

LA MIRADA DE LA REFLEXIÓN DOCENTE A TRAVÉS DE NARRATIVAS.
HISTORIANDO NUESTRA COMPRENSIÓN DE LA CONVERSIÓN DEL
LENGUAJE RETÓRICO AL ALGEBRAICO EN EL AULA.

ANA ELIZABETH PÉREZ GIL
ALBA LILIANA RUBIANO LARA

Trabajo de grado en maestría de profundización

Directora
Claudia Salazar Amaya
Mg. En educación

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA, DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ
2019

“Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi total autoría: en aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos”.

(Acuerdo 031 del 2007. Artículo 42. Parágrafo 2.)



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Escuela de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

**ACTA DE VALORACIÓN
DE TRABAJO DE GRADO**

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado *La mirada de la reflexión docente a través de narrativas. Historiando nuestra comprensión de la conversión del lenguaje retórico al algebraico en el aula*, presentado por los estudiantes:

Ana Elizabeth Pérez Gil, Cód. 2017285023, CC. 1.073.506.188
Alba Liliana Rubiano Lara, Cód. 2017285028, CC. 1.018.415.348

como requisito parcial para optar al título de **Magister en Docencia de la Matemática** y analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobada**, con cuarenta y siete (47) puntos.

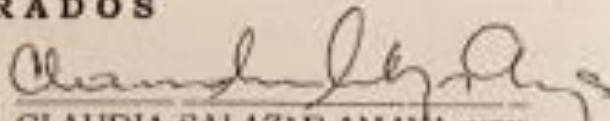
Observaciones:

En constancia se firma a los 31 días del mes de mayo de 2019.

JURADOS

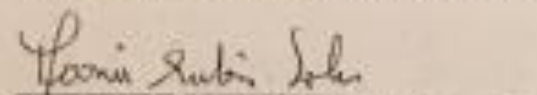
Director del Trabajo:

Profesor:

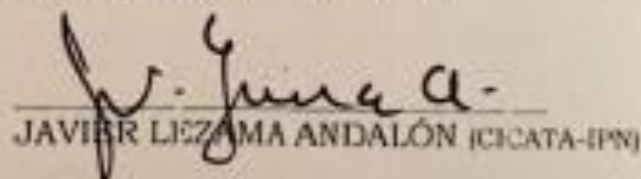

CLAUDIA SALAZAR AMAYA (UPN)

Jurados:

Profesor:


MARIA NUBIA SOLER (UPN)

Profesor:


JAVIER LEZAMA ANDALÓN (CICATA-IPN)



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de Educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
Maestría en Docencia de la Matemática

**EVALUACIÓN TRABAJO DE GRADO O TESIS
[JURADO EN PLENO – LECTORES Y DIRECTOR]**

El presente documento constituye el formato que explicita la calificación final del Trabajo de grado (modalidad profundización) o Tesis (modalidad investigación) de estudiantes del programa de **Maestría en Docencia de la Matemática**. Este sintetiza las calificaciones provistas por cada uno de los miembros del jurado, y los promedios y porcentajes respectivos a las dos componentes de la evaluación: documento escrito y sustentación.

Datos generales

Título del trabajo evaluado	La mirada de la reflexión docente a través de narrativas. Historiando nuestra comprensión de la conversión del lenguaje retórico al algebraico en el aula.
Nombre de los estudiantes	Ana Elizabeth Pérez Gil - Alba Liliana Ruíz Lara
Nombre del director	Claudia Salazar Amaya
Nombres de los lectores	Maria Nubia Soler Álvarez y Javier Lezama Andelón
Modalidad	Profundización <input checked="" type="checkbox"/> Investigación <input type="checkbox"/>
Fecha de sustentación	31 de mayo de 2019

Calificación

Documento escrito	Calificación	Sustentación oral	Calificación
Calificación Lector 1	45	Calificación Lector 1	48
Calificación Lector 2	45	Calificación Lector 2	48
Calificación Directora	48	Calificación Directora	48
Promedio Calificación	46	Promedio Calificación	48
70% calificación final	32	30 % calificación final	14
Calificación final trabajo de grado o tesis 100%	47		

Reprobada: cuando la nota promedio sea de 35 puntos o menos.

Aprobada: cuando la nota promedio esté entre 36 y 40 puntos.

Meritoria: cuando la nota promedio esté entre 41 y 45 puntos.

Laureada: cuando la nota promedio esté entre 46 y 50 puntos.

Vale la pena mencionar que para el DMA, no es suficiente que un trabajo de grado tenga alguna distinción (ser meritoria o laureada) si cumple con las condiciones anteriormente mencionadas. Además de ello, este debe ser reconocido por el jurado en pleno como un trabajo con las calidades suficientes para tener ese tipo de distinción. Al respecto, si en la siguiente tabla se marca "Si", la Coordinación del programa proveerá a cada miembro del jurado un formato en el cual se deberá precisar argumentos que justifiquen la distinción elegida.

El trabajo de grado o tesis merece una distinción	Si	X	Cuál	Meritoria	X
	No			Laureada	

Claudia Salazar Amaya
Directora Claudia Salazar

Maria Nubia Soler
Lector 1 Nubia Soler

Javier Lezama
Lector 2 Javier Lezama

Dedicatoria Ana Pérez:

*A mis abuelas, mujeres fuertes y luchadoras
quienes con su sacrificio y tesón, inculcaron en
mis padres razones para darme educación*

*A ti, mi bella Rafaela...
A la sonrisa que imagino tendrías
si leyeras estas líneas*

*A mis hijas Paula y Evelyn
Y a mi esposo
quienes han puesto su sacrificio
como apoyo fundamental
para alcanzar esta meta.*

*A mis padres
Mi faro y guías
en toda mi existencia*

Agradecimientos de Ana

Agradezco a la vida y al ser supremo, por permitirme vivenciar este espacio que enriquece mi profesión de manera intelectual y espiritual, contribuyendo en la percepción que tengo por mejorar política y socialmente el país desde la educación.

Agradezco a mis padres por la confianza y fe que han depositado en mí, aquella mochila con la bandera de Colombia y la lonchera rosada que me entregaron antes de iniciar mi primer día de colegio, aportando el primer granito de arena en todo el apoyo que han brindado durante mis procesos de formación. A mis hermanas y sobrinos, por su apoyo moral, paciencia y comprensión por algunas ausencias en los encuentros familiares, juntos vamos construyendo esa escalera que nos lleva a cumplir nuestras metas.

A Alba, quien me permitió ser su compañía en el desarrollo de este trabajo, a nuestra asesora Claudia Salazar, por su dedicación y por moldear nuestras ideas, la pasión que muestra por su trabajo, hizo de nuestro encuentro una forma de crecer en todos los ámbitos de nuestra vida.

A la Secretaría de Educación de Cundinamarca por crear el convenio que permitió vincularme a esta Maestría, a la Universidad Pedagógica Nacional por permitirme llevar el proceso de formación de mi Licenciatura en Matemáticas en el que construí los cimientos que me permiten continuar con procesos rigurosos de formación pos gradual como este. A las instituciones en las que he laborado, por haber permitido las experiencias en las que hoy se generan estos espacios de reflexión.

Ana Pérez

Agradecimientos de Alba

Agradezco a Dios la oportunidad de fortalecer mi ser con las pruebas de la vida, es en los momentos difíciles donde realmente se permite conocer las personas que pase lo que pase están siempre con nosotros y reconocer que Dios nunca nos abandona en nuestros propósitos.


Agradezco a mi familia porque su apoyo incondicional ha sido el bastón que me sostiene para siempre seguir adelante, teniendo siempre la mirada sobre el vaso medio lleno y no medio vacío, para poner buena cara al tiempo malo. A mi esposo por su compañía y fidelidad en estos momentos tan abrumadores. A mis hijas por su comprensión y autonomía desarrollada en mi ausencia.

Anita Pérez por su compromiso y dedicación, por preguntar y no callar sus dudas en clases y asesorías cuando yo guardaba silencio, por enseñarme humildad y calidad humana con sus sentimientos y apoyo. A nuestra asesora Claudia porque a pesar de creer que mis avances estaban equivocados, ella siempre vio el lado positivo y siempre estuvo brindando ánimo en sus interpelaciones a pesar de las dificultades personales por las que estaba pasando.

A mis compañeros de trabajo directivos, docentes, administrativos en quienes siempre encuentro cosas nuevas que aprender de su experiencia, sus vivencias, su personalidad, su amabilidad y compromiso con la profesión docente y con quienes me siento como en un segundo hogar.

A mis profesores: Edgar Guacaneme y Tania Plazas por hacerme sentir orgullo de mi profesión docente, Camilo Sua por su ejemplo en el orden y pulcritud para llevar un seminario, Edwin Carranza por revivir el entusiasmo de hacer matemáticas, Johana Torres y Rodolfo Vergel por enseñarme herramientas diversas en la enseñanza del álgebra escolar, Gloria García porque a pesar de los prejuicios acerca de su forma de ser, conocí su faceta humana y su exigencia en pro de formarnos integra y profundamente.

Alba Rubiano

	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 5	

1. Información General	
Tipo documento	de Trabajo de grado en maestría de profundización
Acceso documento	al Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título documento	del La mirada de la reflexión docente a través de narrativas. Historiando nuestra comprensión de la conversión del lenguaje retórico al algebraico en el aula.
Autor(es)	Pérez Gil, Ana Elizabeth; Rubiano Lara, Alba Liliana
Director	Salazar Amaya, Claudia
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2019. 132 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	LENGUAJE ALGEBRAICO; NARRATIVAS PROFESIONALES; NARRATIVAS INTELECTUALES; INVESTIGACIÓN DESDE LA PERSPECTIVA NARRATIVA; PASO RETÓRICO AL ALGEBRAICO EN LA ESCUELA.

2. Descripción
Este documento da cuenta de una reflexión sistemática sobre nuestra experiencia profesional desarrollada como trabajo de grado en el programa de la

Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. La perspectiva de investigación que orientó el desarrollo de este trabajo es la perspectiva narrativa, en ella se reconoce la singularidad y la diversidad característica de nuestras voces y a la vez la posibilidad de la fusión de los horizontes de sentido de las autoras de este trabajo. La reflexión sistemática sobre la práctica profesional se llevó a cabo en torno a la conversión del registro retórico al simbólico, por ser un asunto que ha sido objeto permanente de preocupación para nosotras como docentes de matemáticas en ejercicio.

Sumado a esta preocupación estaba la concepción de evaluar nuestra práctica docente centrando nuestra mirada en el estudiante, por ejemplo, a través de las competencias que se evidenciaban en los aprendizajes alcanzados. Centrar nuestra atención en los aprendizajes de los estudiantes nos conducía a inferencias como las siguientes: (i) si el aprendizaje se logra es debido a una buena enseñanza; (ii) si el aprendizaje no se da, los factores que se constituyen en obstáculos son asociados a los estudiantes. Al iniciar el proceso de formación posgradual interrogamos en primera instancia nuestro conocimiento matemático y didáctico en torno al asunto del paso del lenguaje retórico al algebraico, posteriormente interrogamos otros aspectos de nuestro rol como profesores. Así, teniendo en cuenta la importancia del rol que desempeña el profesor en el aula y la necesidad de reconocernos como profesionales de la enseñanza de las matemáticas, decidimos que nuestro objeto de estudio sería el docente, y para esto acordamos examinarnos a nosotras como maestras en ejercicio.

De esta manera decidimos realizar un auto-estudio siguiendo la propuesta Ricoeuriana, en la que se plantea que a través de una aproximación hermenéutica a las narrativas el sujeto reconfigura su identidad. Reconociendo que a través de las narrativas se puede lograr la comprensión de uno mismo (Varilla, 2013). Por esta razón, nuestra reflexión docente sigue en estructura la triple mimesis de Ricoeur: la preconfiguración, la configuración y la reconfiguración de las tramas narrativas.

3. Fuentes

Alejos García, J. (2006). Identidad y alteridad en Bajtín. *Acta poética*, 27(1), 45-61.

Bruner, J. (1991). Self-Making and World-Making. *Journal of Aesthetic Education*, Board of Trustees of the University of Illinois. 25(01).

Bruner, J. (1998). Realidad mental y mundos posibles. Los actos de la imaginación que dan sentido a la experiencia (Beatriz López, trad.). Barcelona: Editorial Gedisa.

- Bruner, J. (2003). *La fábrica de historias. Derecho, literatura, vida* (Luciano Padilla López, trad.). Buenos Aires: Fondo de cultura económica.
- Goodman, N. (1990). *Maneras de hacer mundos*. Madrid: Visor.
- Kushner, S. (2009). Prólogo. En J. I. Rivas, & D. Herrera, *Voz y educación, la narrativa como enfoque de la interpretación de la realidad* (págs. 9-15). Barcelona: Octaedro.
- McEwan, H., & Egan, K. (1998). *La narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación*. Argentina: Amorrortu.
- Pérez, E., Estrada, P., Gordillo, E., Palacios, E., & Villamizar, A. (1985). *Matemática 2*. Bogotá: Educar editores.
- Pimentel, L. (1998). *Relato en perspectiva. Estudio de teoría narrativa*. México: Siglo XXI.
- Ricoeur, P. (1995). *Tiempo y narración I: configuración del tiempo en el relato histórico. siglo xxi*.
- Ricoeur, P. (1996). *Sí mismo como otro*. México: Siglo XXI
- Ricoeur, P. (2004). *Volverse capaz, ser reconocido. Discurso recepción del Premio Kluge*. Washington: Biblioteca del Congreso de los Estados Unidos.
- Ricoeur, P. (2012). *Escritos y conferencia 2. Hermenéutica*. México: Siglo XXI.
- Ricoeur, P. (2016). *Escritos y conferencia 3. Antropología filosófica*. México: Siglo XXI.
- Siciliani, J. M. (2014). Contar según Jerome Bruner. *Itinerario Educativo*, XXVIII(63), 31-59.
- Skovsmose, O. (2013). *Hcia una filosofía de la educación matemática crítica* (Vol. 15). Springer Science & Business Media.
- Varilla, H. L. (2013). Sobre la cuestión de la investigación biográfica-narrativa en la identidad profesional docente. *VARILLA, Herminia Luisa Pinzón*, 75-88.

4. Contenidos

El documento inicialmente incluye la introducción del trabajo en donde se presenta la estructura del documento de manera general, posteriormente se hace alusión a 5 capítulos, en el primer capítulo se presentan las narrativas profesionales temáticas e intelectuales construidas por las autoras; en el segundo capítulo se hace referencia a la sistematización realizada a cada narrativa, describiendo las cláusulas, categorías y el levantamiento de los acontecimientos

de cada trama narrativa; el capítulo 3, da cuenta del excedente de visión del otro sobre nuestras narrativas, para luego evidenciar las interpretaciones y reflexiones del proceso de construcción, sistematización y análisis de cada narrativa en el cuarto capítulo.

Para finalizar, en el último capítulo, se describen los aspectos metodológicos en el trabajo desarrollado, como lo son la perspectiva de investigación en la que se enmarca nuestro trabajo de grado (investigación narrativa) y el desarrollo de la triple mimesis de Ricoeur.

5. Metodología

La perspectiva investigativa en la que se enmarca nuestro trabajo de grado es la investigación narrativa. Para ello decidimos construir las narrativas autobiográficas profesionales temáticas e intelectuales de cada una de las autoras, siguiendo la triple mimesis ricoeuriana (preconfiguración, configuración y reconfiguración de las tramas).

6. Conclusiones

Cada una desde su singularidad encuentra un punto de encuentro clave: la sensibilidad social. Verse como ser humano antes que docente o antes que personas haciendo matemática. Un punto de encuentro en el que la importancia por dictar un contenido se pierde y se convierte en formar seres humanos con sensibilidad social.

El vínculo entre narrativas ha permitido comprender por qué somos las maestras que somos. Los factores que han influido en nuestra formación intelectual determinan las decisiones que tomamos en nuestra gestión. Ana desde su lucha y Alba desde la presión.

Recordar nuestra historia construyendo narrativas permite ampliar la mirada sobre los procesos desarrollados en la enseñanza y aprendizaje del cambio de registro a partir de experiencias propias como estudiantes y profesoras

La singularidad de las narraciones permite la construcción de conocimiento colectivo, en las cuatro narrativas se puede observar diversas categorías, puntos de vista y situaciones propias que se tejen alrededor del mismo tema: conversión de lenguaje retórico al algebraico

Las voces de Ana y Alba convergen en la búsqueda de lograr el interés de los estudiantes con situaciones en donde el cambio de registro logra ser necesario y no impuesto.

Coincidimos en que la búsqueda por mejorar nuestra práctica es necesaria materializarla a través de textos, documentos, estudio individual. Pero algo fundamental es el encuentro con el otro, con el par docente. La transformación de nuestra práctica no es aislada, concuerda con las prácticas e investigaciones de otros. A partir de la singularidad de nuestras voces y del poder del texto escrito esperamos ser un principio de ejemplaridad para la complejidad de las vidas de otros docentes en la construcción de su historia profesional y de su formación intelectual.

El culminar este trabajo nos queda una apuesta e invitación a llevar este tipo de investigación para estudiar nuestras prácticas de otros modos, las vivencias de nuestros estudiantes, las emociones de ellos, la manera como han construido sus historias y reconocer en ellos los seres humanos que tenemos bajo nuestra responsabilidad.

Elaborado por:	Pérez Gil, Ana Elizabeth; Rubiano Lara, Alba Liliana
Revisado por:	Salazar Amaya, Claudia

Fecha de elaboración del Resumen:	31	05	2019
-----------------------------------	----	----	------

Tabla de contenido

Agradecimientos de Ana	6
Agradecimientos de Alba	7
Introducción.....	2
Capítulo 1. Nuestra historia.....	6
1.1. Narrativa profesional temática de Ana: Experiencia en el aula en la enseñanza del lenguaje algebraico	6
1.2. Narrativa autobiográfica intelectual de Ana: Mi formación	21
1.3. Narrativa profesional temática de Alba: Mi caminar con el lenguaje algebraico	35
1.4. Narrativa autobiográfica intelectual de Alba: Buscando mi profesión	50
Capítulo 2. Un examen de las historias.....	65
2.1 Sistematización y levantamiento de categorías y subcategorías en las narrativas de Ana	65
2.1.1. Categorías de la narrativa profesional temática	65
2.1.2. Acontecimientos de la Narrativa profesional	66
2.1.3. Categorías de la narrativa intelectual.....	67
2.1.4. Acontecimientos de la narrativa intelectual	68
2.2. Sistematización y levantamiento de categorías y subcategorías en las narrativas de Alba.....	69
2.2.1 Categorías de la narrativa profesional temática	69
2.2.2. Acontecimientos de la narrativa profesional temática	72
2.2.3. Categorías de la narrativa autobiográfica intelectual	72
2.2.4. Acontecimientos de la narrativa autobiográfica intelectual.....	75
Capítulo 3. Nuestros encuentros con otro	76
3.1 La mirada de Ana a las narrativas de Alba	76
3.1.1 Mirada a la narrativa autobiográfica profesional de Alba	76
3.1.2. Mirada a la Narrativa autobiográfica intelectual de Alba	77
3.2 La mirada de Alba a las narrativas de Ana	78
3.2.1 Mirada a la narrativa profesional temática de Ana	78
3.2.2 Mirada a la Narrativa autobiográfica intelectual de Ana	79

Capítulo 4. Descentrándonos: Interpretaciones y reflexiones acerca de las protagonistas	80
4.1. Interpretaciones y reflexiones de las narrativas de Ana.....	80
4.1.1 Reconocimiento Analítico.....	80
4.1.2 Reconocimiento personal.....	82
4.2. Interpretaciones y reflexiones de las narrativas de Alba	84
4.2.1 Reconocimiento Analítico.....	84
4.1.2 Reconocimiento personal.....	85
Capítulo 5. Una manera de sistematizar nuestras reflexiones sobre las narrativas.	89
5.1 Perspectiva investigativa	89
5.2. Preconfiguración de las tramas.....	89
5.2. Configuración de las tramas	90
5.3. Reconfiguración de las tramas.....	91
Cuestiones Abiertas	93
Otras voces	i
Anexos	iii
Anexo 1. Categorías y subcategorías de la narrativa profesional temática de Alba.....	iii
Anexo 2. Categorías y subcategorías de la narrativa autobiográfica intelectual de Alba	viii
Anexo 3. Subcategorías narrativa autobiográfica profesional de Ana	xiv
Anexo 4. Subcategorías narrativa intelectual de Ana.....	xviii
Anexo 5. Comparación de subcategorías entre narrativas de Alba ...	xxiv
Anexo 6. Categorización de cláusulas narrativa profesional temática de Ana	xxvii
Anexo 7. Categorización de cláusulas narrativa intelectual de Ana ...	xxix
Anexo 8: Comparación de categorías de las narrativas de Alba.....	xxxi

Introducción

Este documento da cuenta de una reflexión sistemática sobre nuestra experiencia profesional desarrollada como trabajo de grado en el programa de la Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. La perspectiva de investigación que orientó el desarrollo de este trabajo es la perspectiva narrativa, en ella se reconoce la singularidad y la diversidad característica de nuestras voces y a la vez la posibilidad de la fusión de los horizontes de sentido de las autoras de este trabajo. La reflexión sistemática sobre la práctica profesional se llevó a cabo en torno a la conversión del registro retórico al simbólico, por ser un asunto que ha sido objeto permanente de preocupación para nosotras como docentes de matemáticas en ejercicio.

Sumado a esta preocupación estaba la concepción de evaluar nuestra práctica docente centrando nuestra mirada en el estudiante, por ejemplo, a través de las competencias que se evidenciaban en los aprendizajes alcanzados. Centrar nuestra atención en los aprendizajes de los estudiantes nos conducía a inferencias como las siguientes: (i) si el aprendizaje se logra es debido a una buena enseñanza; (ii) si el aprendizaje no se da, los factores que se constituyen en obstáculos son asociados a los estudiantes. Al iniciar el proceso de formación posgradual interrogamos en primera instancia nuestro conocimiento matemático y didáctico en torno al asunto del paso del lenguaje retórico al algebraico, posteriormente interrogamos otros aspectos de nuestro rol como profesores. Así, teniendo en cuenta la importancia del rol que desempeña el profesor en el aula y la necesidad de reconocernos como profesionales de la enseñanza de las matemáticas, decidimos que nuestro objeto de estudio sería el docente, y para esto acordamos examinarnos a nosotras como maestras en ejercicio.

De esta manera decidimos realizar un auto-estudio siguiendo la propuesta Ricoeuriana, en la que se plantea que a través de una aproximación hermenéutica a las narrativas el sujeto reconfigura su identidad. Reconociendo que a través de las narrativas se puede lograr la comprensión de uno mismo (Varilla, 2013). Por esta razón, nuestra reflexión docente sigue en estructura la triple mimesis de Ricoeur: la preconfiguración, la configuración y la reconfiguración de las tramas narrativas.

Como marco referencial asumimos los planteamientos de Bruner, quien afirma que narrar es la forma privilegiada del ser humano para construir su identidad (Siciliani, 2014), por tanto, narrarnos nos permitió reconocer nuestro yo (en particular en la dimensión profesional) y configurar nuestra historia. Para objetivar nuestras experiencias profesionales e intelectuales escribimos narrativas autobiográficas de dos tipos: narrativas profesionales temáticas y narrativas autobiográficas intelectuales. En las primeras se narra nuestra experiencia como profesionales en torno a un asunto específico de las matemáticas y en las segundas se narra nuestra experiencia en el rol de estudiantes en los distintos niveles de escolaridad y la historia de nuestras ideas.

Al narrarnos hemos logrado realizar una reflexión sobre nuestra práctica docente. En el momento de construir las autobiografías escritas reconocimos las diferentes formas en que nos enseñaron, enseñamos y aprendimos matemáticas, identificando aspectos que siendo estudiantes no nos facilitaron el aprendizaje y otros que nos motivaron a seguir aprendiendo.

A partir de los resultados de este ejercicio investigativo reconocemos que las narrativas permiten objetivar la historia del profesor y no solo su gestión docente o el papel que le atribuye al estudiante. Lo anterior debido a que el objeto de estudio fuimos nosotras mismas, permitió reconocer quiénes somos, cómo nos configuramos y a partir de ese reconocimiento, revisar y mejorar nuestra praxis, pues no solo vimos la enseñanza y aprendizaje del cambio de registro, sino más aspectos de nuestra práctica y de nuestro ser.

Las narrativas que elaboramos permitieron encapsular nuestras historias reconociéndonos de manera individual en estas. Pero llevar a cabo este profundo reconocimiento implicó separarnos de los personajes de nuestras historias, es decir del “yo” que reconocimos, para poder hacer la interpretación. Requerimos tomar distancia como protagonistas y autoras de las narrativas, para poder interpretar, sistematizar, analizar y reflexionar sobre cada historia de nuestra narrativa; esto fue posible gracias a que nuestras historias entraron al mundo del texto como lo plantea Ricoeur. Finalmente regresamos a esos personajes con la autoridad de lo que habíamos encontrado en las narrativas de nuestras vidas académicas y profesionales sin posibilidad de negar nuestros hallazgos. Lo anterior es lo que denomina Bajtín la extraposición (Alejos García, 2006), que consiste en la capacidad del autor de abandonar momentáneamente su posición de protagonista para tener una mirada externa, y luego regresar a su lugar con un excedente de visión que permiten comprender la vida, el carácter y la identidad del protagonista.

La identidad narrativa según Ricoeur, es un proceso de construcción y reconstrucción narrativo, que se configura en el acontecimiento, la acción, lo nuevo; este proceso da sentido a la diversidad en el relato. En las narrativas están presentes dos formas de permanencia en el tiempo: la mismidad o perpetuación del mismo y la ipseidad o responsabilidad frente al otro, dando la misma importancia a la influencia del otro en la configuración identitaria como al yo singular (Ricoeur, 1996).

La aproximación y las acciones vividas en las fase de configuración y reconfiguración fueron los momentos en los que logramos olvidarnos del yo, realizando así un acto de subjetividad suprema en donde como afirma Kushner nos aproximamos a la objetividad (Kushner, 2009) rompiendo con la idea de que lo subjetivo carece de validez, asumiendo que el poder real que subyace en las narraciones subjetivas reposa en su capacidad para provocar intersubjetividad (las comprensiones que construimos con los otros y la manera que nos constituye como sujetos).

Nuestro trabajo parte de voces singulares, las voces de Ana y Alba, que permitieron dar cuenta de la complejidad de los acontecimientos que hacen que un profesor constituya una cierta identidad profesional y una historia intelectual. En ese sentido, representa también la complejidad de constituir su conocimiento profesional como profesor. Por último, partiendo del concepto de ejemplaridad (Skovsmose, 2013), en la singularidad de nuestras voces se manifiesta un espejo de la complejidad de las historias de vida de los profesores.

El documento es organizado en 5 capítulos: (1) Nuestra historia, (2) Un examen de las historias, (3) Nuestros encuentros con otro, (4) Descentrándonos: Interpretaciones y reflexiones acerca de las protagonistas y (5) Una manera de sistematizar nuestras reflexiones sobre las narrativas.

Nuestra historia (capítulo 1) es el resultado de una exploración de nuestra experiencia como docentes y estudiantes en torno a un asunto particular que nos preocupaba. Desde la subjetividad de cada una de las autoras esta historia fue reconstruida mediante narrativas escritas que incorporan una cadena de sucesos que dan cuenta de la temporalidad y espacialidad de cada historia, es decir, permiten ir de un tiempo y lugar a otro, además, como toda historia mantiene requisitos de coherencia, verosimilitud y reportabilidad.

Posteriormente, en el examen de las historias se realiza una descripción de las categorías que configuran nuestras narrativas, basada en subcategorías que las mismas autoras establecieron y que son diferentes en cada una de las narrativas construidas. Después de la categorización, se identifica el hilo que teje estas categorías y que permite finalmente levantar los acontecimientos que configuran las tramas de cada narrativa, para este ejercicio se requiere una descentración, es decir, ignorar que somos nosotras el “yo narrador”, por lo tanto la sistematización, el levantamiento de las categorías y su interpretación se llevaron a cabo usando la tercera persona del singular, para referirnos a las protagonistas de la historia, de este modo pretendimos asumir el papel del lector del texto y posicionarnos como otras, distintas a las protagonistas de la historia.

En nuestros encuentros con el otro (capítulo 3) se plasma el resultado del intercambio de las narrativas entre las autoras, es decir, cada una hace la interpretación y la reconfiguración de las narrativas de la otra. Esta reconfiguración surge como resultado de un proceso de sistematización análogo al realizado en el capítulo 2, que nos permitió escribir sobre lo que atraviesa cada una de las tramas narrativas del otro desde nuestra mirada y a la vez reconocer al protagonista que se está narrando. Es así como se provoca la intersubjetividad y aparece el excedente de visión del otro.

Luego descentrándonos de nuestro papel como protagonistas de las historias, presentamos las interpretaciones y reflexiones acerca las protagonistas (capítulo 4). En este apartado se describen los resultados de este trabajo de grado, que corresponden con la construcción de unas reflexiones profundas sobre nuestra práctica profesional y sobre nuestras configuraciones identitarias como maestras.,

a partir de las articulaciones de las acciones y la trama de los acontecimientos del relato escrito. De igual modo que en el capítulo 2, este capítulo se desarrolló usando la tercera persona del singular para referirnos a las protagonistas de las historias.

Finalmente, en el capítulo 5 se describe una manera de sistematizar nuestras reflexiones sobre las narrativas, iniciando con la perspectiva de investigación en la que se enmarca nuestro trabajo de grado (investigación narrativa) y posteriormente se explicita cómo fue el desarrollo de cada uno de los tres momentos de la mimesis que propone Ricoeur en nuestro trabajo de grado.

Capítulo 1. Nuestra historia

1.1. Narrativa profesional temática de Ana: Experiencia en el aula en la enseñanza del lenguaje algebraico.

Para contextualizar mi vivencia narraré cómo fue la primera clase, porque considero que ahí se originaron algunas inquietudes y dificultades que se han mantenido durante mi experiencia profesional.

En los primeros tres meses del año escolar después de egresada laboré en una institución privada, en el norte de Bogotá, que orientaba las clases de matemáticas con unas cartillas construidas con anterioridad, los docentes de la institución debíamos seguir estas cartillas en nuestras clases y los estudiantes debían solucionarlas en su totalidad, recuerdo que usé esa cartilla como la columna vertebral de mis planeaciones, siguiendo al pie de la letra todo lo que se mencionaba.

El primer tema para grado octavo propuesto en el plan de área era expresiones algebraicas, repasé la cartilla para planear la primera clase y allí habían ejercicios como: “Escribir la expresión algebraica que represente la afirmación dada: el doble de un número aumentado en 5 [...]” Así que inicié con ejemplos la clase de expresiones algebraicas, pregunté: — ¿Cuál es el doble de dos, de cinco, de nueve? Ellos contestaron de manera correcta. Luego les pregunté: — ¿Qué operación hacen para hallar sus respuestas? algunos (muy pocos) contestaron acertadamente “multiplicar por dos”, aprobé la respuesta y escribí en el tablero:

$$2(2) = 4 \quad \text{“El doble de dos es cuatro”}$$

$$2(5) = 10 \quad \text{“El doble de cinco es diez”}$$

$$2(9) = 18 \quad \text{“El doble de nueve es dieciocho”}$$

— Observen que se puede escribir las expresiones que usamos de manera más corta y significan lo mismo, entonces lo que está en la columna de la izquierda significa lo mismo que lo que está en la columna de la derecha.

Ante esa observación algunos estudiantes comentaron: “entonces decir dos por dos es cuatro es igual a decir el doble de dos es cuatro ¿siempre?”, sentí duda para responder, sabiendo que lo que quería era que interpretaran que la expresión “el doble de” es una multiplicación por dos; en ese momento miré al tablero y pensé que la conclusión a la que habían llegado se debía a la forma en que estaba escrito en el tablero y que probablemente, esa interpretación les causaría dificultades en la misma lectura de problemas o planteamiento de ecuaciones, pero me favorecía, así que resignada les di la razón.

Continué con la clase preguntando: — ¿cómo escribimos el doble de un número de manera más corta? La respuesta fue “pues ponemos el dos, entre paréntesis el número, el igual y el resultado que nos da la multiplicación”. Sentí que

no había formulado bien la pregunta y no sabía cómo hacerla, traté de mejorarla diciendo: — y ¿si no conocemos el número? Ellos contestaron “*no se puede profe, no se puede hallar un resultado*”.

No supe qué preguntas hacer para que ellos propusieran cómo representar un valor desconocido, y en medio de mi frustración les impuse que las letras minúsculas iban a representar valores desconocidos. Les dije: — Cuando no conocemos el número, podemos usar una letra para representar el número desconocido y esta debe ser minúscula, entonces ¿cómo se escribe el doble de un número de manera más corta?

No sabía lo que estaba haciendo, no me explicaba cómo algo que podía ser tan sencillo para mí, era tan complejo para mis estudiantes, me sentía frustrada con el silencio que había en ellos y sus caras de desconcierto, por un momento pensé en escribir la expresión $2x$ en el tablero y decirles que era eso lo que representaba el doble de un número.

María Fernanda se levantó del puesto y escribió $2m=f$, esa no era la expresión que yo quería, pero sentí culpa porque todos mis ejemplos eran de esa forma. Pregunté: — *¿están de acuerdo?* Nadie dijo algo significativo para mí en ese momento, preguntaban: “*¿por qué esas letras?, ¿puede ser cualquiera?, pero después de estas preguntas terminaron aprobando la respuesta de su compañera.* Pregunté: — *¿por qué escribiste = f?* respondiendo “*porque la letra puede ser cualquiera*”, — Pero *¿por qué pones igual a una letra?*, insistí, y la respuesta que me dio María Fernanda fue: “*no sé el número por el que hay que multiplicar a 2, tampoco sé cuál es el resultado y usted me dijo que cuando no se conocen las cantidades, se representan con letras minúsculas, entonces por eso puse esas dos letras*”.

Esa primera clase estaba por terminar, con impotencia y afán les dije: — si en el enunciado no dice la palabra “es” no se debe escribir igual, ni ninguna letra que represente el resultado, entonces la respuesta a mí pregunta era la expresión $2m$. Después, como si les estuviera dando una receta de cocina agregué — si el enunciado dice: el doble de, el triple de o el cuádruple de un número es multiplicar el número por 2, 3 o 4; si dice la mitad, la tercera parte o la cuarta parte de un número es dividir por dos, tres o cuatro, y así asocié otras palabras que debían identificar para saber qué operación era.

No me sentí cómoda diciéndoles eso, pero noté que empezaron a resolver los ejercicios propuestos en la cartilla con mayor facilidad. Sus caras cambiaron porque aparentemente entendían el tema y yo me sentía tranquila porque ellos estaban haciendo bien el trabajo; pero insegura de todo lo que sabía, en ese momento trataba de asociar el significado de la letra en una expresión algebraica a una variable, una incógnita o un parámetro, pero nunca intenté resolver mi inquietud.

Las siguientes clases fueron muy similares, identificar palabras para asociarlas con operaciones, estaba tranquila porque los estudiantes resolvían lo que yo pedía (en realidad lo que la cartilla pedía). Pocas veces me preocupaba si los

estudiantes comprendían el significado de la letra en los enunciados propuestos, si comprendían toda la expresión o solo se limitaban a seguir un algoritmo, mi preocupación era que ellos dieran una respuesta a los ejercicios planteados.

Nuevamente encontré dificultades cuando estábamos haciendo el proceso inverso, cuando de la expresión algebraica debían escribir un enunciado verbal, naturalmente para ellos fue más sencillo escribir los mismos que se habían propuesto inicialmente, es decir, si encontraban la expresión algebraica $3x+5$ ellos escribían *“el triple de un número aumentado en 5”*, y si había dos letras en la expresión como en $2m - 5p + 3$ ellos escribían *“el doble de un número disminuido cinco veces otro número, aumentado en tres”*.

De nuevo me sentí impotente y culpable de lo que hacían, cuando quise plantear otras posibles soluciones para ese tipo de ejercicios solo se me ocurrían perímetros o áreas, no sabía en qué más usar ese tipo de expresiones, recordé la concepción del álgebra como generalización de la aritmética que estudié en el curso de Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra y la Aritmética de la licenciatura, en ese espacio académico la profesora Lina nos propuso algunos documentos de estudio sobre generalización y el paso de la Aritmética al Álgebra en la escuela, pensé que en esos documentos podía encontrar alguna actividad.

Al llegar a casa revisé los documentos que conservaba de la licenciatura y algunos textos escolares, quería encontrar ejemplos de actividades de generalización, esperaba encontrar un ejemplo en el que la generalización fuera una expresión algebraica, pero ojeando encontré generalizaciones con patrones geométricos que a mi parecer eran muy complejos para llevar al aula, pensé que me demoraría mucho tiempo con ese tipo de ejercicios en el tema, entonces me remití a algunos textos escolares en donde se planteaba algo análogo a lo que estaba en la cartilla. Finalmente pensé ¡así lo aprendí yo! y si así se proponía en los libros escolares, pues así se enseña, lo anterior fue la manera de dar consuelo y solución a mis dudas e impotencia, aunque pensaba en que probablemente había otros contextos en los que se encontraban las expresiones algebraicas, el usado por mis estudiantes también aplicaba, y lo importante ahí era que usaran e interpretaran el lenguaje algebraico de manera correcta.

Después de tres meses cambié de empleo a una institución pública, IED José de San Martín en Tabio, esta institución queda aproximadamente a una hora de Bogotá, la gran mayoría de los estudiantes vive en el casco urbano del municipio, en ese momento la institución tenía dos jornadas escolares y tenía una sede rural en la que había hasta grado noveno, por lo que los estudiantes de la sede rural para culminar su bachillerato se trasladaban a la sede principal, ingresé en la jornada de la tarde pero orientaba dos cursos de la jornada mañana.

Cerca del colegio hay universidades privadas cercanas, esto y la cercanía a Bogotá, hacían que los estudiantes tuvieran la visión de continuar sus estudios después del bachillerato.

La carga académica asignada comprendía el grado sexto y once, admito que cuando recibí mi carga académica sentí alivio de no enseñar en grado octavo y pensé que no debía usar las expresiones algebraicas, ni tendría que propiciar ese paso del lenguaje verbal al algebraico, el cual me parecía complejo de enseñar.

El tiempo me diría lo equivocada que estaba cuando tuve que enseñar ecuaciones en grado sexto y resolución de problemas con funciones o derivadas en grado once, con la solución de ecuaciones en grado sexto no me sentí desorientada, hice una simulación de la balanza que debía mantenerse en equilibrio y fue claro para ellos; pero el planteamiento de ecuaciones con un enunciado verbal generó confusión en mis estudiantes y por supuesto en mí.

Previamente a la clase había realizado una planeación apoyándome en el libro que se seguía en el colegio (Hipertexto 6), allí para el planteamiento y solución de ecuaciones, se establecen tres momentos: interpretación del enunciado, planteamiento y solución de la ecuación y finalmente la comprobación de la respuesta, me pareció acertado contemplar los tres momentos en la explicación, y propuse un ejemplo que pretendía desarrollar con los estudiantes a través de preguntas orientadoras.

El ejemplo era similar a un ejercicio propuesto en el libro que decía: “*Andrés tiene el doble de dinero que Rosa y \$2000 pesos más, Andrés tiene \$23000 ¿Cuánto dinero tiene Rosa?*” Elegí este ejercicio porque usaba dinero, algo que estaba presente en su cotidianidad, además porque la ecuación planteada era de la forma $ax + b = c$, siendo a , b y c diferentes de cero y esas ecuaciones fueron las últimas que desarrollamos.

Mientras realizaba la planeación de esa clase pensaba que no iba a generar inconvenientes, me sentí segura de cómo orientar a los estudiantes para llegar al planteamiento y solución de la ecuación, supuse que por ser esas ecuaciones las últimas que estudiamos, no se iba presentar inconvenientes en su desarrollo, debido a que la explicación estaba reciente y cuando desarrollaron las ecuaciones lo hicieron sin mayor dificultad.

Durante la ejecución de la planeación propuse el problema para socializar con los estudiantes, solicité a uno de ellos leerlo en voz alta, después de eso pregunté: — ¿qué es lo que tenemos que hallar? todos estuvieron de acuerdo en responder: “*¡el dinero de rosa!*”, — Es cierto, afirmé — lo vamos a representar con una letra (la mayoría propuso que fuera r de Rosa).

Realicé la siguiente pregunta: — ¿si dice que Rosa tiene el doble que Andrés más dos mil pesos qué operaciones debo hacerle a r ?

Ellos de inmediato empezaron a dar respuestas: “*dividirlo por dos*”, “*multiplicarlo por r* ”, “*sumarle los \$2000*”... y entre esa lluvia de respuestas apareció una que era posible:

Estudiante: — sumarle r .

Yo: — ¿por qué consideras que esa es la respuesta?

Estudiante: — porque el doble de 5 es $5 + 5$, el doble de 10 es $10 + 10$

En conjunto con los demás estudiantes escogimos esa respuesta y finalmente, después de otras preguntas logramos la ecuación:

$$r + r + 2000 = 23000$$

No quise decirles a ellos “cuando diga el doble es multiplicar por dos” como lo había hecho anteriormente con otros estudiantes, porque había tenido una mala experiencia con eso, pero cuando vi la expresión que habíamos anotado en el tablero deseé repetir lo que había hecho anteriormente. Para mí era fácil resolverla y era una ecuación sencilla, pero era tan difícil de explicar a estudiantes de grado sexto ¿Cómo decirles que $r + r = 2r$? y que esa expresión era lo mismo que decir el dinero que tiene Rosa más el dinero que tiene Rosa es dos veces el dinero que tiene Rosa; decidí decirles: — $r + r$ es dos veces r y se escribe $2r$ que es lo mismo de $2r$, después de mi intervención su pregunta inmediata fue “¿por qué?” y yo me apoyé con los ejemplos: — $3 + 3$ es sumar dos veces 3 que a su vez es lo mismo que multiplicar por 2, mientras hacía esas afirmaciones me preguntaba de manera interna, si eso que estaba diciendo no les iba a causar problemas cuando vieran expresiones algebraicas y suma de términos semejantes, o si por el contrario, les iba facilitar la comprensión de esos temas.

Después de esa explicación ya teníamos una ecuación de la forma $ax + b = c$ propuesta para grado sexto que solucionamos en conjunto, posteriormente comprobamos el resultado como lo proponía el libro. Creí que había sido comprendido el tema, pero cuando les planteé los problemas que ellos debían solucionar me di cuenta que no.

Pasaban por mi cabeza varias preguntas, quería saber si todos los problemas tenían una estrategia distinta para hacer el planteamiento de la ecuación, o si era posible identificar palabras para hacer un adecuado planteamiento (nuevamente quería explicarles como si fuera una receta de cocina), además habían varios estudiantes que resolvían las ecuaciones y daban respuesta al problema sin plantear la ecuación, a esa estrategia yo le llamaba ensayo y error, que en ese momento me parecía inadecuada y pedía un sustento matemático que validara la respuesta encontrada, es decir la ecuación.

Para grado once, en los problemas de enunciados verbales, sucedió algo parecido con grado sexto, no sabían qué representaban como variable y qué operaciones debían realizar con ella, yo sentía la necesidad de buscar aprobación o no, de lo que decía en clase, sentía que eran cosas tan evidentes para mí, pero que no podía explicar cómo resolver.

Terminé por pensar que plantear una ecuación o función es algo que requiere de una buena lectura y comprensión, y eso para ese momento pensaba que era responsabilidad del profesor de español, así que continué con ejercicios y cada vez que se planteaba uno con enunciado de tipo verbal, terminaba haciendo la conversión al lenguaje algebraico casi por completo.

Recuerdo que en el año que llegué a ese colegio, en la cafetería estaban reunidos varios compañeros de la jornada contraria a la jornada escolar en que yo laboraba, yo era poco sociable, me invitaron a sentarme junto a ellos, estaban hablando de lo que hacían en sus clases y habían dos profesoras de matemáticas que contaban sus experiencias y las actividades que hacían en el aula, prestaba atención porque mi experiencia era poca, no tenía mucho que contar y me interesaba aprender de ellas.

En un instante la profe que daba clase en octavo empezó a quejarse debido a que sus estudiantes no resolvían casos de factorización y no sumaban términos semejantes, la otra profe levantó la voz diciéndole que debía usar situaciones en donde ellos aplicaran lo que les enseñaba, me sentí un poco intimidada y creí que la profe sabía en qué tipo de situaciones se podían usar las expresiones algebraicas, en ese momento la vi tan segura que me atreví a preguntarle, después de que me contestó me arrepentí, no debí preguntarle eso, no debí hablar, ni meterme en esa conversación, me sentí juzgada por mi ignorancia, ella respondió *¿cómo no va saber eso profesora? todos sabemos dónde usar expresiones algebraicas*, y como si fuera obvio y hubiese una única manera afirmó: *en áreas y perímetros*, me dio mal genio, ya había contemplado los ejercicios de áreas y perímetros pero sabía que no solo ahí se usaban expresiones algebraicas, pensé que ella estaba acostumbrada a repetir lo mismo cada año. Llevaba menos de un año como docente y solo deseaba no repetir lo mismo el siguiente, quería no tener que enseñar planteamiento de ecuaciones, ni lenguaje algebraico nuevamente, ni nada relacionado.

Decidí no volver a comentar inquietudes con mis colegas, compartía experiencias satisfactorias pero nunca hablaba cuando algo me salía mal, pensaba que el refrán popular “entre bomberos no se pisan la manguera” era mentira, porque había profesores que estaban pendientes de cuándo y dónde uno fallaba y no precisamente para colaborar, además yo era la profesora a la que buscaban los egresados del colegio para que les ayudara con trabajos de cálculo de la universidad, cuando ningún otro profesor podía, seguramente porque no lo recordaban. Los hechos anteriores hacían que yo fuera reconocida por saber matemáticas y este reconocimiento no lo pensaba perder, diciendo que no sabía cómo enseñar un tema o que tenía dificultad en hacerlo.

En este primer año observé que a lo que llamaba álgebra y lenguaje algebraico, no era tema exclusivo de octavo y noveno, y que el paso de lo retórico a lo algebraico estaba presente en cada temática que se estudia en todos los grados con la resolución de problemas, aquello me preocupó porque no sabía cómo enseñarlo y creí que las estrategias que usé en las clases con mis estudiantes no fueron suficientes, ni buenas.

En el siguiente año continué en el mismo colegio, la carga académica que me fue asignada eran los grados décimos y séptimos. Cuando recibí la carga nuevamente pensé que el problema de pasar del lenguaje retórico al algebraico no

era mi asunto por ese año, me sentí tranquila y asocié únicamente séptimo con números enteros y décimo con funciones trigonométricas.

Ese año en el colegio implementaron las “aulas especializadas” que para los directivos era repartir algunos recursos que habían llegado entre las diferentes áreas, el jefe de área era a quien se le asignaba el aula, sin serlo, me otorgaron el aula del jefe de área, ya que ningún profesor quería hacerse responsable de todos los recursos, yo sí ¡iba a tener todo a la mano! Con lo único que no contaba era con internet pero podía descargar, llevar los archivos o lo que necesitara en una memoria y ¡listo!

El aula estaba dotada con todo lo que le pertenecía al área: televisor, quince computadores portátiles, cuarenta tabletas, libros, reglas, y otros materiales, lo primero que hice fue instalar Geogebra en los computadores, en ese momento no sabía que la aplicación se podía instalar en las tabletas, imaginé que ese año mis estudiantes iban a estar más motivados a aprender y yo, a realizar actividades con recursos diferentes al tablero y el marcador, debido a que tenía más implementos y los podía usar cuando quisiera.

Las clases transcurrieron, desde mi perspectiva bien, ese año con los grados séptimos en principio estudiamos los números enteros, cuando tenía dudas sobre qué actividad plantear le preguntaba a mis compañeros de la universidad, ese año inicié una especialización con dos compañeros de la licenciatura a quienes les tenía mucha confianza, ellos me recomendaban libros escolares como Alfa y revisar actividades que habían en las memorias de eventos como los encuentros de Geometría y Aritmética de la Universidad Pedagógica Nacional, cuando me recomendaron esas memorias pensé ¡qué tonta soy! Pues yo tenía en físico y digital todas las memorias, y nunca las había revisado.

En esos libros y memorias encontré actividades interesantes con los números enteros que llevé al aula modificándolas ligeramente, semanalmente iba a contarles a mis compañeros el éxito o el fracaso de la actividad con los grados séptimos. En algún momento me percaté que nunca les contaba lo que hacía con grado décimo, y ahí estaba mi mayor carga, con grado décimo no había planteado actividades diferentes a las usuales, les estaba enseñando como me habían enseñado a mí y no quería hacerlo porque era consciente que yo no había aprendido trigonometría así.

En el grado décimo, llegaba a clase, les explicaba un tema. Por ejemplo, razones trigonométricas, resolvía algunos ejemplos y luego planteaba un ejercicio verbal, de esos que hay en todo libro *Un faro que se encuentra a tantos metros del puerto... ¿cuál es el ángulo de...?* Para solucionarlo había que hacer un dibujo para representar la situación, y luego se convertía en un ejercicio de razones trigonométricas, los estudiantes no tenían problema entre el paso del dibujo a la razón, la dificultad estaba entre el enunciado y el dibujo, en ese paso los estudiantes decían: “*profe, ayúdenos con el dibujito*” a lo que respondía: — ¡Es cuestión de leer e interpretar bien! ¡Eso es lectura muchachos!

Un día recordé que en una semana del Educador Matemático cuando hacía la licenciatura, fueron unos estudiantes de grado décimo del IPN, exponían un trabajo que habían hecho de graficar funciones trigonométricas en coordenadas polares, no recordaba muy bien lo que hicieron ni qué software utilizaron, solo recordaba que resultaban flores y la cantidad de pétalos variaba respecto a algo, entonces se me ocurrió ver coordenadas polares con ellos, para luego hacer una actividad que no tenía ni idea de cómo empezarla, ni qué hacer concretamente, pero que estaba segura les iba a gustar a mis estudiantes que estaban acostumbrados a resolver una lista de ejercicios en todas las clases.

Inicié con la explicación del sistema de coordenadas polares y cómo se graficaban los puntos a través de razones trigonométricas, paralelamente estudiaba cómo graficar funciones en coordenadas polares en Geogebra, veía vídeos de tutoriales que repetía hasta aprender los comandos. Cuando supe cómo graficar funciones trigonométricas en coordenadas polares usando el software, no supe qué hacer con eso, no recordaba la actividad que habían hecho esos estudiantes y no había registro en ningún lado, porque esa semana del Educador Matemático no tenía memorias, ni nada parecido, sentí que estaba perdiendo mi tiempo porque no sabía qué hacer con eso.

Grafiqué funciones trigonométricas en coordenadas polares y al ver un patrón les planteé una actividad de generalización, pensé que eran estudiantes de décimo y hacer una actividad de generalización como esa iba a ser muy fácil, la actividad consistía en graficar en coordenadas polares la función $\text{sen}(px)$, inicialmente p era un número natural cualquiera porque eran las únicas que yo había estudiado, y construir una tabla que comparaba p y el número de pétalos que se formaban, luego debían hacer lo mismo con la función coseno.

Efectivamente la generalización estaba muy sencilla y en diez minutos se terminó la clase que había planeado, rápidamente los estudiantes dijeron: “*si es 1, 3, 5 o un número impar da el mismo número de pétalos y si no, pues el doble*”. Angustiada porque no sabía qué hacer después les dije: — ¡Muy bien! Ahora escríbanlo, esperaba que me escribieran algo como: Si p es impar, la flor tiene p pétalos y si p es par, la flor tiene $2p$ pétalos. ¡Pero no!, ellos escribieron tal cual como lo dijeron “*un número impar da el mismo número de pétalos y si no pues el doble*”.

Les hice una tabla en el tablero para p par y otra para p impar. La de p par fue:

p	# de pétalos
2	4
4	8
6	12

Mientras iba preguntando para llenar la tabla recordaba esas clases que quería mantener en el olvido, con temor decía: — *¿el doble de dos? cuatro, ¿el doble de cuatro? ocho...* y con un suspiro y esperando lo peor finalmente pregunté: — y *¿el doble de n ?* cuando vi sus caras sentí como si les hubiera preguntado por la demostración de la conjetura de Goldbach, al no escuchar respuesta sonreí para darles confianza y volví hacer lo mismo que había hecho antes

p	# de pétalos
2	$4 = 2(2)$
4	$8 = 2(4)$
6	$12 = 2(6)$

Volví a preguntar — *¿El doble de n ?* Y ellos contestaron: “*pues 2 paréntesis n* ”. Les expliqué por qué se usaban los paréntesis entre dos números cuando se multiplicaban y les dije: — podemos quitar los paréntesis y dejar solo la expresión $2n$.

Me preguntaba qué hubiera pasado si quisiera que el par lo expresaran como $2n$ y el impar como $2n+1$, de nuevo empecé a buscar responsables del por qué no era fácil para ellos usar una expresión algebraica. Ya no era culpa del profesor de español porque en ese ejercicio no debían leer nada, probablemente había sido el profesor que les dio álgebra en grado octavo.

Aún quedaba tiempo para terminar la clase, así que improvisé y les pregunté de manera inversa:

Yo: — *¿si quiero que la flor tenga 12 pétalos qué expresión uso?*

Estudiantes: —Seno o coseno de $6x$.

Yo: — *¿de 20 ?*

Estudiantes: Seno o coseno de $10x$, ¡la mitad!, ¡ahí siempre es la mitad!

No quise preguntar cómo escribían eso, pensé en dejar que llegaran con la expresión como tarea. Así, en cierta forma me libraba de explicarles algo que no sabía cómo, hubo un estudiante que dijo: “*no, no siempre es la mitad porque si queremos que la flor tenga 10 pétalos sería $\cos 5x$ pero esa nos da una flor de 5 pétalos, entonces no se puede*”.

Sinceramente en ese momento me sentí perdida porque estaban diciendo cosas que yo no había notado, entonces me limité a escuchar y a dar la palabra,

otro estudiante dijo: “*pasa lo mismo con la de 6 pétalos y en general con todas las que la mitad es impar*”. Tenía claro que no les iba pedir que escribieran de manera algebraica eso que estaban diciendo, casi no logran escribir el doble de pétalos como $2p$ no me imaginaba cómo hacer que escribieran “las que la mitad es impar”.

Para finalizar esa clase les pedí que escribieran sus observaciones y que pensarán en una alternativa para hacer una flor con diez pétalos, continuaríamos la siguiente clase. Claro, yo les pedí eso pensando que para la siguiente clase yo ya sabría cómo hacer una flor con diez pétalos, pero no lo logré.

Ellos llegaron muy animados a la siguiente clase, yo no estaba animada porque no sabía la respuesta a la pregunta que les hice, cogieron los computadores y empezaron a comprobar las ideas que habían llevado, unos dijeron: “*hay que graficar otras funciones trigonométricas para obtener la flor de diez pétalos*”, otro grupo de estudiantes afirmó: “*sumando o restando funciones trigonométricas*” y otros en silencio empezaron a restringir el dominio de la gráfica, pero lo restringían de acuerdo al número de pétalos que querían y a la función que graficaban.

Todas las propuestas formaban cosas bonitas, las primeras no daban solución a la pregunta de cómo hacer una flor con 10 pétalos, pero sí generaban discusiones en torno a otras flores que se formaban y que ellos llamaban helechos o asociaban con otro tipo de plantas. La última propuesta de restringir el dominio daba solución a la pregunta y encontraban muchas formas de hacer una flor con 10 pétalos que dependían de la función que escribían y el intervalo que elegían.

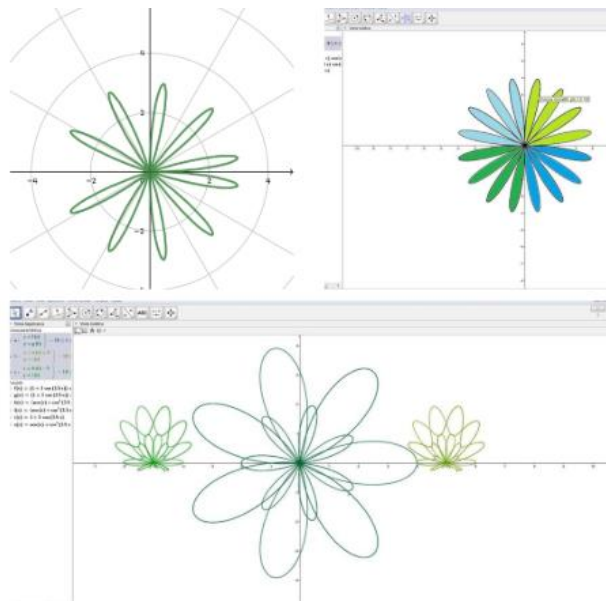


Imagen 1. Algunos ejemplos de las gráficas realizadas por los estudiantes

Ellos podían expresarlo bien con sus palabras, describían lo que hacían de manera correcta, pero cuando se les pedía expresar de manera algebraica ese

intervalo, no sabían cómo hacerlo. Yo estaba muy emocionada por lo que ellos hacían, por las flores que encontraban, por las preguntas que se generaban, tanto así que no le di importancia a cómo lo escribían, no persistí en formalizar eso, les propuse que hicieran un jardín en el plano polar con flores de distintos pétalos y diferentes tipos de flores, que agregaran colores y registraran lo que hacían en sus cuadernos. Naturalmente sus registros fueron en lenguaje retórico, tal vez esa sea la razón por la que en este momento no recuerde cómo restringían dominios para hacer la flor de 10 pétalos de manera rápida.

Ese cambio de registro de lo retórico a lo algebraico no se hizo, algunos lograban hacer la flor que les pedía, pero no identificaban que operaciones hacían y qué operaban, eran como el cocinero que hace un plato delicioso pero no logra dar la receta. No les pedí que usaran el lenguaje algebraico porque a mi juicio la actividad había salido muy bonita, en mi opinión imponer ese formalismo hacía que los resultados no fueran propios de ellos.

Ese año finalizó y pensaba que la interpretación de enunciados verbales y planteamiento de expresiones algebraicas se debía adquirir desde grado sexto, sin embargo teniendo carga académica en grado séptimo no hice nada para eso.

El primer semestre del tercer año de experiencia docente, continúe en el mismo colegio, hubo una modificación administrativa y la institución empezó a ser jornada única, para esa época mi carga académica estaba en sexto únicamente.

Lo más cercano al lenguaje algebraico eran las propiedades de algunas operaciones, como estaba convencida que había que familiarizar a los estudiantes con ese lenguaje escribía las propiedades de manera formal en el tablero y se las hacía registrar de manera retórica y algebraica. Ellos siempre decían; *“¡profe! con ejemplos porque con letras no entiendo”*, generalmente respondía: —eso que escribí en el tablero es lo que ustedes tienen en su cuaderno, ellos movían la cabeza dando aprobación y esperando el ejemplo.

El segundo semestre del año inicié labores en la IED Francisco José de Caldas de Viotá, Cundinamarca. La carga que me fue asignada también fue de grados sextos únicamente, los estudiantes no habían tenido profesor durante el primer periodo escolar, así que tuve que adelantarme rápidamente para cubrir los temas propuestos para ese año.

Recuerdo que al finalizar el año escolar, les llevaba actividades de generalización de patrones, pero no les pedía una expresión algebraica, sino que completaran la tabla y describieran qué hacer para hallar un término desconocido, ellos se remitían a los ejemplos.

El siguiente año continué con los cursos que tenía el año anterior y algunos sextos, mi carga académica estaba únicamente en grados sexto y séptimo. Distinguía a la mayoría de estudiantes desde seis meses atrás, empecé a familiarizarme con los estudiantes de grado sexto. Viotá es un municipio con el casco urbano muy pequeño y una extensión rural demasiado grande, el colegio es

el único que hay en el casco urbano (los otros tres colegios quedan a una hora del centro aproximadamente).

Viotá es un municipio de posconflicto entonces muchos estudiantes son criados por sus abuelos o tíos, ya que el conflicto los ha dejado sin padres, en el municipio no hay biblioteca, pero doña Raquel presta los libros y enciclopedias que tiene en su casa, los libros de matemáticas son muy antiguos en alguna ocasión me comentaba que con esos libros habían estudiado sus hijos que se habían graduado en los años 90, ella presta el servicio de consulta sin ningún costo. En el municipio hay tres salas de internet, una es vive digital que abre hasta las 5:00 p.m., queda dentro de la institución y su servicio no tiene costo y los otros dos quedan cerca al parque, están abiertos hasta las 8:00 p.m. o 9:00 p.m. y el servicio sí tiene costo.

Un gran porcentaje de estudiantes viven en veredas y son transportados por las rutas escolares, cuando los deja la ruta deben caminar 30 minutos o más, en la mayoría de viviendas no hay internet y con suerte tienen computador.

La única posibilidad cercana para hacer estudios superiores es Girardot y allí no hay gran oferta educativa, pocos logran trasladarse a Bogotá para continuar sus estudios, esto hace que los estudiantes tengan apatía por el estudio porque no lo ven como una posibilidad a futuro.

El colegio no tiene biblioteca, en ese año sólo había un libro de matemáticas, hipertexto, y solo era para uso del docente, no hay red de internet y tampoco materiales propios de matemáticas, se pueden pedir prestados algunos recursos como televisores y videobeam.

Ese contexto hacía que mis planeaciones fueran más complejas de realizar, mi primera fuente para las planeaciones era el texto del colegio, si quería consultar otros libros escolares iba a la biblioteca, cuando inicié con el tema de ecuaciones, había pasado como medio año escolar, me dirigí a la biblioteca y allí la señora Raquel me pasó el libro que tenía de grado séptimo “Matemática 2”, tenía más o menos cinco unidades de aritmética, otras cinco de geometría y una de estadística, y al inicio del libro estaba “la ecuación $a + x = b$ ” y enseguida encuentro esto:

esta expresión se denomina una ecuación lineal con una incógnita x .

Un número entero k tal que $a + k = b$ se denomina una solución de la ecuación, así, por ejemplo:

5 es una solución de $35 + x = 40$

-3 es una solución de $27 + x = 24$

y, además, es la única, es decir, no hay otro número entero que satisfaga la ecuación.

En general, la ecuación lineal $a + x = b$, para $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, tiene una única solución que es el número entero

$$x = b + (-a) \text{ o simplemente } x = b - a$$

puesto que, si $b - a$ sumado con a nos da b , así:

$$a + (b - a) = (a - a) + b = 0 + b = b$$

y, además, si $a + x = b$ y $a + y = b$, entonces, $a + x = a + y$, es decir, $x = y$.

Imagen 2. Definición de ecuación lineal del libro Matemática 2 (Pérez & otros, 1985).

Si les daba esa definición a mis estudiantes muy seguramente iba ser un caos y me imaginaba las frases “no entiendo”, “cómo así”, “eso está muy difícil”. Me daba risa imaginarme la situación pero a la vez pensaba que así estudió y aprendió mucha gente, entre ellos los hijos de doña Raquel, y probablemente no fue traumático para ellos escuchar “un entero k tal que...”

Por pura curiosidad y ganas de experimentar les llevé esa definición, les pedí que la registraran en los cuadernos y luego que la leyeran e interpretaran y como era de esperarse exclamaron: “*no entendí*”, “*qué es k* ”. Luego les puse los dos ejemplos que estaban en el libro usando un cuadro en vez de la x , elegí esos porque uno tenía solución positiva y el otro negativa, cuando la solucionaron les dije que el número k que decía la definición, era el número que no conocíamos y que se debía poner en el cuadro.

Cuando pasamos del cuadro a la letra coloqué una letra distinta a k , su reacción fue “*es k profe*” de inmediato les dije:—se puede usar cualquier letra, algunos colocaron k en sus cuadernos, en ese momento pensé en el profesor que los orientaría el siguiente año en álgebra, probablemente iba a ser muy complicado para él.

Después de eso volví a la balanza que había hecho un par de años atrás para explicar la propiedad uniforme y el algoritmo para resolver ecuaciones lineales, el problema nuevamente se presentó cuando debían plantear la ecuación a partir de un ejercicio verbal, ellos hacían cualquier operación a los números que proponía el ejercicio sin ningún argumento, por lo que fue muy complicado empezar a representar lo desconocido con una letra.

Yo los orientaba, pero terminaba planteándoles la ecuación, y ellos la resolvían, muy pocos comprendieron, pensé que tal vez reforzarían ese tema el siguiente año cuando iniciaran álgebra.

La sorpresa para mí fue recibir el siguiente año mi carga académica, dos cursos de grado séptimo y ¡grado octavo! todo lo que pospuse, lo que dije que haría el profesor de octavo me tocaba a mí. Les comenté a mis compañeros de área mis inquietudes para enseñar en grado octavo y las dificultades que tuve para enseñar ecuaciones el año anterior, me decían que es difícil y que a ellos también les ha pasado lo mismo.

Una compañera me dijo que ella explicaba el planteamiento de ecuaciones usando el juego de adivina un número, les pedía pensar un número, hacer algunas operaciones con él mientras iba escribiendo la ecuación en el tablero, registraba el resultado, resolvía la ecuación y adivinaba el número del estudiante. Hice eso algunas clases, aunque las operaciones en el ejercicio son explícitas hacían que los estudiantes se familiarizaran con el planteamiento de ecuaciones y estaban muy entretenidos haciendo el ejercicio y adivinando el número del compañero.

Todo ese proceso de enseñanza fue caótico, terminé usando el álgebra de Baldor y haciendo lo que hicieron mis profesores del colegio, inicié el programa con el tema expresiones algebraicas, siguiendo el libro que se ha convertido en la biblia para muchos profesores y que había criticado mucho antes de usarlo. Usaba distintos colores para diferenciar las partes de las expresiones algebraicas y cuando iniciamos términos semejantes, usaba colores también para identificar los términos que se podían sumar, para todo lo demás hice exactamente lo mismo que había en el álgebra de Baldor.

Mientras explicaba cada tema, ponía ejercicios y ejecutaba mis clases, pensaba que esa no era la mejor manera de enseñar el álgebra escolar porque así me enseñaron a mí, y no fue nada grato, y las respuestas que encontraba en mis compañeros era *“es que es muy difícil”* y generalmente hacían lo mismo que yo.

Casi todos los libros escolares que consultaba eran algorítmicos, ejercicios de factorización, resolución de ecuaciones, muy pocos tenían un enunciado retórico, lo que proponía en el aula no era distinto, era resolver ejercicios siguiendo en su mayoría de veces una serie de pasos y evidentemente esas clases se tornaron aburridas para los estudiantes y para mí, eso se evidenciaba en la forma de trabajo que tenían los estudiantes que en ese momento, copiaban los ejercicios resueltos por sus compañeros sin entender casi nada.

Había buenos comentarios de los padres de familia porque la profesora de matemáticas les ponía a resolver la gran cantidad de ejercicios que había en el libro que ellos habían usado y con el que aseguraban habían entendido muy bien el Álgebra, aun así, no recordaban como era, solo recordaban que era difícil.

Siempre tuve temor de proponer un ejercicio con enunciado retórico, al inicio cuando expliqué las partes de una expresión algebraica, y qué era una expresión algebraica propuse el ejercicio: — Escriba la expresión algebraica que representa las afirmaciones que voy pronunciando. Empecé con una que pensé que iba ser sencilla, les dije: —dos equis, no sé por qué pensé que era sencilla, hubo una gran cantidad de respuestas uno de ellos escribió *Xbox* y yo no sabía si llorar o reír, al preguntarle por qué había escrito de este modo, el estudiante argumentaba que ahí estaban las dos equis, otros escribían xx y otros expresiones similares que no eran la representación algebraica de la afirmación dada.

Luego les dije: — escriban la expresión algebraica que represente el doble de un número, recordando que la letra representaba valores desconocidos. Muy pocos estudiantes escribieron $2x$, la mayoría preguntaba: *“¿Qué es eso del doble?”* Y yo nuevamente volví a los ejemplos: — ¿cuál es el doble de 5?, ¿el doble de 10?, ¿el doble de 12?, después de las respuestas preguntaba nuevamente — ¿qué están haciendo para hallar el doble del número que digo? Algunos estudiantes contestaban: *“sumar dos veces el número”* y otros *“multiplicar por dos”* y yo escogía multiplicar por dos, ignorando la otra respuesta, porque era la que me convenía para lograr la expresión $2x$, con la otra muy seguramente representarían con $x + x$ que probablemente no estaba mal, pero para mí la única respuesta era $2x$.

En la mitad de ese año inicié la Maestría en Docencia de las Matemáticas, en cada asistencia a los seminarios me convencía de que estaba haciendo las cosas muy mal y probablemente continué haciéndolas de la misma manera, pero de conscientemente. Sabía que había cometido errores la mitad de año anterior con el grado octavo y poco podía hacer para remediarlo, entendí que el álgebra no inicia en octavo como pensaba, entonces traté de hacer algo bien con los grados séptimo que tenía a cargo, en esos meses que me quedaban, les llevaba actividades de generalización que veíamos como ejemplos en algunos seminarios, actividades que leía en algunos artículos de revista, actividades que realizábamos con algunos compañeros para nuestras tareas, y actividades que otros compañeros mencionaban que realizaban, la respuesta por parte de los estudiantes empezó a ser muy positiva.

En la primera actividad que les llevé, no sabían que era un ejercicio de matemáticas, la leí en una revista, les dije: — la señora Myriam (de la cafetería) me pidió un favor, pero no tengo mucho tiempo para resolverlo, ella va a empezar a vender almuerzos como bien saben, y quería saber cuántos estudiantes podía sentar en sus mesas si las juntaba todas, pero resulta que yo a esta edad ya no tengo buena memoria, y no recuerdo cuántas mesas tiene la señora Myriam, les hice un dibujo en el tablero similar a este:

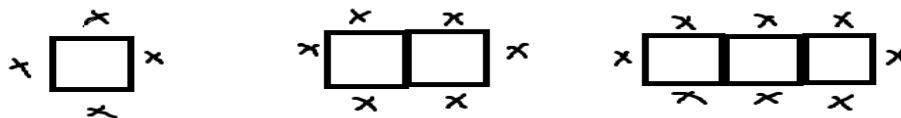


Imagen 3. Dibujo para representar la situación dada

—En una mesa podemos sentar cuatro estudiantes, en dos mesas seis, en tres ocho y así sucesivamente, ¿cómo le ayudamos a doña Myriam? Ellos entendieron, decían: *“¡ah ya! las mesas deben ir pegadas pero ¿no se acuerda cuántas mesas tiene?”* Y hacían gestos tratando de decir haga memoria profe, les dije: — no, no me acuerdo, uno de ellos que generalmente mostraba apatía por las matemáticas dijo: *“profe pues yo voy y le pregunto a doña Myriam cuántas mesas tiene”* y yo de inmediato le dije: —no, ¿cómo me va hacer quedar mal? Que no se vaya notar lo desmemoriada que soy, dirá doña Myriam que yo olvido todo lo que me dice, ¡qué pena con ella!, no señor, entonces, me dijo: *“yo voy y las cuento disimuladamente sin que se dé cuenta deme permiso”*, le negué el permiso argumentando que los coordinadores nos habían dicho que ningún estudiante debía estar fuera del salón en horas de clase y aunque me dijo que él no se dejaba ver le dije que había que obedecer.

Todos empezaron a hacer dibujos, representaciones, operaciones, dialogaban entre ellos hacían sus observaciones en voz alta, algunas veces de manera incompleta porque en la mitad de la oración se daban cuenta que no funcionaba y finalmente afirmaron: *“¡profe! cuando le pregunte la señora Myriam*

usted le pregunta cuántas mesas es que tiene le suma uno al número que ella le diga y lo multiplica por dos”, otros decían: “*no, lo multiplica por dos y le suma dos*”.

Como yo buscaba que ellos usaran el lenguaje algebraico les dije que no entendía y mientras hablaba —*si son tres mesas las multiplico por dos y le sumo dos*— escribía $3x2+2$ —*si son cinco mesas*— $5x2+2$ y les pregunté: — *¿es así?*— Ellos aprobaron muy contentos porque funcionaba lo que habían encontrado.

Les dije:—la señora Myriam no puede darse cuenta que hasta ahora voy a hacer la operación porque va pensar que no le he dedicado tiempo al favor que me pidió entonces voy a escribir eso que me estaban diciendo de coger el número de mesas que ella me diga, multiplicarlo por dos y sumarle dos en este papelito y les mostré un papel muy pequeño.— *¿Cómo escribo todo eso de manera más corta en este papelito?* una niña dijo de inmediato: “*yo sé*”, le di el marcador y dijo con un sonsonete y regaño en sus palabras: “*como la profe no sabe cuántas mesas tiene doña Myriam porque se le olvidó ese número, y escribió un signo de interrogación lo multiplica por dos y le suma dos*” finalmente en el tablero estaba escrito $?x2+2$, otro después de ver esa representación escribió $(?+1)X2$ todos estuvieron de acuerdo.

Les dije: — voy a cambiar el signo de interrogación porque con esa memoria que tengo tal vez se me olvida qué significa ese signo, mejor voy a poner una letra, todos casi en coro dijeron: “*m de mesas ¡para que no se le olvide profe!*” entonces escribí $m x 2 + 2$ y $(m + 1) x 2$.

Las siguientes clases fueron mejorando desde mi percepción, porque tenía otras fuentes de consulta, más autonomía y cuidado para elegir las actividades.

Hoy para mí, el paso de lo retórico a lo algebraico y viceversa, es un proceso largo y confuso, no puedo pretender que los estudiantes de un día para otro interpreten un enunciado y escriban una ecuación, cuando durante todo su aprendizaje han sido acostumbrados únicamente a resolver algoritmos.

1.2. Narrativa autobiográfica intelectual de Ana: Mi formación

Después de graduarme como bachiller de un Colegio Técnico Comercial, inicié mi formación profesional en la Universidad Nacional de Colombia, recuerdo que durante mi bachillerato siempre afirmaba que no quería estudiar algo que estuviera relacionado con las matemáticas, no me gustaban a pesar de que se me facilitaban, ese desagrado que tenía a las matemáticas probablemente era porque la veía como una serie de pasos que conducían a un resultado exacto, no había cómo dar una opinión personal con lo que se podía hallar, además me resultaba muy fácil seguir una serie de algoritmos en casos diferentes para resolver un ejercicio, no había nada novedoso en eso.

Alguna vez a punto de terminar el colegio escuché la profesión: “Químico Farmacéutico” así que pregunté de qué trataba, y dejándome llevar por la primera impresión que tuve, decidí que yo quería ser química farmacéutica, me llamaba la

atención la idea de hacer medicamentos para ayudar a personas que padecían alguna enfermedad terminal.

Entonces ingresé a la Universidad Nacional a la carrera de Farmacia, tenía 15 años y el ideal de servirle a la comunidad, durante el primer semestre veía entre otras materias Matemática I, era un cálculo diferencial, fui a las primeras clases del curso y no entendía absolutamente nada, para mí era muy extraño no entender una clase, no mencioné eso a nadie porque a pesar del poco gusto que tenía hacia las matemáticas, pensaba que tenía habilidades, tenía la creencia de que las matemáticas era memorizar un algoritmo y repetirlo.

Como no entendía de qué hablaba mi profesor, quien realmente no hablaba sino que resolvía un ejercicio y ponía talleres, tomé la decisión de no volver a ingresar a clases. Entraba únicamente los días de presentar parciales, obviamente me iba terrible porque no los resolvía, trataba de replicar lo que veía de lejos en las hojas de mis compañeros y ¡claro! Mi visión no es excelente para alcanzar a ver los números que ponía mi compañero en su hoja de examen. Así que si veía una gráfica, sin importar cómo fuera, yo realizaba un plano cartesiano en mi hoja, pintaba alguna curva y escribía algunos números. Por supuesto, las calificaciones de mis parciales nunca superaron el cero ese semestre.

La relación que tenía con mis profesores no iba más allá del saludo formal, con mis compañeros no hablaba mucho, con pocos entablé una buena relación, hablábamos, almorzábamos, estudiábamos otras materias pero nunca aceptaba ir a estudiar Matemáticas porque no me gustaba. El siguiente semestre tuve que repetir la materia, con un profesor de esos que no quisiera recordar.

Asistía a todas las clases de manera puntual para poder entender, culpaba a mi inasistencia por la pérdida del semestre anterior, las primeras clases leía antes de entrar y cuando quería participar el profesor me callaba y le daba la palabra a algún compañero hombre porque según él ellos sí respondían correctamente, desmotivada decidí no estudiar antes de clase y asistía a escuchar hablar y hablar al profesor sin comprender mucho de lo que decía.

A veces pensaba que ese profesor tenía poderes porque justo en el momento en que pensaba en otras cosas, el me señalaba y lanzaba alguna pregunta que yo no contestaba por lo que él siempre afirmaba: – *usted no sirve para esto, debería estudiar algo que no tenga nada que ver con matemáticas*, pero no, el profesor no tenía poderes, yo siempre estaba distraída, los únicos momentos en que le ponía atención era cuando me decía que cambiara de carrera.

Recuerdo una clase en que el profesor me pasó al tablero, a pesar de que le dije que no pasaba, después de burlas que realizó y afirmaciones como – *históricamente los hombres son los que han sobresalido en las ciencias* – accedí a pasar pensando que iba a sorprender al profesor, no sabía cómo pero pensaba que lo iba a sorprender.

Debía graficar una función racional, que no recuerdo exactamente cuál era, pero sé que tenía discontinuidad en un punto y una asíntota vertical. Factoricé,

cancelé, derivé, evalué, sumé, resté, multipliqué,... de manera correcta. Encontré los puntos en donde era discontinua y donde tenía las asíntotas, los máximos, los mínimos, sin tener idea de qué era eso, realmente repetí los algoritmos que había hecho el profesor en un ejercicio anterior y que tenía registrado en mi cuaderno.

Después de eso quería sentarme porque no sabía qué más hacer, mis compañeros tratando de ayudarme hacían la gráfica en el aire con los dedos pero yo no logré dibujarla en el tablero, escuché al profesor decir – *Estaba muy fácil, debería cambiarse de carrera*– las lágrimas en mi rostro fueron evidentes ese día, me dolía lo que el profesor decía pero me convencía de que estaba en el lugar equivocado y que el profesor tenía razón.

No tuve éxito estudiando la carrera que había elegido, salí pensando que estudiar algo que estuviera relacionado con matemáticas no era para mí. Sin embargo no desistía de estudiar Química Farmacéutica.

Me inscribí a la Universidad Pedagógica Nacional, pagué los derechos de inscripción con la intención de formalizarla en Licenciatura en Química, pero en el momento de la inscripción mi madre me preguntó: – *¿Química o Matemáticas? A usted le fue mal en matemáticas debería inscribirse a esa para entender lo que no ha entendido* – Yo accedí, pensando que no iba a pasar, además no quería ser profesora de Matemáticas, porque pensaba en los profesores que tuve y sólo me daba alegría recordar a la profe Francy, mi profe de quinto de primaria ¡la mejor profesora que había tenido hasta el momento!, paciente, servicial, nos evaluaba jugando, no importaba si nos equivocábamos, ella era muy amable con todos, siempre estaba alegre, nos sonreía y tenía el poder para que todos le prestáramos atención; los otros no, los otros profesores que tuve sólo eran amables con los que tenían habilidades en matemáticas, todos excepto la profe Francy enseñaban algoritmos que debíamos memorizar y repetir.

La imagen del profesor de matemáticas que tenía era de una persona poco emotiva, seria, no había un momento fuera o dentro del aula en donde me haya sentido con la libertad de opinar y no ser juzgado por un mal procedimiento en algún algoritmo, no quería convertirme en eso.

Reconozco que me llenaba de alegría cuando pasaba cada examen y finalmente la entrevista, aunque no quería ser profesora de Matemáticas me dio alegría haber sido admitida, ingresé a la Licenciatura en Matemáticas, el plan de estudios en los dos primeros semestres tenía una línea de álgebra, otra de análisis o cálculo, otra de geometría y una de informática, a partir del tercer semestre se empezaba a ver estadística y el componente pedagógico.

Antes de iniciar la Licenciatura en Matemáticas consideraba las matemáticas como el conjunto de reglas para operar números o expresiones algebraicas, si bien creía que estaban presentes en todo como decían mis profesores y algunos libros escolares, también consideraba que todo se podía resolver con un algoritmo establecido que conduciría a una única respuesta y que no era refutable salvo que alguna operación estuviera mal hecha durante el algoritmo. Tal vez por esta razón

consideraba que enseñar matemáticas era repetir algoritmos que otros habían hecho y explicarlos, era algo así como repetir lo que estaba escrito en algún libro pero con las palabras del profesor y aprender matemáticas era equivalente a realizar correctamente un algoritmo, prueba de esto era lograr la respuesta correcta, así, si se obtenía un buen resultado se había aprendido matemáticas.

Cursando ese primer semestre noté otra cara del profesor de matemáticas, estaba viendo otra cara de las Matemáticas. El profesor Jhon Jairo, quien nos orientaba el curso de Aritmética nos ponía, entre otras cosas, a realizar actividades de generalización, eso era nuevo para mí y observaba las generalidades rápidamente y las decía en voz alta con el orgullo de quien hace un descubrimiento científico, pero al decir las no las expresaba de la mejor manera por lo que el profesor me decía “*escribela*”, admito que nunca me ha gustado escribir y el profe siempre me pedía que escribiera.

Esa era una clase distinta, una clase donde no había un algoritmo para hallar un resultado, eran clases donde los estudiantes hablábamos más que el profesor. Así también eran las clases de Elementos de Geometría, hacíamos construcciones y conjeturas, los estudiantes éramos quienes a través de la resolución de un ejercicio debatíamos las conjeturas de otros y las nuestras.

Las clases de pre-cálculo no eran diferentes a lo que estaba acostumbrada, esas clases seguían siendo de resolver ejercicios usando algoritmos que la profesora explicaba en el tablero a través de un ejemplo que a veces le tardaba toda la clase en resolver. Si Aritmética y Elementos de Geometría me mostraban la parte que yo llamaba flexible de las matemáticas, le llamaba flexible porque permitía que nosotros discutiéramos en clase, Pre – Cálculo seguía siendo esa parte rigurosa que me hacía pensar que no me gustaban las Matemáticas y que finalmente no sabía por qué estaba haciendo esa carrera.

Tenía algunas habilidades, mis compañeros me buscaban para estudiar, tenía buena relación con ellos y los profesores estaban prestos para resolver nuestras dudas de manera cordial, sin duda era otra visión de la academia, mucho más solidaria.

Al finalizar ese semestre nos reunieron para entregarnos las notas finales, el coordinador de la licenciatura tenía un carácter fuerte. Cuando entregaba las notas a un estudiante con buen promedio o que haya superado el mínimo requerido el con voz seria decía “*muy bien, se puede matricular al siguiente semestre*” pero cuando el estudiante no había superado el promedio decía con su voz ruda “*¿qué hace acá? Usted ya no hace parte de esta universidad, no pierda su tiempo*”. Yo veía sus caras y me recordaba a mí semestres antes, esa sensación de compasión con ellos e impotencia de no poder decir nada. Él, era un profesor muy respetado, los compañeros de otros semestres se referían a él como un profesor excelente con gran conocimiento matemático que ponía ejercicios complejos que a veces sólo él podía resolver, a mí me parecía alguien que se había ganado el miedo de sus estudiantes como uno de esos profesores que había tenido siempre.

Probablemente los compañeros que salieron ese semestre de la Licenciatura, así como yo cuando hacía la anterior carrera, sí teníamos talento y no estábamos perdiendo el tiempo. Tal vez estábamos en el tiempo indebido con personas inapropiadas.

Un semestre después un profesor nos puso a realizar las demostraciones de los postulados de uno de los libros de Euclides, mis compañeros me buscaban cuando tenían dudas en alguna demostración, hubo un postulado que no había logrado demostrar. En la siguiente clase le pedí al profesor una orientación para realizarla, una pista le llamaba yo, y el profesor me respondió *“cuando uno lo logra hacer una demostración pues uno intenta, si no lo logra pues vuelve e intenta, y si no lo logra pues vuelve a intentar”* yo había durado toda una semana intentando y no había podido por lo que le respondí – *solo pido una pista, no estoy pidiendo la demostración. En realidad he intentado varias veces pero no he podido*– El profesor contestó *“uno intenta y si no lo logra pues se retira de esto porque no es lo suyo”* En ese momento recordé otros tiempos en donde escuchaba frases parecidas de manera constante, le sonreí al profesor y escuché una compañera murmurar *“si Ana se retira nosotros salimos detrás de ella porque si ella no puede imagínese nosotros”* me dio risa y le dije –*lo que pasa es que ustedes no han intentado*–. Yo tenía una actitud muy diferente y aunque sentí ira por el comentario del profesor, llegué a casa a seguir intentando y sí, después de otros tantos intentos lo logré.

Claro, muchos de mis compañeros contaban con internet en sus casas, algunos copiaban las demostraciones que encontraban aún con errores y sin entenderlas, otros se orientaban con esas demostraciones que encontraban en la red. Yo no tenía acceso a internet en mi casa, los primeros tres o cuatro semestres debía comprar la tarjeta de internet para recargar, y la usaba únicamente para enviar los archivos con las tareas.

En la medida que pasaban los semestres académicos yo aumentaba el gusto por las matemáticas, me daba cuenta que no se trataba de un algoritmo que siempre se repetía. Me empezaba a ocurrir algo extraño, a veces suspendía mis trabajos y en medio de mi qué hacer diario, un diálogo con un familiar o mi descanso corría a retomar el trabajo porque se me ocurría alguna demostración o alguna construcción o algo relacionado con mi tarea que no podía suspender. Mientras cogía cariño a las matemáticas pensaba ¿por qué mis profesores del colegio no me enseñaban de esta forma?

Durante los primeros semestres de la licenciatura, aprendí algunos fundamentos matemáticos. Cómo realizar demostraciones afirmación razón en geometría de teoremas de la geometría plana y del espacio, demostraciones formales de la línea de álgebra como los teoremas de la teoría de números, la teoría de números eso me llamó mucho la atención, cuando era niña jugaba con las placas de los carros miraba rápidamente antes de perder la vista de la placa si era divisible por 3 y en caso de que no decía cuál era el residuo, en esas clases de teoría de números estudiamos teoremas de congruencias módulo m y relacionaba lo que veía con mis juegos de infancia, estudié conceptos como el del límite que dice que para

todo ϵ mayor que cero existe un δ mayor que cero que hace alguna cosa que nunca memoricé, la derivada, la integral, sumas de Riemann, áreas bajo la curva y demás. Me llamaba la atención todo aquello en donde debía demostrar, escribir conjeturas y validarlas, me llamaba la atención porque consideraba que había varios caminos para hacerlo y por tanto múltiples respuestas y ya no se tornaba en un algoritmo que era a lo que estaba acostumbrada.

Por su puesto durante la licenciatura tuve profesores que se interesaban porque todos sus estudiantes, con habilidades o no, aprendieran algo de lo que ellos orientaban y otros que solo seguían la clase con quienes participábamos sin importar si los demás entendían o no, y ¡claro! Yo me enamoraba de las matemáticas pero aún no quería ser profesora de matemáticas, ahora pienso que lo que no quería era ser como esos profesores a los que no les veía bondad.

Comencé con los cursos de pedagogía, hice algunos en la línea de fundamentación en donde estudiamos cómo ha cambiado el currículo en Colombia, estudiamos la propuesta que hizo Carlos Vasco en distribuir los contenidos de la Educación Matemática en Sistemas con objetos, relaciones y operaciones, la reflexión principal que el profesor que dirigía esa asignatura quería darnos era tal vez que desde 1960 hasta la actualidad han existido varias propuestas curriculares pero curiosamente nosotros aprendimos como le enseñaron a nuestros padres porque muchas veces en el aula no se evidenciaban esos cambios de Currículo que hemos tenido, así que nosotros cuando estuviéramos en ejercicio debíamos reconocer ese cambio en nuestra práctica docente.

En otros cursos estudiamos cómo se ha involucrado la tecnología en la Educación Matemática, en la misma medida en que aprendía a través de una herramienta tecnológica diferente al lápiz y al papel aseguraba que si el colegio en donde había estudiado conociera esas herramientas tal vez mis clases de matemáticas se hubieran salido de la monotonía y no hubiera concebido la idea de matemática como esa materia en la que no se podía opinar porque lo que decía el profesor o un libro era ley.

Estudiábamos los errores e inconsistencias en los libros, algunos de estos relacionados a la presentación visual de figuras geométricas estableciendo figuras prototípicas, otros relacionados a la variedad de definiciones que existen de un concepto matemático. Algunos de esos errores que estudiamos en los libros también son cometidos tal vez involuntariamente en nuestra práctica docente.

Durante el curso de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo, en alguna clase el profesor Guacaneme nos habló del sistema par, nos puso a graficar una recta en un sistema de coordenadas en el que los dos ejes eran paralelos. Nos decía con una sonrisa en su rostro, *“pero rápido ¿qué pasa? Ya conocen la pendiente y el punto de corte ¿por qué no la grafican?”* Era algo desconocido para nosotros y claro que no lo lográbamos hacerlo en el tiempo que nos pedía, la reflexión que realizaba el profesor era que lo mismo hacíamos nosotros con los estudiantes, les pedíamos que hicieran rápido algo que ellos hasta ahora conocen. Me parece un bonito

ejemplo para el mensaje que nos quería dar el profesor ahora, en ese momento yo era la estudiante y pretendía conocer el sistema par que el profesor planteaba y poder describir mejor que las rectas en ese sistema eran puntos y que la pendiente determinaba el cuadrante en el que se encontraba el punto, pero no entendía la intención del profesor hasta el ejercicio docente. Esa actividad hizo que fuera a casa y pasara tardes completas tratando de entender el sistema par y lograr darle una buena descripción al profesor sobre cómo se graficaban las funciones lineales rápidamente en ese sistema. Posteriormente el profesor nos reunió con dos compañeras más, las tres habíamos enviado un documento describiendo el sistema par y la gráfica de funciones lineales en ese sistema, él nos hacía preguntas sobre otras funciones y sobre cómo podíamos observar la variación, ninguna sabía y él insistía en que eso nos pasaba con nuestros estudiantes luego de que lograban entender un concepto esperábamos que de inmediato entendieran otro, finalmente nos sugirió estudiar y poder hacer un artículo a futuro.

Nuevamente para mí en ese momento fue más importante el aspecto matemático de la actividad que el mensaje que pretendía dejarnos el profesor y durante esas vacaciones dediqué el estudio de ese sistema que para mí era desconocido, llené un cuaderno de ejercicios, de procedimientos y conjeturas matemáticas pero no formalicé nunca mi escritura en un documento, me daba miedo usar una notación incorrecta y además no me gustaba escribir, tal vez podía describirlo con mis palabras pero sentía inseguridad de escribirlo. Nunca le comenté al profesor lo que hice y por supuesto que él tampoco me preguntó, en el transcurso del siguiente semestre me enteré que una de mis compañeras había realizado una ponencia con el profesor sobre el sistema par en ese momento me lamenté por no haber buscado al profesor o haber escrito algo de lo que había hecho. Esa actividad me recordó el “no entender” y empezar de cero y aun así, en ese momento no comprendía lo que había logrado con eso, tardé unas vacaciones dedicadas al estudio del sistema par, un mes o tal vez dos meses después podía describir perfectamente las funciones y la variación en ese sistema pero ahora no lo recuerdo ¡sé que lo hice y que lo entendía! era una estudiante con formación docente que no pensaba como docente y ahora siendo docente probablemente no piense como estudiante y seguramente no considere la idea de aprender algo y luego olvidarlo o tardar bastante tiempo en lograr comprender algo.

Estudí una materia llamada Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra y la Aritmética, orientado por la profesora Lina, en ese curso por fin comprendí la diferencia entre errores, dificultades y obstáculos, recuerdo también que estudiamos la clasificación de problemas aditivos de Vergnaud y analizábamos la dificultad que se le presenta al estudiante con una situación problema distinto. Tal vez este momento fue el primer acercamiento que tuve a pensar como docente, la clasificación de problemas de Vergnaud fue la primera que estudiamos, y mientras estudiábamos cada categoría me daba cuenta que plantear un problema no era tan sencillo como pensaba y que además elegir un problema de un libro no podía ser aleatorio. Mientras estudiábamos esas categorías yo veía las caras de mis compañeros muy naturales pero en mí había angustia porque enseñar no resultaba

ser eso que pensaba, enseñar no sólo era repetir lo que había en un libro con un lenguaje más “amigable” sino era pensar en el tipo de problemas que se podían plantear dependiendo del estudiante. Intenté tranquilizarme pensando que eso era para problemas aditivos y multiplicativos y era algo que los profesores de primaria debían estudiar con más detenimiento, pero pensaba levemente que podía existir una clasificación no solo de problemas aditivos y multiplicativos. Hoy pienso que haber estudiado a Vergnaud desestabilizó por completo la zona de confort en la que pensaba estaba la función del docente, pues consideraba una de las acciones y tal vez la única era elegir un libro adecuado y seguirlo.

Además de eso, estudiamos también lo “traumático” que puede ser el paso del número a la letra para los estudiantes, vimos que era un proceso complejo de entender y que a través de la historia ese paso no fue sencillo tampoco. En ese curso y en Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría analizábamos respuestas de instrumentos que nosotros mismos aplicábamos a personas cercanas comparándolos con la teoría vista. Así, por ejemplo, clasificábamos los problemas del instrumento de acuerdo con la teoría de Vergnaud o en el caso de Geometría, categorizábamos el razonamiento geométrico de los estudiantes con base en el modelo de Van Hiele.

En esos cursos de didáctica y pedagogía centraban la atención en los estudiantes y su aprendizaje, así como en las acciones que debía realizar el docente para mejorar o fortalecer el aprendizaje. Empezó a llamarme la atención enseñar matemáticas cuando vi ese curso, pensaba que cuando se enseñaba había una preocupación mayor por los estudiantes, pensaba que el planteamiento de estrategias y el trabajo que debía hacer el docente no era complejo y que por ejemplo si en la historia el paso de la Aritmética al Álgebra había llevado bastantes años en el aula ese tiempo ya se había dado entonces era cuestión de crear una estrategia (para mí, esa parte era la más sencilla en teoría) para no causar dificultades en el aprendizaje de los estudiantes.

Me empezaba a llamar la atención enseñar, aunque no me gustara del todo la idea pensaba que si ya había superado más de la mitad de la licenciatura y además con buen promedio era buena en matemáticas y enseñándolas. Me convencí de esa idea hasta que en una ocasión hablando con el profe Jhon Jairo y la profe Lina les mencioné que a mí antes no me gustaban las Matemáticas y que tampoco me gustaba la idea de enseñarlas, por supuesto que mentí y les dije que eso era en tiempo pasado y que ya le había cogido cariño a ambas cosas, el profe Ávila asombrado dijo “*es muy raro porque en los cursos que te orienté te iba bien en Matemáticas, porque te gustaba*” yo sonreí y creí que mi idea se fortalecía, si sacaba buenas notas entonces era buena y si era buena entonces lo iba hacer muy bien, pero la profe Lina intervino diciendo “*La habilidad y el gusto no siempre están juntos, yo puedo cocinar rico pero no me gusta cocinar. No lo hago todos los días, si lo hiciera todos los días cocinaría sin ganas, dejaría de hacerlo o no lo haría bien*” La profe Lina siempre evidenciaba en sus discursos y en sus acciones una pasión por la docencia, y a mi juicio es muy buena docente, siempre con una sonrisa

dispuesta a explicar, ¡a escuchar! Cuando dijo eso sentí que no tenía la pasión de ella, que a pesar de tener buenas notas eso no era suficiente para ejercer bien mi profesión y esta vez más que la apatía por no ser como mis profesores del colegio sentí miedo en hacer las cosas mal.

Inicié hacer las prácticas en el aula, mi primera asesora fue una profesora que era muy apreciada en el departamento de Matemáticas, tenía un discurso muy bonito, siempre decía que debíamos conocer el contexto de los estudiantes, conocer sus necesidades sociales, sus problemáticas y demás, que no aprendía de la misma forma un estudiante que tenía problemas en su casa económicos o sociales a un estudiante que no tenía ese tipo de problemáticas, y que a veces escucharlos facilitaba su desempeño en el aula.

Ese semestre comencé a tener problemas con mi salud, inicié el proyecto de grado de la licenciatura, así que prioricé mi estudio. Ese semestre fue muy fuerte emocionalmente, quisiera contarlo rápidamente porque cuando evoco esos recuerdos siento cómo un frío se desvanece en mi cuerpo y se me sale de la nada una lágrima que no es de dolor ni alegría, pero fue en ese semestre donde me di cuenta que el miedo a hacer las cosas mal no era tan fuerte para rechazar la oportunidad de enseñar lo que me costó trabajo cogerle cariño.

Me costaba llegar a las 7 a.m. al IPN a realizar mis prácticas, vivo en un municipio aledaño a la ciudad de Bogotá, debía estar a las 6:30 a.m. en la estación de la 127 para caminar y llegar a tiempo al colegio, cuando no lograba llegar a esa hora debía coger bus adicional o taxi y eso implicaba caminar al salir del colegio hasta la universidad más o menos 50 cuadras, cuando teníamos tiempo caminaba junto a Diana, mi compañera de tesis de la licenciatura, de prácticas, mi gran amiga, cuando no pedíamos rebaja en los buses.

En medio de trasnochos y mala alimentación mi salud empeoraba, comencé a tener hemorragias uterinas muy fuertes hasta dos o tres veces por semana, así que tuve que ir al médico e iniciar exámenes sin descuidar mis estudios. En esas visitas médicas recibí un diagnóstico de la manera más cruda, es que nunca estamos preparados para escuchar palabras tan fuertes, pensaba dentro de mí que prefería escuchar mil veces al profesor que me hacía sentir bruta a las palabras de la médico que mientras me hablaba y me explicaba en junta médica todo el proceso yo pensaba en otras cosas sin entender más que una sola palabra que había mencionado.

Del mismo modo en que no volví a mis clases de Matemáticas el primer semestre en la Universidad Nacional por no entender muchas cosas, no volví a citas médicas por lo mismo, solo iba cuando el dolor no me dejaba madrugar o trasnochar. No iba al médico pero todos los días pensaba en que debía hacerlo, después cuando el estudio terminara.

Debíamos diseñar y aplicar una unidad didáctica en nuestra práctica, mi asesora decía “*eso no sirve*” cada vez que le presentaba mi propuesta, yo volvía a pasar de largo otra noche y ella insistía “*eso no sirve*” nada servía ni mi esfuerzo

por llegar a las 7, ni mis trasnochos, ni mi salud, nada servía. Estábamos sobre la fecha para aplicar la unidad y ella en una asesoría dijo: *“Ana, como su unidad está muy cruda me voy a sacrificar mañana y le voy a dar una asesoría extra. Así que vuelva hacer la unidad didáctica y la trae mañana bien hecha”* Yo no había dormido la noche anterior, llegué a casa después de clase y al cansancio y dolor físico que sentía le sumé la angustia de no descansar una noche más, vi a mi sobrina en el computador, tan pronto vio que llegué me dijo *“ya te lo desocupo Nana”* en casa había un solo computador y era para uso de todos, no era usual que no tuviera que discutir para usar el computador. Me fui al comedor y tan pronto me senté comencé a llorar, no era común verme llorar, era difícil conmovirme hasta tal punto.

Cuando mi sobrina me vio, lo único que pude decirle entre mi llanto fue – *No puedo, yo no puedo ser docente. Yo no sirvo para esto, me rindo* – Ella, que había decidido ingresar a la Universidad Pedagógica a estudiar Licenciatura en Educación Infantil me dijo *“eres mi heroína, no digas que no puedes, yo quiero ser profesora por ti, voy a prepararte tinto”* Entre ella y yo no era usual ser cariñosas y en general en mí no era usual ser cariñosa con nadie.

Trasnoché una vez más y llegué con una nueva propuesta a la asesora y ella contestó *“No sirve, no se da cuenta el sacrificio que yo hago por venir a hacerle una asesoría extra para que no haga las cosas como deben ser”* Me exalté, me levanté y con voz fuerte y mucha rabia le dije: – no está haciendo más sacrificios que yo al venir acá, para escuchar siempre un no sirve que nunca explica por qué no sirve, usted que dice que hay que tener en cuenta a los estudiantes no me tiene en cuenta a mí, no se preocupa por mi bienestar, todo su discurso se queda en palabras. Si no sirve lo que hago dígame por qué, tal vez pueda corregirme mejor –

Ella respondió *“yo no soy una máquina para escribirle sus cosas, me hizo recomendaciones generales y me terminó diciendo que la primera versión que le había entregado estaba bien que sólo había que corregirle los objetivos y que valorara el sacrificio que ella hacía por atenderme”* Yo me enfurecí más, no recuerdo bien qué le decía, pero no la dejaba hablar cuando reaccioné ella me estaba cogiendo el brazo diciéndome que me calmara y yo le seguía alegando por todo lo que tenía acumulado, por tanto que quería gritar. Me salí de la oficina, escuché que me decía *“mejor vaya y prepare mejor sus cosas”*, llamé a Diana para no estar sola al escuchar que tardaba una hora en llegar me encerré en el baño y me puse a llorar, media hora después salí y al llegar a la biblioteca mi asesora llegó también, me dijo *“la estaba buscando pensé que estaba en la biblioteca desde hace rato pero no, así ¿cómo uno le va creer que hace sacrificios?, aplique la unidad didáctica, la primera que hizo en ocho días hablamos”* Yo respondí un corto y frío – Sí señora–

Se me quitaron las ganas de todo, hasta de dormir, me preguntaba si para ser profesor tenía que ser tan cruel, me preguntaba dónde estaba el discurso bonito que me llamaba la atención. Lloraba del desespero de saber que nada estaba bien y en esos días de urgencias en el hospital para calmar alguna hemorragia me dicen que debo iniciar un tratamiento pronto, tenía un cáncer de endometrio IA de no tratarse podía ir al resto del útero u otras partes. Había que iniciar con una

preparación con hormonas previo al tratamiento para elegir qué tipo de procedimiento se debía usar.

Después de mi discusión con la asesora, de ratificar mi pensamiento por no querer ser docente, y de salir del médico, llegué a la universidad y tal vez mi cara lo decía todo. Me encontré con la profesora Nancy, me había dado el curso de Geometría Analítica más o menos tres semestres atrás, me saludó y me preguntó qué tenía yo respondí – *nada* –, como solía hacerlo. De repente ella me invita a tomar un café, yo tenía cientos de cosas en qué pensar y acepté el café, no tenía ese tipo de cercanía con un profesor, siempre que tenía una conversación era en una oficina, un aula pero no en una cafetería, pero lo que se me hacía más extraño (no por ella, ni por desconfianza, sino por mí tal vez) es que mi profesora estuviera interesada en saber qué me pasaba. Me decía que las personas expresábamos nuestro sentir en la parte superior de la cara, que por eso sabía que me pasaba algo, mientras me hablaba y me contaba cosas yo no le presté mucha atención porque para mí lo importante en ese momento era que mi profesora estuviera interesada por mi bienestar, eso era más valioso que el autor del libro que nunca recordé y que me recomendó porque hablaba de cómo expresaba en la parte superior de rostro un ser humano sus sentimientos, mientras ella me hablaba yo sin comprender lo que decía me sorprendía por la actitud de acercarse a mí, es que estaba acostumbrada a ver al profesor en otra posición y le agradezco profundamente que justo en ese momento me haya mostrado, sin pensarlo, que todos somos seres humanos. Pude respirar con más tranquilidad después de todo lo que me dijo y a lo que probablemente no escuché, estaría mejor decir que pude respirar con más tranquilidad después de que ella se me acercó y rompió con el esquema que tenía de profesor de matemáticas, tal vez haya tenido otros profesores parecidos pero ella fue la primera que se acercó a mí, a mi vida personal y sin enterarse de una sola cosa que me sucedía me dio tranquilidad y me mostró la otra cara del profesor de matemáticas, esa cara que me convenció de ser docente.

Varias cosas aprendí esos últimos semestres, ya no sólo matemáticas ni teorías, aprendí que un instrumento de evaluación también engaña y que una calificación a los maestros no nos da derecho a lanzar un juicio. Pero aún para mí, mi labor consistía en idear estrategias para para que ellos entendieran, la dificultad estaba en cómo idear esas estrategias o cómo se validaban, además qué me decía que ellos habían entendido si había aprendido que un instrumento también engaña.

Al finalizar la licenciatura consideraba las matemáticas como una ciencia en la que no todo está dicho, un campo de estudio que no sólo permite relacionarlo con fenómenos naturales, físicos o situaciones cotidianas sino también permiten hablar de ellas solas de manera aislada o abstracta. Las matemáticas eran para mí un universo en donde cada parte que estudiaba terminaba siendo poco comparado con todo lo que ignoro, algo infinito y no limitado muy distinto a las matemáticas escolares a las que consideraba estaban limitadas por un currículo que no permiten comprender el significado de los objetos matemáticos que se estudian en el aula. Pensaba que enseñar matemáticas era regirnos por los lineamientos y estándares

establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, enfocar nuestras planeaciones al desarrollo de competencias en los estudiantes, para mí enseñar matemáticas era hacer que el estudiante aprendiera matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas refería a desarrollar competencias matemáticas. Es decir, si el estudiante lograba formular y resolver problemas, comunicar, razonar y modelar había aprendido matemáticas y la enseñanza era crear estrategias para que se lograra el aprendizaje.

Un año después de terminar mi licenciatura inicié una especialización en Matemática Aplicada, con la intención de plantear mejores situaciones en el aula. Debo mencionar que me gustó mucho esa especialización, aunque se salía bastante de la Educación Matemática, reconozco que mi mayor dificultad era interpretar las situaciones planteadas, lo que comúnmente le ocurre a mis estudiantes.

A mí se me facilitaba la parte matemática y plantear algún modelo, pero interpretarlo o sacar conclusiones era complejo. Reforcé algunos conocimientos matemáticos que aprendí en la licenciatura y aprendí otros nuevos que me llamaron mucho la atención, el último seminario que tuve era de matemática pura, me gustaba bastante. En todos los seminarios debía entregar un proyecto final, en el de ese lo presenté con dos compañeros como de costumbre, al recibir la calificación mis compañeros obtuvieron 4.5 o más no recuerdo, pero yo obtuve un 3.0. Escribí un correo al profesor solicitando justificara mi nota, él en respuesta me escribió: *“su nota es 3.0, porque me parece increíble que una mujer haga un trabajo tan bueno como ese”* mis compañeros me sugirieron demandar al profesor, pero yo les respondí: *– ese es el pensamiento del profe, yo pienso muy diferente además si es por aprobar con ese 3.0 apruebo y si es por aprender una nota no dice lo que aprendí–*

Dos años después inicié la Maestría en Docencia de las Matemáticas, en el marco del convenio interinstitucional entre la Secretaría de Educación de Cundinamarca y la Universidad Pedagógica Nacional, uno de los requisitos para ingresar era presentar una propuesta de una situación problema que se evidenciara en el aula basados en nuestra experiencia, planteando este problema como el foco de nuestro proyecto de grado. El problema que inicialmente planteé estaba relacionado con el uso del lenguaje algebraico y la dificultad presente en los estudiantes para escribir expresiones verbales de manera simbólica.

En el seminario de Investigación en Innovación orientado por el profesor Edgar Guacaneme, realizábamos discusiones relacionadas a qué sabíamos y qué no sabíamos de nuestra propuesta respecto a lo didáctico, lo histórico y lo matemático, me di cuenta que no sabía mucho sobre el problema que planteaba o mejor que desconocía casi todo lo que el profesor sugería que discutiéramos. Durante ese seminario, buscamos afinidades en las propuestas iniciales y encontramos similitudes con Alba.

Comprendimos que traducción no es lo mismo que cambio de registro, le llamábamos antes traducción cuando podemos escribir una expresión retórica en lenguaje simbólico y obtener una respuesta, pero si regresamos de la expresión en lenguaje simbólico al retórico logramos obtener varias respuestas.

Estudiamos cómo tardó la humanidad en llegar a un lenguaje simbólico pasando por un lenguaje sincopado y muchos años de civilización por lo que es natural que exista esa problemática en nuestras aulas. Realizamos consultas en revistas y observamos como nuestra preocupación ya había sido objeto de estudio por otros autores, entonces mi pregunta era ¿Qué vamos hacer nosotras de nuevo en nuestro proyecto?

Las consultas que realizábamos eran sobre errores, dificultades y obstáculos, sobre semiótica y noética y algo de historia y de currículo como había sugerido en el inicio de la maestría. Durante algunos seminarios, estudiábamos algo similar, propuestas, estrategias amplias que podíamos centrar en nuestra problemática. En mí seguía la inquietud de en qué se diferenciaba lo que pretendíamos hacer a lo que habían hecho otros.

En otros seminarios hablábamos de metodologías de investigación, de la evolución continua que ha tenido la investigación en Educación Matemática ampliándose en su finalidad, la población (desde primaria a niveles universitarios, incluso en educación no formal) y sus objetos de estudio. En una de las sesiones del seminario de Didáctica de las Matemáticas, comprendí la importancia del énfasis de nuestra cohorte ya que una de las concepciones que se tiene sobre la Didáctica de las Matemáticas es la disciplina científica que se interesa por la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y de acuerdo con lo estudiado en ese seminario hay tres campos que se interesan por el funcionamiento de los sistemas didácticos y uno de ellos es la acción práctica y reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, los otros están relacionados con la tecnología y la investigación científica.

En la mitad de la maestría, durante una socialización de nuestros avances en el proyecto, la profesora Leonor Camargo nos recordó que el énfasis de nuestra cohorte es la reflexión hacia la práctica docente y nos preguntó cómo planteábamos la reflexión en nuestra propuesta, considero que respondimos por responder, realmente considero que había dejado a un lado el énfasis de la cohorte y por eso pensaba que nuestra propuesta no podía ser diferente a lo que ya otros habían hecho.

Terminada esa socialización me quedó la pregunta de qué es eso de reflexión sobre la práctica docente, ya entendía que era importante por ser uno de los campos que se interesan por el funcionamiento de los sistemas didácticos pero no tenía claro que era, entendía la reflexión como esa interacción permanente entre lo que se piensa y lo que se ejecuta, luego remitiéndome a Godino comprendí que cuando reflexionamos sobre lo que está implícito en nuestras acciones y lo hacemos explícito, lo criticamos, las reestructuramos y las aplicamos en una acción futura

estamos reflexionando sobre nuestra práctica docente. Godino también propone que una forma de hacer esa reflexión es analizando las preparaciones de clase y el diseño de unidades didácticas, era algo diferente a las fuentes estudiadas que centran su atención en acciones del estudiante.

En un encuentro con nuestra asesora, ella nos sugiere examinarnos a nosotros mismas de una manera diferente a examinar una planeación o una actividad, ella nos sugiere contar nuestra historia a nosotras mismas. Algo arriesgado desde mi punto de vista, porque escribir no es algo que esté en mis gustos, en un seminario realizamos un escrito que narraba cómo habíamos aprendido matemáticas y otro sobre cómo son nuestras prácticas de evaluación en nuestro ejercicio docente. Estos escritos describían parte de nuestra formación y algo de nuestra práctica, era una gruesa descripción pero a su vez me permitió empezar con un mirada a mi historia. Empecé a preguntarme qué es aprender y qué es evaluar, entendía aprender como Vicent Font lo planteaba en algunos de los documentos estudiados, aprender es cómo se forma el conocimiento personal, en este caso era una teoría específica sobre el aprendizaje de las matemáticas. Pero Font también plantea una teoría de la enseñanza como los medios para facilitar el aprendizaje así que en mi escrito describí cómo me habían enseñado las matemáticas, porque para mí resultaba más sencillo hablar de otros que de mí, tal vez esa era la razón por la que consideraba arriesgada la idea de realizar narrativas pero desde el momento en que inicié a escribir empezó también un auto-reconocimiento. Dar cuenta lo que ha pasado en el aula incluyendo nuestro sentir como docentes y personas no es sencillo pero nos ayuda a observarnos de manera crítica y reflexiva.

Ahora pienso que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no sólo hacen referencia a un currículo, al saber matemático, o cómo se usa un algoritmo. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son procesos que han sido objeto de estudio de la Didáctica de las Matemáticas desde hace muchos años, en donde la historia de las matemáticas se ha constituido como uno de los ejes principales para la didáctica. Eso se ha evidenciado, por ejemplo, en el estudio de errores, obstáculos y dificultades que se ha realizado en el cambio de registro del lenguaje retórico al simbólico y que se relacionan con la historia del álgebra y del lenguaje algebraico.

Reconozco que para describir aprendizaje no sólo me debo remitir a las respuestas del estudiante o a cómo las representa, sino que también se debe relacionar el procedimiento, la relación del estudiante con la actividad, el problema o ejercicio que se le propone, cómo expresa él sus ideas, sus conjeturas y cómo es la relación con el otro para objetivar estas conjeturas, hoy para mí es importante tener en cuenta la intención del estudiante al expresar sus ideas para dar un juicio de aprendizaje.

Estas ideas que tengo de aprendizaje se articulan con las de enseñanza, ahora comprendo que como docentes tenemos la responsabilidad de ser cuidadosos en el diseño de tareas que se proponen en el aula teniendo en cuenta

los diferentes tipos de representación que existen y que se han articulado a través de la historia, compartiendo la idea de Duval un concepto se apropia cuando hay cambio de representación por tanto las tareas propuestas deben incluir ese cambio de registro en todo concepto matemático

También entiendo que hay situaciones en el contexto del estudiante (que es diferente en cada institución y en cada estudiante) en donde las matemáticas emergen y tienen significado e importancia en la configuración propia de cada individuo y por ende en el aprendizaje de las matemáticas. La enseñanza no está relacionada únicamente con la descripción de un algoritmo o un concepto, hablar de enseñanza de las matemáticas requiere hablar del docente (de sus acciones en el aula, de su formación, sus estrategias y reflexiones) requiere también hablar de enfoques, de la historia de las matemáticas, de la didáctica, del currículo y claro de los estudiantes y su contexto.

1.3. Narrativa profesional temática de Alba: Mi caminar con el lenguaje algebraico

Para empezar a narrar cómo ha sido mi experiencia enseñando el tránsito del lenguaje natural o cotidiano al algebraico, he de decir que no había pensado en ello al dictar álgebra de octavo. Ha sido en los grados superiores donde observo mayor dificultad a la hora de enfrentar problemas, traducirlos a una función o ecuación, y asociar dicha expresión con “la realidad”.¹

Por nombrar algunos ejemplos de temas complejos para los estudiantes están:

- La solución de ecuaciones ya sean lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas, o sistemas de ecuaciones.
- El despejar fórmulas para hallar áreas y volúmenes.
- Aplicación de teoremas para solucionar algún problema en grado noveno.
- Las demostraciones de identidades trigonométricas.
- Los procedimientos para hallar ecuaciones generales de cónicas en grado décimo.
- Los procedimientos para hallar límites indeterminados mediante factorización, racionalización e identidades trigonométricas.
- Cálculos de derivadas y límites en grado once.

También vistos en otras áreas como física en educación media, al aplicar la variación en situaciones de cambio, analizar sus gráficas y la relación con expresiones algebraicas.²

¿Por qué en estos grados? La mayor parte de mi experiencia docente ha sido en grados superiores³, que empezó en el año 2011 en un colegio privado donde sólo había un grupo por grado⁴, por lo tanto, debí dictar las matemáticas desde

grado séptimo a undécimo y la asignatura de física en décimo y undécimo. [5](#) Al ser mi primera experiencia [6](#), mi aprendizaje durante ese año se focalizó en adquirir dominio de grupo, la confianza de manejar un horario, diferentes personalidades en los estudiantes, escuchar e ignorar muchos comentarios mayormente relacionados con mi inexperiencia y corta edad.[7](#)

Me he destacado siempre por ser muy responsable, juiciosa y rendir académicamente, graduada como mejor bachiller promoción 2014, y un promedio de 4,6 ponderado en el pregrado [8](#). Sin embargo, en ese colegio me doy cuenta que, aunque esa es una herramienta imprescindible, no es suficiente para ser docente. [9](#) Allí me dediqué a hacer clases magistrales o tradicionales en el que primaba la enseñanza más que el aprendizaje: [10](#) todo el tiempo en el tablero, poca o nada participación estudiantil, quizás que sólo permitían corroborar qué tanto se repite un procedimiento de acuerdo a las reglas dadas en la clase, lo que hacía que los estudiantes repitieran procedimientos.[11](#) Al llevar las evaluaciones semestrales o tipo Icfes, formulaba las preguntas de tal manera que fueran dirigidas a resolver operaciones entre expresiones algebraicas o casos de factorización vistos durante el periodo,[12](#) pero los resultados de los estudiantes no eran los esperados.[13](#)

Para grado once expliqué derivadas e integrales, [14](#) en verdad, sentí mucho desánimo y preocupación [15](#) porque la imagen de la clase era: profesora en el tablero desarrollando un ejercicio interminable, literalmente, se acababa la hora y no había terminado una derivada de una función compuesta por regla de la cadena,[16](#) que además ni yo entendía qué significaba eso [17](#), al mismo tiempo que veía estudiantes aburridos en los pupitres a punto de dormir, diciendo en su mente “a qué hora se acabará la clase”.[18](#)

Una vez terminada esta etapa, el año siguiente viajé junto a mi esposo, quien también es licenciado en matemáticas al departamento del Guainía, corregimiento de Barrancominas, donde existe un gran número de estudiantes indígenas, principalmente de la etnia Piapoco, aunque también estudiantes “blancos” como nos llaman ellos.[19](#) Al ser un corregimiento grande y la educación ser subcontratada con la curia del departamento, la planta física del colegio es muy cómoda y parecida a las del centro del país, [20](#) además, fui asignada nuevamente a los grados superiores y la física de educación media.[21](#)

Con los estudiantes no tuve dificultades de adaptación al entorno y costumbres, pues a mi parecer, en esta etapa ellos ya están muy “occidentalizados”. [22](#) En básica primaria, sexto o (incluso) en séptimo aún se preserva el idioma y sus costumbres durante la clase, por eso, en ese nivel educativo quienes enseñan son los mismos miembros de la comunidad con formación especial.[23](#)

En este espacio tan rico en diversidad, continué mi formación profesional, [24](#) aunque siento que esa parte introvertida de mi personalidad me impidió tener mayor acercamiento a la parte humana de los estudiantes, [25](#) porque continué con los dictados tradicionales y omitiendo el proceso de cambio de lo retórico a lo simbólico. [26](#) La innovación que hice en álgebra fue llevar modelos geométricos de productos

notables contruidos por mí misma, como el cuadrado de una suma, el cubo de una suma,²⁷ debido a que había dificultad para imprimir o fotocopiar los ejercicios, siempre los escribía en el tablero para que ellos los resolvieran en sus cuadernos,²⁸ pero la corrección no la hacía de cuaderno en cuaderno; allí intenté hacer la respectiva socialización de la solución en el tablero, para que los cuarenta y tantos estudiantes se autoevaluaran. ²⁹

La física, que siempre me ha gustado, y siempre que me han ofrecido dictarla no opongo resistencia, ³⁰ aunque solo sé que de física nada sé, pues cada año que comparto esos conocimientos me encuentro con nuevas enseñanzas, ³¹ me ha abierto la mente para comprender la importancia de que los estudiantes conozcan y apliquen el lenguaje algebraico para poder entenderlo. ³²

La física escolar me ha mostrado herramientas matemáticas para poner en contexto ³³ como cálculo y conversión de medidas directas o indirectas, estas últimas por lo general siempre se muestran con un modelo matemático o fórmula, ³⁴ y aún más cuando existen para fenómenos físicos como la mecánica de movimientos uniformes o uniformemente acelerados, movimientos circulares, hidrodinámica, termodinámica, electromagnetismo etc.³⁵ Por ejemplo, para calcular la aceleración de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, se usa la expresión $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$ o para hallar la velocidad instantánea $v_f = v_0 + a(t - t_0)$. ³⁶ A pesar que les digo a mis estudiantes “lo que se debe hacer es simplemente: saber que significa cada letra y reemplazar el valor numérico”,³⁷ se opone gran resistencia a comprender y hacer estos procedimientos. ³⁸ Trato de explicar el significado de cada letra además de la situación física y relacionar con ejemplos cotidianos por ejemplo “cuando van en la buseta o bus y sienten un empujón, eso es aceleración” “cuando van en el carro o en la moto y dicen que van a 80 kilómetros por hora, esa es la velocidad”³⁹ luego les doy a conocer los subíndices y además que varias letras pueden significar lo mismo por ejemplo velocidad inicial se puede representar como v_0 o v_i , i por inicial y 0 porque es la velocidad en el tiempo cero ⁴⁰. En alguna ocasión intente explicar el origen de la ecuación y en este caso v_f se halla por simple trasposición de términos, pero constituyó en un desafío el entenderlo ⁴¹. Pasar de un ejemplo cotidiano o práctica de laboratorio en el que se toman unos datos y se aplica algunas fórmulas, a desarrollar mediante álgebra el despeje de ecuaciones es un salto que me ha sido difícil desarrollar con los estudiantes.⁴²

Otra relación de la física que encuentro con álgebra es el análisis de razones de cambio,⁴³ aunque su análisis se realiza mejor con graficas como velocidad vs tiempo, aceleración vs tiempo, distancia vs tiempo, fuerza vs masa, etc., el poder predecir eventos está ligado a fórmulas en las que evidentemente están explicitas las expresiones algebraicas ⁴⁴ y, es en este punto en el que los jóvenes empiezan a hacer caras extrañas,⁴⁵ y yo como profesora a convencerme que cuando en un colegio no hay un licenciado en física, esa carga la debe asumir un profesor de matemáticas, para poder repasar, recordar o enseñar esos procesos algebraicos con los que se explica esta ciencia por otro lado un profesor de biología tiene

suficientes conocimientos propios de la física como sus aplicaciones, implicaciones sociales, económicas, ambientales, etc.⁴⁶ Es por esto que me gustaría continuar profundizando en estos temas para tratar de llevar un proceso interdisciplinar. ⁴⁷

El año pasado tuve una experiencia con fenómenos ondulatorios: decidí unir en un solo espacio temporal cálculo y física ⁴⁸. En internet encontré un documento con “problemas resueltos sobre movimiento armónico simple”, asigné un problema a cada estudiante para que lo estudiara y sustentara con ayuda de cartelera, video beam o tablero a sus compañeros. ⁴⁹ Algunos problemas permitían analizar el cambio de la función seno, coseno y parámetros como la amplitud, frecuencia angular, y desfase con ayuda de graficadoras.⁵⁰

Pero un ejercicio me pareció particular: “Un M.A.S. tiene una frecuencia de 5 Hz y una amplitud de 8 mm. En el instante $t = 0$, el móvil se encuentra en el centro de la vibración y se desplaza en sentido positivo. Expresar su elongación, su velocidad y su aceleración como funciones del tiempo”. El texto da la respuesta con la ecuación $a = -6,4 \text{sen} 16t$ luego de una serie de pasos algebraicos ⁵¹. Pero miré que los estudiantes dispersaron su atención así que empecé a indagar por lo que habían entendido ⁵². Los estudiantes prefieren ver la variación en forma gráfica o tabular, pero no identifican la relación en una expresión algebraica, hasta después que como docente indago y conllevo a ello ⁵³.

Otra cuestión a discutir, es por qué no se hace el proceso de dictar la física desde la básica. En las instituciones donde he estado, la física queda relegada al último período, como en el caso de la geometría, y el año escolar no es suficiente para verla por completo ⁵⁴. Si realmente se estudiara desde las ciencias naturales en todos los grados, algo ayudaría a avanzar y profundizar en la matemática, que explica los procesos mecánicos, dinámicos, electroestáticos, ondulatorios, atómicos, etc.⁵⁵ Lo digo porque, cuando relato el cuento de la física y comparo los estándares de ciencias, encuentro temas que ya debieron haber sido asimilados y los estudiantes no dan cuenta de fenómenos que, hasta aparecen en Discovery kids, con programas destinados a niños como, Sid el niño científico, el mundo de Luna, etc ⁵⁶.

Al año siguiente me vinculé con la secretaria de educación de Cundinamarca, trabajé en una escuela normal superior del municipio de San Bernardo.⁵⁷ Allí permanecí durante dos años con un nombramiento como provisional ⁵⁸. Nuevamente fui asignada desde los grados octavos a undécimo, física de media y, tenía la particularidad de que la geometría en este colegio se dictaba de forma independiente una hora a la semana para la básica secundaria ⁵⁹.

En este colegio hubo varios aspectos que influyeron en mi práctica, debido al énfasis en educación ⁶⁰. A pesar de ser graduada como licenciada en matemáticas, es mi impresión y de varios compañeros egresados, que las bases didácticas y pedagógicas de la universidad no fueron las mejores.⁶¹ Cuando cursamos la carrera, se estaba buscando la certificación de calidad y, al mismo tiempo, la doble titulación como licenciados y matemáticos puros ⁶². De ese modo,

el fuerte del pensum fue la matemática pura, 63 pero nuestros docentes de teorías, tendencias y modelos didácticos, pedagógicos, evaluativos, curriculares ni siquiera eran docentes en matemáticas, sino que pertenecían a sociales u otras áreas 64. Por lo tanto, no sentí que las herramientas dadas para la enseñanza de la disciplina fueran suficientes para mi desempeño laboral 65. En mi parecer se quedaban en textos de teoría pedagógicas generales, leer, hacer resumen, preparar la exposición pero sin profundizar en cómo aplicar a las clases de matemáticas 66. Vale resaltar en sentido positivo a la profesora Nora Benítez quien siendo también docente en la Normal superior de pasca, me dictó el curso de pensamiento geométrico 67, con ella si trabajamos y desarrollamos herramientas didácticas en especial el origami en el que ella se especializó, también usamos la calculadora TI-92 Plus, para buscar la generalización de la cantidad de segmentos que resultan al hacer n dobles 68, en ese entonces no me pareció práctico esta generalización porque no tenía las calculadoras en los colegios en los tendría que trabajar 69.

Los cursos en la disciplina fueron dictados por matemáticos puros, en su mayoría de la universidad nacional 70. Esto implicaba que al no ser formados como docentes no podía calcar algunas prácticas pedagógicas novedosas pues en sus clases se mostraban muy tradicionales, ellos explicaban en el tablero ejercicios interminables y nos planteaban la miscelánea de textos como el álgebra o cálculo de Shawn o Apóstol 71. Sentí en ese momento y siento ahora, que nuestro profesor de álgebra lineal fue una gran frustración para cursos subsiguientes como geometría diferencial, análisis matemático, variable compleja o análisis numérico 72, ya que en estos se requería de un manejo de muchas herramientas algebraicas 73.

Tal sería que para grado décimo y once intenté plantear ejercicios de estos textos a mis estudiantes pensando tal vez que eso es lo que necesitaban en su formación 74. Es por eso que al empezar a trabajar en la ENS de San Bernardo empiezo a conocer los estándares y lineamientos para ponerlos en práctica e iniciar la búsqueda de estrategias, talleres, materiales 75.

Al llegar a la escuela normal, el énfasis en pedagogía se sentía desde las aulas de clase, los estudiantes y las reuniones de área, las reuniones de docentes en general y, obviamente, las del ciclo de formación complementario 76. Allí me encontré con una profesora de pedagogía del ciclo, y cada que podíamos entablábamos una conversación acerca de cómo enseñar a los futuros docentes 77. De esto aproveché para aprender un poco más sobre de las diferentes pedagogías, de la paciencia que debo tener con los errores conceptuales o la falta de estos en los estudiantes de estos grados y empezar a escuchar más que hablar 78.

Para el grado octavo, había usado como primer referente el álgebra de Baldor 79. Inicié con la suma de expresiones algebraicas, luego multiplicaciones y productos notables, sin explicar con exactitud lo que representan en algún contexto, dejo las típicas misceláneas de ejercicios como tarea y refuerzo en clase, 80 luego me centré en buscar la manera de memorizar los productos notables, y en general operaciones con expresiones algebraicas por medio del concurso y obtención de puntos con el juego tingo, tingo tango, 81 el escogido pasaba al frente, tomaba una

ficha de un paquete hecho con ejercicios de la miscelánea y se resolvía en el tablero, en ocasiones se integraban en grupos y podían ayudar en la solución 82, con este juego empiezo a prestar más atención a los estudiantes, observar sus errores y permitir que ellos sean los que evalúan, participan, validan a los demás grupos 83.

En esta ocasión, empiezo a observar que los estudiantes presentan dificultad para las operaciones de enteros o fracciones, la famosa ley de signos que se convirtió en la misma para todas las operaciones y el ejercicio de interpretar cantidades semejantes no es relevante y se asimila con mayor facilidad 84, por tanto, me centro en reforzar y evaluar la parte aritmética de los distintos conjuntos numéricos 85.

Para grado noveno, relaciono el lenguaje algebraico con la solución de problemas según el tipo de ecuación polinómica o trascendente 86, por ejemplo: “La suma de dos números es nueve y la suma de sus cuadrados es cincuenta y tres. Encuentra los números” 87. Estos problemas los obtengo del álgebra de Baldor y del libro “Hipertexto Matemática 9” 88, explico en el tablero unos cuantos y dejo de cinco a diez ejercicios como tarea 89, sin embargo, la desilusión al otro día es que pocos hicieron la tarea porque los estudiantes dicen “profe eso está muy difícil”, “eso no se entiende” o porque obtienen la solución a los problemas no por el método algebraico, sino por ensayo y error 90.

Mi familia está compuesta por una generación de profesores de matemáticas: mis dos hermanos Juan, Fernando, sus esposas Margarita y Martha, mis dos cuñados Nury, Nelson, mi esposo y yo 91. Al contrario de lo que muchos piensan, las charlas en los encuentros familiares no son matemáticas ni pedagógicas 92, sin embargo, para ese año, estuvo en la casa un compañero de mi hermano 93. El invitado inició la conversación y por cortesía lo seguimos, se centró en el tema que ha desarrollado en su institución y su trabajo de grado “la comprensión lectora y la matemática” 94, en el cual él afirma que, si los estudiantes no tienen desarrollado una buena lectura, escritura y proceso comunicativo, muy difícilmente podrían comprender la matemática, interpretación y solución de problemas, ni siquiera seguir indicaciones para aplicar algún método de solución 95, esta conversación quedó en mi mente rondando por mucho tiempo y la relacioné con la lectura de problemas matemáticos 96 y decidí tratar de aplicar en mis clases, tanto de matemática como de física, la solución de problemas y los pasos que se deben tener en cuenta a manera de guía para los estudiantes 97.

Al mismo tiempo, por iniciativa del rector empezamos a desarrollar el plan de lectura desde cada área 98. Así que, traté de empezar a unir estos procesos 99, selecciono algunos textos literarios como “El diablo de los números” de Hans Magnus Enzensberger, “Matemáticas estas ahí” de Adrián Paenza 100, el nivel que puedo extraer de ellos es meramente aritmético, encuentro muchos temas para reforzar con ayuda de ellos 101, pero aún tropiezo con la mala actitud de los estudiantes frente a la lectura 102.

Para mediados del siguiente año, soy nombrada y trasladada a la institución educativa departamental Kirpalamar 103, allí fui asignada para clases de artística, matemáticas y comprensión lectora 104, quise llevar para estas últimas clases “problemas de lógica” como los que aparecen en la página de Colombia Aprendiendo o los calendarios matemáticos, con el propósito de desarrollar la matemática a través de la lecto-escritura 105.

Con este ejercicio me di cuenta de dos cosas 106: primero, la clase de comprensión lectora se toma como relleno y cada docente al que se le asigna la interpreta como quiere, cuando en realidad existen procesos lingüísticos que deben ser desarrollados con ayuda de un profesor de español 107; segundo, estos “problemas lógicos” desarrollan y despiertan el interés de los estudiantes, se constituyen como retos y generan que la mente de la mayoría de los estudiantes se ejerciten despierten, “usen las neuronas”, “desempolven la mente”, en términos coloquiales 108, pero, sobre todo, que organicen el pensamiento para empezar a pensar con la matemática 109.

Las clases en la que ellos se mostraron más activos, preguntaban, socializaban y mostraron mejor actitud fueron en las que presenté estos retos 110, usé (y continúo usando) los ejercicios de “lógica recreativa” que, consisten en seguir pistas y organizarlas en tablas al estilo del acertijo de Einstein, pero al nivel de primaria o secundaria 111. Aunque, no hay uso de lenguaje algebraico, si observé que el proceso de lectura, organización de información, relectura, y verificación de la respuesta son un atajo para desarrollar el álgebra 112.

Al año siguiente, me fue asignada la matemática de grado sexto 113 y con ellos continué la matemática recreativa, esta vez como actividad complementaria o para desarrollar en la casa en la misma asignatura de matemáticas 114. En una ocasión, seleccioné treinta problemas para que analizaran y resolvieran por ensayo y error 115. Al final me sorprendió que algunos estudiantes llegaron con los ejercicios resueltos por ayuda de sus padres por medio de procedimientos algebraicos 116. Por supuesto ellos me expresaban que no entendían cómo se hacía 117.

Por ejemplo, “doña Manuela vende periódicos y revistas en las esquinas del barrio los fines de semana. El ejemplar de prensa cuesta \$3000 y cada revista tiene un costo de \$7000. El último fin de semana ha recaudado la suma de \$156000. Al preguntarle cómo le había ido me dijo que había vendido el doble de periódicos que de revistas. Con los datos anteriores puedes averiguar cuantos periódicos y cuantas revistas vendió Doña Manuela” 118

Pero les insistía que, aunque sí es verdad que la resolución se podía hacer con álgebra, mi intención no era enseñarles dichos procesos, sino que lo intentaran usando diferentes herramientas aritméticas 119. Desafortunadamente, no muchos estudiantes entregaron la actividad complementaria 120, entonces asumí que entregar todo un paquete de problemas a bruma a los estudiantes y, el hacerlos en casa no implica precisamente aprovechar más el tiempo porque la mayoría ni

siquiera lo hizo, o los padres quieren ayudar, pero no lo hacen con los propósitos u objetivos que, como profesora, tengo en mente 121. Por esta razón, para el siguiente periodo académico decidí que la solución de problemas la iba a trabajar exclusivamente en el salón 122.

Sin embargo, la estrategia de trabajar con lenguaje algebraico se perdió porque el tema siguiente fue máximo común divisor y mínimo común múltiplo 123. A pesar que se resuelven problemas muy interesantes, no precisamente se debe escribir una expresión algebraica 124, pero se refuerza la comprensión lectora, en la que venía interesada desde el año anterior 125.

Para continuar con la comprensión lectora propuse el libro “Alicia En El País De La Matemática” escrita por Charles Dodgson, que se ocultaba bajo el pseudónimo de Lewis Carroll 126. Yo no lo había leído hasta ese año en la búsqueda de ese “no sé qué” que ayudaría a desarrollar el lenguaje de la matemática 127. Para ese entonces mi lema fue “la matemática es el lenguaje con el que Dios escribió el universo” como dijo alguna vez Galileo Galilei 128.

Allí se muestran curiosidades aritméticas como cuadros mágicos, sucesiones de Fibonacci, números cuadrados, triangulares, la criba de Eratóstenes, etc. 129.

Siguiendo con el tema de los libros, para grado octavo y noveno decidí proponer el libro “El Hombre Que Calculaba” de Malba Tahan 130 que en, sus primeros capítulos, trata de problemas aritméticos, repaso de fracciones ante todo y al final problemas algebraicos más históricos como el epitafio de Diofanto 131. Con este libro sentí como profesora que se permitiría trabajar ese tránsito de lo cotidiano a lo algebraico 132, así que la lectura se realiza en casa capítulo a capítulo, en clase socializábamos el problema matemático correspondiente a la lectura variando entre dramatización, resumen, glosario, etc. 133. En muchas de esas socializaciones, noté que la dificultad que tenían los estudiantes para resolver dichos problemas es más para entender la solución que plantea el autor 134-135.

Por ejemplo, el problema de las abejas dice:

“La quinta parte de un enjambre de abejas se posó en la flor de Kadamba, la tercera en una flor de Silinda, el triple de la diferencia entre estos dos números voló sobre la flor de Krutaja, y una abeja quedo sola en el aire, atraída por el perfume de un Jazmín y de un Pandnus. Dime, bella niña, ¿cuál es el número de abejas que formaban el enjambre?” 136

Se encuentra en el capítulo XVIII, contado por el protagonista Beremiz en el palacio, haciendo alusión al geómetra Bhaskhara 137.

Este problema lo expliqué usando la expresión: $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) + 1 = x$ 138

Primero, se aclaró que las palabras *Kadamba*, *Silinda*, *Krutaja*, *Jazmín* y *Pandnus* son simplemente nombres de flores que se dan en medio oriente 139. Luego, al tratar de explicar “la quinta parte”, “la tercera parte”, debí proponer varios números y que los estudiantes me dieran la respuesta, es decir, cuál es la quinta

parte de 2, la de 100, 30, 50 o 10 140. Al principio las respuestas eran tímidas, pero entre más números planteaba, más se lograba ver cuál era la regla, porque entre ellos se cuestionaban o afirmaban sus respuestas 141.

Así que, la siguiente pregunta que les formulé fue ¿cuál es la operación matemática que se debe realizar? 142 Muchos respondían que multiplicación porque la quinta parte de 25 es 5 porque $5 \times 5 = 25$ 143. Aunque el razonamiento es correcto, no es la respuesta esperada, lo ideal es mostrar la letra y la operación 144, así que la pregunta que sigue es ¿Qué operación matemática debo hacerle al 25 para obtener su quinta parte? De esa manera podía guiarlos a la respuesta “dividir entre 5” 145 ¿Y para cualquier otro número? 146

Entraba la explicación de qué significa cualquier número y la representación mediante una letra cualquiera, que las más comunes son la x, y, z, m, n porque los grandes matemáticos ya tenían por costumbre y para comunicarse entre ellos esas letras 147. Aunque podríamos usar las letras que queramos, como las primeras letras de la palabra 148.

Pero recordaba inmediatamente que, por ejemplo, en grado décimo ya había hecho la aclaración cuando se designa a la hipotenusa con la letra h, y a la altura del triángulo también con la letra h 149 (por su traducción del inglés *height*) pero se entraba en confusiones al solucionar triángulos rectángulos, que se debía tener precaución con el contexto y el significado que se le daba según el contexto y según el libro o autor 150. En física es muy común también este tipo de desconciertos, por ejemplo: w puede referirse a la unidad de medida eléctrica watts, a la magnitud trabajo (del inglés work), hasta con la frecuencia angular ω 151, en otros casos la distancia puede ser representada por *d* (distancia), *x* (si se representa en el eje horizontal), *y* (en caída libre) o *e* (espacio recorrido) 152.

Continuando con el problema de las abejas, junto a los estudiantes trataba de ponernos de acuerdo para nombrar mediante algunas letras, como la n de número, x por ser la más usada 153, aunque no sé porque este símbolo es el más usado 154. Así, escribí en el tablero la expresión $n \div 5$, $n \div 3$, aclaro que $\frac{x}{5}$ y $\frac{x}{3}$ también son formas para representar la división entre 5 y 3 respectivamente y que, de aquí en adelante, deberíamos acostumbrarnos a escribir de este modo y no como en primaria, con el símbolo \div 155. Al usar la letra x como un número cualquiera o incógnita, entonces la multiplicación también tendría que cambiar su representación porque tendríamos conflictos más adelante 156. Para la multiplicación, podríamos usar paréntesis (3) (x), (3) x, 3(x), un punto intermedio 3·x o sin ningún símbolo 3x 157.

Entonces para la expresión “*el triple de la diferencia entre estos dos números*” aparecen otras dos contrariedades ¿Qué es la diferencia? ¿De qué números se está hablando? 158 Mediante un ejercicio de socialización similar al usado para “la tercera parte de”, en clase logramos acordar que la diferencia alude al resultado de la resta 159. En este punto, me entristece saber que los estudiantes no recuerdan las definiciones y términos propios de la matemática 160. Ya que, la palabra

diferencia la habían conocido en tercero o segundo de primaria como las partes de las operaciones, en grado sexto se hacen el recuento de propiedades de los conjuntos numéricos, lo mismo pasa con la palabra cociente al no ser reconocida como el resultado de la división 161.

En reuniones de docentes, de semanas institucionales y, últimamente, de reajuste al currículo y análisis de pruebas saber, concluimos que en nuestra institución los estudiantes poseen buenos procesos generales, pero fallan en apropiarse de los conceptos específicos de cada área 162. Lo dicen las profesoras de español, sociales, química y filosofía. Se ha planteado reforzar el uso y significado de conceptos básicos en cada grado de escolaridad 163.

Retomando ¿De qué números se está hablando? ¿Cuáles dos números? Les pido a los estudiantes que releen el texto y pensemos cuáles son estos números 164. Entonces empiezo a hacer una lista de cada expresión hasta el momento 165:

La quinta parte de un enjambre de abejas se posó en la flor de Kadamba	$\frac{x}{5}$
La tercera en una flor de Silinda	$\frac{x}{3}$
El triple de la diferencia entre estos dos números voló sobre la flor de Krutaja	
Una abeja quedo sola en el aire, atraída por el perfume de un Jazmín y de un Pandnus.	

Con gran dificultad, los niños se dejan guiar de unos pocos que explican por qué los dos primeros números son $\frac{x}{5}$ y $\frac{x}{3}$ 166. Lo digo porque el silencio en el salón es mayor y las caras de “no entiendo” dejan mucho que preocuparme 167. Es difícil que asimilen que un número sea $x/5$ 168, difícilmente comprenden una fracción como número, ¿luego los números nos son 1, 2, 3, 4, 5...? 169 Trato de continuar, con la premura del tiempo ya que la clase se va a acabar, queda pendiente para la siguiente clase 170.

Al día siguiente, retomamos la lista anterior 171 y se explica la tercera expresión 172:

- “Una abeja quedo sola en el aire” ¿será $1x$ o $x/1$, profe? 173
- No, es solo una abeja. 174
- ¿Por qué las otras llevan x y esta no? 175

Las típicas clases de matemáticas en las que el profesor explica y los estudiantes repiten, genera este tipo de errores, impiden que se tengan múltiples respuestas 176. Pero cuando no les doy la respuesta puntual 177, empiezan comentarios como “la profe no explica”, “es que a ella no se le entiende” 178.

Cuando al fin se obtiene la cuarta expresión, sigue la parte de organizarlas todas como una sola expresión 179. Si sumamos las cuatro expresiones ¿Qué se obtiene? 180 De nuevo leer el problema y comprender lo hasta ahora hecho 181. En ese momento guié con ayuda de un dibujo en el tablero e indicaciones de los niños 182 ¿De qué objetos trata el problema? ¿Qué dibujamos? ¿Qué es un enjambre? ¿Cuál es la pregunta del problema? 183

Al dar respuesta a estas preguntas por fin llegamos a la esperada expresión:

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) + 1 = x \quad 184$$

Luego la propiedad distributiva, suma de términos semejantes y recordar la suma de fracciones heterogéneas (las cuales se había repasado el periodo anterior), trasposición de términos, finalmente encontramos la respuesta 185. Sin embargo, me queda la sensación que hay muchas cosas por repasar, cosas nuevas que aprender y digerir 186.

Otro problema que se encuentra en el libro, es el problema de Diofanto 187. De manera similar a como desarrollamos en clase el problema de las abejas, Así fue guiada la explicación de su solución por el método algebraico y con la expresión $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$. 188

Este problema dice: “He aquí el túmulo de Diofanto. Maravilla para quien lo contemple con artificio aritmético la piedra enseñara su edad. Dios le concedió pasar la sexta parte de su vida en la juventud; un duodécimo en la adolescencia; un séptimo en un estéril matrimonio. Pasaron cinco años más y le nació un hijo. Pero apenas este hijo había alcanzado la mitad de la edad del padre, murió. Durante cuatro años más, mitigando su dolor con el estudio de la ciencia de los números vivió Diofanto, antes de llegar al fin de su existencia” 189

Otra gran experiencia vivida, fue el trabajo con bachillerato por ciclos o educación no formal 190. Desde el año 2013 me ofrecieron acompañar los días sábados como horas extras, a personas en extra edad y/o adultos en formación. Allí la escuela normal superior tenía convenio con Cafam y el departamento de educación continuada 191. Trabajé con cartillas o módulos que de allí enviaban. Se manejan 17 módulos, cada uno se divide en tres partes: información básica, cuadernillo de tareas y cuadernillo de respuestas que cada estudiante adquiere y lleva a casa para estudiarlo y resolver los ejercicios allí planteados 192.

Mi papel no fue explicar en el tablero sino guiar las dudas e inquietudes que traían los estudiantes 193. Lo desilusionante es que, quienes se matriculan en esta modalidad, son en su mayoría estudiantes indisciplinados 194, por lo cual la estrategia de estudio independiente es difícil trabajarla con ellos y no rendía frutos: muchos copiaban las respuestas de la cartilla y se convirtió en un copie y pegue de planas sin sentido 195. Así que, la estrategia de trabajo en clase cambió y ahora se componía de trabajo en equipo, con ejercicios similares a los propuestos en las cartillas pero a modo de evaluación, a menos que surgieran preguntas 196. En ese

espacio de preguntas era cuando salvaban patria los juiciosos, casualmente los adultos, quienes sí intentaban leer las cartillas y resolverlas a conciencia 197.

Las preguntas de estas clases iban dirigidas, en su mayoría, a expresiones con letras 198. Por ejemplo, los módulos de números enteros explicaban algunas propiedades como la clausurativa, asociativa, modulativa, etc., y para generalizar usaban precisamente letras como variables 199. También, en el Kirpalamar con los niños de grado sexto y séptimo ocurría lo mismo 200, ellos me decían “profe, cuando son números yo entiendo todo, pero con esas letras no le entiendo nada” 201. Si $a, b \in Z$ entonces $(a + b) \in Z$, al explicarlo con números les decía:

¿5 es un número entero?

Sí, profe.

¿Y -2 es un número entero?

Sí, profe.

¿Cuánto es

$5 + (-2)$?

Es 3.

¿Tres es un número entero?

Sí.

Eso quiere decir esa propiedad, que si tienen dos números enteros entonces el resultado será también un número entero. 202

Luego, pasaba a otra propiedad hasta explicarlas todas y como ejercicio pedía poner ejemplos con otros números 203.

Desafortunadamente, para mí como profesora, a pesar de los ejemplos dados en clase la mayoría manifiestan no entender con letras y no hacen el ejercicio 204. Debo entonces, volver a explicar de forma individual y finalmente decirles “deben ir acostumbrándose a las letras porque de aquí en adelante cuando empiecen a ver álgebra con ellas es con lo que van a trabajar” 205.

Otras preguntas relacionadas con estos módulos surgen en las cartillas de geometría. Por ejemplo, en la nomenclatura, en las unidades de medida, en las expresiones para hallar perímetro y área 206.

Para el primer caso, empiezo explicando los objetos en geometría 207 (¿y que son objetos geométricos? pienso mientras uso la expresión 208) se nombran con letras, pero con una clasificación especial, letras mayúsculas para los puntos,

TAREA C

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Al finalizar el estudio de esta Tarea, usted estará en capacidad de:

OBJETIVOS

1. Reconocer las propiedades de la adición en el conjunto de los números enteros.
2. Utilizar las propiedades en la realización de adiciones.

INFORMACION

A. PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La adición entre números enteros cumple las mismas propiedades que la adición entre naturales que usted ya estudió y son:

- 1. PROPIEDAD CLAUSURATIVA**
Nos dice que al sumar números enteros, el resultado es un número entero. Se acostumbra escribirla en forma general así:
Si $a, b, c \in Z$, entonces $(a + b) \in Z$
- 2. PROPIEDAD ASOCIATIVA**
Para sumar más de dos números enteros, se asocian por parejas y el resultado no varía. En símbolos, se escribe:
Si $a, b, c \in Z$, entonces $(a + b) + c = a + (b + c)$
- 3. PROPIEDAD MODULATIVA**
Al sumar un entero con el cero, el resultado es el mismo número entero. Por esta razón el cero se llama módulo de la adición o elemento neutro para la adición de enteros. Se simboliza:
Si $a \in Z$, entonces $a + 0 = 0 + a = a$

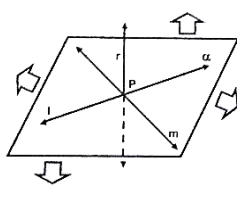
12 CUADERNILLO GUÍA

letras minúsculas para las rectas y letras griegas para los planos 209. ¿Qué son esos símbolos raros? Preguntan los estudiantes 210. Para explicarlo, cuento la poca historia que conozco sobre ello 211:

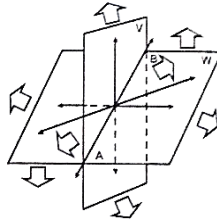
Hace mucho tiempo, desde antes de Cristo 212 (antes de continuar, las caras de pregunta y desconcierto me hacen interferir en el relato 213)... Cristo vivió hace 2016 años, por ser un acontecimiento tan importante, y al ser la iglesia católica la que tuvo poder durante muchísimo tiempo, ellos decidieron relacionar el tiempo con un antes y un después de él. Antes de Cristo ya existían civilizaciones como la babilónica, egipcia, china y los griegos o romanos, es más, aquí en América ya existían grandes pueblos indígenas 214. ¿Y los dinosaurios? (no falta el que interrumpe 215 y, a veces, me dejo desviar del tema trazando una línea del tiempo ubicando algunos acontecimientos importantes, otras veces evado la pregunta 216 pues soy pésima recordando fechas y nombres 217).

Continuando con la historia, todas estas civilizaciones contribuyeron a la matemática, hacían sus cálculos a su manera, pero los griegos son de quienes se han heredado tantos conceptos. Es por eso, que hemos adoptado muchos símbolos, en especial sus letras: Alfa, beta, gama, omega, fi, theta (voy diciendo a la vez que escribo en el tablero $\alpha, \beta, \gamma, \varpi, \phi, \theta$) 218. Tarea, averiguar todo el alfabeto griego mayúsculas y minúsculas 219 (dejo la consulta, primero porque yo no conozco todo el alfabeto; segundo, para que tengan un conocimiento de cultura general; y tercero para que empiecen a familiarizarse con otros símbolos que aparecen en la matemática escolar 220).

A7 Los siguientes dibujos ilustran varias combinaciones de puntos, rectas y planos.

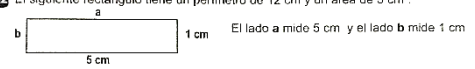


La recta r interseca al plano α en el punto P
 El plano α contiene a las rectas l y m
 El plano α pasa por las rectas l y m
 El plano α no pasa por la recta r



El plano V y el plano W se intersecan en la recta \overleftrightarrow{AB} .
 Tanto en el plano V como en el plano W pasan por \overleftrightarrow{AB}
 \overleftrightarrow{AB} se encuentra en ambos planos

C2 El siguiente rectángulo tiene un perímetro de 12 cm y un área de 5 cm².



a. Dibuje, en papel cuadrado, otros rectángulos que tengan un perímetro de 12 cm, pero diferentes áreas y a continuación complete la siguiente tabla.

Lado a (cm)	5	4	3	2	1
Lado b (cm)	1				
Perímetro (cm)	12	12	12	12	12
Área (cm ²)	5				

Recuerde que el perímetro es la longitud que hay alrededor del rectángulo y se puede hallar mediante la expresión $P = 2a + 2b$.

El área es la medida de la superficie interior y se puede hallar mediante la expresión $A = a \times b$.

- b. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo de área máxima?
- c. ¿Cuánto mide el área máxima?

** Vaya al Cuadernillo de Respuestas TAREA C y compare sus respuestas con las que aparecen allí. ➔

Retomando en las cartillas o módulos, también aparecen símbolos como cm, cm², cm³, m, m², m³ que muchos estudiantes no reconocen 221 y cuando intento contar el cuento de por qué el área es m² y el volumen se mide en m³, lo explico desde las propiedades de la aritmética y la potenciación, pero usando las letras para explicarlo: $m \times m \times m = m^3$ 222.


No he encontrado una explicación que satisfaga lo real o concreto de estas situaciones para los estudiantes 223. Primero, porque las propiedades de la potenciación no son algo que esté consolidado, aprendido o en algunos casos ni siquiera se ha visto el tema, o al menos es lo que cuentan los estudiantes 224;


segundo, las letras constituyen una barrera o tabú, es el miedo a no entender o a lo desconocido [225](#).


Ejemplo
 Calcule el área de un triángulo cuya base mide 18 cm y cuya altura mide la mitad de la base.
 Datos: base, $b = 18$ cm
 altura, $h = \frac{18}{2} = 9$ cm
 Pregunta: área, $A = ?$
 $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{18 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}}{2} = 81 \text{ cm}^2$


B. CUADRILÁTEROS
 Recordemos que un cuadrilátero es un polígono de 4 lados. Consideramos los paralelogramos (rectángulo, rombo, cuadrado y paralelogramo en general y los trapecios).
 Los paralelogramos tienen sus lados opuestos, congruentes y paralelos.
 Los trapecios son cuadriláteros que tienen sólo dos lados opuestos paralelos.


ÁREA DE LOS CUADRILÁTEROS

Cuadrado

 $A = l \times l = l^2$
 Área representada por el lado al cuadrado

Rectángulo

 $A = b \times h$
 Área representada por el producto de su base y altura

Paralelogramo

 $A = b \times h$
 Área representada por el producto de su base y altura

Rombo

 $A = \frac{D \times d}{2}$
 D = Diagonal mayor
 d = Diagonal menor
 Área representada por el semiproducto de sus diagonales

Trapecio

 $A = \frac{(B + b)}{2} \times h$
 B = Base mayor
 b = Base menor
 h = altura
 Área representada por la semisuma de las bases multiplicado por su altura

La tercera pregunta, relacionada con estos módulos es acerca del cálculo de áreas y perímetros [226](#), curiosamente, están antes de los módulos de álgebra [227](#), aunque no se necesitan procedimientos o cálculos de expresiones algebraicas, es necesario que como profesora aclare la palabra asociada a cada letra y el significado [228](#). Por ejemplo, para el rombo debí recordar las características y, que existen dos diagonales [229](#). Pero en estos casos, la mayor dificultad son el orden de las operaciones aritméticas en diversos sistemas numéricos [230](#) y, de nuevo, la interpretación de las unidades de medida, también presente en cursos de física [231](#).

Al final de los módulos de números enteros o racionales, se encontraban ejemplos de cómo resolver ecuaciones, pero era un proceso netamente mecánico [232](#). Así mismo lo explicaba yo [233](#), pero cuando me encontraba con ejemplos de problemas no encontraba ninguna explicación de cómo hacer el proceso de forma más fácil [234](#). Siento que a este paso, no se le da la merecida importancia en los textos, además de simples ejemplos [235](#).

Para explicar y hacer recordar el contexto, palabras nuevas, procedimientos anteriores, cada problema requiere de todo un sumario diferente [236](#). ¿Cómo explicar un procedimiento general para resolver estos problemas? Es lo que me preguntan los estudiantes [237](#), a lo que respondo “eso fue lo que le enseñaron desde primaria” (para el caso de operaciones aritméticas), “por eso es que deben estudiar a conciencia y no por pasar el año”, “la mayoría de lo que les estoy enseñando ya lo habían visto, lo único diferente son las letras” [238](#).

Otro factor determinante para analizar el uso de los símbolos en la educación son las pruebas planteadas a nivel nacional por el ministerio de educación [239](#), como los grados que me asignan son evaluados anualmente (noveno, once) [240](#) una de las grandes preocupaciones han sido las pruebas de estado [241](#), preocupación que me atañe a mí como profesora de matemáticas y a las directivas de los establecimientos, puesto que esa es una manera de poner en una escala a las instituciones y de determinar la jerarquía de las mismas a nivel nacional, departamental y municipal [242](#). Este tipo de pruebas generan una presión tanto en las instituciones como en los docentes y nosotros se las transmitimos a los estudiantes [243](#).

Algunas preguntas que aparecen en ese tipo de pruebas presentan una ecuación y nos piden una solución o rango de valores que cumpla la equivalencia 244. Para mí como profesora es una actividad simple de evaluar el valor de la incógnita en la ecuación dada y de analizar y descartar tres de cuatro opciones de respuesta 245. Esta situación me recuerda cuando tenía un profesor de física II, precisamente un profesor de la universidad pedagógica de Tunja, que cada vez nos pedía reemplazar o evaluar una doble integral, nos decía “pero eso es muy fácil, es muy sencillo” 246 en el salón todos nos mirábamos con cara de “eso no es tan fácil, ni sencillo, ni hemos visto, ni entendemos eso de la doble integral” 247, así que retomo y pienso en los estudiantes, en el hecho de decir que esos procesos que para nosotros como docentes son muy fáciles, para ellos implica realmente una gran dificultad al no estar familiarizados con ese tipo de análisis 248.

Otras pruebas remiten a hallar el área o volumen sin dar de forma explícita las formulas 249, ¿se supone que desde grado cuarto ya saben que la fórmula para hallar área de cuadrados!, que es lo más sencillo deben multiplicar base por altura, o ¿base por largo? 250 aquí empiezan a tener dificultades porque se enfrentan con el problema de no recordarlas con exactitud 251, aún en algunas pruebas se encuentra una hoja con las formulas básicas de cálculo que pueden ayudarles en la solución de esos problemas, sin embargo los estudiantes ni las miran simplemente porque dicen “esas letras y números no las entiende nadie” 252.

Ahora otro problema más grande se encuentra cuando piden relacionar ya no una expresión verbal sino hacer un análisis de la representación gráfica que tiene una determinada ecuación, por ejemplo analizando el crecimiento o decrecimiento, 253 o cuando se presenta que plantean la gráfica en el plano cartesiano de una función y se debe elegir intervalos solución, intervalos donde es creciente, donde existe o no, determinar el dominio, rango 254, generalmente estos intervalos llevan tras de sí una carga simbólica que el estudiante no asimila de manera fácil 255, o también cuando se debe determinar la relación entre una representación tabular y una representación algebraica 256.

¿Qué he hecho muchas ocasiones como profesora? 257 Entregar los simulacros con las preguntas para que en grupo o individual, conozcan y resuelvan las pruebas, y si alcanza el tiempo, socializar las respuestas de aquellas preguntas que según expresan los mismos estudiantes tienen mayor dificultad 258.

Con los estudiantes de grado once he optado últimamente por distribuir las preguntas para que cada uno analice las preguntas, las opciones, y cuenten en una corta exposición el estudio realizado 259. Los asistentes deben tomar apuntes, pero he aprendido que no en forma de lluvia de ideas o copiando lo escrito en el tablero, en la dispositiva o cartelera sino que escriban las dudas, inquietudes, las dificultades encontradas las posibles respuestas erróneas o distractores en las opciones de respuesta, el concepto o tema matemático que allí se está planteando 260, además pensando que desarrollar la comunicación de sus procesos a los demás, permite desarrollar la necesidad de comprender el lenguaje matemático y por supuesto el lenguaje algebraico 261.

La preocupación que tengo es cómo abarcar tantos temas, que según el ministerio de educación mediante los estándares nos pide enseñar como básico, 262 y que cada vez que reviso cartillas y resultados de pruebas saber, resulta que falta reforzar por ejemplo en probabilidad y geometría, pero por tiempo debo apartar contenido algebraico 263. Tengo en mi mente y en algunos intentos de aplicar la visión de comprender la matemática como un todo y centrarme en desarrollar los procesos y no dividirla en contenidos, componentes o pensamientos 264. Temo caer en una mezcla sin sentido y no poder organizar el currículo, peor aún, afectar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje 265.

1.4. Narrativa autobiográfica intelectual de Alba: Buscando mi profesión

Para iniciar esta narrativa creo conveniente tratar de explicar los factores para haber escogido la licenciatura en matemáticas¹. Por un lado la influencia familiar y por otro el reto que significó superar algunas dificultades durante la secundaria.²

Mi familia proviene del municipio de Turmequé, Boyacá, mi mamá de la vereda Cruz colorada y mi papá de la vereda Volcán blanco³. Ambos estudiaron en la escuela de cada vereda, lo que hoy llamamos escuelas unitarias hasta grado tercero⁴. Ellos debían llegar caminando durante varias horas, con una jornada de ocho de la mañana hasta las cuatro, de lunes a sábado, además de la asistencia a Misa en el pueblo los días Domingos⁵. Mi mamá terminó el grado quinto y hasta ahí llegó al apoyo de mis abuelos⁶. Cuenta mi mamá que mi abuelita decía: “yo cumplo para que estudien hasta el quinto”⁷, por otro lado a mi papá lo quisieron apoyar para que estudiara el bachillerato, pero en la región los internados quedaban muy lejos⁸, por influencia de mi tío, el hermano mayor, lo enviaron al internado con los hermanos de la Salle de Medellín⁹, quedó muy agradecido, pues no solo aprendió las materias básicas sino cuidados de la naturaleza, activar habilidades y destrezas sociales, comunicativas y “despertar en los detalles elementales”¹⁰. Allí estuvo dos años no logro graduarse como bachiller, pero cuenta que fueron años en los que le tomó cariño y tuvo gran influencia de las instituciones educativas¹¹.

Al regresar a la vereda se encontró con una maestra nueva en la escuela, con quien entabló una gran amistad y a quien apoyó para el mejoramiento del lugar¹². Para ese tiempo también se desarrollaron las escuelas radiofónicas de Sutatenza, una oportunidad para las personas que no habían culminado los estudios de básica, por su puesto a estas se inscribieron los dos, cada uno desde su lugar¹³. Sus caminos se cruzaron en los grupos parroquiales de Turmequé, mi mamá fue evangelizadora juvenil y luego catequista¹⁴.

Estas historias fueron determinantes en mi infancia pues la nostalgia con la que mis padres recordaban transmitiéndome el anhelo de vivir experiencias como docente¹⁵. Cada vez que me contaba acerca de los Lasallistas y las exploraciones que hacían para percibir y contar los detalles¹⁶, como cuando preguntaban al regresar de alguna salida ¿Cuántas ventanas tiene el dormitorio del internado?

¿Qué color son las hojas del árbol frente a la capilla? o cuando les decían: “con el pan deben limpiar el plato de la comida”¹⁷, sembraban en mí un valor por la comida, por los momentos, por las enseñanzas, por la vida ¹⁸.

Mi papá también nos decía “estudien porque no les puedo dejar nada más de herencia”¹⁹, de esta manera el cariño y la importancia por el estudio crece en mí, no solamente porque es un bien agradable sino necesario laboralmente²⁰. Es más, mis hermanos mayores también tomaron la determinación de estudiar licenciatura a excepción de la mayor, ella estudio administración de empresas, creo que su influencia fue más por la profesión que desempeñó mi papá²¹. Él administró los almacenes del IDEMA (instituto de mercado agropecuario) a cargo del gobierno nacional²².

Fui la menor de cuatro hermanos. Yo le llevo de diferencia trece, diez y siete años a ellos y me he dado cuenta recientemente que siempre fui y he sido la más consentida²³, al ser la menor, sentía normal el continuar el ejemplo de mis hermanos²⁴, mi papá me decía cuando yo cursaba los últimos grados de bachillerato “estudie para profesora que a las señoritas les va muy bien” “estudie lo mismo que su hermano, a él le ha ido muy bien”²⁵. Pues sí, al fin de cuentas era él quien me iba a ayudar económicamente durante la carrera²⁶.

Por otro lado, durante mi paso por el bachillerato me marcó el hecho de haber perdido un logro de matemáticas en grado octavo, durante el primer periodo académico²⁷, este evento fue de mucha frustración porque mis hermanos ocuparon los primeros lugares, obtuvieron reconocimientos y becas en los colegios, sentía que no se esperaba menos de mí²⁸, le mencioné al profesor “yo he hecho los trabajos”²⁹, el profesor Víctor respondió a mi reclamo “sí, pero si no los muestra o no participa en clase, es como si no hubiera hecho nada”³⁰, de ahí en adelante me propuse participar más en clase, reconocer mis ejercicios y trabajos dándolos a conocer a los demás³¹, no era justo que yo los hiciera y otros se llevaran el crédito³².

El paso por la secundaria fue muy calmado³³, de hecho tuve pocos amigos, no hice cursos adicionales extraescolares, en las tardes me dedicaba a ayudar en la “tienda de barrio” familiar y luego de esto me dedicaba a hacer las tareas escolares³⁴, al contrario de lo que puedan llegar a pensar muchos, teniendo hermanos mayores, serían ellos quienes me ayudaban en las tareas,³⁵ pero en realidad ellos ya estaban trabajando, habían conformado su familia³⁶, solo uno de mis hermanos estaba en casa pero estudiaba en la universidad en jornada contraria ³⁷, así que no nos veíamos mucho³⁸, quien estaba pendiente de las tareas era mi mamá³⁹, pero al no haber terminado primaria no podía más que guiarnos en la parte espiritual y moral⁴⁰, cuando ella me veía haciendo las tareas de álgebra me decía “yo no entiendo que hacen ustedes diciendo equis más equis por equis igual a equis y equis, lo mismo era Fernando y Juan, eso es muy raro ¿Qué significa?”⁴¹. Qué podía contestar yo en ese momento si tampoco tenía ni idea⁴², solo sabía que hay un montón de reglas y ponerme a explicarle todas...⁴³ la verdad nunca lo intenté ⁴⁴.

Años después dictando clase en bachillerato para adultos, en nocturna y sabatina⁴⁵ me pregunto: ¿para qué realmente enseñó álgebra?⁴⁶ Tal vez en el colegio tengo el pretexto de desarrollar procesos que en la preparación universitaria “les exigen” aunque lo que realmente apliquen sea muy breve y puntual.⁴⁷ ¿De qué les va a servir a población, que en su mayoría no va a desarrollar carreras profesionales, tal vez un técnico?⁴⁸ ¿Qué enseñar a las personas que asisten a estas jornadas, porque en el trabajo les exigen un título de bachillerato mínimo para continuar en la nómina?⁴⁹ Mi mamá por ejemplo, toda su vida se defendió con lo aprendido en su primaria y le bastó para sacar adelante una familia ⁵⁰. En fin, mucho más adelante me daré cuenta que hay más que contenidos y temas que estudiar, aprender y desarrollar en una educación básica y hasta pregrado⁵¹.

Para grado once recibí los resultados de las pruebas Icfes 11⁵², y las asignaturas que menos rendimiento presentaron, fueron matemáticas y física.⁵³ Para ese entonces tenía seguridad en que escogería una profesión como docente, pero no de que área⁵⁴, al ver los resultados analizaba que las ciencias sociales, ni las humanidades me llamaban la atención⁵⁵, inglés me parecía muy fácil, aunque ahora sé que no le es⁵⁶, las matemáticas se constituyeron en un reto que debía enfrentar y mejorar⁵⁷, decidí entonces asumir la carrera de licenciatura en matemáticas en la universidad de Cundinamarca⁵⁸, gran parte de la decisión fue por la ubicación de residencia, pues mi papá al salir jubilado de la empresa se ubicó en una ciudad que tuviera la facilidad de estudios superiores y no tener que pagar gastos adicionales como arriendo, transporte y alimentación, que por supuesto no tenía como subsidiarnos, para ello todos debimos ayudar con el negocio familiar: el supermercado ICAR⁵⁹. Ahora bien, hice la inscripción para ingresar a la UDEC, pero ese semestre no se abrió pues no se completaron los cupos⁶⁰.

Me marcaron dos frases presentes en ese tiempo: doble titulación y certificación de calidad⁶¹. La doble titulación antes era de licenciatura en matemática y física⁶², mis hermanos mayores alcanzaron este grado⁶³, los “pares académicos” vieron inconvenientes con esta carrera, así que cuando yo ingresé en el año 2006, se podía acceder a licenciatura en matemáticas o a licenciatura en física⁶⁴. La elección que hice fue obviamente por matemáticas pues tiene mayor proyección laboral⁶⁵, más adelante veía cómo la poca demanda para física ocasionó el cierre de esta carrera⁶⁶. Estar en esta carrera durante este movimiento me frustró mucho, pues mis expectativas estaban puestas en algo más pedagógico o didáctico de las matemáticas⁶⁷, yo veía como mis compañeros por el contrario se mostraban expectantes hacia una matemática pura, y poder buscar una doble titulación, en este caso hacia la licenciatura en matemáticas y matemática pura⁶⁸.

Este choque lo pude sentir en sobremanera con el comentario de un profesor⁶⁹, luego de la sustentación del trabajo de grado focalizado al diseño y aplicación de una unidad didáctica para grado quinto en estadística: “este parece un trabajo para una licenciatura en básica”⁷⁰. Tal vez yo estaba en el lugar equivocado⁷¹... o tal vez no⁷², para elegir una electiva en noveno semestre los compañeros de semestre nos reunimos y propusimos que fuera algo con

matemática aplicada, como una matemática financiera o algo así⁷³. Esperábamos que toda la matemática que habíamos aprendido la lográramos proyectar en un curso de bachillerato⁷⁴, que al fin de cuentas es el medio en el que nos desempeñaríamos laboralmente⁷⁵. Pues se abrió el “único curso electivo” y sí, fue de matemática financiera⁷⁶, “lo logramos, al fin algo útil para desempeñarnos como profesores”⁷⁷, pero luego de algunas clases y ver como nuestro profesor de matemáticas dictaba fórmulas para hallar intereses compuestos, anuales, mensuales, series, sumatorias, y planteaba ejercicios para demostraciones matemáticas de estas ecuaciones e iba dejando a un lado los ejemplos o aplicaciones, nos dimos cuenta que seguía la línea de la matemática más no la didáctica de la matemática⁷⁸. Por otro lado me tranquilizaba saber que yo que no estaba tan equivocada después de todo, que no era la única que necesitaba algo más de didáctica⁷⁹.

Los primeros semestres en el pregrado fueron muy significativos⁸⁰. Materias como: pensamiento numérico, pensamiento geométrico, pensamiento funcional y variacional, pensamiento lógico, geometría euclidiana, geometría analítica, física, probabilidad y estadística⁸¹, me grabaron de significado pues en parte ya conocía algunos de sus temas en experiencias anteriores pero también sacaron de dudas de muchos procesos que no tenía claro de bachillerato⁸², además, presentaron muchos materiales didácticos que desconocía, calendarios matemáticos, alfanuméricas, curiosidades numéricas, origami y su aplicación a la matemática, software matemático como derive y cabri, la estructura axiomática de geometría, uso de laboratorio de física y la aplicación en contexto de fórmulas matemáticas de física y estadística⁸³.

En cierta forma estas herramientas las he venido aplicando en mis clases pero con mucha cautela, pues no me ha sido fácil vincularlas al currículo escolar en el momento adecuado⁸⁴. Por ejemplo he dedicado periodos enteros a trabajar únicamente pensamiento lógico pero descuido los contenidos⁸⁵; he dejado como actividades extracurriculares, pero solo un pequeño porcentaje de estudiantes las realiza a conciencia⁸⁶; últimamente he decidido seleccionar actividades relacionadas con el tema a modo de actividad introductoria en el salón pero lleva mucho tiempo tanto la preparación y la aplicación pues de estas actividades pueden salir muchos temas para desarrollar⁸⁷.

Otras materias como pensamiento aleatorio, álgebra y trigonometría, álgebra lineal, lógica y teoría de conjuntos⁸⁸, fueron dictadas a nuestro grupo por docentes con una metodología tradicional: tablero, libro y ejercicios⁸⁹. Por supuesto que aprendimos el tema, conocí procedimientos y “trucos matemáticos” como sustituciones, multiplicar por “uno disfrazado”, co, ca, co, ca, h, h para las funciones trigonométricas⁹⁰. Nos evaluaron esas herramientas y conocimientos propios de la ciencia matemática, muy necesaria para nuestra profesión pero faltó la parte lúdica⁹¹. De hecho, a otros grupos que vieron algunas de estas materias dirigidas por otros docentes, se les presento la oportunidad de trabajar desde otro enfoque

como la lógica matemática al solucionar “problemas lógicos” y no solamente lógica proposicional como me correspondió a mí 92.

Los últimos semestres de la licenciatura adquirí conocimientos de materias como: programación y métodos numéricos, cálculo diferencial, álgebra lineal II, cálculo integral, teoría de números, análisis numérico, cálculo vectorial, ecuaciones diferenciales, álgebra abstracta, análisis matemático, series, electiva en educación matemática, electiva en profundización, topología general, variable compleja, geometría diferencial 93. En todas ellas con la metodología de explicación en el tablero, ejercicios larguísimos y evaluación de procedimientos94. Todos estos temas no han sido de mayor provecho en mi profesión docente95, pues solo me he desempeñado hasta educación media 96. Tal vez, por eso el recuerdo que tengo de ellos es muy vago 97. Si me preguntan qué temas o como se procede con algunos de sus ejercicios debo retomar textos para guiarme y recordarlos 98. De hecho me han hecho pensar ¿Qué temas de matemáticas efectivamente recuerdo?99 Seguramente muy pocos, pero el proceso de analizar, verificar, argumentar, refutar y muchos más es lo realmente aprendido100.

Las asignaturas por la línea de pedagogía como política educativa y gestión escolar, antropología y educación, sociología de la educación, aprendizaje y cognición, historia y epistemología de la pedagogía, teorías, tendencias y modelos pedagógicos, teorías, tendencias y modelos curriculares, práctica docente, teorías, tendencias y modelos didácticos y evaluativos, ética profesional 101 no me generaron mayor curiosidad o interés porque eran muy generales, de poca aplicación a la clase 102. Yo las aprendí como conocimiento general103, pues en el momento no tenía, ni un ejemplo a seguir, ni un orden en mi mente de como todas estas teorías se aplicaban a una clase 104. Sólo fue hasta empezar el trabajo como profesora que me empiezan a exigir planeaciones de aula, análisis de currículo y pruebas saber, dirección de proyectos transversales.105 En ese momento tengo que hacer memoria, revisar apuntes y documentos que me permitan relacionar la teoría aprendida en la universidad y la práctica docente106.

En la escuela normal de San Bernardo, por ejemplo, al buscar la reestructuración del modelo pedagógico, en grupos de docentes trabajamos sobre cuál autor o modelo es el que representa la institución107, se decidió que la diversidad de enfoques, niveles de escolaridad y áreas con los que trabajamos los profesores no permiten un solo autor108. Este trabajo, por supuesto me representó dificultad pero al mismo tiempo me permitió, al escuchar a los demás compañeros en sus intervenciones, aprender y profundizar más109. Por ejemplo, María Montessori y su interés por los procesos de la infancia, el ambiente y el aprendizaje por manipulación, la libertad y autodisciplina; Paulo Freire y su incidencia en el pensamiento crítico y reflexivo; David Ausubel y el aprendizaje significativo al conectar nuevos conocimientos con los antiguos; Howard Gardner y la teoría de las inteligencias múltiples110, me empiezan a generar cuestionamientos acerca de que es lo importante enseñar y como enseñarlo111.

Terminé mis estudios, me gradué y empecé a trabajar como docente de básica secundaria y media¹¹². Aquí es donde empieza mi verdadera práctica¹¹³, la búsqueda de textos que me ayuden a profundizar los contenidos, guiar actividades, a ubicar los documentos referentes del ministerio de educación, y organizar planes de aula, socializar con los demás¹¹⁴ (docentes, estudiantes, directivos, padres), pues siempre he sido muy introvertida¹¹⁵ y a aprender muchísimo más que lo aprendido en la universidad¹¹⁶. Pero es cuando ingreso a la universidad pedagógica en la que trato de reflexionar sobre lo que ha sido mi transcurrir profesional e intelectual hasta ahora vivido¹¹⁷, es por esto que continúo mi narración haciendo retrospectiva desde lo vivido en este proceso hacia atrás¹¹⁸.

A inicios del año 2017 se presentó la oportunidad de inscribirnos con la Gobernación de Cundinamarca en un programa de medias becas para estudiar maestría, por medio de un contrato interadministrativo - secretaria de educación y universidad pedagógica nacional ¹¹⁹, podíamos escoger entre tres líneas: Maestría en Docencia de la Matemática, Maestría en Educación, Maestría en Tecnología de la Información aplicadas a la Educación¹²⁰. Por supuesto es un requisito para ascender en el escalafón docente¹²¹, pero no quería hacer un gran esfuerzo monetario, de tiempo y físico en un estudio que no fuera provechoso para mi profesión¹²², así que mi apuesta fue hacia Maestría en Docencia de la Matemática, además en la búsqueda de herramientas que mejoren las clases bajo mi responsabilidad¹²³.

Al ingresar a la UPN, el programa nos solicita la propuesta inicial de trabajo de grado para la Cohorte 2017-II¹²⁴, también podíamos escoger entre tres líneas de trabajo: primera pensamiento numérico y sistemas numéricos, segunda pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos y tercera pensamiento espacial y sistemas geométricos¹²⁵.

Mi primer insumo para escoger el pensamiento matemático fue revisar los resultados de las pruebas saber de los últimos años de la institución¹²⁶. Las pruebas saber se han constituido en una obligación para analizar en todas las instituciones donde he trabajado¹²⁷, sobre todo después de la creación del día E o día de la excelencia de la calidad educativa¹²⁸, aún más, en el área de matemáticas cuya área ha presentado bajo rendimiento a nivel nacional¹²⁹.

En el colegio Bethesda y en el Gustavo Uribe Ramírez por ejemplo nos dieron capacitaciones para crear pruebas “tipo ICFES” y en el trabajo siguiente nos exigían pruebas bimestrales y en el actual colegio se realizan simulacros para preparar a los estudiantes para las pruebas¹³⁰. Luego de estas capacitaciones la forma en la que miro una prueba se hizo más crítica¹³¹, por ejemplo las preguntas que solo evalúan conceptos o son memorísticas ya no me llaman la atención¹³², como preguntas del tipo ¿Cuál es el resultado de la factorización? ¿Cuánto es $(5x)(3a-x)$?¹³³ a diferencia de las últimas pruebas en las que no preguntan por el resultado del procedimiento, sino su tratamiento sobre una aplicación¹³⁴. Aprendí que el nivel de complejidad de una prueba puede depender de las opciones de respuesta y que allí hay “casaritas” que confunden a un buen estudiante, por tanto, debía prestar

atención a estos detalles al enseñar algún concepto¹³⁵, empiezo a conocer que además de contenidos o pensamientos numérico-variacional, métrico-geométrico y estadístico también se evalúan los procesos de resolución de problemas, razonamiento y comunicación¹³⁶.

Otro factor importantísimo es la evaluación de carácter diagnóstico formativa¹³⁷, también allí exigen que nuestras clases sean coherentes con el PEI y las mallas curriculares¹³⁸. Ahora con la necesidad de diseñar planes de aula, mallas curriculares, planes de área, en los colegios donde he trabajado veo la necesidad de implementar clases con más sentido, teniendo en cuenta las disposiciones del ministerio ¹³⁹.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) plantea el uso de documentos de referencia como los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje (DBA), orientaciones pedagógicas, mallas de aprendizaje, matrices de referencia, guía de articulación, taller uso de resultados pedagógicos, orientaciones educación inicial, orientaciones educación media, focalizados a las áreas de lenguaje y matemáticas¹⁴⁰. Y estos documentos no solo son estudiados en cada una de nuestras instituciones sino también bajo la Maestría en Docencia de la Matemática¹⁴¹. En estos documentos se evidencia la aplicación en contexto que puede tener el lenguaje algebraico mas no se identifica claramente los temas o tratamiento¹⁴², quiere decir que no basta con enseñar las operaciones básicas, factorizar o despejar incógnitas sino aplicar estos procesos para formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problemas¹⁴³.

Vi necesario hacer una comparación de los resultados de los últimos años de la institución, y no vi un patrón claro de cuál línea o pensamiento presentara mayor dificultad, ni tampoco en los procesos razonamiento, comunicación y resolución¹⁴⁴, algunos años mostraba buenos resultados en unos y al otro año cambiaban las fortalezas¹⁴⁵.

Decidí entonces recurrir a mi practica pedagógica hasta ahora adquirida y encontré tres supuestos¹⁴⁶: Primero la desarticulación de pensamientos y sistemas ¹⁴⁷, por ejemplo la modelación de problemas espaciales cotidianos, están ligados a un esquema visual, a una lógica geométrica, pero que fundamentalmente permite generalizar o llegar a soluciones mediante la recolección de datos, y concluir con un lenguaje algebraico¹⁴⁸, sin embargo, en la estructura curricular de cada institución, la separación del área de matemáticas en asignaturas (geometría, estadística, álgebra, trigonometría o cálculo) genera que la intensidad horaria dedicada a la geometría y la estadística sea mucho menor que al pensamiento numérico en básica primaria, y/o variacional y sistemas algebraicos en grados superiores¹⁴⁹, o depende de la asignación académica de los docentes pertenecientes a la institución¹⁵⁰, pues no permite una continuidad en los procesos por la independencia del trabajo¹⁵¹; segundo la falta de preconceptos básicos e importantes en la evolución de conocimiento matemático¹⁵², los estudiantes están estudiando por obtener una nota este periodo o este año, pero no enlazan la evolución y profundización de las definiciones, postulados, axiomas, teoremas,

corolarios, propiedades, entre otros¹⁵³, propios del análisis, la comprensión y evolución del lenguaje matemático y fundamentales para desarrollar el razonamiento y argumentación bases del estudio de la matemática a través de los años¹⁵⁴; tercero, la dificultad de los estudiantes, que finalizan el estudio de la aritmética e inician álgebra elemental, para formalizar mediante expresiones algebraicas y de manipularlas¹⁵⁵, pues se muestran incapaces de realizar y comprender modelos “abstractos” de la realidad¹⁵⁶, así lo confirmaría al leer a Godino más adelante en la maestría.¹⁵⁷

De esta manera focalicé mi propuesta de trabajo sobre el lenguaje algebraico, con una problemática inicial acerca de ¿qué herramientas didácticas permiten inducir un cambio en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática en la IED Kirpalamar que desarrollen el lenguaje algebraico concebido como un lenguaje universal que todos debemos hablar, que articulen los pensamientos y sistemas desde los primeros años de básica secundaria, para mejorar las competencias específicas en matemáticas, especialmente el razonamiento y argumentación durante su desempeño a lo largo de su educación básica y media?¹⁵⁸ En ese momento no dimensioné lo amplio de la pregunta o problema y que no podría hallar su respuesta¹⁵⁹, no al menos en el transcurso de la maestría y menos cuando me enteré que el énfasis de la cohorte era reflexión docente¹⁶⁰, primero porque el sujeto investigado no sería las herramientas didácticas, ni siquiera los estudiantes, sino nosotros mismos como docentes,¹⁶¹ y segundo, porque hacer seguimiento al desempeño de un grupo de estudiantes a lo largo de la educación básica y media es algo imposible por el corto tiempo¹⁶².

Luego de superar las pruebas de ingreso, hacer la inscripción iniciamos formalmente con una conferencia inaugural con la doctora Sandra Evely Parada vía Skype, “reflexión, reflexionar, reflexivo”¹⁶³, nos expone la reflexión docente para, durante y sobre la acción desde las comunidades de práctica de educadores matemáticos y el desarrollo de los pensamientos: matemático escolar, orquestal y pedagógico didáctico¹⁶⁴, aunque en el momento no relacioné dicha conferencia con el trabajo de grado,¹⁶⁵ pues no tenía la certeza del énfasis de la cohorte (esta cohorte tiene naturaleza de profundización, más no de investigación) ¹⁶⁶, me llega la invitación a revisar literatura y atrevernos a leer, escribir y comunicar las prácticas de nuestras aulas¹⁶⁷.

Durante el seminario de *Investigación e innovación*, orientado por el Doctor Edgar Guacaneme realizamos el ejercicio de reunirnos en pequeños grupos¹⁶⁸ porque “*el trabajo colectivo genera mayor profundización*”¹⁶⁹ y allí encontramos algunas inquietudes comunes y planteamos como foco principal el cambio de registro del lenguaje retórico al algebraico¹⁷⁰, otros grupos se focalizaron en la variación que generan las funciones lineales, cuadráticas y trigonométricas y otro en el proceso de generalización ¹⁷¹.

Al inicio de este seminario se plantearon las preguntas ¿Cuál es el problema? ¿De quién es el problema? ¿El problema está centrado en los contenidos, procesos o contexto matemático? refiriéndose a las propuestas iniciales¹⁷². Mi problema es

el álgebra¹⁷³, refiriéndome al álgebra escolar y olvidándome del álgebra abstracta o moderna, con la que sufrí durante varios semestres en el pregrado¹⁷⁴ pues me encontré con la necesidad de usar muchos procedimientos que ahora llamo “trucos matemáticos”¹⁷⁵.

La pregunta misma de quién es el problema propicia una mirada de retrospectiva, pues ¿acaso él estudiante no es el individuo a investigar siempre?¹⁷⁶ Con el trabajo de grado de la licenciatura traté de generar una unidad didáctica en estadística y evaluarla a través del análisis sobre los resultados de los estudiantes¹⁷⁷, nunca había conocido una propuesta que ubicara al docente como centro¹⁷⁸, generó una sensación de incomodidad porque una cosa es buscar ayuda para mejorar la enseñanza de las matemáticas, y otra es ser el centro de miradas y hasta juzgamientos¹⁷⁹.

La falta de conocimiento de los lineamientos curriculares se evidenció, ¹⁸⁰ pues en la tercera pregunta tuvimos dificultades al no recordar los procesos allí planteados (resolución y planteamiento de problemas, razonamiento, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos) y aún más que la base de la enseñanza matemática no se basa solamente en contenidos, sino en procesos y contextos¹⁸¹. ¿Por qué no sabía esto?¹⁸² Se supone que es la guía nacional para cualquier profesor de Colombia¹⁸³, no puedo culpar al pregrado, pues sí nos presentaron este documento en clase de teorías tendencias y modelos curriculares¹⁸⁴, quizás no lo estudié con la importancia que se merecía¹⁸⁵, tal vez en el momento no tenía el acceso al documento tan fácilmente, tendría que comprarlo o sacar fotocopias y no me alcanzaba el dinero para esto¹⁸⁶, o buscarlo de internet sería una opción muy sencilla en estos tiempos, pero no tenía ni computador personal ni servicio de internet¹⁸⁷, la solución a este problema, en esta clase, fue repartir el documento y exponerlo¹⁸⁹, además no se mostraba la necesidad de aplicar este conocimiento, en el momento fue solo conocerlo, socializarlo y ya¹⁹⁰, hubiera sido interesante poner en práctica mediante alguna actividad en aula o planteamiento de actividades matemáticas teniendo en cuenta los principios allí presentes¹⁹¹.

Revisando en mi memoria son pocos los recuerdos que tengo de los últimos semestres¹⁹², recuerdo más vivamente los semestres en los cuales tuve un primer impacto con la experiencia universitaria¹⁹³, como las demostraciones geométricas y cálculos de medidas de elementos geométricos desconocidos en forma de calendario matemático, las generalizaciones con dobleces de origami y el uso de calculadoras graficadoras T-300¹⁹⁴, algo que no había visto en el colegio ¹⁹⁵, y que nuevamente no tuve en cuenta por miedo a usar la tecnología en espacios escolares a mi cargo¹⁹⁶.

El reto que generaba encontrarme con situaciones a las cuales no me había enfrentado antes, como hallar un ángulo sabiendo el valor de otros y usar axiomas y teoremas que habíamos demostrado en clase pero no habíamos aplicado¹⁹⁷, ocasionaba en mi gran gusto y ansias por solucionar problemas como estos ¹⁹⁸. Me lleva a recordar algunas demostraciones del libro “proof without words” que por

fragmentos nos llevaba el profesor Edwin Carranza en el seminario de profundización de matemáticas elementales¹⁹⁹ pues se puede visualizar mucha información como la demostración de $n^2 = \sum_{k=1}^n 2k + 1$ solo con gráficas de cuadrados y regiones sombreadas en forma de L. demostraciones que en series se habrían logrado con mucho más rigor y abstracción²⁰⁰.

En el seminario dirigido por el doctor Guacaneme iniciamos con indagar qué sabemos y qué no sabemos respecto a lo curricular, lo matemático, lo histórico y lo didáctico del tema de nuestra propuesta²⁰¹. En mi caso lo matemático se remitía al álgebra ¿Qué estudia el álgebra?²⁰² Lo primero que me venía a la mente era el álgebra escolar ²⁰³, sobre todo los casos de factorización que es lo estudiado en secundaria, luego en pregrado con el álgebra lineal y otra vez al trabajar se repite lo que siempre se ha hecho²⁰⁴ y como en ese momento estaba dictando clase en grado octavo tenía mi mente focalizada en este tema ²⁰⁵. Nos organizamos de tal manera que exponíamos nuestra búsqueda entre nosotros y escuchar aportes que permitieran enriquecer los conocimientos ²⁰⁶, pero más que conocimientos nos surgían más dudas y más nos dábamos cuenta de los vacíos conceptuales ²⁰⁷.

Escuchar a mi compañera hablar de grupos, anillos, anillos de polinomios que no había expuesto antes²⁰⁸, me hizo caer en cuenta que estos temas también los había visto en álgebra abstracta y que hacen parte del álgebra ²⁰⁹, entonces ¿Por qué no se dictan en la escuela? ¿Cuál es la utilidad en el contexto real? ¿Cuál es el objeto de estudio que está en mi propuesta?²¹⁰ Vuelvo mi mirada a la propuesta y escuchando a Ana, aterrizo en que debo focalizar el estudio en el lenguaje matemático²¹¹, al mismo tiempo en el seminario de diseño y desarrollo curricular en matemáticas con el doctor Rodolfo Vergel ²¹², la perspectiva de cómo ver el álgebra y su proceso en la escuela, me permite entender que el lenguaje matemático es diferente al lenguaje algebraico ²¹³. Existen formas en las que los estudiantes leen el contexto y lo describen, usando sus propias palabras, señalando, o haciendo gestos²¹⁴, hablamos de las relaciones de poder que se presentan dentro del aula de clase con los mismos gestos corporales²¹⁵. Por ejemplo, algún estudiante pregunta ¿profe la respuesta es dos equis? Y con la mirada se responde sin necesidad de usar palabras, u otra pregunta ser ¿Qué quiere decir cóncavo? y con la mano se hace la forma de “u con los dedos índice y pulgar”²¹⁶, el signo igual lo pueden interpretar de diversas maneras diferentes que la relación de equidad a veces implica tan solo una correspondencia entre dos valores²¹⁷.

A veces hasta les soplamos las respuestas cuando nos preguntan ¿profe esta es la respuesta?²¹⁸ en un trabajo que realizamos de generalización de patrones lineales aplicado a varios grados de la institución en la que laboro²¹⁹ pude observar que para una misma secuencia los estudiantes de décimo y undécimo pueden llegar a varias expresiones algebraicas diferentes²²⁰ a pesar que mi enseñanza sobre la conversión de lenguaje retórico a simbólico ha sido nula o al menos no intencionada²²¹, para grados octavo y noveno por otro lado no se llega a una expresión algebraica pero si se generan reglas diferentes, en ambos casos

dependen de la visualización y agrupación que hacen los estudiantes sobre el objeto²²². Por eso a la pregunta ¿profe esta es la respuesta? Ya no estoy segura de responder con un sí o no estricto, pues debo pensar en el punto de vista del estudiante para haber llegado a esa respuesta, no hay una única solución.²²³

En los documentos nacionales se tomó como uno de los pensamientos matemáticos el pensamiento variacional mas no el algebraico²²⁴, y luego ¿Cuál es la diferencia entre pensamiento variacional y algebraico?²²⁵ Un proceso de variación puede o no desencadenar en una expresión algebraica u ocasionar un tratamiento algebraico ²²⁶. Con el doctor Guacaneme reconocimos que puede haber variación y hasta covariación sobre objetos geométricos cuya expresión algebraica no existe.²²⁷

Cuando el Dr. Guacaneme mencionaba a Chevallard y la trasposición didáctica del conocimiento matemático sabio al conocimiento matemático escolar, nos percatábamos de ¿Por qué enseñamos o transmitimos conocimientos que no entendemos?²²⁸, enseñamos conocimientos que no satisfacen las necesidades de la comunidad, este lenguaje algebraico escolar esta desligado en realidad del conocimiento sabio²²⁹ por ejemplo x^2-1 puede significar objetos diferentes si se asume como un elemento del anillo de polinomios o si pertenece a la familia de funciones como $f(x)= x^2-1$ ²³⁰ ¿Realmente enseñamos esta diferencia en la escuela? ¿Qué diferencia hay entre variable e incógnita? ¿Qué sabemos del conocimiento matemático sabio para aplicarlo a la matemática escolar?²³¹

Pienso en mi formación y lo más cercano a un aporte en este sentido fue en la clase de pensamiento funcional o variacional con el profesor Marco Julio en la universidad de Cundinamarca²³², nos llevó tareas muy completas e interesantes para desarrollar con ayuda de software, en ese entonces Cabri y Derive acerca de la variación de funciones²³³. Me duele haber perdido ese material ²³⁴, en ese entonces no vi muy práctica esa clase porque se necesitaba usar computadores como herramienta didáctica y en las instituciones educativas poco o nada de este material se encuentra disponible y menos para el área de matemáticas, escasamente para tecnología²³⁵, otro factor es que las actividades desarrolladas se quedaban en la solución de la guía y no había un espacio para socializar y menos desde una mirada como profesor ²³⁶, es como si el profesor usara el mismo material para secundaria que para la universidad²³⁷. Los espacios vividos en los seminarios de la maestría brindan el diálogo y encuentro desde el papel docente para analizar las tareas y actividades mismas ²³⁸. Por último la personalidad del profesor no era muy extrovertida ²³⁹, no se generaba un ambiente dinámico, ni integrador es más unos semestres después otro grupo ni siquiera entraba a las clases de él ²⁴⁰.

El arrepentimiento que siento de no haber prestado más interés es grande²⁴¹ aun cuando yo sé que mi personalidad poco social e introvertida me impide tener iniciativa y exigencias. Por ejemplo, en la solicitud de materiales en el colegio o a los estudiantes ²⁴². Además, ahora pienso que no basta con tener buena preparación de clase y material sino que también influye la actitud hacia los

estudiantes sin dejar perder la autoridad del docente²⁴³. La ventaja ahora es que la mayoría de estudiantes tienen celular inteligente y por tanto pueden bajar múltiples aplicaciones ²⁴⁴. La que actualmente estoy usando en clases es MathAlly para cálculos y algunas graficas de ecuaciones, pero poco a poco he empezado a tener más confianza con Geogebra y me ha permitido con la función arrastre mirar la variación de gráficas y sus parámetros ²⁴⁵. El miedo ahora es caer en la simplicidad de lo gráfico y dejar a un lado la rigurosidad de los procedimientos algebraicos.²⁴⁶

Volviendo al seminario de innovación e investigación, pasamos a preguntarnos la parte curricular y didáctica ¿Cómo estamos enseñando el contenido, proceso o contexto matemático que nos inquieta si no estamos familiarizadas con este? ¿Qué sabemos y que no sabemos acerca de los aspectos curriculares del tema en estudio? ¿Cómo justificar lo que enseñamos? ¿Qué sabemos sobre didáctica de las matemáticas frente al tema? ¿Cuáles son las diferentes formas o estrategias de enseñanza? ¿Cómo aprende el estudiante? ¿Cuáles son las dificultades o errores en el proceso de aprendizaje? ¿Qué se ha estudiado acerca del tema?²⁴⁷ Lo preocupante fue darme cuenta que no tenía respuestas a estas preguntas ²⁴⁸ escasamente me remito a los contenidos que tradicionalmente se han enseñado y se encuentran en los textos como el álgebra de Baldor, los hipertextos de la editorial Santillana, ejercicios del álgebra lineal de Shawn ²⁴⁹. Así como lo aprendí en el colegio y pregrado ²⁵⁰.

A la luz de la ponencia del 30 de septiembre de 2017 “el profesor de matemáticas como profesional e intelectual de la educación”²⁵¹ nos fijamos que el doctor Guacaneme basa su discurso en que para llegar a ser un profesional en educación matemática se debe: estudiar los fundamentos curriculares, profundizar en la idea matemática, pensamientos, procesos, competencias matemáticas, y sus interrelaciones, analizar de manera crítica las innovaciones y hacer de la reflexión fuente de aprendizaje ²⁵².

Empecé la búsqueda de referentes teóricos frente al lenguaje algebraico y el cambio de registro del lenguaje retórico al lenguaje algebraico, abordando lo que sabía frente a lo matemático, lo didáctico y lo curricular²⁵³. Y en ayuda de la búsqueda de estas respuestas se presentó el seminario de escritura y uso de recursos bibliográficos²⁵⁴, pues nos permitió encontrar diferentes fuentes documentales como bases de datos bibliográficas, repositorios institucionales y personales, memorias de eventos, índices, handbooks. Conocí el CvLac, además del manejo de software de organización y gestión bibliográfica ²⁵⁵.

No tenía ni idea que alguna de estas herramientas existiera²⁵⁶. No sabía que las tesis y trabajos de grado se organizaban en un lugar virtual y que permitía el acceso a gran parte de la comunidad ²⁵⁷, mi trabajo de grado reposa en un estante, al igual que la de mis hermanos y muchas personas más, y para acceder a ellas debíamos ir hasta la biblioteca de la universidad, no se podía sacar de allí y por tanto la información de las investigaciones o trabajos no me era de gran interés ²⁵⁸. En la maestría veo la didáctica de la matemática no como las actividades y

lúdicas o juegos que hacen más divertida la matemática sino como la ciencia que investiga la enseñanza de la matemática²⁵⁹, de esa forma no se ve al trabajo de profesor como un simple oficio o arte de repetir contenidos sino toda una profesión²⁶⁰, siempre que hagamos la consulta y reflexión sobre las investigaciones en didáctica de la matemática y la fuente para ello no es solo entrar a google y ya, sino en la búsqueda de los resultados de otros profesores acerca de lo mismo que hago yo²⁶¹.

Es más, al conocer e inscribirnos en el CvLac, nos dan la invitación de hacer investigaciones y publicaciones que permitirán ir avanzando en el camino de la investigación ²⁶². Por supuesto que en el momento no había realizado ningún escrito y en parte porque al mirar sobre lo que se y no sé ²⁶³, me avergüenza y dificulta reconocer que no se muchas de las cuestiones que han surgido en el proceso de maestría²⁶⁴.

Estas fuentes de información me permiten una búsqueda más propicia para el tema de innovación en el aula ²⁶⁵. Cada vez que iba a buscar material para llevar a clase simplemente abordaba la red y por google, que es el buscador con que mejor estoy a gusto, descargaba el primer material que encontrara²⁶⁶. Ahora busco referencias, competencias que puedo desarrollar, comparo con otras herramientas, siento ser más crítica²⁶⁷. Obvio implica más esfuerzo de tiempo, dedicación, lectura, referenciar autores, pero es un camino largo que empiezo a caminar ²⁶⁸.

Una investigación acerca del early álgebra la conocí en el seminario de diseño y desarrollo curricular dirigido por el doctor Rodolfo Vergel ²⁶⁹, el álgebra temprana me abre los ojos para ver que se puede desarrollar el pensamiento algebraico aun sin introducir símbolos o letras, sino desarrollando la generalización mediante patrones gráficos aun desde grados de básica primaria y modos semióticos de objetivación que miran más que el lenguaje algebraico tradicional, otros lenguajes como los gestos esto desde un enfoque ontosemiótico²⁷⁰.

Había escuchado el nombre de Juan Godino y Carmen Batanero en clase de pensamiento variacional en pregrado pero solo hasta postgrado leo de su enfoque semiótico y los niveles de algebrización²⁷¹, y vuelvo a comprender que el nivel de la actividad algebraica no depende de la tarea en sí, sino del estudiante que la enfrente²⁷². Encuentro muchas tareas que me llaman la atención desarrollar pero aun no capto la idea de cómo desarrollar la conversión de lo retórico a lo algebraico²⁷³. Es más en el nivel dos de algebrización es cuando empiezan a aparecer expresiones simbólico-literales²⁷⁴, pienso entonces: para desarrollar este lenguaje debe pasar primero por el nivel cero y el primero, es decir desde el pensamiento aritmético empezar a desarrollar la generalización y comprensión de objetos intensivos y después el tratamiento de estas expresiones es otro cuento de acuerdo al tipo de expresión lineal, polinómica, racional o hasta trascendente ²⁷⁵.

Para finales del año 2017 presentamos el primer informe o anteproyecto de trabajo de grado²⁷⁶, luego de la sustentación recibimos el consejo de los doctores Guacaneme y Vergel de leer a D'amore y Duval desde el enfoque semiótico²⁷⁷. Al

leerlos encontré que la adquisición conceptual de un objeto matemático se basa en el uso de varios registros de representación semiótica y en la creación o desarrollo de sistemas semióticos nuevos 278. Es decir que estaba desarticulando el lenguaje algebraico, del gráfico, tabular y/o retórico, por ejemplo, si quiero enseñar el objeto función lineal 279. Vuelvo a preguntarme ¿Cuál es el objeto matemático que estoy estudiando?280 Entonces, no puedo centrarme en un solo objeto sino en el proceso de representación, es más, en solo dos sistemas de representación: el algebraico y el retórico.281 De hecho, hay más investigaciones que buscan relacionar la representación gráfica y algebraica e identificación de elementos en ambas hasta con ayuda de tecnología dinámica. ¿Dónde encuentro contenidos que permitan el cambio de la representación retórica a la simbólica? 282

Nuestro tema no se enmarca en una teoría matemática específica, pero sí lo relacionamos con el lenguaje y las representaciones283. La frase de Duval: “La conversión y el tratamiento como clave para analizar los procesos cognitivos involucrados en el pensamiento matemático y no en los contenidos” corrobora de nuevo que son múltiples las actividades y niveles en los que se debe desarrollar el proceso de simbolización algebraica284.

Seguimos indagando, con ayuda de nuestra asesora buscamos la historia y la evolución del lenguaje algebraico285. En los inicios del álgebra se les llamó la fase retórica: desde las grandes civilizaciones como egipcia, romana, china y hasta árabe quienes buscaban solucionar problemas cotidianos a partir de cálculos matemáticos o geométricos, estas civilizaciones no usaron un lenguaje algebraico como el actual, solo narraban o escriban las cuentas286, de hecho es curioso que algunas de estas cuentas como el regula falsi o doble regula falsi no son algebraicas, me recuerda a los procesos que realizan los estudiantes cuando quieren solucionar problemas sin antes haber enseñado la trasposición de términos287, algunos realizan ensayo y error sin tener alguna secuencia o buscar patrones, otros estudiantes con tres o menos intentos pueden llegar a acercarse a la respuesta 288, otra cosa que me impresionó de estos métodos es que no permiten una única respuesta a un problema, son infinitas289 ¿Por qué no hacer explícitas las soluciones que los estudiantes intentan dar en este tipo de problemas en el salón? ¿Por qué no se han adaptado este tipo de problemas para solucionar en aula? ¿Por qué yo no sabía antes que estos problemas existían?290 Estoy segura que no los había visto ni en pregrado, ni en secundaria291. Puede que la humanidad haya cambiado este método por otros algebraicos, pero los estudiantes aún están replicándolo sin saberlo 292.

Luego, en la fase sincopada se evidencia el uso de abreviaturas hasta llegar a lo que hoy se conoce como lenguaje simbólico este es el inicio de la fase simbólica y así mismo el nacimiento del álgebra moderna donde se abstraen los objetos y se trata con ellos 293.

Algunos autores mencionan los errores, dificultades y obstáculos en el aprendizaje a partir del desarrollo histórico del lenguaje algebraico, en su mayoría son obstáculos provenientes de la misma aritmética, como la falta de reconocer los

elementos y las propiedades de las operaciones básicas 294, “el producto de...” los estudiantes lo entienden como el resultado de cualquier operación mas no de la multiplicación 295, la necesidad de cerradura es un error muy común 296.

Para el seminario de didáctica del álgebra precisamente escogí este tema de los errores, para que me ayudara a comprender la conversión entre registros semióticos como los llama Duval 297, allí encontré un trabajo de grado de maestría en la que diseñan un material: “seudo-domino” aplique el instrumento a un par de familiares y a pesar de haber terminado bachillerato, era evidente, aun en ese nivel, errores tanto aritméticos como algebraicos 298.

El reconocer errores cometidos por algunos estudiantes en la simbolización, más específicamente en el cambio de registro retórico al algebraico y viceversa, me permitió enfocar la atención en el proceso de aprendizaje del estudiante 299 y hacer conciencia que estos errores no son debidos únicamente a la buena o mala conducta del individuo, o al proceso de simbolización algebraica directamente sino que radica en obstáculos más allá como la aprehensión aritmética o falta de contexto de las situaciones o que pueden ser generados por el mismo proceso de enseñanza aprendizaje, por el estadio cognitivo en el que encuentra el niño o dificultades afectivas de experiencias anteriores 300.

Otra conclusión con esta actividad es que al presentarse más errores desde el sentido simbólico al verbal se puede pensar que las tareas que se presentan en clase no son de este tipo 301, así que aumentar la implementación de problemas en los que se pida a partir de la expresión escribir un enunciado cotidiano podría ayudar a mejorar la simbolización 302.

Por otra parte, Ana se interesó por el significado de las letras como símbolos, iconos, objeto o representación de objetos y la relación del lenguaje algebraico y la solución con problemas verbales, otros autores que han estudiado los errores cometidos en el proceso de conversión retórico a algebraico y muchas fuentes bibliográficas más en las cuales no coincidimos en la búsqueda 303. Esta diversidad de información hallada me permite inferir que el camino es largo pues muchas personas están en esta investigación de problemas similares a los vividos en nuestras aulas de clase 304. Mi intención es pues continuar buscando interrelacionarme con otros documentos producto de investigaciones, dialogando con profesores pares que me permitan, es este tema y muchos procesos más, desarrollar la docencia de la forma más profesionalmente 305.

Capítulo 2. Un examen de las historias

En este capítulo presentamos la manera en que hicimos un análisis sobre nuestra práctica pedagógica y formación profesional de forma sistemática y rigurosa, haciendo examen, interrogando, interpelando nuestra historia de vida como profesionales y nuestros desarrollos intelectuales. Este proceso se escribe en tercera persona del singular para referirnos a las protagonistas de la historia, ya que en este momento se inicia un distanciamiento en el que pretendemos posicionarnos como personas distintas a las protagonistas de la historia: Ana y Alba realizan el examen de su propia historia de manera independiente.

2.1 Sistematización y levantamiento de categorías y subcategorías en las narrativas de Ana

En la sistematización de la narrativa profesional temática y la narrativa intelectual de Ana, se realiza inicialmente la elaboración de unas subcategorías que dan cuenta de manera específica algunas características que prevalecen en las cláusulas de cada narrativa, posteriormente se conforman unas categorías como se describe en lo que sigue:

2.1.1. Categorías de la narrativa profesional temática

En la narrativa autobiográfica profesional se establecieron 288 cláusulas. Una de estas, la cláusula 111, refiere a los atributos del protagonista por ser la única con esta característica no se tuvo en cuenta para la categorización.

Después de obtener una sistematización inicial de 17 subcategorías que se describen en el anexo 3, se agrupan en 5 categorías teniendo en cuenta los aspectos que sobresalen en estas subcategorías: (1) la matriz emocional del protagonista; (2) el desarrollo de las clases que describe; (3) ubicación, (4) la interpretación de las acciones de otros que hace el protagonista y (5) las intenciones o juicios que realiza el protagonista durante la narrativa.

Categoría 1: Matriz emocional del protagonista

Hacen parte de esta categoría las cláusulas que expresan emociones de tranquilidad, frustración, angustia y confusión que se generan en la protagonista, por la interpretación que ella hace de las acciones de sus estudiantes en el aula, durante alguna ejecución de sus clases; las emociones de incomodidad, seguridad, inseguridad o desagrado que tiene como respuesta a las acciones que ella ejecuta en el aula; las emociones de desagrado, inseguridad, temor o ira que surgen en el encuentro con sus colegas y las emociones de incertidumbre producidas por contextos matemáticos relacionados con el lenguaje algebraico y el cambio de registro en donde la protagonista no encuentra o duda de la forma en que explica esa situación. Esta matriz emocional está presente de manera explícita en las

cláusulas que pertenecen a la subcategoría I, la subcategoría J, la subcategoría O y la subcategoría Q.

Categoría 2: Planeación y desarrollo de las clases

La segunda categoría de esta narrativa hace referencia a cómo la protagonista ejecuta y planea la clase, aquí se narran las decisiones que toma; la descripción de los libros o instrumentos donde realiza consulta para sus planeaciones y los planes de área de las instituciones donde labora; las características generales del desarrollo de las clases y los diálogos que se presentan en el aula. En este acontecimiento se agrupan la subcategoría B, la subcategoría C, la subcategoría D, la subcategoría H y la subcategoría N.

Categoría 3: Ubicación

Las cláusulas que pertenecen a esta categoría ubican al lector en el lugar, tiempo y características del contexto en el que se encuentra la protagonista. Estas cláusulas narran cómo son los espacios geográficos, las condiciones laborales, sus colegas, los estudiantes, los padres de familia y demás comunidad educativa y cómo se relaciona el protagonista con su entorno. Aquí se agrupan las subcategorías E, G, L y P.

Categoría 4: Interpretación de los otros

En esta categoría se describen las cláusulas que relatan las emociones de tranquilidad e inseguridad los estudiantes en el aula y que interpreta la protagonista, así como las interpretaciones que hace de las acciones y gestos de sus estudiantes durante el desarrollo de su clase. A esta categoría hacen parte las cláusulas de las subcategorías A y M.

Categoría 5: Intenciones y juicios

Por último, la narrativa expresa también las consideraciones, apreciaciones, los juicios y las intenciones que son respuesta a las acciones que emplea, a las acciones de sus estudiantes o colegas o a las emociones que se generaron en el protagonista. Hacen parte de este acontecimiento las cláusulas de las categorías F y K.

2.1.2. Acontecimientos de la Narrativa profesional

A partir de los procesos de sistematización previamente realizados y de la reflexión, se encuentra que las vivencias en el aula que ha tenido la protagonista y el vínculo con otros (estudiantes, colegas, padres de familia) han sobresalido en esta narrativa profesional autobiográfica.

Vivencias en el aula

La protagonista cuenta su historia profesional basada en las experiencias particulares que ha tenido dentro del aula de clase. En el desarrollo de las clases

que ella imparte narra, además de los sucesos, la interpretación que hace de los estudiantes y las emociones propias o de los estudiantes en torno a su experiencia en el aula.

Son las vivencias del aula y las inseguridades que siente la protagonista las que la conducen a consultar, en los recursos que tiene cerca, cómo realizar una planeación más favorable cuando nuevamente se encuentra con una experiencia similar a otra ya vivida.

Vínculo con los otros

En esta narrativa sobresale también el vínculo que hace el protagonista con otros personajes, describiendo el encuentro que tiene con los otros y cómo ellos han influido en su experiencia profesional, los consejos o comentarios que recibe generan en el protagonista emociones y reacciones en la relación con sus pares y su entorno.

2.1.3. Categorías de la narrativa intelectual

En la narrativa intelectual se establecieron 224 cláusulas, clasificadas en 12 subcategorías (la descripción de las subcategorías se encuentra en el anexo 4). Después de obtener una sistematización inicial de las subcategorías, estas son agrupadas en seis grandes categorías: (1) ubicación; (2) Percepciones; (3) Respuesta a los sucesos; (4) relación con su entorno; (5) matriz emocional y (6) Situaciones del aula.

Categoría 1: Ubicación

Son las subcategorías que ubican al lector describiendo situaciones, lugares y personajes, contextualizan al lector describiendo al protagonista, su entorno, las instituciones donde se encuentra y los personajes que intervienen en su historia. En esta categoría hacen parte las subcategorías de contexto (C), gustos, afinidades y aptitudes (G) y atributos de los otros (O)

Categoría 2: Percepciones académicas

En la narrativa se relatan las apreciaciones que tiene la protagonista respecto a sus objetos de estudio, es decir hacia las matemáticas, la enseñanza de las matemáticas, el aprendizaje de las matemáticas y la educación. Son percepciones que han cambiado de acuerdo a su encuentro con los otros y su nivel educativo, estas percepciones académicas se manifiestan de manera explícita en la subcategoría de concepciones (P)

Categoría 3: Respuesta a los sucesos

En la narrativa intelectual también sobresalen consecuencias de algunas vivencias del protagonista. Algunas de estas son decisiones que ella (la protagonista) hace, algunos hechos que resultan de esas decisiones y apreciaciones o juicios de alguna situación. Esto se resalta principalmente en las

subcategorías Decisiones (D), observaciones y juicios (X) y Respuesta de decisiones (R)

Categoría 4: Relación con su entorno

También se describe la relación del protagonista con su entorno, cómo es su relación con sus compañeros, profesores, familiares y cómo es su relación con las clases, las matemáticas, los documentos que lee y los objetos de estudio, qué causan en ella o qué logran que haga dentro y fuera del aula. Explícitamente se encuentran en las subcategorías encuentro con los otros (E) y encuentro con lo otro (A)

Categoría 5: Matriz emocional

A esta categoría hacen parte las cláusulas que expresan sentimientos de frustración, tristeza, impotencia como resultado de acciones propias; como respuesta a acciones de otros o como respuesta al estudio de documentos, actividades, o emociones positiva o de alegría de la protagonista causadas por el encuentro o el recuerdo de los otros o por acciones propias. Esta matriz emocional se observa de manera explícita en las subcategorías Momentos de frustración (F) y Alegrías del protagonista (T)

Categoría 6: Situaciones del aula

La última categoría refiere a algunas situaciones que suceden en el aula en donde la protagonista cumple el papel de estudiante, separando las acciones de la protagonista en el aula, las acciones que realizaban los compañeros de clase de la protagonista y las acciones que realizaban los profesores de la protagonista, como preguntas, juicios o explicaciones. En este se encuentra la subcategoría Situaciones en el aula (S)

2.1.4. Acontecimientos de la narrativa intelectual

A partir de los procesos de sistematización, se encuentra que los aspectos que han configurado principalmente la historia de Ana son el vínculo con los otros y el paso por las instituciones en donde el profesor que se narra ha transitado.

Vínculo con los otros

Esta narrativa está permeada por el vínculo que tiene la protagonista con los otros sujetos, de esta manera quien se narra describe cuál es la percepción que tiene del sujeto con el que se encuentra en su historia (profesores, compañeros o familiares) así como la relación o el trato que tiene con los demás. Así mismo, la relación y el encuentro que tiene con otros sujetos le han permitido tomar decisiones académicas y ha generado emociones positivas y en mayor proporción negativas en el recorrido de su historia.

Tránsito por las instituciones

El tránsito por las diferentes instituciones ha sido relevante en la configuración del personaje de esta historia y no solo se manifiesta en la descripción

que hace de las instituciones, sus planes académicos o asignaturas. En la narrativa se da cuenta de cómo las prácticas e ideologías de las instituciones han permeado las percepciones que tiene hacia las matemáticas, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y otros objetos de estudio, también han cambiado sus intereses académicos durante este tránsito y las reacciones que causan las situaciones que se presentan en el aula dentro y fuera de ella. Además, el personaje realiza observaciones y juicios desde la experiencia que tuvo al estar inmersa en los tipos de práctica de las instituciones en las que ha transitado.

2.2. Sistematización y levantamiento de categorías y subcategorías en las narrativas de Alba

2.2.1 Categorías de la narrativa profesional temática

La interpretación que se realiza sobre la narrativa profesional temática genera 243 cláusulas agrupadas en cuatro categorías principales y 24 subcategorías. Estas cláusulas permiten evidenciar que la trama narrativa de la protagonista está atravesada por cuatro líneas generales: la Información del contexto del protagonista, la toma de decisiones respecto a la gestión de la clase, la evolución o cambio y la evaluación o juicio.

Categoría 1: Información del contexto del protagonista

En la experiencia de la protagonista ha sido fundamental el contexto, a medida que transcurre la narración se encuentra información que ubica todo en donde se desarrolla su experiencia, al clasificar las 44 cláusulas surgen 7 subcategorías que se relacionan con el ambiente escolar, las características personales, los factores externos de las instituciones, materias y grados donde ha impartido clase y los textos escolares, la ubicación espacial y la ubicación temporal. Por ejemplo:

Cláusula 242, ambiente escolar: preocupación que atañe tanto a mi como profesora de matemáticas como a las directivas de los establecimientos puesto que esa es una manera de poner en una escala a las instituciones y de determinar la jerarquía de las mismas a nivel nacional, departamental y municipal.

Cláusula 217, características personales: pues soy pésima recordando fechas y nombres.

Cláusula 239, factores externos de las instituciones: otro factor determinante para analizar el uso de los símbolos en la educación son las pruebas planteadas a nivel nacional por el ministerio de educación.

Cláusula 5, materias o grados asignados: por lo tanto, debí dictar las matemáticas desde grado séptimo a undécimo y la asignatura de física en décimo y undécimo.

Cláusula 137, textos: Se encuentra en el capítulo XVIII, contado por el protagonista Beremiz en el palacio, haciendo alusión al geómetra Bhaskhara.

Cláusula 103, ubicación espacial: Para mediados del siguiente año, soy nombrada y trasladada a la institución educativa departamental Kirpalamar.

Cláusula 58, ubicación temporal: Allí permanecí durante dos años con un nombramiento como provisional.

Categoría 2: Toma de decisiones respecto a la gestión de la clase

Para la protagonista es muy importante tener en cuenta las decisiones o selecciones que ha hecho en relación con la gestión de la clase. Para sustentar esta afirmación se presentan 101 cláusulas clasificadas teniendo en cuenta las siguientes seis subcategorías: el planteamiento de algunas actividades en el desarrollo de una clase, muestra el listado de contenidos matemáticos que presenta dificultades para los estudiantes o en algunos textos o identificados en actividades de aula, muestra problemas textuales que se muestran a modo de ejemplo en la explicación del paso retórico al algebraico, aparecen de forma explícita una expresión algebraica en su mayoría dada por el docente, muestran la interpretación que hace el narrador de las acciones de los estudiantes, las preguntas o las expresiones propiamente dichas por ellos y presenta expresiones que han sido usadas de manera explícita y puntual o explicaciones narradas de algún tema en clase. Por ejemplo

Cláusula 29, Actividades en clase: pero la corrección no la hacía de cuaderno en cuaderno; allí intenté hacer la respectiva socialización de la solución en el tablero para que los cuarenta y tantos estudiantes se autoevaluaran

Cláusula 34, Contenidos matemáticos: como cálculo y conversión de medidas directas o indirectas, estas últimas por lo general siempre se muestran con un modelo matemático o fórmula

Cláusula 87, Problemas: por ejemplo: “La suma de dos números es nueve y la suma de sus cuadrados es cincuenta y tres. Encuentra los números”

Cláusula 157, uso de expresiones algebraicas: Para la multiplicación, podríamos usar paréntesis $(3)(x)$, $(3)x$, $3(x)$, un punto intermedio $3 \cdot x$ o sin ningún símbolo $3x$

Cláusula 37, Expresiones del docente: Y a pesar que les digo a mis estudiantes “lo que se debe hacer es simplemente: saber que significa cada letra y reemplazar el valor numérico”

Cláusula 18, Interpretación de acciones de estudiantes: al mismo tiempo que veía estudiantes aburridos en los pupitres a punto de dormir, diciendo en su mente “a qué hora se acabará la clase

Categoría 3: La evolución o cambio

Las cláusulas en los que la narradora se siente en evolución, cambio, en los que encuentra transformaciones, tomando decisiones a partir de sus experiencias de vida. Se han encontrado cuatro clasificaciones como: (1) sus primeras experiencias en la práctica docente; (2) el encuentro con el otro, con profesores, estudiantes, pares o directivas que han determinado cambio en la perspectiva o acciones propias; (3) los intentos de transformación de la práctica docente, describen las acciones que desempeña como profesor dentro del aula de clase, notando intentos de cambio a partir de experiencias anteriores y los nuevos aprendizajes, bien sea del análisis de textos; (4) encuentro con otro o reflexiones internas en las que usa palabras como encontré, empiezo a, observé, noté, he aprendido. Se encuentra 68 cláusulas en total. Ejemplo de ellas son:

Cláusula 10, primeras experiencias en la práctica docente: Allí me dediqué a hacer clases magistrales o tradicionales en el que primaba la enseñanza más que el aprendizaje

Cláusula 77, Encuentro con otro: Allí me encontré con una profesora de pedagogía del ciclo, y cada que podíamos entablábamos una conversación acerca de cómo enseñar a los futuros docentes

Cláusula 85, Intentos de transformación de la práctica docente: por tanto, me centro en reforzar y evaluar la parte aritmética de los distintos conjuntos numéricos

Cláusula 32, Nuevos aprendizajes: me ha abierto la mente para comprender la importancia de que los estudiantes conozcan y apliquen el lenguaje algebraico para poder entenderlo

Categoría 4: Evaluación o juicio

Se refiere a la evaluación de muchos aspectos de su práctica docente, en estas cláusulas se realizan interpretaciones de su contexto realizando juicios sobre su pertinencia antes, durante o después de la clase. Se tienen 52 cláusulas y 7 subcategorías, donde se reflexiona acerca de por qué algunas actividades de clase se realizan de esa manera, se interroga por la ausencia de conocimientos para guiar una clase, la narradora juzga al papel del currículo y las modificaciones que se han hecho, también, la autora recuerda la influencia que tuvo de algunos docentes en su pregrado y juzga si fue benéfica o no, justifica de alguna manera algunos comportamientos y aprendizajes de estudiantes en general, se destacan sentimientos de introspección, desánimo y preocupación, por último las cláusulas en donde se realiza revisión de textos escolares y pruebas saber, los temas allí presentes y las implicaciones en las actividades y problemas de clase. Por ejemplo:

Cláusula 144, Actividades en clase: Aunque el razonamiento es correcto, no es la respuesta esperada, lo ideal es mostrar la letra y la operación

Cláusula 208, Conocimientos propios: ¿y que son objetos geométricos? pienso mientras uso la expresión

Cláusula 162, Currículo: En reuniones de docentes, de semanas institucionales y, últimamente, de reajuste al currículo y análisis de pruebas saber,

concluimos que en nuestra institución los estudiantes poseen buenos procesos generales, pero fallan en apropiarse de los conceptos específicos de cada área.

Cláusula 61, Formación: A pesar de ser graduada como licenciada en matemáticas, es mi impresión y de varios compañeros egresados, que las bases didácticas y pedagógicas de la universidad no fueron las mejores.

Cláusula 224, Rol estudiante: Primero, porque las propiedades de la potenciación no es algo que esté consolidado, aprendido o en algunos casos ni siquiera se ha visto el tema, o al menos es lo que cuentan los estudiantes

Cláusula 25, Sentimientos internos: aunque siento que esa parte introvertida de mi personalidad me impidió tener mayor acercamiento a la parte humana de los estudiantes

Cláusula 132, Textos: Con este libro sentí como profesora que se permitiría trabajar ese tránsito de lo cotidiano a lo algebraico.

2.2.2. Acontecimientos de la narrativa profesional temática

Para la protagonista es muy importante narrar las decisiones que ha tenido que afrontar a lo largo de su trayectoria como profesional en su gestión de clase teniendo en cuenta los contenidos matemáticos, las actividades y problemas, las expresiones a usar y la interpretación de las acciones de los estudiantes.

Estas decisiones que ha tomado se han visto influenciadas por el contexto en el cual se desarrolla su trama narrativa y han permitido evolucionar en su profesión desde sus primeras prácticas, evaluando las actividades desarrolladas en las clases, sus propios conocimientos y realizando intentos de transformación de la práctica docente.

2.2.3. Categorías de la narrativa autobiográfica intelectual

La interpretación que se realiza sobre la narrativa autobiográfica intelectual genera 305 cláusulas clasificadas, de acuerdo a las características propias de la narrativa, en 5 categorías y 31 subcategorías.

Estas cláusulas permiten evidenciar que la trama narrativa de la protagonista está atravesada por cinco líneas o categorías generales: la Información del contexto del protagonista, la toma de decisiones de la protagonista, la evolución o cambio, la evaluación o juicio y la presentación de emociones.

Categoría 1: La Información del contexto del protagonista

En la experiencia de la protagonista ha sido fundamental el contexto. A medida que transcurre la narración se encuentra información que ubica dónde se desarrolla su experiencia. Al clasificar las cláusulas surgen 4 subcategorías que marcan los acontecimientos para un total de 75 cláusulas, estas se relacionan con situaciones particulares, asignaturas recibidas, factores del entorno o estudio

universitario, los lugares donde se ha desempeñado profesionalmente y recuerdos familiares. Por ejemplo:

Cláusula 53, asignaturas: y las asignaturas que menos rendimiento presentaron fueron matemáticas y física.

Cláusula 166, estudio universitario: pues no tenía la certeza del énfasis de la cohorte (esta cohorte tiene naturaleza de profundización más no de investigación).

Cláusula 129, profesional: Y aún más, en el área de matemáticas cuya área ha presentado bajo rendimiento a nivel nacional.

Cláusula 8, recuerdos familiares: Por otro lado a mi papá lo quisieron apoyar para que estudiara el bachillerato pero en la región los internados quedaban muy lejos.

Categoría 2: La toma de decisiones de la protagonista

Las decisiones o selecciones que ha tomado la protagonista se presentan en 50 cláusulas, clasificadas teniendo en cuenta las siguientes cinco subcategorías: decisiones de estudio, decisiones frente a la gestión docente, decisiones personales, influencia que ha tenido del contexto e influencias familiares. Por ejemplo:

Cláusula 211, decisiones de estudio: Vuelvo mi mirada a la propuesta y escuchando a Ana, aterrizo en que debo focalizar el estudio en el lenguaje matemático.

Cláusula 139, decisiones frente a la gestión docente: Ahora con la necesidad de diseñar planes de aula, mallas curriculares, planes de área, en los colegios donde he trabajado si veo la necesidad de implementar clases con más sentido y teniendo en cuenta las disposiciones del ministerio.

Cláusula 54, decisiones personales: Para ese entonces tenía seguridad en que escogería una profesión como docente, pero no de que área

Cláusula 204, influencia que ha tenido del contexto: sobre todo los casos de factorización que es lo estudiado en secundaria, luego en pregrado con el álgebra lineal y otra vez al trabajar se repite lo que siempre se ha hecho.

Cláusula 59, influencias familiares: Gran parte de la decisión fue por la ubicación de residencia, pues mi papá al salir jubilado de la empresa se ubicó en una ciudad que tuviera la facilidad de estudios superiores y no tener que pagar gastos adicionales como arriendo, transporte y alimentación, que por supuesto no tenía como subsidiarnos.

Categoría 3: La evolución o cambio

En la tercera clasificación la narradora se siente en evolución o cambio frente a los contenidos o procesos que ha adquirido de manera novedosa, en cada paso de su aprendizaje y desarrollo intelectual. Se pueden identificar cinco subcategorías: conocimientos didácticos nuevos tanto herramientas didácticas, como

conocimientos de investigaciones en didáctica de la matemática, nuevos aprendizajes durante la práctica docente, diálogos que encuentra oposición con su interlocutor, diálogos que suscitan reflexión en el protagonista y reconocimiento personal, para un total de 70 cláusulas. Ejemplo de ellas son:

Cláusula 213, conocimientos didácticos nuevos: la perspectiva de como ver el álgebra y su proceso en la escuela, me permite entender que el lenguaje matemático es diferente al lenguaje algebraico

Cláusula 148, nuevos aprendizajes durante la práctica docente: por ejemplo, la modelación de problemas espaciales cotidianos están ligados a un esquema visual, a una lógica geométrica, pero que fundamentalmente permite generalizar o llegar a soluciones mediante la recolección de datos y concluir con un lenguaje algebraico.

Cláusula 30, diálogos que encuentra oposición con su interlocutor: el profesor Víctor respondió a mi reclamo “si, pero si no los muestra o no participa en clase, es como si no hubiera hecho nada”

Cláusula 208-209, diálogos que suscitan reflexión en el protagonista: me hizo caer en cuenta que estos temas también los había visto en álgebra abstracta y que hacen parte del álgebra.

Cláusula 207, reconocimiento personal: Pero más que conocimientos nos surgían más dudas y más nos dábamos cuenta de los vacíos conceptuales.

Categoría 4: La evaluación o juicio

En la categoría de evaluación o juicio la protagonista mira su accionar y juzga si fue bueno o malo el haberlo desarrollado de esta manera, como los conocimientos adquiridos, las decisiones que ella ha tomado tanto personales como en su gestión docente. Además evalúa factores externos que han permeado su aprendizaje como el ambiente laboral, documentos curriculares, educación recibida y el papel de estudiantes. Para la protagonista es muy importante esta clasificación pues se presentan 90 cláusulas agrupadas en 7 subcategorías. Por ejemplo:

Cláusula 95, conocimientos adquiridos: Todos estos temas no han sido de mayor provecho en mi profesión docente.

Cláusula 235, decisiones: En ese entonces no vi muy práctica esa clase porque se necesitaba usar computadores como herramienta didáctica y en las instituciones educativas poco o nada de este material se encuentra disponible y menos para el área de matemáticas, escasamente para tecnología.

Cláusula 149, ambiente laboral: sin embargo, en la estructura curricular de cada institución, la separación del área de matemáticas en asignaturas (geometría, estadística, álgebra, trigonometría o cálculo) genera que la intensidad horaria dedicada a la geometría y la estadística sea mucho menor que al pensamiento numérico en básica primaria y/o variacional y sistemas algebraicos en grados superiores.

Cláusula 47, gestión docente: Tal vez en el colegio tengo el pretexto de desarrollar procesos que en la preparación universitaria “les exigen” aunque lo que realmente apliquen sea muy breve y puntual

Cláusula 142, documentos curriculares: En estos documentos se evidencia la aplicación en contexto que puede tener el lenguaje algebraico mas no se identifica claramente los temas o tratamiento.

Cláusula 184, educación recibida: y no puedo culpar al pregrado pues sí nos presentaron este documento en clase de teorías tendencias y modelos curriculares

Cláusula 288, papel de estudiantes: algunos realizan ensayo y error sin tener alguna secuencia o buscar patrones, otros estudiantes con tres o menos intentos pueden llegar a acercarse a la respuesta.

Categoría 5: La presentación de emociones

Cabe resaltar categoría en la que la protagonista deja al descubierto una serie de sentimientos como aliento, arrepentimiento, afecto, expectativa, frustración, incomodidad, preocupación, reflexión, satisfacción. Con estas 20 cláusulas el personaje deja entrever varias emociones que va sintiendo a lo largo de la trama a partir la mirada propia sobre eventos que han transcurrido en su desarrollo intelectual. Se presentan en 9 subcategorías de acuerdo al sentimiento expresado.

2.2.4. Acontecimientos de la narrativa autobiográfica intelectual

Para contar su historia Alba hace necesario presentar información que le da contexto a su trama intentando dar a conocer el ambiente donde se desarrollan los hechos. Además da indicios de reflexión al hacer juicios sobre esas decisiones que enmarcan su historia y como ha venido evolucionando.

Influencia universitaria y familiar

Alba dedica gran parte de su narrativa intelectual a las bases familiares que han sido y siguen siendo de gran influencia en su vida laboral y por su puesto al tránsito por las instituciones de educación superior.

Reflexión mediante la evaluación

Para esta narrativa Alba se focaliza en los cuestionamientos que hace acerca de sus conocimientos personales y profesionales, su gestión docente y qué la ha permeado (ambiente laboral, documentos, educación recibida), sus decisiones y la repercusión de estas en sus estudiantes.

Capítulo 3. Nuestros encuentros con otro

En este momento de la reconfiguración de la trama narrativa de la triple mimesis Ricoeuriana realizamos el encuentro con el otro, la interpretación que otro puede hacer de nuestra propia historia y contar con ese excedente de visión del otro en relación quiénes somos y cómo nos hemos configurado a través de la historia, por ello intercambiamos nuestras narrativas profesionales temáticas y autobiográficas intelectuales y a partir de esto cada una presenta un mirada donde caracteriza a la otra, enfocándose en quién es, qué la ha caracterizado, cuál es su historia como profesora y cómo ha sido su formación.

3.1 La mirada de Ana a las narrativas de Alba

3.1.1 Mirada a la narrativa autobiográfica profesional de Alba

Alba cuenta su historia profesional basada en las gestión de las clases que realiza, su planeación, el material que utiliza, las actividades que plantea, las cartillas, módulos que usa dentro del aula. Para explicitar la gestión que realiza en el aula se apoya de la interpretación que hace de los estudiantes durante sus clases y las razones que encuentra para proponer actividades en sus planeaciones, estas razones están relacionadas principalmente con el encuentro con los otros, los aportes que realizan sus colegas en su profesión son apreciados por Alba para su planeación.

Alba también cuestiona, durante la narrativa y desde su presente, a alguna situación que involucran los lineamientos de la institución del contexto en el que se encontraba para ejecutar sus clases desde la experiencia que tuvo.

Por tanto la narrativa profesional de Alba cuenta que en su historia docente ha sobresalido la influencia que tiene el *encuentro* con sus colegas, la lectura y las apreciaciones que realiza de situaciones o del material que encuentra para su profesión y la planeación y ejecución de sus clases.

Encuentro con sus colegas

Alba narra el encuentro con sus colegas y cómo estos encuentros le han permitido comprender las razones por las que sus estudiantes presentan inquietudes, fortalecer su conocimiento pedagógico y didáctico y le han dado ideas para la planeación de sus clases. De tal manera que dialogar con sus colegas ha marcado los cambios que en la narrativa de Alba se presentan para la planeación y ejecución de sus clases.

Apreciaciones de situaciones o del material que encuentra para su profesión

En la narrativa se describen algunas situaciones que generan inquietudes de Alba, en la que ella dentro del relato realiza una apreciación o una pregunta que involucra los lineamientos de la institución donde se encuentra. Por ejemplo

“Otra cuestión a discutir, es por qué no se hace el proceso de dictar la física desde la básica. En las instituciones donde he estado, la física queda relegada al último período, como en el caso de la geometría, y el año escolar no es suficiente para verla por completo. Si realmente se estudiara desde las ciencias naturales en todos los grados, algo ayudaría a avanzar y profundizar en la matemática, que explica los procesos mecánicos, dinámicos, electroestáticos, ondulatorios, atómicos, etc.”

Planeación y ejecución de las clases

En esta narrativa se detalla cómo realiza las planeaciones de sus clases Alba, las actividades, lecturas y el material concreto que lleva al aula de clase, así como las cartillas y libros que se emplean en su contexto y los libros que usa para ejecutar sus clases.

Alba describe el conocimiento matemático que se propone durante la ejecución de sus clases explicitando conceptos matemáticos que se involucran en sus experiencias de aula. También describe cómo es el desarrollo de su planeación en el aula y la interpretación que realiza de las acciones de los estudiantes durante la clase

3.1.2. Mirada a la Narrativa autobiográfica intelectual de Alba

Al iniciar su relato, Alba realiza una amplia contextualización de su familia y permanece constante en gran parte de la narrativa. También establece relaciones entre el conocimiento adquirido en el tránsito de las instituciones donde se ha formado y su práctica docente. Por tanto considero que la historia intelectual de Alba está permeada por su historia familiar y la forma en que materializa el conocimiento.

Historia familiar

Alba se presenta a través de su historia familiar y el papel que ocupa ella en su familia, probablemente la motivación que tiene para elegir ser docente está dada principalmente por las interpretaciones que realiza de la historia de sus padres y su contexto en general porque recurre a sus raíces para evocar su narrativa intelectual.

Materialización del conocimiento

Alba cuenta cómo desde su experiencia docente cuestiona lo que sabe y desconoce e intenta a través de sus estudios dar solución a los interrogantes que su práctica le ha generado y posteriormente vuelve a su práctica docente a través de observaciones y juicios que justifica desde las bases teóricas adquiridas. Prevalece la experiencia en el aula, los autores con los que se encuentra los relaciona o los lleva al aula intentando responder las preguntas que se ha hecho durante sus estudios.

3.2 La mirada de Alba a las narrativas de Ana

3.2.1 Mirada a la narrativa profesional temática de Ana

La narrativa profesional de Ana se configura en la relación que establece entre ella y sus estudiantes dentro de varios contextos referidos a los lugares donde se ha desempeñado como profesional. La narración está atravesada por un matiz de sentimientos que permiten ver cómo ha incidido su historia profesional en su propia historia.

Contexto

La historia de Ana se desarrollada de acuerdo a las instituciones educativas donde ha laborado desde su primer experiencia como docente hasta su ingreso a la maestría. Este marco permite ver parte del currículo institucional, el contexto de sus estudiantes y por tanto el desempeño que pueden tener en clases de matemáticas, además genera encuentro con otros, especialmente colegas que han generado toma de decisiones y brindado un horizonte a nivel profesional.

Gestión docente

La gestión docente que ha debido desarrollar abarca tanto la preparación, pues narra la búsqueda de información y conocimiento en diversas fuentes como textos y colegas, la previsión que hace frente a los objetivos de sus clases como las posibles respuestas de los estudiantes y sobretodo las decisiones que ha tenido que tomar tanto en la preparación de las actividades como durante la clase misma, debido a las intervenciones de los estudiantes.

Diálogo con estudiantes

Gran parte de la narrativa Ana muestra las conversaciones e intercambio que ha tenido con sus estudiantes. Es una parte de la gestión que como docente muestra de manera significativa, pues depende de estas intervenciones las reflexiones, decisiones y acciones que ha debido tomar para continuar su desarrollo profesional.

Juicio o valoración

Además de narrarse como profesora en un contexto determinado Ana emite constantemente juicios tanto negativos como aprobatorios de sus acciones y actividades docentes, como de las intervenciones de sus estudiantes, frente a las expectativas previstas, como respuestas inesperadas, que han permitido la reflexión y búsqueda de un mejoramiento continuo. También se encuentran juicios de su propio conocimiento, de textos donde busca información o ha debido usar y de colegas o en general del gremio docente.

Sentimientos

Toda la trama narrativa ha permitido ver diversos sentimientos como alivio, angustia, desanimo, dificultad, duda, entusiasmo, expectativa, familiaridad,

intimidación, juzgamiento, mal genio, seguridad, sorpresa, temor. Estos sentimientos permiten ver la faceta personal y más profunda de Ana, y cómo es afectada por los acontecimientos que atraviesan su historia, pues marcan su ser y definen sus acciones profesionales desde su intimidad y su personalidad.

3.2.2 Mirada a la Narrativa autobiográfica intelectual de Ana

Ana deja ver la proveniencia de su preocupación por ver y escuchar a sus estudiantes en sus clases. Narra cómo las situaciones difíciles por las que ha tenido que pasar le han dejado huella, pero ante todo la resiliencia que ha desarrollado, pues de estas malas experiencias ha aflorado su parte humana y la búsqueda del servicio al prójimo. Parte de esta ayuda la encuentra al tiempo que conoce la didáctica de la matemática en sus estudios de pregrado y posgrado.

Prejuicios de la profesión matemática

Su primer encuentro conflictivo, fue con los prejuicios de la profesión matemática y el papel de la mujer en ello, sinceramente no creí que en pleno siglo XXI aún se presenten casos de discriminación o machismo. Toda su narrativa está enhebrada por su pasión hacia la matemática. Al inicio muestra su tránsito personal y negación a seguir una profesión de docente, sin embargo la trama narrativa permite concluir en transmitir ese conocimiento a una población de la manera más responsable posible a como ella la adquirió.

Enfoque social de la educación matemática

En esta narrativa Ana permite ver una consecuencia de una educación tradicional en su propio ser, la apatía hacia la matemática evolucionó debido el ambiente poco participativo y comprensivo con los estudiantes mas no por aprender los conocimientos y procesos básicos. De manera muy fuerte narra la visión inhumana-cognitiva de la educación, con ejemplos de profesores que ha tenido a lo largo de su formación intelectual y sobre todo en los momentos que ha sentido dificultades personales. A pesar que en las últimas décadas se ha estado desarrollando el enfoque humanista es muy difícil ver que realmente se evidencie mirar al estudiante como sujeto social, con sentimientos y virtudes diferentes a los contenidos y procedimientos.

La didáctica de la matemática

Su encuentro con docentes, que han estudiado, practicado e investigado enfoques diferentes de la didáctica matemática, permitieron a Ana acercarse a la profesión de la docencia a medida que emite juicios de su formación y el rol de estudiante por el cual tuvo que pasar. Pero resalta aquellos docentes que se han acercado como consejeros, amigos o como una voz de apoyo en los momentos que más lo necesitaba.

Capítulo 4. Descentrándonos: Interpretaciones y reflexiones acerca de las protagonistas

En este capítulo describimos la interpretación que hicimos cada una de nosotras sobre nuestra trama narrativa y la manera como nos hemos configurado a partir de nuestra historia y nuestra práctica pedagógica y profesional a lo largo de ella. También escribimos algunas consideraciones sobre lo que significó hacer esta reflexión sobre nuestra práctica.

Aquí cada una de nosotras realizó las interpretaciones y reflexiones de sus propias narrativas en dos fases: la primera, que nombramos reconocimiento analítico, en donde empleamos la tercera persona del singular para describir cuantitativamente frecuencias de cláusulas, categorías y subcategorías de las narrativas estableciendo relaciones entre ellas y la segunda, que nombramos reconocimiento personal, en donde usamos la primera persona del singular para plasmar la reconfiguración identitaria volviendo a nosotras con un excedente de visión propio y del otro, en este caso el de nuestra compañera.

4.1. Interpretaciones y reflexiones de las narrativas de Ana

4.1.1 Reconocimiento Analítico

Después de clasificar las cláusulas e identificar los acontecimientos que configuran la trama narrativa profesional temática y la narrativa intelectual de Ana, se logra realizar algunas inferencias sobre las categorías de cada historia y la relación que hay entre estas.

Interpretaciones y reflexiones de la narrativa autobiográfica profesional temática

Se puede observar que en 19 de 28 cláusulas que pertenecen a la subcategoría A, que refiere a las acciones y gestos realizados por los estudiantes durante el desarrollo de la clase, las sigue una cláusula de planeación y desarrollo de la clase. Las otras 9 cláusulas están implícitamente relacionadas con la ejecución de las clases, por ejemplo, en 6 de estas hay una cláusula de la matriz emocional intermedia entre la cláusula que pertenece a la subcategoría A y la cláusula de planeación y desarrollo de las clases (ver anexo 6), con esto es posible afirmar que para Ana resulta importante la interpretación que hace de los gestos y las acciones de los estudiantes a las que procura darle respuesta inmediata durante la clase o en la planeación de futuras clases

En la narrativa profesional temática de Ana, hay 39 cláusulas que pertenecen a las apreciaciones y juicios que ella hace durante su relato, 33 cláusulas de esta categoría son precedidas por cláusulas que pertenecen a la categoría de planeación y desarrollo de las clases directamente o mediadas por una emoción de la profesora que es causada por acciones en el aula. De esta forma, las experiencias vividas en

el aula tienen mayor significado que el encuentro con sus colegas en las apreciaciones y juicios de su historia, y estas a su vez son independientes del contexto en el que se encuentra y del contexto de sus estudiantes pues los juicios y apreciaciones que hace no tienen ninguna relación con las categorías en las que subyace el entorno en el que relata.

Ana quiso contar su historia enseñando el cambio de registro algebraico centrada en cómo son sus clases, sus planeaciones y el desarrollo de la misma, los hechos que acontecen dentro del aula de clase parecen ser más relevantes en la configuración de su historia profesional temática porque las cláusulas que pertenecen a esta categoría son cerca de la mitad del total de las cláusulas de su narrativa

Interpretaciones y reflexiones de la narrativa intelectual

La matriz emocional presente en la narrativa de Ana es causada por sus vivencias en el aula, su contexto, la relación con su entorno y la respuesta a los sucesos. Sin embargo es posible afirmar que las vivencias en el aula como estudiante han generado emociones negativas, esto se observa porque las cláusulas de la matriz emocional precedidas por una situación de aula son cláusulas que pertenecen a la subcategoría *emociones negativas del protagonista* (Ver anexo 7). Además de las siete cláusulas de la matriz emocional encontradas en las situaciones de aula, cinco han sido generadas por las acciones de otro, una es causada por la actividad propuesta y la otra por acciones propias. Las emociones positivas que da cuenta Ana en su relato suceden por las categorías de ubicación y relación con el entorno

De esto se puede afirmar que, a pesar de la frustración, tristeza e impotencia que han generado principalmente las acciones de los docentes en Ana dentro del aula, es el encuentro con sus maestros en lugares distintos al aula, la relación que tiene con sus compañeros, los atributos que ve en los otros, el encuentro con los objetos de estudio y los efectos que estos tienen dentro y fuera del aula los que han permitido configurar sus emociones dentro de su historia intelectual favorablemente.

En el Anexo 7, también se puede observar que las cláusulas que pertenecen a la categoría de percepciones académicas se sitúan, en su mayoría, después de las cláusulas de *ubicación* y de las cláusulas que pertenecen a la subcategoría *encuentro con lo otro*. De esto se infiere que la configuración que hace Ana de las matemáticas, de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, de la educación y de la reflexión sobre la práctica está influenciada por los lugares en donde transita, los documentos que lee, las actividades que realiza y las tareas que se presentan en el aula, directamente está influenciada por los objetos que encuentra en su tránsito por la academia y no por las personas que encuentra.

Interpretaciones y reflexiones del vínculo entre las dos narrativas

En los acontecimientos de las dos narrativas se encuentra como invariante el vínculo con los otros. La historia profesional e intelectual de Ana se compone de otras historias de vida, ya que a través de la percepción que hace del encuentro con

otros sujetos Ana reconoce atributos, consejos y comentarios de otro en el intercambio social que tiene con ellos. Es posible afirmar que Ana hace un reconocimiento indirecto que exige la lucha de su propio reconocimiento a través de una experiencia pacífica, lo que Ricoeur llama un intercambio en el vínculo social (Ricoeur P., 2004)

Los acontecimientos que diferencian las dos narrativas de Ana son las experiencias del aula y el tránsito por las instituciones. Ana cuenta su historia profesional desde su experiencia en el aula lo que es natural por ser el lugar donde desempeña su profesión; sin embargo, no es el aula lo relevante en la configuración de la trama narrativa intelectual, sino las instituciones en donde se ha encontrado. Es probable que las emociones negativas que tuvo Ana durante su formación, originadas en el Aula, sean el motivo para que en su profesión tenga más fuerza su experiencia en el aula.

4.1.2 Reconocimiento personal

Al verme como protagonista de estas narrativas pienso que a veces forjamos nuestra profesión sin tener en cuenta lo que nos edificó durante nuestra formación. También considero que me ha permitido ver cómo manifiesto la necesidad de mejorar mis prácticas profesionales en las sensaciones de frustración, cuestionar las herramientas que uso para mejorar mi ejercicio docente, observar cómo las instituciones donde laboro proponen circunstancias de trabajo diferentes y examinar mis acciones para enfrentar esas situaciones

Remitiéndome a mi narrativa profesional, donde menciono la clase en que los estudiantes realizaron varias observaciones sobre las gráficas de funciones trigonométricas en coordenadas polares, logro interpretar que con esa historia represento los momentos en donde me siento cómoda porque percibo a los estudiantes motivados y me identifico con ellos en los momentos de mi formación, esos momentos en los que una actividad me generaba tanta intriga que hacía que llegara a la casa y continuara con lo que no había logrado hacer en el aula.

Debo reconocer que en el momento de escribir la narrativa profesional pensaba que el éxito de mis planeaciones se daba cuando mis estudiantes lograban aprender algún concepto o desarrollar algunos ejercicios, pero después de escribir la narrativa intelectual empecé a considerar que el éxito de mis planeaciones está cuando las actividades propuestas logran que el estudiante se motive a no cerrar su cuaderno cuando finaliza la clase o a llegar con ideas, a participar con diálogos, estrategias y más problemas, pues fueron ese tipo de actividades las que me llevaron a tener gusto por las matemáticas. También pienso que lo anterior no es suficiente porque anhelo que mis estudiantes no se sientan frustrados, entonces las actividades de mis planeaciones deben permitir que todas las respuestas sean tenidas en cuenta y se evalúen para ser corregidas pero no juzgadas

En un momento justifiqué la frustración causada por lo que interpretaba de las acciones de mis estudiantes durante mis clases, pero luego, me remití de nuevo a mis acciones y leo aquellas líneas en donde me argumenté con un “así lo aprendí

yo” y me pregunto en cuántas ocasiones pude repetir eso que a mi tanto me disgustó siendo estudiante, cuántas veces he realizado lo que hacían aquellos profesores que lograban que le tuviera apatía a las matemáticas. Entonces concluyo que las acciones en mi práctica docente han sido el reflejo de mi experiencia como estudiante, busco que mis estudiantes tengan el interés y el gusto que se despertó en mí hacia las matemáticas y cuando no lo logro me conformo con que desarrollen algunos ejercicios de la misma forma de cuando yo era estudiante. Esa conclusión hace que piense en que he evaluado mis planeaciones basada en los resultados de mis estudiantes pero no he visto las clases desde el docente, desde lo que quiero lograr como la profesora de matemáticas que mantuvo una constante apatía por la matemática y la docencia durante su formación y desde lo que me motivo a aprender de la educación.

Estudiándome como la protagonista de estas narrativas me veo como ser humano antes de ser docente, recordar que quería ser química farmacéutica para ayudar desde la ciencia a las personas con alguna enfermedad hizo que buscara durante mi formación un poquito de bondad en los docentes de matemáticas, la sensibilidad que casi no encuentro en mis profesores, el afán de ayudar no solamente a aprender un algoritmo o una ciencia sino a dar una voz de aliento a personas que desarrollan sus estudios aún con sus luchas diarias.

Esa es la percepción que tengo de mí después de este proceso y verme de esa forma me produce preguntas sobre mi práctica docente relacionadas a lo que he hecho por lograr el éxito que intento en las planeaciones y preguntas acerca del por qué he hecho acciones en mi ejercicio docente, que durante mis estudios lograban que creciera la apatía por lo que hoy enseño. Tal vez, si en aquel año no hubiera enseñado álgebra en octavo siguiendo el libro de Baldor no hubiera sido caótico, ni frustrante, ver cómo mis estudiantes odiaban esa asignatura y también a mí por tener que realizar la extensa lista de ejercicios del libro que ya tenían solución en las últimas páginas del mismo, además hubiera escrito varias páginas que dieran cuenta de buenas historias en ese momento de mi narrativa en vez de escribir esos cortos párrafos en donde sentí temor de contar que repetía el libro como hace más de quince años atrás mi profesor de octavo grado hacía en sus clases.

Ahora pienso en el profesor de Matemáticas que me dio clases en la Universidad Nacional, y creo que el encuentro con él y otros profesores parecidos es lo que me produce afán por generar herramientas y estrategias para que mis estudiantes se sientan cómodos en clase de matemáticas, seguramente si el encuentro con él y con mis profesores del colegio no se hubiera desarrollado de esa forma, yo estaría satisfecha con la forma en como aprendí las matemáticas escolares y repetir lo que ellos hicieron no me dejaría ese sinsabor que causa ahora cuando lo hago, y soy consciente que puedo hacerlo mejor. Pienso también en la profe Nancy, y en el momento en el que estaba, y estoy segura que si no se hubiera dado ese encuentro aquella vez habría desistido de ser docente de matemáticas, porque mi sensibilidad no da para pasar junto a otro sin intentar que se sienta bien,

y eso habría sido terrible en ese momento, porque era el segundo intento en hacer una formación universitaria.

Ciertamente la causa de muchos odios o amores hacia las clases de matemáticas sea yo, cuando por cuestiones de tiempo, inseguridad o temor obligo a mis estudiantes a escribir el doble de un número como $2x$ y no llego de manera casual a contarles una historia donde se sienten cómodos para decirme “*al número de mesas le suma uno y luego lo multiplica por dos*” y enseguida lo escriban de manera simbólica.

4.2. Interpretaciones y reflexiones de las narrativas de Alba

4.2.1 Reconocimiento Analítico

Tanto la narrativa profesional temática como la narrativa autobiográfica intelectual de Alba, tienen aspectos en común. Se generaron cuatro categorías en común y una faceta emocional se hace más evidente en la narrativa autobiográfica intelectual.

A pesar de tener las mismas categorías las dos narrativas de Alba, las diferencias son evidentes desde dos aspectos:

La diferencia entre las subcategorías

A pesar de haber sido clasificadas y nombradas de igual forma las cuatro categorías generales, las subcategorías difieren unas de otras.

En la categoría Información del contexto del protagonista, Alba no presta mayor importancia a la ubicación espacial y temporal de los hechos de la narrativa autobiográfica intelectual. De hecho, se presentan discontinuidades temporales porque su foco es la evolución intelectual narrada. Los textos escolares que refiere en la narrativa profesional temática son de nivel básica, mientras que en la intelectual su fuente son los estudios universitarios. Las demás subcategorías muestran más similitudes como describir el ambiente escolar o universitario, las características personales y familiares y la citación de materias o asignaturas.

Para la categoría de toma de decisiones, si se evidencia una gran diferencia pues las decisiones presentes durante la narrativa profesional temática refieren todas a la gestión docente desde la preparación (contenidos, actividades, problemas, expresiones algebraicas), las expresiones del docente usadas, hasta la mirada e interpretación sobre los estudiantes. En la narrativa autobiográfica intelectual además de las decisiones de gestión docente están presentes las decisiones personales, decisiones como estudiante y los factores que influenciaron estas decisiones.

En la tercer categoría, evolución o cambio, se encuentran grandes similitudes encuentro con otro y diálogos, evolución en y con la práctica docente, aprendizajes nuevos tanto intelectuales como personales. Hasta el número de cláusulas es

similar 68 y 70. Aunque es una categoría independiente no es el centro de ninguna de las dos narrativas.

La última categoría, evaluación o juicio, también tienen subcategorías similares. Es evidente que los juicios sobre los textos se perciben mayormente en la profesional y los juicios sobre el conocimiento y la educación recibida sobre la intelectual. Los textos analizados por la protagonista son textos escolares que ha visto en la necesidad de recurrir a ellos en su práctica docente más que textos universitarios.

Lo curioso es encontrar juicios al ambiente laboral en la intelectual y en la profesional no, y mayormente juicios sobre la gestión docente y sentimientos en la intelectual.

Importancia de categorías entre narrativas

Para la narrativa autobiográfica intelectual la protagonista prioriza la evaluación o juicio que hace sobre su proceso interno como los factores que la rodean, pues ubica 110 cláusulas para ello y la información sobre su contexto es parte fundamental para darle sentido a su desarrollo o evolución intelectual con 75 cláusulas.

La narración es vista desde la reflexión que hace al llegar a la maestría y precisamente la hace cuestionando y tratando de dar respuesta mediante juicios a su contexto como ambiente profesional y documentos que la ha rodeado, la educación y conocimientos recibidos y sobre todo a su mirada introspectiva (conocimientos, gestión, sentimientos, mirada sobre el estudiante). Esta preocupación de buscar los factores que favorecen su gestión docente viene dada por la búsqueda de mejorar su profesión docente.

También para la narrativa autobiográfica intelectual las decisiones tomadas se presentan en menor número, tratando de dar a entender que su aprendizaje ha permitido cambio aunque de manera pasiva.

Por otra parte para la narrativa temática profesional, la protagonista muestra mayor relevancia a la cantidad de decisiones que ha debido asumir, han sido 101 cláusulas las que permiten evidenciar la importancia de asumir el compromiso con el otro sujeto que son sus estudiantes, mostrando con ello un cambio o evolución en su práctica docente y su relación con los otros como en sus conocimientos.

Las categorías de evaluación o juicio y el contexto la hace en mayor medida frente a agentes externos que a su proceder propio, no quiere decir que no haga ninguna reflexión o valoración, es solo que su narrativa profesional las deja en un segundo nivel de importancia.

4.1.2 Reconocimiento personal

Comparando con Ana, quien muestra en su historia humildad y hasta humillación que ha debido sentir por parte de sus docentes y colegas, me veo como prepotente y hasta déspota. Mi familia y mi esposo me han puesto en un pedestal

como muy juiciosa, inteligente. También he sentido que la sociedad me exalta al decir “si es de matemáticas es muy inteligente”. Yo, por el contrario, me he sentido incompleta, “si conocieran que yo soy una simple mortal”. Esta presión es la que me ha llevado a estar en una constante búsqueda de conocimiento para poder tratar de estar a la altura de esas exigencias tan altas que tienen quienes me rodean. Pero hacer matemáticas me hace sentir bien, no es solo por la presión social.

Mi profesión genera ese vínculo con el otro, con el que está bajo mi responsabilidad, mis estudiantes. ¿Cómo puedo transmitir ese sentimiento de gusto por las matemáticas a mis estudiantes? En muchas clases, sobre todo en las tradicionales, es definitivo que no percibo ese entusiasmo. Cuando ellos deben esforzarse y alcanzar o superar ese reto es que el mar de sentimientos y emociones positivas fluye, se hacen las clases más cortas y satisfactorias.

Recordando mi historia en el colegio y ahora comparando con las vidas de mis estudiantes, siento que fue muy solitaria, entre libros y tareas tuve pocos amigos. En parte no quiero que mis estudiantes lleven esa vida, para ello organizo actividades en las que deban integrarse y trabajar en grupo. Cuando veo que trabajan de forma agradable y amena, así no sea en matemáticas, me entusiasma ver que yo formo parte de esto, que ayudé en cierta manera a que no se sientan solos, me siento aceptada en un grupo. ¿Acaso busco una mejor gestión docente para corresponder a mis estudiantes o sentirme mejor conmigo misma? Pues creo que este vínculo se ha formado y ha permeado mi existencia en ambos sentidos.

Aun no logro crear mi huella o marca en los estudiantes, sigo pasando como alguien más, alguien que enseña algo de matemáticas, y no deja marca indeleble. En las palabras de despedida de once es común expresar las cualidades específicas de cada profesor, solo me refieren a mí con expresiones como “Hagan silencio”, “No hizo la tarea tiene uno”. Eso para mí es muy triste pues no he dejado un legado.

Tiene mucho sentido luego de analizar mis narrativas, Ana me ve como esa materialización de conocimiento, planeación de clases, apreciación de material para clase. Y ese encuentro con mis estudiantes no es evidente a nivel emocional. Escribo frases cortadas que no me permiten ver o quizás mostrar la interacción con mis estudiantes. No pienso en ellos como personas, solo sujetos que intentan hacer matemática.

Y algo de moral la encuentro en mi corta carrera como profesora. Pienso que al no haber encontrado las suficientes herramientas ni apropiarme de aquellas con las que más me llegue a equilibrar no puedo generar mi propia identidad. Algo curioso me pasó este año cuando dos jóvenes de grado noveno me buscaron durante el descanso pues una no entendía “eso de los signos”. Ella había llegado de otra institución este año, quien la acompañaba me dijo: “yo me acuerdo tanto cuando la profe (refiriéndose a mi) en sexto nos pidió trabajar con los círculos azules y rojos para sumar y restar números enteros en la recta numérica, por eso nunca se

me olvida eso”. Este encuentro curioso me hace sentir que la trascendencia que busco, puede llegar al menos a permear algunos pocos.

Con Ana tenemos en común la búsqueda de entablar vínculos con otros, generar grupos de discusión entre maestros. Sin embargo, los profesores de matemáticas no somos fáciles de aceptar y socializar con otros, debemos estar a la defensiva pues “no podemos permitirnos cometer errores”. Solo unos pocos pueden desarrollar la matemática ¿acaso la matemática es solo hacer cuentas? ¿Acaso no somos seres humanos que erramos? ¿Por qué tanta resistencia a bajar el pedestal y trabajar en grupo? pues bien con la elaboración de esta narrativa he logrado entender que no estamos solas, que ya se ha investigado acerca del tema, que hay otros que tienen los mismos cuestionamientos, dificultades, problemas.

Por ejemplo, para lograr que un grupo comprenda como escribir el triple de un número o la quinta parte de un número, usamos preguntas-guía muy similares, ejemplos numéricos afines y pretendemos que construyan la respuesta ellos mismos.

Otra visión del paso retórico al algebraico es la falsa concepción que teníamos al inicio de trabajar en los estudiantes esta conversión únicamente en grado octavo. Tanto Ana como yo hemos coincidido y lo hemos apreciado en varios autores, que ésta se desarrolla a lo largo de un proceso largo y constante. No es exclusivo del pensamiento algebraico, ni menos de estas dos únicas representaciones. Por ejemplo al expresar las propiedades de las operaciones en diversos conjuntos numéricos en grados sexto y séptimo. Si es así, ¿Por qué usamos evasivas? Les decimos “eso lo van a tener que ver más adelante, hoy lo vemos para que se acostumbren” ¿si se va a ver más adelante para lo dictamos en grado sexto? Una manera de empezar a trabajar el paso de lo retórico a lo algebraico es desde esta perspectiva del álgebra como aritmética generalizada.

Los estándares básicos de competencias matemáticas nos guían hacia la coherencia vertical y horizontal que deben tener presente para desarrollarlas a lo largo de la educación básica. Y explica claramente que se deben plantear situaciones problema mas no contenidos.

Aprendo de Ana que puedo usar situaciones cotidianas, con las que los estudiantes estén familiarizados en cambio de problemas con palabras extrañas y que ni son usadas en el contexto. Recuerdo a la profe Gloria García al hablarnos de la modelación y matematización y la necesidad de llevar al aula actividades que lleguen y tocan las necesidades de los estudiantes y su comunidad. No llevar datos por mero conocimiento general, sino actividades que pueden ser interdisciplinarias y es evidente que es un proceso arduo pero claro, el conocer las necesidades e intereses de mis estudiantes.

En mi narrativa profesional temática muestro muchas decisiones que he tenido que tomar y estas conllevan a una evolución o cambio. Tiene sentido pues debo hacerme cargo de mi labor y de mis estudiantes. La responsabilidad es mayor cuando las instituciones donde he estado son pequeñas y somos dos o cuando más

tres profesores del área de matemáticas. Cuando la presión por pruebas saber reside directamente sobre el profesor de turno. Cuando el profesor de matemáticas es el que debe ser quien repruebe estudiantes por ser la materia más difícil. Cuando tienes a cargo dos hijas por quienes responder económicamente, darles comida, techo, bienestar y tranquilidad. Cuando el papel de mujer ahora es de madre, esposa, trabajadora, psicóloga, oficios varios, hija... mi vida en los últimos años ha estado llena de decisiones, de presiones, de consecuencias buenas y malas.

Por otro lado la narrativa autobiográfica intelectual permite ver que mi vida como estudiante de pregrado fue más cómoda, sin tantas preocupaciones. Ni siquiera las decisiones que tomaba eran de mi propia autoría, simplemente me dejaba llevar de la corriente, gracias a Dios la corriente llevaba a buen destino, de lo contrario otra sería la historia. Ahora entiendo porque algunos jóvenes son tan despreocupados y no le ven sentido a sus vidas. Mi fuente, mi guía fue mi familia y así mismo las familias de mis estudiantes deberían ser el faro que los conduzca, sin embargo, hay niños y jóvenes que no tienen ese apoyo constante y fiel como lo tuve y he tenido yo.

Es ahora que hago la reflexión de lo que ha sido ese transitar por el pasado y dar la importancia que en el momento no le di a los trabajos realizados, los seminarios vistos, la influencia de mis profesores, los temas que debí estudiar con más interés. Por qué no hice énfasis en la práctica docente desde el pregrado ¿qué tipo de profesional salió de la universidad? ¿Cuál fue mi propósito? Al menos Ana sabía que no quería ser profesora, pero yo sí tenía la certeza que esa iba a ser mi profesión y aún no he encontrado que es lo que se debe “enseñar”.

Por más que reviso estas narrativas no recuerdo la matemática que he aprendido y obvio que es necesario el conocimiento matemático para poder enseñar matemáticas. En el encuentro con colegas y grupos de profesores de matemáticas me doy cuenta que hay muchos temas que desconozco, así que me queda una búsqueda continua para llenar esos vacíos conceptuales, procedimentales y pedagógicos.

La verdad es que agradezco la oportunidad de continuar el estudio pos gradual, pues me ha permitido, con gran esfuerzo, darme cuenta que hay más docentes en esta búsqueda y con algunos resultados que han aportado a la teoría y al campo. Y que ahora no solo tendré que dejarme llevar por la influencia del entorno, de las costumbres de las instituciones educativas o de los prejuicios de los profesores de matemáticas, de la misma visión de la sociedad hacia las matemáticas, sino ser más crítica en la toma de esas decisiones que me afectan y afectan por tanto a mis estudiantes.

Capítulo 5. Una manera de sistematizar nuestras reflexiones sobre las narrativas.

En este capítulo mencionamos los aspectos metodológicos que tuvimos en cuenta para el desarrollo del trabajo de grado. Primero realizamos una descripción de la perspectiva investigativa a la que corresponde el trabajo que desarrollamos. Posteriormente, describimos cómo desarrollamos la triple mimesis indicando cada paso de esta.

5.1 Perspectiva investigativa

Construimos nuestras narrativas de manera individual haciendo uso de un estilo autobiográfico. Cada una de las autoras de este trabajo realizó su narrativa profesional temática e intelectual con la intención de reconstruir, interpretar y analizar su historia desde una perspectiva cualitativa.

La escritura de cada una de las narrativas implicó no sólo describir las experiencias que considerábamos más relevantes, sino que requirió dotarlas de significado, coherencia y verosimilitud. De esta manera se configura nuestra historia profesional e intelectual como un todo con características de integralidad. Reconocemos que estas narrativas tienen indicios de ficción, tal como lo propone Bruner (2003), en tanto es la reconstrucción de la experiencia que se trae del pasado al presente y es resignificada desde este. Además, porque como lo expresa Greimas, citado por Bruner (1998), el relato incorpora el plano de la acción y de la subjetividad de los protagonistas.

El trabajo que realizamos se basa en la hermenéutica, intentando lograr un reconocimiento de nuestro yo como maestro enseñando el cambio de registro entre el lenguaje retórico y el algebraico y el reconocimiento de nuestro yo en nuestra formación. De lo expuesto anteriormente se infiere que el trabajo desarrollado se enmarca en la investigación narrativa, por tanto explicaremos cómo fueron desarrollados los tres momentos de la mimesis: mimesis I que hace referencia a la composición de la trama, mimesis II que constituye el eje de análisis de la trama y mimesis III la reconfiguración de la experiencia (Ricoeur, 1995)

5.2. Preconfiguración de las tramas

La mimesis I se realizó a través de la construcción individual de la narrativa autobiográfica profesional temática y la narrativa intelectual, para esto en primer lugar tuvimos que evocar nuestra memoria. Particularmente en la narrativa profesional temática, para evocar nuestra historia recurrimos a los documentos institucionales donde hemos laborado, a nuestras planeaciones, y los textos o documentos que usamos durante el desarrollo de nuestras prácticas profesionales en las distintas instituciones, revisar en nuestros archivos las actividades que hemos propuesto en el aula e inferir características del tipo de actividades que

proponíamos y dialogar con nuestros compañeros de trabajo para recuperar documentos que ya no teníamos o recordar alguna información.

En el caso de la narrativa intelectual, para evocar nuestra memoria, iniciamos con la pregunta de por qué elegimos nuestra formación docente entonces buscamos en nuestras memorias familiares y personales aspectos relevantes que considerábamos necesarios contar, nos remitimos a compañeros de estudio, a los planes de estudio de nuestra formación, los trabajos que presentamos, los documentos que nos proponían como lecturas los docentes durante nuestra formación, los archivos digitales que conservábamos y revisar nuestros mensajes de correo electrónicos antiguos que contenían información para nuestra narrativa intelectual.

Después de evocar nuestra memoria escribimos cada narrativa, para esto nos remitimos a libros de literatura como novelas, comedias, etc. Para lograr hacer elecciones lingüísticas, elecciones de palabras, de signos de puntuación, uso de metáforas, entre otros, para que cada narrativa reflejara al lector la historia y las vivencias de las protagonistas que se narran.

5.2. Configuración de las tramas

La mimesis II de Ricoeur se realizó con un proceso de sistematización de las tramas narrativas. En este proceso fue necesario tomar distancia de nuestras narrativas ignorándonos como protagonistas y autoras para no realizar supuestos y basarnos únicamente en lo que estaba escrito, como consecuencia de esto describimos la sistematización usando la tercera persona del singular.

Inicialmente separamos cada narrativa en cláusulas. El proceso de identificar las cláusulas se realizó de manera libre, teniendo en cuenta que cada cláusula debía ser portadora de una información que estaba en el mismo plano.

Desde la separación de los párrafos en cláusulas inicia el análisis de cómo se pueden clasificar, una cláusula debe tener sentido y mostrar una idea concreta. Debe pensar en qué dice la protagonista con una frase, explicación, anécdota, qué permite conocer acerca de su historia, sus rasgos propios y rasgos de su entorno. Cada narración generó cláusulas diferentes y categorías diferentes.

Luego se realizó una categorización de las cláusulas para esto cada una llevó un proceso distinto:

Ana estableció inicialmente unas subcategorías en las que se identificaron características puntuales comunes entre las cláusulas, en ese momento revisó cada cláusula de manera individual y la representó con una palabra que consideró representaba el sentido o la característica principal de la información establecida allí, usó también letras y colores para agruparlas y diferenciarlas y posteriormente realizó una descripción de la información de cada grupo o subcategoría relacionando la palabra que eligió como representativa de la cláusula con otras características que se encontraban en el grupo que esta representaba

Posteriormente realizó una categorización más gruesa en donde tejió relaciones entre las subcategorías, Ana observa qué aspecto general enmarcaba la primera categorización sin tener en cuenta especificidades de tiempo, lugar u otras que diferenciaban las primeras subcategorías. De esta manera conforma las categorías de cada trama narrativa. Lo anterior fue realizado leyendo cada narrativa y subrayando el texto con colores, separando cláusulas en el mismo documento y/o en tablas de Excel que con ayuda de colores y filtros permitieron establecer diversidad de relaciones entre las cláusulas, las subcategorías y categorías.

Alba utilizó una tabla en Excel donde copiaba la cláusula, la enumeraba al igual que en el texto original, y en las dos columnas siguientes escribía la clasificación. De esa manera y al revisar el Excel una y otra vez, se termina organizando las categorías. Alba, a medida que realizaba la clasificación de cada cláusula, veía en la necesidad de agruparlas en categorías más generales, pues cada vez identificaba rasgos diferentes de una a otra. Debido a que obtuvo un gran número de subcategorías, 30 para la narrativa intelectual y 24 para la narrativa profesional, simultáneamente conformó 9 categorías entre las dos narrativas.

. Las dudas permitieron el acercamiento entre compañeras y a la asesora para verificar si el trabajo estaba bien estructurado y con las voces de todas se podían efectivamente tener una voz fresca con la que se podía ver cosas que antes no veía, teniendo cuidado de no permear la historia de la otra e intercambiando y leyendo las narrativas de la otra hasta después de la configuración de la trama propia.

Este momento de la mimesis se desarrolló en dos etapas, la primera de manera individual y detallada con las narrativas autobiográficas propias en donde era necesario desprenderse de las narrativas para poder realizar una categorización con la información registrada y no a partir de supuestos de lo que se quiso escribir pero no quedó registrado. En la segunda etapa, se realizó un intercambio de narrativas en donde también de manera individual y rigurosa pero menos detallada se identificaron los acontecimientos que atraviesan la trama de cada narrativa y se elaboró una síntesis desde nuestra mirada a las narrativas de nuestra compañera siguiendo el mismo proceso que se realizó en las narrativas propias.

Para esta sistematización realizamos un curso corto de interpretación de narrativas ofrecido por la maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional en donde socializamos dando aportes en la construcción y sistematización de nuestras categorías.

5.3. Reconfiguración de las tramas

Este momento de la mimesis inicia con el levantamiento de los acontecimientos analizándonos a nosotras como autoras. Para esto, establecimos relaciones entre las subcategorías iniciales y las categorías para dar lugar a las características que atraviesan cada trama narrativa, la forma en que establecimos estas relaciones fue diferente para ambas autoras.

Alba decidió comparar la cantidad de cláusulas de cada una, una manera para ello fue totalizar y generar un diagrama de barras de doble entrada pues le facilitó tener toda la información en un solo gráfico. Mirar la cantidad de cláusulas de cada categoría permitió empezar a ver los acontecimientos pues de una narrativa a otra, la importancia depende de qué tanto la protagonista dedica a expresar uno sucesos u otros.

El acontecimiento principal de la narrativa profesional temática, “la toma de decisiones” coincide con una categoría pero es precisamente por la profundidad con la que está presente en la narración y la importancia que tiene para la protagonista mostrar estas decisiones lo que permite concluir que las demás categorías se ponen al servicio de esta, para que muestre el por qué, cómo y para qué toma decisiones.

Ana miró separadamente las narrativas construidas y las categorías, centrando la mirada en la descripción que hizo en cada categoría analizando cuál era la importancia de cada una, qué aspectos relevantes se encontraban, a quién o a qué hace referencia en cada categoría, tejiendo así características comunes que justificaban cada categoría e intentando dar respuesta al por qué ella podía identificarse de esa forma en sus narrativas.

Posteriormente, realizamos un análisis del encadenamiento de las categorías de cada narrativa y del qué tan importante logra ser cada categoría en nuestras narrativas. Para esto, realizamos diagramas de barras, organizamos los datos por colores y en tablas para que dieran cuenta de cómo estaba contada nuestra historia y qué quisimos contar en ella. En este momento identificamos qué podíamos concluir con cada narrativa y cómo las relacionamos entre ellas. Además de cómo el encuentro con el otro y la interpretación que hizo a nuestra historia aportaron con ese excedente de visión para interpretar cómo nos hemos configurado a través de la historia.

Cuestiones Abiertas

En este capítulo encontramos las miradas finales de lo que fue todo este ejercicio de reflexionar sobre nuestra práctica pedagógica y profesional y reflexionar sobre la manera como nos hemos constituido intelectualmente como profesoras de matemáticas. De esta manera el desarrollo de este trabajo desde la perspectiva narrativa dio alcance en lo siguiente:

Cada una desde su singularidad encuentra un punto de encuentro clave: la sensibilidad social. Verse como ser humano antes que docente o antes que personas haciendo matemática. Un punto de encuentro en el que la importancia por dictar un contenido se pierde y se convierte en formar seres humanos con sensibilidad social.

El vínculo entre narrativas ha permitido comprender por qué somos las maestras que somos. Los factores que han influido en nuestra formación intelectual determinan las decisiones que tomamos en nuestra gestión. Ana desde su lucha y Alba desde la presión.

Recordar nuestra historia construyendo narrativas permite ampliar la mirada sobre los procesos desarrollados en la enseñanza y aprendizaje del cambio e registro a partir de experiencias propias como estudiantes y profesoras

La singularidad de las narraciones permite la construcción de conocimiento colectivo, en las cuatro narrativas se puede observar diversas categorías, puntos de vista y situaciones propias que se tejen alrededor del mismo tema: conversión de lenguaje retórico al algebraico

Las voces de Ana y Alba convergen en la búsqueda de lograr el interés de los estudiantes con situaciones en donde el cambio de registro logra ser necesario y no impuesto.

Coincidimos en que la búsqueda por mejorar nuestra práctica es necesaria materializarla a través de textos, documentos, estudio individual. Pero algo fundamental es el encuentro con el otro, con el par docente. La transformación de nuestra práctica no es aislada, concuerda con las prácticas e investigaciones de otros. A partir de la singularidad de nuestras voces y del poder del texto escrito esperamos ser un principio de ejemplaridad para la complejidad de las vidas de otros docentes en la construcción de su historia profesional y de su formación intelectual.

El culminar este trabajo nos queda una apuesta e invitación a llevar este tipo de investigación para estudiar nuestras prácticas de otros modos, las vivencias de nuestros estudiantes, las emociones de ellos, la manera como han construido sus historias y reconocer en ellos los seres humanos que tenemos bajo nuestra responsabilidad.

Otras voces

Alejos García, J. (2006). Identidad y alteridad en Bajtín. *Acta poética*, 27(1), 45-61.

Bruner, J. (1991). Self-Making and World-Making. *Journal of Aesthetic Education*, Board of Trustees of the University of Illinois. 25(01).

Bruner, J. (1998). Realidad mental y mundos posibles. Los actos de la imaginación que dan sentido a la experiencia (Beatriz López, trad.). Barcelona: Editorial Gedisa.

Bruner, J. (2003). La fábrica de historias. Derecho, literatura, vida (Luciano Padilla López, trad.). Buenos Aires: Fondo de cultura económica.

Goodman, N. (1990). *Maneras de hacer mundos*. Madrid: Visor.

Kushner, S. (2009). Prólogo. En J. I. Rivas, & D. Herrera, *Voz y educación, la narrativa como enfoque de la interpretación de la realidad* (págs. 9-15). Barcelona: Octaedro.

McEwan, H., & Egan, K. (1998). La narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación. Argentina: Amorrortu.

Pérez, E., Estrada, P., Gordillo, E., Palacios, E., & Villamizar, A. (1985). *Matemática 2*. Bogotá: Educar editores.

Pimentel, L. (1998). Relato en perspectiva. Estudio de teoría narrativa. México: Siglo XXI.

Ricoeur, P. (1995). Tiempo y narración I: configuración del tiempo en el relato histórico. siglo xxi.

Ricoeur, P. (1996). *Sí mismo como otro*. México: Siglo XXI

Ricoeur, P. (2004). Volverse capaz, ser reconocido. *Discurso recepción del Premio Kluge*. Washington: Biblioteca del Congreso de los Estados Unidos.

Ricoeur, P. (2012). *Escritos y conferencia 2. Hermenéutica*. México: Siglo XXI.

Ricoeur, P. (2016). Escritos y conferencia 3. Antropología filosófica. México: Siglo XXI.

Siciliani, J. M. (2014). Contar según Jerome Bruner. *Itinerario Educativo*, XXVIII(63), 31-59.

Skovsmose, O. (2013). *Hcia una filosofía de la educación matemática crítica* (Vol. 15). Springer Science & Business Media.

Varilla, H. L. (2013). Sobre la cuestión de la investigación biográfica-narrativa en la identidad profesional docente. *VARILLA, Herminia Luisa Pinzón*, 75-88.

Anexos

Anexo 1. Categorías y subcategorías de la narrativa profesional temática de Alba

CLASIFICACIÓN		CANTIDAD DE CLÁUSULAS	DESCRIPCIÓN DE LA CLASIFICACIÓN
Información del contexto del protagonista: a medida que transcurre la narración se encuentra información que ubica el contexto en el que se encuentra el protagonista.	Ambiente escolar	3	Refieren a la percepción que se tiene dentro de la institución educativa y fuera del aula de las actuaciones de los miembros de la comunidad educativa. Están clasificadas las cláusulas 76, 242, 243.
	Características personales	6	En su mayoría identifican a la narradora, describiendo su forma de ser o logros a nivel personal se personaliza en las cláusulas 8, 91, 92, 128, 194, 217.
	Factores externos de las instituciones	4	Complementa la ubicación espacio temporal caracterizando algunos factores externos que influyen en dicha lugar. Por ejemplo las cláusulas 23, 62, 63, 239.
	Materias y/o grados	11	El narrador ubica los grados de escolaridad y las materias asignadas en su trabajo de acuerdo a los lugares donde ha laborado. Lo hace en todo el texto específicamente en las cláusulas 1, 3, 190, 240, 5, 14, 21, 30, 59, 104, 113.
	Textos escolares	7	Se hace referencia a textos o parte de ellos utilizados en las clases recibidas o impartidas por el narrador. Lo hace en las

			cláusulas 88, 100, 126, 130, 137, 192, 226.
	Ubicación Espacial	5	Se especifica los lugares en los cuales ha estado laborando y una breve descripción de estos 4, 19, 57, 103, 20.
	Ubicación Temporal	8	Puede indicar el tiempo exacto en el cual el narrador ubica la narrativa o historia dentro de la misma 93, 170, 171, 172, 191, 212, 6, 58.
101	Actividades en clase	28	Explican el planteamiento de algunas actividades en el desarrollo de una clase, a esta pertenecen las cláusulas 11, 12, 16, 26, 27, 28, 29, 49, 50, 51, 68, 74, 80, 81, 82, 86, 105, 111, 115, 133, 159, 181, 185, 202, 203, 207, 258, 259.
	Contenidos matemáticos	10	Muestra el listado de contenidos matemáticos que presenta dificultades para los estudiantes o en algunos textos o identificados en actividades de aula a esta pertenecen las cláusulas 2, 34, 35, 36, 44, 73, 123, 129, 131, 206.
	Problemas	6	Son problemas textuales que se muestran a modo de ejemplo en la explicación del paso retórico al algebraico a esta pertenecen las cláusulas 87, 118, 136, 189, 249, 187
	uso de expresiones algebraicas	5	Las cláusulas en las cuales aparecen de forma explícita una expresión algebraica en su

			mayoría dada por el docente son 138, 157, 184, 188, 244.
	Expresiones del docente	17	Implican expresiones que han sido usadas de manera explícita y puntual o explicaciones narradas de algún tema en clase. 37, 39, 142, 146, 148, 155, 156, 158, 174, 183, 205, 214, 218, 236, 238, 245, 250
	Interpretación de acciones de estudiantes	35	Las cláusulas 13, 18, 22, 38, 45, 53, 84, 90, 109, 110, 116, 117, 120, 134, 141, 143, 150, 160, 161, 166, 173, 175, 178, 195, 197, 198, 200, 201, 210, 215, 237, 247, 248, 251, 252 muestran la interpretación que hace el narrador de las acciones de los estudiantes, las preguntas o las expresiones propiamente dichas por ellos.
68	o primeras experiencias en la práctica docente	3	Las cláusulas 10, 79, 233 citan expresiones que dan a entender los primeros intentos de la practica con temas determinados.
	del protagonista a partir de experiencias vividas	11	Narran encuentros con profesores, estudiantes, pares o directivas que han determinado cambio en la perspectiva o acciones propias se encuentran en las cláusulas 98, 95, 70, 77, 94, 102, 163, 246, 64, 66, 67.
	Intentos de transformación de la práctica docente	32	Las cláusulas 39, 40, 48, 52, 85, 89, 97, 99, 114, 119, 122, 140, 145, 147, 153, 164, 165, 177, 179, 180, 182, 193, 196, 209, 211, 216, 219, 222, 228, 229,

			261, 264 describen las acciones que desempeña como profesor dentro del aula de clase notando intentos de cambio a partir de experiencias anteriores.
	Nuevos aprendizajes	22	Se siente que el personaje ha tenido una evolución de acuerdo a acontecimientos vividos bien sea del análisis de textos, encuentro con otro o reflexiones internas. Usa palabras como encontré, empiezo a, observé, noté, he aprendido... se encuentran 21 cláusulas: 7, 9, 24, 31, 32, 33, 43, 46, 47, 60, 75, 78, 83, 96, 106, 107, 108, 112, 121, 127, 135, 260.
52	Actividades en clase	10	Se reflexiona acerca de porque algunas actividades de clase se realizan de esa manera en las cláusulas 125, 213, 220, 234, 257, 144, 149, 168, 186, 204
	Conocimientos propios	5	Se interroga por la ausencia de conocimientos para guiar una clase en las cláusulas 17, 154, 208, 223, 262.
	Currículo	7	El narrador juzga al papel del currículo y las modificaciones que se han hecho 162, 176, 263, 69, 54, 55, 56.
	Formación	3	El autor recuerda la influencia que tuvo de algunos docentes en su pregrado y juzga si fue benéfica o no en las cláusulas 72, 71, 61

	Rol estudiante	3	Justifica de alguna manera algunos comportamientos y aprendizajes de estudiantes en general 169, 224, 225.
	Sentimientos internos	8	En las cláusulas 25, 15, 41, 42, 65, 167, 241, 265 se destacan sentimientos de introspección, desánimo y preocupación.
	Textos	16	En gran parte de la narrativa específicamente en las cláusulas 124, 101, 132, 151, 152, 199, 221, 227, 230, 231, 232, 235, 253, 254, 255, 256 se hace revisión de textos escolares y pruebas saber, los temas allí presentes y las implicaciones en las actividades y problemas de clase

Anexo 2. Categorías y subcategorías de la narrativa autobiográfica intelectual de Alba

CLASIFICACIÓN		CANTIDAD DE CLÁUSULAS	DESCRIPCIÓN DE LA CLASIFICACIÓN
1. información del contexto del protagonista: Estas cláusulas ubican al personaje dentro de un espacio en la trama narrativa. Este espacio puede ser temporal, espacial o ambiental de acuerdo a los sucesos por los cuales va narrando la historia. 75	Asignaturas	6	Proporciona un listado de asignaturas que ha recibido en su educación como docente 53, 76, 88, 93, 101, 81
	Estudio universitario	31	Situaciones de clase, seminarios, recuerdos y características referentes al estudio universitario. 192, 193, 199, 271, 141, 163, 166, 168, 169, 171, 172, 201, 206, 212, 233, 251, 254, 258, 269, 276, 64, 94, 124, 125, 160, 161, 120, 66, 61, 60, 62
	profesional	15	La protagonista tiene en cuenta aspectos de su vida profesional que han influido en su desarrollo intelectual y lo evidencia en cláusulas como: 45, 96, 105, 112, 128, 129, 140, 205, 219, 244, 137, 119, 183, 130, 138.
	recuerdos Familiares	23	Refiere a acontecimientos que dan contexto a la historia evocando tiempos pasados de su vida familiar, estas cláusulas se presentan al inicio de la narrativa y son: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 21, 22, 23, 33, 34, 35, 37, 38, 50

<p>2. Toma de decisiones del protagonista:</p> <p>Permiten ver las decisiones que ha debido tomar en razón al contexto, encuentros con otros y las influencias que ha tenido.</p> <p>50</p>	Decisiones de Estudio	15	Permiten conocer las decisiones que ha tenido que tomar cuando se ha enfrentado a diversas etapas de su aprendizaje, la cláusula 73, 177, y la 31 refieren al pregrado y al colegio y las cláusulas 202, 211, 253, 170, 189, 126, 158, 173, 280, 283, 285, 297 decisiones en su estudio posgrado.
	Decisiones frente a la gestión docente	13	Son cláusulas que muestran la relación entre los nuevos aprendizajes y las decisiones que ha debido tomar como docente en su labor, como por ejemplo: 111, 114, 122, 123, 139, 143, 144, 245, 249, 266, 281, 108, 305
	Decisiones personales	5	Estas cinco cláusulas: 24, 44, 54, 58, 65 son las declaraciones de su elección del futuro profesional.
	Influencia del contexto	5	La protagonista muestra la influencia que han tenido en la toma de sus decisiones desde el contexto en las cláusulas 27, 121, 127, 204, 52.
	Influencias familiares	12	La influencia familiar en la toma de decisiones propias de la protagonista se ve en las cláusulas 1, 2, 15, 18, 19, 25, 26, 36, 39, 40, 59, 63
<p>3. Evolución o cambio: Se refiere a los</p>	conocimientos didácticos nuevos	35	Estas cláusulas (197, 51, 83, 90, 109, 110, 135, 136, 154, 194, 213, 214, 215, 216, 217,

<p>contenidos o procesos que ha adquirido al personaje de manera novedosa, en cada paso de su aprendizaje y desarrollo intelectual.</p> <p>70</p>			218, 226, 227, 230, 243, 252, 255, 259, 265, 267, 270, 272, 275, 278, 286, 293, 294, 300, 302, 274) permiten ver cómo ha aprendido tanto herramientas didácticas, como conocimientos de investigaciones en didáctica de la matemática.
	Nuevos aprendizajes durante la práctica docente	10	Son aprendizajes que ha adquirido en el paso por instituciones educativas y a su vez a reforzado con la práctica docente que ha vivido, se presentan las cláusulas 147, 148, 152, 155, 220, 222, 295, 298, 131, 146.
	Diálogos opuestos	6	En las cláusulas 29, 30, 68, 69, 70, 303 se muestra el encuentro con el otro donde se ha presentado discordancia a desacuerdo, impactando al protagonista y haciéndolo reaccionar en consecuencia.
	Diálogos que suscitaron reflexión	8	En las cláusulas 277, 164, 41, 107, 208, 209, 282, 304 se presenta diálogo con otros como docentes, colegas y hasta textos que permiten a la personaje hacer cuestionamientos y reflexión.
	Reconocimiento personal	11	Marca al personaje al encontrar conocimientos que permiten reconocer sus características o formas de actuar personal y profesionalmente 55, 207,

			242, 260, 261, 299, 57, 115, 116, 167, 262.
<p>4. Evaluación o juicio: En estas cláusulas el protagonista mira su accionar y juzga si fue bueno o malo el haberlo desarrollado de esta manera.</p> <p>90</p>	Ambiente laboral	4	Las cláusulas 149, 150, 151, 145 muestran como el personaje juzga el ambiente de las instituciones donde ha laborado y su repercusión en sus acciones y pensamientos.
	conocimientos adquiridos	30	La protagonista evalúa lo que sabe y no sabe, lo que recuerda a no recuerda y en algunas cláusulas como usa los conocimientos de los que se ha apropiado. Ejemplo de estas cláusulas son: 289, 273, 42, 43, 95, 97, 98, 104, 106, 157, 165, 174, 175, 178, 180, 181, 203, 225, 229, 256, 257, 279, 56, 185, 221, 32, 99, 210, 182, 176.
	Decisiones	8	Se muestra como justificación de algunas decisiones tomadas las cláusulas 71, 72, 159, 186, 187, 188, 235, 263
	documentos curriculares	6	Se centra en textos como pruebas saber y estándares para revisar la pertinencia o no de sus contenidos en las cláusulas 133, 134, 142, 200, 224, 132
	educación recibida	16	Valora la educación recibida tanto en el pregrado y posgrado, en las cláusulas 89, 91, 92, 100, 103, 184, 190,

			191, 195, 232, 236, 237, 238, 240, 291, 239.
	gestión docente	18	En las cláusulas 46, 47, 84, 85, 87, 113, 162, 196, 223, 250, 268, 290, 301, 284, 231, 49, 228, 247 la protagonista muestra la manera en la que situaciones de su desempeño como docente en aula han sido cuestionadas por ella misma buscando si están correctas o no.
	papel estudiante	8	Concluye acerca de sus estudiantes de acuerdo a las acciones desarrolladas por ellos en aula en las cláusulas 86, 153, 156, 287, 288, 292, 296, 48
4.1. Presentación de sentimientos: Con estas cláusulas el personaje deja entrever varias emociones que han emergido en su desarrollo intelectual. 20	Aliento	1	79 al no sentirse la única con una decisión tomada
	arrepentimiento	2	234, 241 dolor al perder material de estudio
	Afecto	1	20 muestra cómo crece su cariño hacia la docencia
	expectativa	3	74, 75, 198 la espera por un acontecimiento futuro
	Frustración	4	28, 67, 78, 102 algunos eventos que esperaba ocurrieran y no se dieron
	Incomodidad	2	179, 264 al convertirse en el objeto de miradas

	Preocupación	2	246, 248 por la falta de conocimientos
	Reflexión	2	117, 118 buscando hacer retrospección
	satisfacción	3	77, 80, 82 por haber cumplido algo incompleto o propuesto.

Anexo 3. Subcategorías narrativa autobiográfica profesional de Ana

Subcategoría A: Hacen parte las cláusulas que describen acciones y gestos realizados por los estudiantes de manera individual o colectiva observados por el protagonista en alguna clase específica o dentro de la institución educativa. Por ejemplo:

Cláusula 42: pero noté que empezaron a resolver los ejercicios propuestos en la cartilla con mayor facilidad. Sus caras cambiaron porque aparentemente entendían el tema

Cláusula 245: eso se evidenciaba en la forma de trabajo que tenían los estudiantes que en ese momento, copiaban los ejercicios resueltos por sus compañeros sin entender casi nada.

Cláusula 250: hubo una gran cantidad de respuestas uno de ellos escribió Xbox

Categoría B: Esta categoría se conforma de las cláusulas de las intervenciones que hace el docente (autor) en un diálogo con los estudiantes que se presenta en el aula según la narración. Por ejemplo,

Cláusula 26: De este modo les dije: — Cuando no conocemos el número podemos usar una letra para representar el número desconocido y esta debe ser minúscula, entonces ¿cómo se escribe el doble de un número de manera más corta?—

Cláusula 272: y yo de inmediato le dije: —no, ¿cómo me va hacer quedar mal? Que no se vaya notar lo desmemoriada que soy, dirá doña Myriam que yo olvido todo lo que me dice, ¡qué pena con ella!, no señor—.

Categoría C: Esta categoría incluye las acciones que realiza el docente en relación a su profesión. Es decir acciones para planear sus clases, acciones durante el desarrollo de sus clases.

Estas acciones están relacionadas con los estudiantes o con otros miembros de la comunidad educativa y pueden ser acciones que en su narración otras personas dentro del relato podían observar o que sólo quien narra las puede describir. Por ejemplo

Cláusula 133: Lo primero que hice fue instalar Geogebra en los computadores, en ese momento no sabía que la aplicación se podía instalar en las tablets.

Cláusula 148: Inicé con la explicación del sistema de coordenadas polares y cómo se graficaban los puntos a través de razones trigonométricas,

Cláusula 232: pensé que tal vez reforzarían ese tema el siguiente año cuando iniciaran álgebra.

Categoría D: Esta categoría se conforma de las cláusulas de las intervenciones que hacen estudiantes en un diálogo que se presenta en el aula según la narración. Por ejemplo,

Cláusula 154: rápidamente los estudiantes dijeron: “si es 1, 3, 5 o un número impar da el mismo número de pétalos y si no pues el doble”.

Cláusula 273: Entonces, me dijo: “yo voy y las cuento disimuladamente sin que se dé cuenta, deme permiso”

Categoría E: Esta categoría describe la ubicación, algunas características de la institución y el entorno de la institución educativa donde se desarrolla la narración. Por ejemplo,

Cláusula 129: Ese año en el colegio implementaron las “aulas especializadas” que para los directivos era repartir algunos recursos que habían llegado entre las diferentes áreas, el jefe de área era a quien se le asignaba el aula.

Cláusula 211: En la mayoría de viviendas no hay internet y con suerte tienen computador. La única posibilidad cercana para hacer estudios superiores es Girardot y allí no hay gran oferta educativa, pocos logran trasladarse a Bogotá para continuar sus estudios.

Categoría F: Hacen parte las cláusulas que realizan una afirmación en donde se plantea una apreciación o juicio que realiza el autor con una justificación o una conclusión. Por ejemplo,

Cláusula 1: Para contextualizar mi vivencia narraré cómo fue la primera clase, porque considero que ahí se originaron algunas inquietudes y dificultades que se han mantenido durante mi experiencia profesional.

Cláusula 134: Imaginé que ese año mis estudiantes iban a estar más motivados a aprender y yo a realizar actividades con recursos diferentes al tablero y el marcador, porque tenía más implementos, que además los podía usar cuando quisiera.

Cláusula 214: Ese contexto hacía que mis planeaciones fueran más complejas de realizar,

Categoría G: En esta categoría se describen a los estudiantes de manera general y su relación con el entorno. Por ejemplo,

Cláusula 208: Viotá es un municipio de posconflicto entonces muchos estudiantes son criados por sus abuelos o tíos ya que el conflicto los ha dejado sin padres.

Categoría H: Las cláusulas que pertenecen a esta categoría describen los instrumentos, actividades, libros, plan de área, etc. Mencionados durante la narración. Por ejemplo,

Cláusula 216: tenía más o menos cinco unidades de aritmética, otras cinco de geometría y una de estadística, y al inicio del libro estaba “la ecuación $a + x = b$ ” y enseguida encuentro esto:

Categoría I: Esta categoría contiene las cláusulas que expresan emociones o sentimientos de frustración y tranquilidad del narrador causadas por acciones de los estudiantes, algunas de estas cláusulas describen la acción de los estudiantes y están antes o después de una cláusula A o D. Por ejemplo,

Cláusula 28: me sentía frustrada con el silencio que había en los estudiantes y sus caras de desconcierto y por un momento pensé en escribir la expresión $2x$ en el tablero y decirles que era eso lo que representaba el doble de un número

Cláusula 251: y yo no sabía si llorar o reír,

Categoría J: Esta categoría contiene las cláusulas que expresan emociones o sentimientos del narrador causadas por acciones realizadas por él mismo. Por ejemplo,

Cláusula 126: Eso me preocupó porque no sabía cómo enseñarlo y creí que las estrategias que usé en las clases con mis estudiantes no fueron suficientes ni buenas.

Categoría K: Estas cláusulas refieren a las intenciones del narrador lo que él quería obtener de los estudiantes o de acciones propias. Por ejemplo,

Cláusula 59: yo quería encontrar ejemplos de actividades de generalización. Esperaba encontrar un ejemplo en el que la generalización fuera una expresión algebraica

Cláusula 157: Esperaba que me escribieran algo como: Si p es impar, la flor tiene p pétalos y si p es par, la flor tiene $2p$ pétalos. ¡Pero no! Ellos escribieron tal cual como lo dijeron “un número impar da el mismo número de pétalos y si no pues el doble”.

Categoría L: Estas cláusulas realizan una descripción del narrador o su relación con el contexto en donde se encuentra durante el relato. Por ejemplo,

Cláusula 65: Yo ingresé en la jornada de la tarde pero orientaba dos cursos de la jornada mañana.

Categoría M: Esta categoría contiene las cláusulas que expresan la lectura que hace el protagonista de las emociones o sentimientos de los estudiantes causados por acciones realizadas por él o por ellos mismos. Por ejemplo,

Cláusula 161: cuando vi sus caras sentí como si les hubiera preguntado por la demostración de la conjetura de Goldbach,

Cláusula 280: Ellos aprobaron muy contentos porque funcionaba lo que habían encontrado.

Categoría N: Se hace una breve descripción del desarrollo de la clase. Por ejemplo,

Cláusula 144: Yo llegaba a clase les explicaba un tema. Por ejemplo, razones trigonométricas, resolvía algunos ejemplos y luego planteaba un ejercicio verbal, de esos que hay en todo libro “Un faro que se encuentra a tantos metros del puerto... ¿cuál es el ángulo de...?” Había que hacer un dibujo para representar la situación y luego se convertía en un ejercicio de razones trigonométricas.

Cláusula 153: Efectivamente la generalización estaba muy sencilla y en diez minutos se terminó la clase que había planeado,

Categoría O: Esta categoría contiene las cláusulas que expresan emociones o sentimientos del narrador causadas por personas que intervienen en el relato diferentes a los estudiantes o por su relación con el entorno. Por ejemplo,

Cláusula 116: Después de que me contestó me arrepentí, no debí preguntarle eso, no debí hablar, ni meterme en esa conversación, me sentí juzgada por mi ignorancia.

Cláusula 128: Cuando recibí mi carga nuevamente pensé que el problema de pasar del lenguaje retórico al algebraico no era mi asunto por ese año, me sentí tranquila y asocié únicamente séptimo con números enteros y décimo funciones trigonométricas.

Categoría P: Estas cláusulas narran el encuentro con compañeros, colegas u otros. Por ejemplo,

Cláusula 112: me invitaron a sentarme junto a ellos, estaban hablando de lo que hacían en sus clases y había dos profesoras de matemáticas que contaban sus experiencias y las actividades que hacían en el aula.

Categoría Q: Esta categoría contiene las cláusulas que manifiestan incertidumbre, desconocimiento o confusión del docente para dar una explicación. Por ejemplo,

Cláusula 93: Para mí era fácil resolverla y era una ecuación sencilla, pero era tan difícil de explicar a estudiantes de grado sexto

Anexo 4. Subcategorías narrativa intelectual de Ana

Contexto (C): Las cláusulas de esta categoría describen situaciones, lugares, condiciones o recursos en donde se ubica el protagonista en el momento de la narración. Así, las descripciones que se realizan en estas cláusulas son entorno a:

A: Formación académica del protagonista, los lugares donde estudió y qué estudio

Por ejemplo:

Cláusula 1: Después de graduarme como bachiller de un Colegio Técnico Comercial inicié mi formación profesional en la Universidad Nacional de Colombia,

B: Descripción de asignaturas, planes de estudio o actividades realizadas en el aula

Cláusula 30: Debía graficar una función racional, que no recuerdo exactamente planes cuál era, pero sé que tenía discontinuidad en un punto y una asíntota vertical.

C: Descripción de situaciones familiares o personales en la que se encuentra el protagonista

Cláusula 138: Ese semestre comencé a tener problemas con mi salud, inicié el proyecto de grado de la licenciatura, así que prioricé mi estudio.

D: Descripción de situaciones económicas y sociales del protagonista

Cláusula 141: vivo en un municipio aledaño a la ciudad de Bogotá, debía estar a las 6:30 a.m. en la estación de la 127 para caminar y llegar a tiempo al colegio, cuando no lograba llegar a esa hora debía coger bus adicional o taxi y eso implicaba caminar al salir del colegio hasta la universidad más o menos 50 cuadras, cuando teníamos tiempo caminaba junto a Diana, mi compañera de tesis de la licenciatura, de prácticas, mi gran amiga, cuando no pedíamos rebaja en los buses.

Gustos, afinidades, aptitudes (G): Las cláusulas que pertenecen a esta categoría refieren a atributos del protagonista, sus gustos, afinidades y descripciones de su personalidad

A: Gustos, habilidades y afinidades académicas

Cláusula 2: recuerdo que durante mi bachillerato siempre afirmaba que no quería estudiar algo que estuviera relacionado con las matemáticas, no me gustaban a pesar de que se me facilitaban

B: Cualidades del autor y antecedentes, virtudes y aptitudes del protagonista

Cláusula 153: no era común verme llorar, era difícil conmovirme hasta tal punto

Percepciones académicas (P): En esta cláusula se encuentran las percepciones del protagonista de sus objetos de estudio, desde sus experiencias y su formación académica

A: Percepción que tiene el protagonista de qué son las matemáticas

Cláusula 3: Esa apatía que tenía a las matemáticas probablemente era porque la veía como una serie de pasos que conducían a un resultado exacto, no había cómo dar una opinión personal con lo que se podía hallar, además me resultaba muy fácil seguir una serie de algoritmos en casos diferentes para resolver un ejercicio, no había nada novedoso en eso.

B: Percepción que tiene el protagonista de qué es enseñar matemáticas

Cláusula 49: Tal vez por esta razón consideraba que enseñar matemáticas era repetir algoritmos que otros habían hecho y explicarlos, era algo así como repetir lo que estaba escrito en algún libro pero con las palabras del profesor y

C: percepción que tiene el protagonista de qué es aprender matemáticas

Cláusula 180: y el aprendizaje de las matemáticas refería a desarrollar competencias matemáticas. Es decir, si el estudiante lograba formular y resolver problemas, comunicar, razonar y modelar había aprendido matemáticas

D: percepción que tiene el protagonista de las matemáticas escolares y educación matemática o de algunos conceptos específicos de la educación matemática como el cambio de registro

Cláusula 178: muy distinto a las matemáticas escolares a las que consideraba estaban limitadas por un currículo que no permiten comprender el significado de los objetos matemáticos que se estudian en el aula.

E: percepción del significado de reflexión sobre la práctica docente para el protagonista

Cláusula 208: entendía la reflexión como esa interacción permanente entre lo que se piensa y lo que se ejecuta, luego remitiéndome a Godino comprendí que cuando reflexionamos sobre lo que está implícito en nuestras acciones y lo hacemos explícito, lo criticamos, las reestructuramos y las aplicamos en una acción futura estamos reflexionando sobre nuestra práctica docente. Godino también propone que una forma de hacer esa reflexión es analizando las preparaciones de clase y el diseño de unidades didácticas, era algo diferente a las fuentes estudiadas que centraban su atención en acciones del estudiante.

Decisiones (D): En esta categoría están las cláusulas en las que el protagonista narra sus decisiones en relación con su formación académica y el encuentro con los otros

A: Decisiones académicas, qué estudiar, que no estudiar, qué hacer cuando comprendía o no

Cláusula 4: Alguna vez a punto de terminar el colegio escuché la profesión: “Químico Farmacéutico” así que pregunté de qué trataba y dejándome llevar por la primera impresión que tuve decidí que yo quería ser química farmacéutica,

B: Decisiones como respuesta a su encuentro con los otros o a acciones realizadas por ella misma

Cláusula 24: desmotivada decidí no estudiar antes de clase y asistía a escuchar hablar y hablar al profesor sin comprender mucho de lo que decía.

Encuentro con lo otro (A): Estas cláusulas describen cómo es la relación del protagonista con su entorno académico así como las reacciones que tiene el protagonista con esas relaciones

A: Relación con las matemáticas, con las clases de matemáticas, cómo percibe el protagonista las clases de matemáticas que recibe

Cláusula 9: fui a las primeras clases del curso y no entendía absolutamente nada.

B: Relación con los documentos que lee, actividades realizadas, cómo influye la percepción de sus saberes cuando se encuentra con algún autor

Cláusula 214: Pero Font también plantea una teoría de la enseñanza como los medios para facilitar el aprendizaje

C: Reacciones que tiene el protagonista durante y fuera de las clases que recibe por situaciones o tareas que se presentan en el aula

Cláusula 107: Nuevamente para mí en ese momento fue más importante el aspecto matemático de la actividad que el mensaje que pretendía dejarnos el profesor y durante esas vacaciones dediqué el estudio de ese sistema que para mí era desconocido, llené un cuaderno de ejercicios, de procedimientos y conjeturas matemáticas

Atributos de los otros (O): En esta categoría se describen atributos de otros personajes involucrados en la narrativa del profesor desde la perspectiva del profesor que se narra

A: Descripción particular de los profesores de matemáticas que tuvo la protagonista

Cláusula 60. Los profesores estaban prestos para resolver nuestras dudas de manera cordial,

B: Descripción de los profesores a partir de versiones de compañeros del protagonista y que la protagonista relata (la configuración que hace de otros personajes a partir de las versiones de otros)

Cláusula 65 : Él, era un profesor muy respetado, los compañeros de otros semestres se referían a él como un profesor excelente con gran conocimiento matemático que ponía ejercicios complejos que a veces sólo él podía resolver,

C: describen atributos o cualidades de los compañeros de la protagonista

Cláusula 79: Claro, muchos de mis compañeros contaban con internet en sus casas, algunos copiaban las demostraciones que encontraban aún con errores y sin entenderlas, otros se orientaban con esas demostraciones que encontraban en la red.

Consecuencias por decisiones (R): En esta categoría se encuentran las cláusulas que manifiestan las consecuencias de las acciones y decisiones tomadas por el profesor que se narra

Cláusula 16: obviamente me iba terrible porque no los resolvía,

Situaciones del aula (S): En esta categoría se describen los hechos del aula, las acciones realizadas por los participantes

A: Acciones de los docentes

Cláusula 28: Recuerdo una clase en que el profesor me pasó al tablero, a pesar de que le dije que no pasaba, después de burlas que realizó y afirmaciones como – históricamente los hombres son los que han sobresalido en las ciencias –

B: Acciones de los compañeros de clase del protagonista

Cláusula 33: mis compañeros tratando de ayudarme hacían la gráfica en el aire con los dedos

C: Acciones del protagonista

Cláusula 17: trataba de replicar lo que veía de lejos en las hojas de mis compañeros y ¡claro! Mi visión no es excelente para alcanzar a ver los números que ponía mi compañero en su hoja de examen. Así que si veía una gráfica, sin importar cómo fuera, yo realizaba un plano cartesiano en mi hoja, pintaba alguna curva y escribía algunos números.

Emociones negativas del protagonista (F): Las cláusulas de esta categoría describen los momentos en que el protagonista siente dolor, impotencia, frustración e inseguridad

A: como resultado de acciones propias

Cláusula 109: tal vez podía describirlo con mis palabras pero sentía inseguridad de escribirlo.

B: como respuesta a acciones de otros

Cláusula 64: Yo veía sus caras y me recordaba a mí semestres antes, esa sensación de compasión con ellos e impotencia de no poder decir nada.

C: como respuesta al estudio de documentos, actividades, o situaciones

Cláusula 121: Mientras estudiábamos esas categorías yo veía las caras de mis compañeros muy naturales pero en mí había angustia porque enseñar no resultaba ser eso que pensaba,

Encuentro con los otros (e): En esta categoría las cláusulas relatan la interacción o el encuentro del protagonista con otros en lugares diferentes al aula de clase, describe también cómo es su relación con los demás

A: Encuentro con familiares

Cláusula 38: pero en el momento de la inscripción mi madre me pregunto: – ¿Química o Matemáticas? A usted le fue mal en matemáticas debería inscribirse a esa para entender lo que no ha entendido –

B: Encuentro con los compañeros

Cláusula 20: con mis compañeros no hablaba mucho, con pocos entablé una buena relación, hablábamos, almorzábamos, estudiábamos otras materias pero nunca aceptaba ir a estudiar Matemáticas porque no me gustaba.

C: Encuentro con los profesores

Cláusula 133: Me convencí de esa idea hasta que en una ocasión hablando con el profe Jhon Jairo y la profe Lina les mencioné que a mí antes no me gustaban las Matemáticas y que tampoco me gustaba la idea de enseñarlas, por supuesto que mentí y les dije que eso era en tiempo pasado y que ya le había cogido cariño a ambas cosas, el profe Ávila asombrado dijo “es muy raro porque en los cursos que te orienté te iba bien en Matemáticas, porque te gustaba” pero la profe Lina intervino diciendo “La habilidad y el gusto no siempre están juntos, yo puedo cocinar rico pero no me gusta cocinar. No lo hago todos los días, si lo hiciera todos los días cocinaría sin ganas, dejaría de hacerlo o no lo haría bien”

Emociones positivas del protagonista (t): Esta categoría relata los momentos en donde el protagonista manifiesta alegría, alivio, tranquilidad

A: Encuentro con otros o el recuerdo de otros

Cláusula 41: y sólo me daba alegría recordar a la profe Franci,

B: Acciones propias

Cláusula 45: Reconozco que me llenaba de alegría cuando pasaba cada examen y finalmente la entrevista, aunque no quería ser profesora de Matemáticas me dio alegría haber sido admitida

Observaciones y juicios (x): Las cláusulas de esta categoría narran reflexiones, preguntas, observaciones y juicios que hace el protagonista

A: Por hechos pasados desde el presente

Cláusula 67: Probablemente los compañeros que salieron ese semestre de la Licenciatura, así como yo cuando hacía la anterior carrera, sí teníamos talento y no estábamos perdiendo el tiempo. Tal vez estábamos en el tiempo indebido con personas inapropiadas.

B: Por hechos pasados desde el momento narrado

Cláusula 84: Mientras cogía cariño a las matemáticas pensaba ¿por qué mis profesores del colegio no me enseñaban de esta forma?

C: Por hechos que ocurren en el momento narrado desde el mismo

Cláusula 123: Intenté tranquilizarme pensando que eso era para problemas aditivos y multiplicativos y era algo que los profesores de primaria debían estudiar con más detenimiento, pero pensaba levemente que podía existir una clasificación no solo de problemas aditivos y multiplicativos.

D: Interrogantes que surgen en el momento narrado

Cláusula 203: En mí seguía la inquietud de en qué se diferenciaba lo que pretendíamos hacer a lo que habían hecho otros.

Anexo 5. Comparación de subcategorías entre narrativas de Alba

Categoría	Subcategorías narrativa profesional temática		Subcategorías narrativa intelectual autobiográfica	
Información del contexto del protagonista	Ambiente escolar	3	Estudio universitario	31
	Factores externos de las instituciones	4	profesional	15
	Características personales	6	recuerdos Familiares	23
	Materias y/o grados	11	asignaturas	6
	Textos escolares	7		
	Ubicación Espacial	5		
	Ubicación Temporal	8		
Toma de decisiones	Actividades en clase	28	Decisiones frente a la gestión docente	13
	Contenidos matemáticos	10		
	Problemas	6		
	Uso de expresiones algebraicas	5		
	Expresiones del docente	17		

	Interpretación de acciones de estudiantes	35		
			Decisiones de Estudio	15
			Decisiones personales	5
			Influencia del contexto	5
			Influencias familiares	12
Evolución o Cambio	Encuentro con otro	11	Diálogos opuestos	6
			Diálogos que suscitaron reflexión	8
	primeras experiencias en la práctica docente	3	Nuevos aprendizajes durante la práctica docente	10
	Intentos de transformación de la práctica docente	32		
	Nuevos aprendizajes	22	conocimientos didácticos nuevos	35
Reconocimiento personal			11	
			Ambiente laboral	4

Evaluación o juicio	Conocimientos propios	5	conocimientos adquiridos	30
			Decisiones	8
	Currículo	7	documentos curriculares	6
	Textos	16		
	Formación	3	educación recibida	16
	Actividades en clase	10	gestión docente	18
	Rol estudiante	3	papel estudiante	8
	Sentimientos internos	8	sentimientos	20

Anexo 6. Categorización de cláusulas narrativa profesional temática de

Ana

Cláusulas																	
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
4	9	3	189	20	2	1	201	6	16	21	49	65	106	46	68	110	54
10	11	5	196	23	64	17	208	8	24	27	59	67	161	90	70	112	93
12	14	7	202	35	66	18	210	56	28	30	120	113	182	99	115	114	94
15	19	13	203	37	129	32		74	43	41	147	121	236	103	116	117	98
29	22	25	215	83	132	60		76	47	44	157	123	280	105	118	138	
33	26	38	218	87	194	62		140	53	79	179	124	72	135	128	146	
42	31	40	220	89	207	63		152	101	107	262	127		144	139	234	
51	34	45	221	96	209	69		216	155	126		130		145	150	235	
52	36	48	223	154	211	78		242	177	159		137		153	247	241	
81	39	50	227	164	213	80			188	183		142		186		246	
85	82	55	230	172		91			251			195		191			
184	84	57	233	174		100						200		228			
187	86	58	238	176		102						205		244			
199	88	61	239	178		104						206					
204	95	71	243	185		108						259					
226	97	73	248	197		119											
229	156	75	249	219		122											
231	160	77	256	224		125											
245	163	109	258	257		131											
250	166	133	260	271		134											
252	171	136	263	273		169											
253	173	141	265	277		190											
255	198	143	267	278		192											
264	222	148	274	285		193											

269	225	149	275			212											
276	254	151	279			214											
282	266	158	286			217											
283	268	162	92			237											
	270	165	232			240											
	272	167				261											
	281	168				287											
	284	170				288											
		175															
		180															
		181															
28	32	64		24	10	32	3	9	11	10	7	15	6	13	9	10	4

Anexo 7. Categorización de cláusulas narrativa intelectual de Ana

Categorías																
Verde: Respuesta a los sucesos				Morado: Matriz emocional				Rojo: Situaciones del aula								
Azul: Relación con su entorno				Rosado: Ubicación				Amarillo: percepciones académicas								
Subcategorías																
A: Encuentro con lo otro				F: Emociones negativas del protagonista				R: Consecuencias por decisiones del aula								
C: Contexto				G: Gustos, afinidades y aptitudes				S: situaciones del aula								
D: Decisiones				P: Percepciones académicas				T: Emociones positivas del protagonista								
E: Encuentro con los otros								O: atributos de los otros								
								X: Observaciones y juicios								
Categoría	Cláusulas												Total			
A	A	9	13	57	70	102	108	118						7	20	
	B	125	214											2		
	C	53	78	83	103	107	157	187	196	212	215	217		11		
C	A	1	6	37	46	117	136	182	191					8	38	
	B	8	30	47	85	88	93	95	97	119	126	145	186	192		193
	C	194	198	200	202	204	211									20
	D	62	112	138	140	142	169	170								7
D	A	80	141	151										3	8	
	B	4	110											2		
E	A	11	15	22	24	39	144							6	9	
	B	38	150	155										3		
	C	20	59											2		
F	A	19	133	171	173									4	14	
	B	32	109	113										3		
	C	36	64	135	139	147	152	165	168					8		
X	A	121	149	154										3	25	
	B	51	67	92	94	98	100	101	114	115	116	120	124	176		195
	C	199	207	216												17
	D	84	96													2
G	A	123	132	143	210									4	21	
	B	201	203											2		
P	A	2	5	40	44	55	58	81	86	89	91	128	131	183	185	27
	B	7	10	27	87	153	156	184						7		
P	A	3	12	48	82	177								5	27	
	B	49	122	129	130	179	181	222	224					8		
	C	50	180	213	220	223								5		
	D	61	127	178	197	219	221							6		
	E	205	208	218												3

T	A	41	174	175											3	4	
	B	45											1				
O	A	14	25	42	43	60	66	90	134	137						9	11
	B	65											1				
	C	79											1				
S		23	26	28	35	52	54	56	63	68	72	74	99	104	105		
	A	106	111	146	148	158	160	162	164	166	188	206	209			26	44
	B	33	69	76	189											4	
	C	17	29	31	34	71	73	75	77	159	161	163	167	172	190	14	
R	A	16	18	21											3		
TOTAL												22	224				
												4					

Anexo 8: Comparación de categorías de las narrativas de Alba

