – EBCM	D5		
	Usar términos para describir eventos			
	N – EBCM	D5		
Usar la proporcionalidad y una comprensión básica de la probabilidad para realizar y probar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Realizar conjeturas.		Proporcionalidad.	
	E6.	N - DBA	E6	N - DBA
	Probar conjeturas.			
	E6	N - DBA		
Calcular probabilidades para eventos simples compuestos, utilizando métodos tales como listas organizadas, diagramas de árbol y modelos de área.	<b>Procesos</b>		<b>Sistemas de representación</b>	
	Calcular probabilidades		Listas organizadas de eventos	
	E5.	D5		
	Usar métodos para calcular probabilidades		Diagramas de árbol.	
	E5	D5	E5	D5
			Modelos de área	
			E5.	D5

En este estándar, el D5 se relaciona con la primera expectativa, debido a que propone la asignación de probabilidades a eventos compuestos y su interpretación a partir de propiedades básicas de la probabilidad, por lo tanto el D5 desarrolla los procesos y conceptos propuestos en la expectativa de aprendizaje del estándar. Mientras que respecto a los EBCM, no se encontró alguno que se relacionara con los conceptos y procesos establecidos. Para la segunda expectativa, se observa que no hay un DBA que use la proporcionalidad y desarrolle una comprensión básica de la probabilidad para realizar y probar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones en este conjunto de grados; por ende, se puede afirmar que no hay un DBA-M que desarrolle los conceptos y procesos de esta expectativa. Por el contrario, el E6 se corresponde con los procesos y conceptos de la expectativa al conjeturar acerca del resultado de un experimento aleatorio usando conceptos como la proporcionalidad y nociones básicas de

probabilidad. Para la última, tanto el E5 como el D5 se relacionan al desarrollar el cálculo de probabilidades, usando sistemas de representación y métodos como los diagramas de árbol principalmente, aunque probablemente dejando de lado otro tipo de modelos al solo mencionar este sistema de representación.

- **Octavo a noveno**

**Tabla 17.** Estándar 1. Herramienta de comparación de octavo a noveno

<b>ESTÁNDAR:</b> Formular preguntas que se puedan responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Comprender las diferencias entre varias clases de estudios estadísticos, y qué tipo de inferencias se pueden extraer razonablemente de cada uno	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Comprender las diferencias de estudios estadísticos		Estudios estadísticos	
	E1 – E2	N-DBA	E1 – E2	N-DBA
	Extraer inferencias			
	N-EBCM	N-DBA		
Conocer las características de estudios bien diseñados, incluyendo el papel que desempeña lo aleatorio en encuestas y experimentos	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Conocer las características de estudios estadísticos		Encuestas	
			E2	N-DBA
	N-EBCM	N- DBA	Experimentos	
Comprender el significado de los datos cuantitativos y cualitativos, de los datos unidimensionales y bidimensionales, y del término variable	<b>Procesos</b>			
	Comprender datos cuantitativos y cualitativos			
	N-EBCM		N- DBA	
	Comprender datos univariados y bivariados			
Comprender los histogramas, los diagramas de caja y las nubes de puntos, y utilizarlos para representar datos	<b>Procesos</b>		<b>S. Representación</b>	
	Comprender sistemas de representación		Histogramas	
			N-EBCM	N-DBA
	Diagramas de caja			
	E1	D1	N-EBCM	N-DBA
	Representar datos		Nubes de puntos	
N-EBCM	N-DBA	N-EBCM	N-DBA	
<b>Procesos</b>				

Efectuar cálculos estadísticos básicos y comprender la diferencia entre un estadístico y un parámetro	Efectuar cálculos estadísticos básicos	
	N-EBCM	D3
	Diferenciar un estadístico de un parámetro	
	N-EBCM	N-DBA

En este estándar solo hay dos DBA-M que hacen referencia al mismo. El D1 permite desarrollar el proceso de interpretar teniendo en cuenta la información estadística proporcionada por diferentes sistemas de representación, y el D3 que evidencia un tratamiento de los diagramas de caja y otros sistemas de representación, los cuales deben comprenderse adecuadamente para dar solución a las preguntas planteadas a partir de los conjuntos de datos, esto permite evidenciar cierta correspondencia con los EBCM, aunque no se mencionan histogramas o nubes de puntos de forma específica. Por otra parte, no hay EBCM o DBA-M que evidencien que se pretenden desarrollar procesos de efectuar cálculos, diferenciar conceptos como estadísticos o parámetros, representar datos usando histogramas o nubes de puntos, comprender datos cuantitativos o cualitativos, y univariados o bivariados, conocer características de estudios estadísticos, o hacer inferencias, por lo cual no es posible determinar una correspondencia con todos los EBCM y los DBA-M.

Sin embargo la relación de solo 2 de los DBA-M en este conjunto de grados, dejan ver que no se percibe que lleven a un estudiante a formular preguntas que se puedan responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.

**Tabla 18.** Estándar 2. Herramienta de comparación de octavo a noveno

<b>ESTÁNDAR:</b> Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos		
<b>Expectativas de aprendizaje</b>		
Para datos de medición univariados, mostrar la distribución, describir su forma y seleccionar y calcular las estadísticas de resumen	<b>Procesos</b>	
	Interpretar distribuciones de probabilidad en datos univariados	
	N-EBCM	D3
Para los datos bivariados de medición, ser capaz de mostrar un diagrama de dispersión, describir su forma, y determinar coeficientes de regresión, ecuaciones de regresión y	<b>Procesos</b>	
	Representar datos bivariados	<b>Conceptos</b>
		Correlación y regresión
		N-EBCM      N-DBA
Datos bivariados		

coeficientes de correlación utilizando herramientas tecnológicas			N-EBCM	N-DBA
	N-EBCM	N-DBA	Ecuaciones de regresión	
			N-EBCM	N-DBA
			Coeficiente de correlación	
Mostrar y discutir datos bivariados donde al menos una variables es categórica	<b>Conceptos</b>			
	Variables categóricas en datos bivariados			
	N-EBCM		N-DBA	
Reconocer cómo las transformaciones lineales de datos univariados afectan la forma, el centro y la propagación	<b>Procesos</b>			
	Reconocer transformaciones lineales de datos bivariados			
	N-EBCM		N-DBA	
Identificar las tendencias en los datos bivariados y encontrar funciones que modelen datos o transforme lo datos para que puedan ser modelados	<b>Procesos</b>			
	Identificar tendencias en datos bivariados			
	N-EBCM		N-DBA	
	Modelar datos bivariados			
	N-EBCM		N-DBA	

En este estándar se evidencia que los DBA-M no hacen mayor énfasis en los datos bivariados, y por ende, tampoco en los diagramas de dispersión que los representan, ni en conceptos como los coeficientes o ecuaciones de regresión, los coeficientes de correlación, y las transformaciones lineales, y tampoco en modelar estos conjuntos de datos. Todos los conceptos, procesos y sistemas de representación se tratan desde los conjuntos de datos univariados y de los conceptos básicos de probabilidad, por ende solo puede relacionarse el D1 porque permite desarrollar los procesos de mostrar distribuciones, describir sus formas, y seleccionar y calcular las estadísticas de resumen, a su vez propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, pero aunque se presenten dos grupos de datos, se siguen tratando conjuntos de datos univariados, por lo cual no se determina la relación por completo con el estándar. Además, en la mayoría de procesos, conceptos o sistemas de representación de este estándar para este conjunto de grados, no se logran relacionar EBCM ni DBA-M por lo cual no es posible definir una correspondencia de los mismos.

**Tabla 19.** Estándar 3. Herramienta de comparación de octavo a noveno

<b>ESTÁNDAR:</b> Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos			
<b>Expectativas de aprendizaje</b>			
Utilizar simulaciones para explorar la variabilidad de las estadísticas muestrales de una población conocida y para construir distribuciones de muestreo	<b>Procesos</b>		
	Explorar la variabilidad de estadísticas muestrales		
	E3	D3	
Comprender cómo las estadísticas muestrales reflejan los valores de los parámetros de población y utilizar las distribuciones de muestreo como base para la inferencia	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>
	Comprender estadísticas muestrales respecto a la población		Distribuciones de muestreo
	E9	N-DBA	N-EBCM    N-DBA
	Inferir a partir de distribuciones de muestreo		
	N-EBCM	N-DBA	
Evaluar los informes publicados que se basan en datos mediante el examen de diseño del estudio, la idoneidad del análisis y la validez de las conclusiones	<b>Procesos</b>		
	Evaluar informes estadísticos		
	E2 – E6	N-DBA	
Comprender cómo se usan las técnicas estadísticas básicas para monitorear las características del proceso en el lugar de trabajo	<b>Procesos</b>		
	Comprender técnicas estadísticas		
	N-EBCM	N-DBA	

En este estándar, para el cuarto conjunto de grados, se hace un énfasis en explorar la variabilidad de estadísticas muestrales en el D3, porque a partir de grupos de datos se indaga por conceptos como la variabilidad de los mismos, haciendo evidente una correspondencia con el E3 en el que se desarrollan los procesos de interpretar y utilizar conceptos de variabilidad como las diferencias entre las medidas de tendencia central, de localización y las distribuciones. De la misma forma, puede relacionarse el E2 y el E6 con el proceso de evaluar informes estadísticos, evaluar su idoneidad y validez, pues estos EBCM hacen referencia a interpretar analítica y críticamente datos presentados en medios de comunicación, y así mismo, plantear y resolver preguntas que se establecen a partir de estos. Por otro lado, no se puede definir una



correspondencia en los procesos de inferir a partir de distribuciones de muestreo o en comprender técnicas estadísticas debido a que no se asocia ningún EBCM ni ningún DBA-M.

**Tabla 20.** Estándar 4. Herramienta de comparación de octavo a noveno

<b>ESTÁNDAR:</b> Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
Comprender los conceptos de espacio de muestra y distribución de probabilidad y construir espacios de muestra y distribución de casos simples	Comprender los conceptos de espacio muestral y distribuciones		Espacio muestral	
			E3	D3
			Distribución de probabilidad	
	E3	D3	E3	D3
Utilizar simulaciones para construir una distribución de probabilidad empírica	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Construir distribuciones de probabilidad con simulaciones		Distribución de probabilidad	
	N-EBCM	N-DBA	N-EBCM	D3
Calcular e interpretar el valor esperado de variables aleatorias en casos simples	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Calcular e interpretar el valor esperado		Variables aleatorias	
			N-EBCM	N-DBA
			Valor esperado	
N-EBCM	N-DBA	N-EBCM	N-DBA	
Comprender los conceptos de probabilidades condicionales y eventos independientes.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Comprender los conceptos de probabilidad		Probabilidad condicional	
			N-EBCM	N-DBA
			Eventos independientes	
N-EBCM	N-DBA	N-EBCM	N-DBA	
Comprender cómo calcular la probabilidad de un evento compuesto.	<b>Procesos</b>			
	Comprender y calcular probabilidades			
	N-EBCM		D2 – D4	

Este estándar es el que muestra mayor correspondencia entre los EBCM y los DBA en este conjunto de grados, de hecho el D3 se corresponde con el E3 porque hacen referencia a la comprensión, uso y análisis de conceptos y procesos asociados a las distribuciones de probabilidad de casos simples y a los espacios muestrales, así mismo, El D2 y el D4 pretenden lograr en los estudiantes comprender cómo calcular la probabilidad de eventos compuestos. Sin embargo, aunque es el estándar que presenta mayor relación entre los EBCM y los DBA-M, no se evidencia un tratamiento respecto a variables aleatorias, los eventos independientes y probabilidad condicional o a cómo hallar valores esperados de variables aleatorias en casos simples.

- **Décimo a undécimo**

**Tabla 21.** Estándar 1. Herramienta de comparación de décimo a undécimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Formular preguntas que se puedan responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Comprender las diferencias entre varias clases de estudios estadísticos, y qué tipo de inferencias se pueden extraer razonablemente de cada uno	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Comprender las diferencias de estudios estadísticos		Estudios estadísticos	
	E2	D1	E1	D1
	Extraer inferencias		Inferencias	
	E9	D1	E9	D1
Conocer las características de estudios bien diseñados, incluyendo el papel que desempeña lo aleatorio en encuestas y experimentos	<b>Procesos</b>			
	Conocer las características de estudios estadísticos			
	N-EBCM		N- DBA	
Comprender el significado de los datos cuantitativos y cualitativos, de los datos unidimensionales y bidimensionales, y del término variable.	<b>Procesos</b>			
	Comprender datos cuantitativos y cualitativos			
	N-EBCM		N- DBA	
	Comprender datos univariados y bivariados			
Comprender los histogramas, los diagramas de caja y las nubes de	<b>Procesos</b>		<b>S. Representación</b>	
	Comprender		Histogramas	

puntos, y utilizarlos para representar datos.	sistemas de representación		N-EBCM	N-DBA
	Diagramas de caja			
	N-EBCM	N-DBA	N-EBCM	N-DBA
	Representar datos		Nubes de puntos	
Efectuar cálculos estadísticos básicos y comprender la diferencia entre un estadístico y un parámetro	<b>Procesos</b>			
	Efectuar cálculos estadísticos básicos			
	N-EBCM		D2	
	Diferenciar un estadístico de un parámetro			
	E5		N-DBA	

Para este estándar, los DBA se enfocan en cálculos estadísticos básicos, alrededor de las medidas de tendencia central y de localización de conjuntos de datos, de la mano con la interpretación y análisis de los estudios estadísticos para este conjunto de grados, pero deja de lado aspectos que hacen que se logren todos los procesos esperados, por ejemplo, no se hace mención de algún EBCM o DBA-M que permita desarrollar procesos de caracterizar estudios estadísticos, comprender el significado de datos cuantitativos y cualitativos, y univariados y bivariados (cabe resaltar que los DBA-M solo se desarrollan en conjuntos de datos univariados), y finalmente cómo interpretar algunos sistemas de representación.

**Tabla 22.** Estándar 2. Herramienta de comparación de décimo a undécimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos				
<b>Expectativas de aprendizaje</b>				
Para datos de medición univariados, mostrar la distribución, describir su forma y seleccionar y calcular las estadísticas de resumen	<b>Procesos</b>			
	Interpretar distribuciones de probabilidad en datos univariados			
	N-EBCM		N-DBA	
Para los datos bivariados de medición, ser capaz de mostrar un diagrama de dispersión, describir su forma, y determinar coeficientes de regresión, ecuaciones de regresión y coeficientes de correlación utilizando	<b>Conceptos</b>		<b>Procesos</b>	
	Correlación y regresión		Representar datos bivariados	
	N-EBCM	D4	N-EBCM	N-DBA

herramientas tecnológicas		
Mostrar y discutir datos bivariados donde al menos una variables es categórica	<b>Conceptos</b>	
	Variables categóricas en datos bivariados	
Reconocer cómo las trasformaciones lineales de datos univariados afectan la forma, el centro y la propagación	N-EBCM	N-DBA
	<b>Procesos</b>	
Identificar las tendencias en los datos bivariados y encontrar funciones que modelen datos o trasforme lo datos para que puedan ser modelados	Reconocer transformaciones lineales de datos bivariados	
	N-EBCM	N-DBA
Identificar las tendencias en los datos bivariados y encontrar funciones que modelen datos o trasforme lo datos para que puedan ser modelados	<b>Procesos</b>	
	Identificar tendencias en datos bivariados	
	N-EBCM	N-DBA
	Modelar datos bivariados	
	N-EBCM	N-DBA

En este estándar, solamente el D4 hace un énfasis en el tratamiento de la correlación y la regresión, ya que en este se promueven los procesos de plantear y resolver situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas. Sin embargo, no hay referencia por parte de los EBCM ni de los DBA-M, sobre datos bivariados y a cómo desarrollar procesos que lleven a la comprensión, reconocimiento e identificación de trasformaciones lineales, a las tendencias de datos y a los sistemas de representación que permiten describir comportamientos de los datos bivariados.

El análisis de este estándar deja ver que los EBCM y los DBA-M describen, en este conjunto de grados, todos sus procesos, conceptos y sistemas de representación a la luz de los conjuntos de datos univariados.

**Tabla 23.** Estándar 3. Herramienta de comparación de décimo a undécimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos	
<b>Expectativas de aprendizaje</b>	
Utilizar simulaciones para explorar la variabilidad de las estadísticas muestrales de una población conocida y para construir distribuciones de muestreo	<b>Procesos</b>
	Explorar la variabilidad de estadísticas muestrales
	E6

Comprender cómo las estadísticas muestrales reflejan los valores de los parámetros de población y utilizar las distribuciones de muestreo como base para la inferencia	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Comprender estadísticas muestrales respecto a la población		Distribuciones de muestreo	
	E5	D1	E5	N-DBA
	Inferir a partir de distribuciones de muestreo			
	E9	D1		
Evaluar los informes publicados que se basan en datos mediante el examen de diseño del estudio, la idoneidad del análisis y la validez de las conclusiones	<b>Procesos</b>			
	Evaluar informes estadísticos			
	E1 - E2		N-DBA	
Comprender cómo se usan las técnicas estadísticas básicas para monitorear las características del proceso en el lugar de trabajo	<b>Procesos</b>			
	Comprender técnicas estadísticas			
	N-EBCM		N-DBA	

En este estándar, el D1 determina que se seleccionan muestras aleatorias de poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables de estudio, así mismo permite desarrollar los procesos de interpretar, valorar y analizar críticamente resultados e inferencias presentadas en estudios estadísticos, evidenciando una correspondencia con los procesos que llevan a la comprensión de estadísticas muestrales respecto a la población y a realizar inferencias a partir de distribuciones muestrales. Sin embargo no hay DBA-M relacionados con las demás expectativas del estándar mientras que E1, E2, y E5 dejan ver como los EBCM también aportan al desarrollo esperado.

Estos EBCM hacen referencia a los procesos de evaluar los informes estadísticos proporcionados por los diferentes medios de comunicación y a la exploración de la variabilidad de estadísticas muestrales a partir de la comprensión de algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación. Aun así, los EBCM y los DBA tampoco hacen mención del proceso de comprender técnicas estadísticas.

**Tabla 24.** Estándar 4. Herramienta de comparación de décimo a undécimo

<b>ESTÁNDAR:</b> Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad
<b>Expectativas de aprendizaje</b>

Comprender los conceptos de espacio de muestra y distribución de probabilidad y construir espacios de muestra y distribución de casos simples	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Comprender lo que es espacio muestral y distribuciones		Espacio muestral	
			E8	N-DBA
	Distribución de probabilidad			
E8	D3	E8	N-DBA	
Utilizar simulaciones para construir una distribución de probabilidad empírica	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Construir distribuciones de probabilidad		Distribución de probabilidad	
			N-EBCM	N-DBA
N-EBCM	N-DBA			
Calcular e interpretar el valor esperado de variables aleatorias en casos simples	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Calcular e interpretar el valor esperado		Variables aleatorias	
			N-EBCM	N-DBA
	Valor esperado			
N-EBCM	N-DBA	N-EBCM	N-DBA	
Comprender los conceptos de probabilidades condicionales y eventos independientes.	<b>Procesos</b>		<b>Conceptos</b>	
	Comprender los conceptos de probabilidad		Probabilidad condicional	
			E7	D5
	Eventos independientes			
E7	D5	E7	D5	
Comprender cómo calcular la probabilidad de un evento compuesto.	<b>Procesos</b>			
	Comprender y calcular probabilidades			
	N-EBCM		N-DBA	

Los DBA-M que se relacionan en este estándar para este conjunto de grados, se enfocan en el proceso de comprender y en los conceptos de espacio muestral y distribuciones, y probabilidades condicionales y eventos independientes. Esta relación se evidencia con el D3 que determina, por ejemplo, los procesos de proponer y realizar experimentos aleatorios para los cuales el espacio muestral es indeterminado, haciendo referencia a la necesidad de comprender los conceptos de espacios muestrales, además en el D5 se plantea y resuelve problemas en los que reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo relacionándose con conceptos de probabilidad condicional y eventos independientes.

Sin embargo, en los EBCM y los DBA-M no se hacen mención de los eventos compuestos y cómo calcular su probabilidad, ni cómo hallar el valor esperado de variables aleatorias o cómo utilizar simulaciones para construir distribuciones de probabilidad.

## 4.2. Análisis por conjuntos de grados

- **Primero a tercero**

En este conjunto de grados, de forma general, existe cierta correspondencia entre los DBA-M y los EBCM, dicha correspondencia se evidencia debido a que los DBA-M desarrollan los conceptos, procesos y sistemas de representación esperados por los estándares y las expectativas asociadas, dentro de estos organizar, clasificar y representar datos por medio de pictogramas y diagramas de puntos, y determinar la probabilidad de ocurrencia de eventos simples, todos esto enfocado hacia el tratamiento de conjuntos de datos.

Sin embargo, los DBA-M de este conjunto de grados no hacen referencia a representar datos usando diagramas de barras, el D4 hace referencia a leer e interpretar información de diagramas de barras y tablas de frecuencia, pero no a usarlos para representar, así mismo, no hay DBA-M que se relacione con plantear preguntas y reunir datos sobre sí mismos y su entorno, ni con describir partes de los datos y todo el conjunto de ellos para determinar lo que estos muestran. Por ende, el D4 no se asocia a algún estándar o expectativa, y tampoco a algún EBCM, este DBA-M no solo se refiere a leer e interpretar información de algunos sistemas de representación, sino a formular y responder preguntas a partir de los mismos. Así mismo, los DBA-M proponen que los estudiantes interpreten la variabilidad de los conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central y de localización.

- *Cuarto a quinto.*

En el grupo de grados de 4° y 5° se encontraron solo cinco DBA-M relacionados con el pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Resaltando que el D2 no se corresponde con ningún estándar y tampoco con alguna de las expectativas de aprendizaje. Se observa que, respecto a los procesos, es muy poca la correspondencia encontrada en relación con los estándares seleccionados, puesto que los procesos que logran desarrollar se basan en representar, recolectar y comparar conjuntos de datos, además de predecir la ocurrencia de eventos. Dejando ver la

ausencia de procesos como proponer, justificar y verificar conclusiones y predicciones, describir la forma y aspectos de los datos, la interpretación de medidas de tendencia central, evaluar cuál representación es la más adecuada para resaltar aspectos importantes de los datos, entre otros, a pesar de que la gran mayoría de los EBCM si se corresponden con estos procesos. Por otro lado, parece curioso que en ningún DBA-M se haga referencia a los métodos de recolección de datos, es decir, observaciones, encuestas y experimentos, debido a que suelen abordar la recolección de datos, pero no hacen mención de algún método para acopiar la información, aspecto que si hacen evidentes los EBCM. Tampoco hacen referencia a los tipos de variables existentes, nombran la representación de datos sin tener en cuenta las diferencias entre representar datos cualitativos y cuantitativos. En los únicos conceptos que se logró evidenciar cierta correspondencia entre los DBA-M y los EBCM fueron las medidas de tendencia central y los experimentos simples. En estos últimos, los DBA-M dejan de lado el grado de probabilidad del evento.

En lo concerniente a los sistemas de representación, se presenta la relación entre los DBA-M y los EBCM en lo referente a los diagramas de barras y diagramas de líneas. Esto haciendo alusión solamente a la representación de datos, porque al momento de comparar diferentes representaciones, los EBCM hacen uso de sistemas de representación como pictogramas, gráficos de barras y de líneas, cuestión que los DBA-M no hacen explícita. Por último, ninguno de los dos involucra a los diagramas de puntos.

Lo anterior permite apreciar que los DBA-M para este conjunto de grados, no desarrollan en gran medida las expectativas señaladas y por consiguiente tampoco los estándares.

- **Sexto a séptimo**

En el grupo de grados de 6° y 7° se encontraron cinco DBA-M relacionados con el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, resaltando que el D3 y D4 no se corresponden con algún estándar ni con alguna de las expectativas. En primera instancia, se evidencia que se enuncia únicamente como proceso el comparar características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población, debido a que los procesos enunciados en el estándar se refieren a formular preguntas, diseñar estudios, recolectar datos sobre una característica compartida por dos poblaciones o diferentes características dentro de una misma población.



En relación con los EBCM, se puede apreciar un avance de los DBA-M, puesto que no se encontró un EBCM que corresponda al estándar de aprendizaje como si lo hacen los DBA-M y tampoco con la expectativa. Siguiendo con los procesos, se observa un DBA-M asociado a un EBCM, en lo referente a seleccionar, crear y utilizar representaciones, destacando que únicamente los EBCM muestran algunos tipos de representaciones, pero estas no son las propuestas en las expectativas de aprendizaje. Aunque, nuevamente se encuentra que ambos no desarrollan los procesos referentes a las medidas de dispersión, salvo los DBA-M que mencionan el uso del rango intercuartil. También se observa que una de las deficiencias de los DBA-M es discutir y comprender la relación entre datos y sus representaciones, puesto que no se encontró un DBA-M que haga mención de esto, resaltando que se encontró un EBCM que si aborda estos procesos. Así mismo se olvida mencionar los sistemas de representación como los histogramas, diagramas de tallo y hoja, y diagramas de dispersión.

Por otro lado, si se encuentra una correspondencia entre los DBA-M y EBCM en relación a las medidas de tendencia central, ya que ambos se interesan por hallarlas, usarlas e interpretarlas. Otro de los avances de los DBA-M respecto a los EBCM se evidencia en el proceso de utilizar observaciones y realizar conjeturas sobre las diferencias entre dos o más poblaciones a pesar de que luego no mencione algo sobre realizar conjeturas a partir de dos características de una muestra y el uso de los diagramas de dispersión y conceptos como los modelos de regresión. Otra de las relaciones encontradas, se debe al cálculo de probabilidades y el uso de métodos como los diagramas de árbol y modelos de área, aunque los DBA-M dejan pasar por alto el uso la proporcionalidad y la realización y prueba de conjeturas, cuestión que los EBCM si abordan

- **Octavo a noveno**

En este conjunto de grados se evidencia que los DBA-M dejan de lado conceptos, procesos y sistemas de representación que se espera que los estudiantes comprendan y usen al finalizar la educación secundaria, por ejemplo, no se menciona ningún proceso que se desarrolle a partir del estudio de datos bivariados, solo se establecen conjuntos de datos univariados o el tratamiento simultaneo de varios conjuntos de datos. Así mismo, aunque se finaliza la educación media, se espera que se sigan haciendo análisis e interpretaciones de conjuntos de datos, pero los DBA-M no dejan ver que se desarrollen estos procesos, no se hace una

descripción de cómo realizar inferencias a partir de las distribuciones de muestreo, y tampoco de las técnicas estadísticas básicas.

Por otro lado, en el estudio de la probabilidad, de octavo a noveno los DBA-M se enfatizan, por un lado, en la comprensión de las distribuciones de probabilidad pero no se usan simulaciones para construirlas, y por otro lado, en cómo hallar la probabilidad de eventos compuestos. En este estándar los DBA-M no hacen mención del valor esperado de variables aleatorias ni al tratamiento de la probabilidad condicional o de los eventos independientes.

- **Décimo a undécimo**

En el último conjunto de grados, se espera que los estudiantes logren ser estadísticamente competentes, desarrollando los conceptos, procesos y sistemas de representación que establecen las directrices nacionales e internacionales durante la etapa escolar, sin embargo, se evidencia que hay un déficit en el desarrollo de estos tres aspectos. En primer lugar, los DBA-M se enfocan únicamente en el tratamiento de los datos univariados, y sobre ellos, se ha de realizar interpretaciones, análisis e inferencias. En segundo lugar en el estándar de seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos, solo un DBA-M permite que se describa una expectativa del estándar que lleva al tratamiento de la correlación y la regresión. En tercer lugar los DBA-M que se relacionan con desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en conjuntos de datos, se evidencia que los DBA-M solo se corresponden con una expectativa del estándar, y finalmente los DBA que se relacionan con entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad, se enfocan en comprender los conceptos de espacio muestral y las distribuciones, y en comprender los conceptos de probabilidades condicionales y los eventos independientes. Estas relaciones muestran que los DBA-M no determinan lo que se espera de un estudiante en correspondencia con lo esperado por los EBCM y los PEEM en la educación escolar de un ciudadano.

## 5. CONCLUSIONES

Este capítulo presenta las conclusiones del trabajo de grado, cuyo objeto se centra en analizar cómo los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas atienden a los EBCM. En primer lugar se dan a conocer las conclusiones que surgen en cumplimiento de los objetivos específicos propuestos en el capítulo I, y posterior a ello se presentan algunas conclusiones relacionadas con cómo contribuyó la realización de este trabajo en la formación de los autores.

El primer objetivo específico atendía a la revisión de los aportes críticos realizados por expertos sobre los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas, por medio de la cual se evidenció la necesidad del desarrollo de este trabajo de grado, dado que aunque se realizaron ajustes a la primera versión teniendo en cuenta aportes críticos, aún se evidencia que esta segunda versión no tiene un marco teórico suficientemente sustentado, debido a que se usa la misma afirmación de la primera versión criticada por diferentes actores de la comunidad educativa.

Vergel (2016) en donde los Derechos Básicos de Aprendizaje “se organizan guardando una coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias.

El segundo objetivo específico se encaminaba a la definición sobre el cómo se caracterizan los estándares y expectativas de aprendizaje estadísticas deseables en la formación de ciudadanos en el marco internacional, para ello se establecieron cuatro aspectos de comparación tomando como referente los Estándares y Principios para la Educación Matemática (NCTM, 2000), estos son: (1) Formular preguntas que se pueden responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, (2) Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos, (3) Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en conjuntos de datos, y (4) Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad, a su vez se encuentra que cada uno de estos estándares se desglosan en expectativas de aprendizaje asociadas que se describen de forma detallada en el capítulo III, lo que permitió un trabajo en el análisis de los DBA-M.

Con relación al tercer objetivo específico que centraba su atención en la identificación de los conceptos, procesos y sistemas de representación que se encuentran declarados en los referentes curriculares internacionales, se logra describir cuáles de ellos son expresados respecto a las expectativas relacionadas con la formación estadística básica de los ciudadanos, esto se amplía en el capítulo 5. Dado que el cuarto objetivo específico perseguía la construcción de una herramienta de comparación que evidenciara cómo se relacionan estos procesos, conceptos y

sistemas de representación con los DBA-M y los EBCM, se diseña una tabla en donde se evidencian las expectativas de conceptos, procesos y sistemas de representación que describe cada expectativa, y los DBA-M y EBCM asociados a estas, facilitando las relaciones que se establecen entre los aspectos a comparar y analizar. De forma vertical se identifican los procesos, conceptos y sistemas de representación que desarrollan los DBA-M y los EBCM por conjuntos de grados, y de forma horizontal se evidencia la correspondencia entre DBA-M y EBCM con la expectativa que se describe.

Para el objetivo específico “Realizar un análisis a partir de la herramienta comparativa, de los conceptos, procesos y sistemas de representación descritos en los referentes curriculares nacionales, específicamente Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos a la luz de los Principios y Estándares de la Educación Matemática” se obtienen respecto a los DBA-M y los EBCM en relación con los estándares y expectativas definidas en el marco internacional, y frente a las relaciones que se establecen entre los DBA-M y su marco teórico los EBCM.

De manera general, las herramientas comparativas utilizadas dejan ver el poco tratamiento que hacen los DBA-M respecto a conceptos como los tipos de variables, los tipos de conjuntos de datos, las diferentes distribuciones, proporcionalidad y conceptos básicos de probabilidad; respecto a los procesos no se evidencia tanta discordancia, sin embargo, aunque se desarrollen los mismos procesos, estos se hacen enfocados hacia diferentes conceptos o sistemas de representación.

Y frente a los sistemas de representación, los DBA-M definen procesos como interpretar, representar e inferir a partir de estos, pero no se especifica qué sistemas de representación se espera usar para determinados conjuntos de grados, sino que todos pueden usarse con los diferentes conceptos definidos.

Para justificar esta afirmación se presentan los siguientes resultados del análisis de cada estándar definido en el capítulo III respecto a los dos aspectos nombrados anteriormente.

- **Formular preguntas que se puedan responder con datos y recolectar, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.**

Este estándar pretende que grado a grado se formulen preguntas que puedan ser respondidas a partir de la recolección, organización y presentación de datos, sin embargo, conforme avanzan los conjuntos de grados, también se evidencia el tratamiento de procesos, conceptos y sistemas de representación con cierta complejidad que cambia gradualmente la actividad misma de formular preguntas.

En el desarrollo de este estándar los DBA-M, en los primeros grados, desarrollan procesos asociados a la clasificación y organización de los conjuntos de datos, pero no se hace énfasis en los diagramas de barras para representar datos sino solo para su interpretación como forma de obtener información. Posteriormente, al finalizar la etapa escolar de básica primaria, los DBA-M ya especifican que los sistemas de representación, como los gráficos de barras y los gráficos de líneas, se usan no solo para la obtención de información sobre los conjuntos de datos, sino que debe lograr comprenderse cómo estos pueden representar los mismos, sin embargo, no se desarrollan ningún otro proceso de este estándar para este conjunto de grados, por ejemplo, no se hace mención de diseñar investigaciones, formular preguntas o considerar cómo los métodos de recolección de datos afectan la naturaleza del conjunto de datos, aunque se hace referencia a este último aspecto, no se especifican los métodos que se espera que el estudiante comprenda como las observaciones, encuestas o experimentos, además de la no diferenciación de los tipos variables.

En la educación básica secundaria y la educación media, los DBA-M asociados a esta categoría se enfocan en los procesos de calcular, interpretar y analizar críticamente aspectos asociados a las medidas de tendencia central y de localización, y a los estudios estadísticos, todo en conjuntos de datos univariados, pero no se desarrollan procesos de caracterizar estudios estadísticos, comprender el significado de diferentes tipos de variables y datos, o en la interpretación de determinados sistemas de representación.

Por su parte, los EBCM, desde los primeros grados, si proponen procesos de plantear preguntas y recolectar datos, y el interés por representar e interpretar diferentes sistemas de representación, así como desarrollar los procesos de formular preguntas y diseñar investigaciones enfocadas hacia la recolección de datos, finalizando la educación básica primaria. Sin embargo, conforme avanza la etapa escolar, los EBCM se relacionan con menos

frecuencia a las expectativas que permiten desarrollar este estándar, evidenciando divergencias entre lo que se espera en el referente curricular internacional analizado y los nacionales frente a la formulación de preguntas, y la recolección, organización y presentación de datos.

- **Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos**

En este estándar, se hace una descripción de los procesos, conceptos y sistemas de representación que permiten que los estudiantes seleccionen y usen métodos estadísticos apropiados para analizar datos, pero estos aspectos del currículo se especifican en expectativas que describen los estándares que se analizan conforme avanzan los grados de escolaridad.

Los DBA-M inician con un proceso de comparación de conjuntos de datos, esta comparación se hace a través de tablas de frecuencia, gráficos de barras, gráficos circulares y diagramas de líneas, pero sin comparar estos sistemas de representación, así como no se asocia esta comparación a las distribución de frecuencia de los datos; otros de los conceptos que se tratan en este estándar son las medidas de tendencia central en los primeros años, aunque solo se usen para resolver problemas, no se promueve la interpretación de las mismas. En los siguientes grados, los DBA-M ya no solo usan las medidas de tendencia central para resolver problemas, sino que las encuentran y las interpretan. Sin embargo, aún no se especifican las medidas de dispersión como se espera en el estándar, así mismo, se sigue sin discutir la correspondencia y pertinencia de determinados sistemas de representación en los diferentes conjuntos de datos, y solo se hace mención del histograma. Para los conjuntos de grados de bachillerato, el concepto que no se aborda en ningún DBA-M corresponde a los conjuntos de datos bivariados, dejando de lado todos los procesos y sistemas de representación que con estos se pueden estudiar. En los últimos grados los DBA-M evidencian solo el manejo de la correlación y la regresión.

Los EBCM a su vez, inician la etapa escolar con comparar conjuntos de datos y sistemas de representación del mismo conjunto, pero además describir su forma y los aspectos que los caracterizan, sin embargo, no se menciona el proceso de evaluar qué representación es la más adecuada para determinados conjuntos de datos, y tampoco se muestra un tratamiento de las medidas de dispersión como se espera en los siguientes conjuntos de grados.

En los EBCM asociados a esta categoría para los grados de bachillerato no se hace un tratamiento de datos bivariados, por ende, tanto los ECBM como los DBA dejan de lado conceptos como los coeficientes de regresión, ecuaciones de regresión y coeficientes de

correlación, las variables categóricas y las transformaciones lineales, las tendencias de los datos y a los sistemas de representación que permiten describir comportamientos de los datos bivariados.

Las diferencias entre los DBA-M y los EBCM, radica en que los EBCM por su parte, si especifican que la comparación y presentación de los conjuntos de datos se asocia con las distribuciones de frecuencias de los mismos, así como una elección de los sistemas de representación adecuados para cada conjunto de datos, al finalizar la educación básica primaria, y dentro de sus similitudes está el poco manejo de los datos bivariados y todos los procesos que se desarrollan alrededor de estos.

- **Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos**

Para este estándar, en el primer conjunto de grados, se espera que los estudiantes determinen la ocurrencia de eventos aleatorios, proceso que desarrollan los DBA – M y los EBCM.

En el siguiente conjunto de grados, este estándar aborda los procesos de proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos y, diseñar estudios para profundizar en las conclusiones o predicciones, en la cual no se encontró algún DBA–M o EBCM, en dicho conjunto de grados, que desarrolle este estándar, notando que se abandona la linealidad respecto al desarrollo de los conceptos y procesos del grado anterior. Respecto a los procesos del siguiente conjunto de grados, las expectativas de aprendizaje aumentan el grado de complejidad al establecer el uso de observaciones entre dos o más muestras y realizar conjeturas sobre las poblaciones. Aquí, se evidenció que los DBA–M hacen referencia a estos procesos, dejan de lado conceptos fundamentales como los modelos de regresión y sistemas de representación como los diagramas de dispersión. Como aspecto a resaltar, no se encontró un EBCM que haga relación a algún proceso, concepto o sistema de representación establecido. En el siguiente conjunto de grados, se pierde la secuencia con el desarrollo del estándar por parte de los DBA–M, debido a que únicamente se limitan a abordar el proceso de explorar la variabilidad de estadísticas muestrales, y al contrario de lo sucedido en el conjunto de grados anterior, los EBCM desarrollan en gran cantidad los procesos establecidos. Ahora, finalizando el proceso escolar se evidencia, que por parte de los DBA–M se proponen desarrollar únicamente los procesos ligados a comprender cómo las estadísticas muestrales reflejan los valores de los parámetros de población, sin hacer mención de procesos como explorar la variabilidad de

estadísticas muestrales, evaluar informes estadísticos y comprender técnicas estadísticas, procesos que en su gran mayoría, abordan los EBCM. Por lo tanto, se evidencia que a lo largo del proceso escolar, los DBA–M no desarrollan algunas expectativas de aprendizaje esperadas para este estándar, debido a que no se observa una coherencia vertical en el desarrollo de los procesos, conceptos y sistemas de representación de las expectativas correspondientes a este estándar.

- **Entender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.**

Este estándar no establece alguna expectativa de aprendizaje que se pretenda desarrollar en el primer conjunto de grados, aun así tanto los DBA–M como los EBCM esperan que los estudiantes desarrollen los procesos de explicar a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano, y el resultado se use para predecir la ocurrencia de otros eventos, desde los primeros años de escolaridad. En el siguiente conjunto de grados, únicamente se encuentra un DBA–M relacionado a la predicción de la probabilidad de resultados y a los conceptos como los experimentos simples, a pesar de que en los EBCM si se espera la descripción de la ocurrencia de un evento y comprobar los resultados, y conceptos como los eventos probables, equiprobables e improbables. Además la categoría va más allá al proponer procesos como entender la medida de la probabilidad cuestión que los DBA–M y EBCM no desarrollan. En el siguiente conjunto de grados, el estándar, pretende seguir abordando la descripción de eventos pero entendiendo y usando la terminología apropiada para esto. Además ya especifican los eventos como complementarios y mutuamente excluyentes, los cuales si describen los DBA-M pero no los EBCM. Siguiendo con el uso de la proporcionalidad y una comprensión básica de la probabilidad para realizar y probar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones, no se evidenció un DBA–M que se relacionara con esto, pero si EBCM que abordan tales conceptos y procesos. Finalmente tanto los DBA–M y los EBCM desarrollan el cálculo de probabilidades para eventos simples compuestos utilizando sistemas de representación como los diagramas de árbol y modelos de área. Por ende, se observa un esfuerzo por parte de los DBA–M al retomar el desarrollo del estándar, y de los EBCM al continuar con el proceso realizado durante los años escolares anteriores. En el siguiente conjunto de grados, nuevamente prima el abandono por parte de los DBA–M al desarrollo de los procesos y conceptos esperados, debido a que únicamente se centran en la comprensión de



los conceptos de espacio muestral y distribuciones, y no se interesan en construir distribuciones de probabilidad con simulaciones, comprender los conceptos de probabilidad, calcular e interpretar el valor esperado y demás. Y finalmente, para el último conjunto de grados de escolaridad, los DBA–M y los EBCM se enfocan en comprender conceptos de probabilidad como la probabilidad condicional y los eventos independientes.

Dicho todo lo anterior, se observa que los EBCM y DBA–M muestran un interés por desarrollar los aspectos propuestos por cada estándar, al comienzo de la etapa escolar, pero que a medida que trascurren los grados de escolaridad, se ve reducido ese interés al no hacer un tratamiento adecuado de los procesos, conceptos y sistemas de representación asociados a los aspectos esperados.

En cuanto a cómo contribuyó la realización de este trabajo en la formación profesional de los autores, consideramos que logró que los docentes en formación reconozcan la importancia y necesidad de comprender los documentos curriculares y lo que estos definen, debido a que son los orientadores curriculares los que permiten diseñar unidades didácticas, planeaciones de clase, desarrollos temáticos y diferentes metodologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje, no solo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, sino en todos los pensamiento matemáticos y en todas las áreas de la educación escolar, así mismo, no solo es necesario que los profesionales de la educación analicen críticamente los documentos curriculares, sino que se fundamenten teóricamente en el desarrollo óptimo de los conceptos, procesos y sistemas de representación que se espera también sean adquiridos y desarrollados por los estudiantes como parte de su educación escolar. Por otro lado, es necesario indagar sobre cómo se encuentra Colombia educativamente frente a un marco de referencia internacional, teniendo en cuenta los conceptos, procesos y sistemas de representación que se espera que todos los estudiantes logren aprender.

## REFERENCIAS

- Arteaga, J. P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores. Universidad de Granada
- Camargo, L. & Molina, O. (2015). Comentario crítico sobre el documento Derechos Básicos de Aprendizaje, (MEN, 2015). Bogotá D.C, Colombia.
- Chacón, J. S., & Inojosa, M. I. (2012). El desempeño de los docentes de matemática y sus necesidades formativas. *Paradigma*, 33(1), 155-173.
- Contreras, J. (1997). La autonomía del profesorado. Ediciones Morata. S.L.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report. *Alexandria: American Statistical Association*.
- Guacaneme, E. (2015). Cuestiones e hipótesis a propósito de los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas. Bogotá D.C, Colombia.
- León, O. (2016). Aporte individual para una elaboración colectiva de reacción al documento llamado “Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas”.
- Lupiáñez, J. L., Rico, L., Gómez, P., & Marín, A. (2005). Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.
- Marín, A., & Lupiáñez, J. L. (2005). Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares.
- Marín, A., & Lupiáñez, J. L. (2005). Mi biblioteca: Los nuevos Principios y Estándares del NTSC en castellano. Una nueva invitación a mirar y ver. *Suma*, 48, 105-112. Recuperado de <https://revistasuma.es/IMG/pdf/48/105-112.pdf7>
- Matus, C. (2014). Principios para la acción. Resumen ejecutivo. Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM). *National Council of Teachers of Mathematics*.

- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, D.C, Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, D.C, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá, D.C.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Peñas, C.A. (2016). Comparación entre los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y otras normas técnicas curriculares. Fundación SIGE (Sistema Integral de Gestión Educativa).
- Ruiz, N. (2014). La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina. *REICE*. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 13(1), 103-121.
- Una empresa docente. (2015). Revisión y propuesta de ajuste al documento de Derechos Básicos de Aprendizaje. Universidad de los Andes. Bogotá D.C., Colombia.
- Vergel, R. (2015). Una mirada crítica al componente algebraico del documento del Ministerio de Educación Nacional “Derechos Básicos de Aprendizaje”. Bogotá D.C., Colombia.

## ANEXO A. Instrumento para la recolección de datos

**Objetivo:** Recolectar información acerca del conocimiento de los docentes en formación y en ejercicio sobre los Derechos básicos de aprendizaje [DBA].

**Instrucción:** Responda las siguientes preguntas de acuerdo a su conocimiento sobre los DBA.

1. ¿Sabe si existen los DBA?
  - a. Si
  - b. No

Nota: Si su respuesta es NO, pase a la pregunta número 8.

2. ¿Por qué medio obtuvo conocimiento sobre los DBA?
  - a. Televisión
  - b. Universidad
  - c. Publicidad
  - d. Amigo o colega
  - e. Internet

3. ¿Ha leído los DBA?
  - a. Si
  - b. No

4. ¿Qué tanto conoce sobre los DBA? (qué asuntos llamaron su atención, cómo están estructurados, cómo se definen, entro otros)

5. ¿Cree que los DBA son una reestructuración o actualización de los EBCM o los LCM?  
Justifique

6. ¿Cree que los DBA manejan una relación con los EBCM y LCM? Justifique

7. ¿Cuáles son las diferencias que encuentra entre los EBCM, LCM y DBA?

Teniendo en cuenta las siguientes imágenes, responda las preguntas 8 y 9

Nota: No es necesario que conozca los DBA

Ejemplos DBA

<p><b>2.</b> Utiliza diversas estrategias para contar, estimar, reconocer patrones y hacer y resolver problemas básicos.</p> <p><b>Evidencias de aprendizaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Reconoce patrones en una serie de números, en el contexto de contar números.</li> <li>◦ Determina la cantidad de elementos de una colección (aproximación de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).</li> <li>◦ Ordena y resuelve situaciones variadas con las operaciones de suma y resta y problemas con estructura de suma o resta (<math>7 + 2 = 9</math>, <math>9 - 2 = 7</math>).</li> <li>◦ Ordena y argumenta cuáles de los patrones resultan en una sucesión numérica.</li> <li>◦ Relaciona la representación de un número (descomposición) con la representación de dicho número en la estimación de suma y resta.</li> </ul> <p><b>Ejemplo:</b></p> <p>Dibujar una calculadora simple (o algún objeto que contenga espacio abierto) que tiene el dígito 4 para el número que se muestra como un ejemplo de cómo uno sumo o resto.</p>	<p>El <b>enunciado</b> referencia el aprendizaje estructurante para el área.</p> <p>Las <b>evidencias</b> expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado.</p> <p>El <b>ejemplo</b> concierne y complementa las evidencias de aprendizaje.</p>
---	--

Ejemplos DBA

<p><b>2.</b> Utiliza diversas estrategias para contar, estimar, reconocer patrones y hacer y resolver problemas básicos.</p> <p><b>Evidencias de aprendizaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Reconoce patrones en una serie de números, en el contexto de contar números.</li> <li>◦ Determina la cantidad de elementos de una colección (aproximación de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).</li> <li>◦ Ordena y resuelve situaciones variadas con las operaciones de suma y resta y problemas con estructura de suma o resta (<math>7 + 2 = 9</math>, <math>9 - 2 = 7</math>).</li> <li>◦ Ordena y argumenta cuáles de los patrones resultan en una sucesión numérica.</li> <li>◦ Relaciona la representación de un número (descomposición) con la representación de dicho número en la estimación de suma y resta.</li> </ul> <p><b>Ejemplo:</b></p> <p>Dibujar una calculadora simple (o algún objeto que contenga espacio abierto) que tiene el dígito 4 para el número que se muestra como un ejemplo de cómo uno sumo o resto.</p>	<p>El <b>enunciado</b> referencia el aprendizaje estructurante para el área.</p> <p>Las <b>evidencias</b> expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado.</p> <p>El <b>ejemplo</b> concierne y complementa las evidencias de aprendizaje.</p>
---	--

**7** Describe y representa trayectorias y posiciones de objetos y personas para orientar a otros o a sí mismo en el espacio circundante.

**Evidencias de aprendizaje:**

- Utiliza representaciones como planos para ubicarse en el espacio.
- Toma decisiones a partir de la ubicación espacial.
- Dibuja recorridos, para ello considera los ángulos y la lateralidad.
- Compara distancias a partir de la observación del plano al estimar con pasos, balizas, etc.

**2** Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.

**Evidencias de aprendizaje:**

- Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- Reconoce el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.
- Argumenta cuáles atributos de los objetos pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuáles pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

**7** Describe y representa trayectorias y posiciones de objetos y personas para orientar a otros o a sí mismo en el espacio circundante.

**Evidencias de aprendizaje:**

- Utiliza representaciones como planos para ubicarse en el espacio.
- Toma decisiones a partir de la ubicación espacial.
- Dibuja recorridos, para ello considera los ángulos y la lateralidad.
- Compara distancias a partir de la observación del plano al estimar con pasos, balizas, etc.

**2** Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.

**Evidencias de aprendizaje:**

- Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- Reconoce el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.
- Argumenta cuáles atributos de los objetos pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuáles pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

8. ¿Cree que los DBA promueven el desarrollo de los cinco pensamientos matemáticos (espacial, numérico, variacional, aleatorio y métrico)? Justifique.

9. ¿Considera que los DBA permiten desarrollar los procesos de razonamiento, comunicación y resolución de problemas? ¿Cómo?

10. ¿Qué referentes curriculares tiene en cuenta para la planeación de sus clases?

