

MATHGAME: ACERCAMIENTO AL PROCESO DE GENERALIZACIÓN A TRAVÉS
DE UN VIDEOJUEGO

LUIS CARLOS CARDONA HERNÁNDEZ
CARLOS DAVID GUEVARA BORRÁS

DEPARTAMENTO MATEMÁTICAS
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
BOGOTÁ

2017

MATHGAME: ACERCAMIENTO AL PROCESO DE GENERALIZACIÓN A TRAVÉS
DE UN VIDEOJUEGO

LUIS CARLOS CARDONA HERNÁNDEZ

19998240004

CARLOS DAVID GUEVARA BORRÁS

2006240031

Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Director de trabajo de grado

CAMILO SUA FLÓREZ

Magister en Docencia de la Matemática

Magister en Tecnologías de la Información Aplicadas a la Educación

DEPARTAMENTO MATEMÁTICAS

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

BOGOTÁ

2017

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN-RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Mathgame: acercamiento al proceso de generalización a través de un videojuego
Autor(es)	Cardona Hernández, Luis Carlos; Guevara Borrás, Carlos David
Director	Súa Flórez, Camilo
Publicación	Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional. 2017. 90 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	ÁLGEBRA, GENERALIZACIÓN, GEOMETRÍA, MATEMÁTICAS, M-LEARNING, PATRONES GEOMÉTRICOS, SECUENCIAS, VIDEOJUEGOS.

2. Descripción
Trabajo de grado en el cual se propone el diseño de una aplicación para Android (videojuego), permitiendo a los usuarios (jugadores) el reconocimiento de patrones para facilitar la transición de la aritmética al álgebra y en particular la generalización, aprovechando la integración del uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación a la educación y en especial los nuevos modelos de enseñanza. Para ello se ha utilizado el Smartphone (m-Learning), haciendo uso de los recursos que estos nos brindan (táctil, micrófono, cámara...), resaltando algunas características como: la posibilidad de portabilidad, la conectividad en cualquier momento y lugar, la accesibilidad, la inmediatez de las comunicaciones y las posibilidades de participación colaborativa.

3. Fuentes
Entre las fuentes más relevantes para la construcción del trabajo de grado se encuentran: Almenara, J. C. (2007). Las necesidades de las TIC en el ámbito educativo: oportunidades, riesgos y necesidades. <i>Tecnología y comunicación educativas</i> , 21(45), 5-19. Baelo Álvarez, R., & Cantón Mayo, I. (2009). Las tecnologías de la información y la comunicación en la educación superior. Estudio descriptivo y de revisión. <i>Revista Iberoamericana de Educación</i> , 50(7), 3-0. Brito, J. G., & Rivero, M. E. (2014). El proceso de producción en la construcción de ambientes

virtuales de enseñanza, aprendizaje y comunicación: indicadores para evaluar su calidad. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 5(8), 18-28.

Burgos, J. V. (2010). Aprendizaje móvil: El potencial educativo en la palma de la mano. J.V. Burgos y A. Lozano (Coords), *Tecnología educativa y redes de aprendizaje de colaboración retos y realidades de innovación en el ambiente educativo*. Distrito Federal, México: Trillas.

Cabero Almenara, J. (2007). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación* (No. C10-40). McGraw-Hill.

Cabrera, A. M. C. (2006). Impacto de las TIC en la educación: un acercamiento desde el punto de vista de las funciones de la educación.

Cañadas, M. C., Castro, E., & Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3° y 4° de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 2(3), 137-151.

Castro, E. (2013). Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales: estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años).

Martínez, E. C., Romero, L. R., & Albaladejo, I. R. (1997). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 15(3), 361-371.

Conde González, M. Á. (2007). *mLearning, de camino hacia el uLearning*.

Espinosa, L. P., & Pérez, F. C. (1988). *Problemas aritméticos escolares. Síntesis*.

Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 32(1), 199-219.

FONT, J. M. M., MENESES, E. L., & REGAÑA, C. B. EL PROFESOR UNIVERSITARIO EN LA SOCIEDAD DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN.

Graells, P. M. (2000). *Las TIC y sus aportaciones a la sociedad*. Departamento de pedagogía aplicada, facultad.

Haag, S., Cummings, M., & Dawkins, J. (1998). *Management information systems for the information age*. McGraw-Hill.

Humanante Ramos, P. R., García-Peñalvo, F. J., & Conde-González, M. Á. (2016). PLEs en contextos móviles: Nuevas formas para personalizar el aprendizaje.

Ibáñez, J. S. (2004). *Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria*.

Learning, M. (2009). *Análisis Prospectivo de las Potencialidades Asociadas al Móvil Learning*, ISEA S. Coop.

- Ley 1341, 2009. Ministerio de Tecnologías de la Información y la Comunicación. Colombia.
- Lins, R., & Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: The current state of the field. In *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12 th ICMI Study* (pp. 45-70). Springer Netherlands.
- Luz, C. G. M. (2014). *Educación y tecnología: estrategias didácticas para la integración de las TIC*. Editorial UNED.
- Martínez Caro, E. (2008). E-learning: un análisis desde el punto de vista del alumno.
- Martínez, H. A. V., Moreno, F. J. T., & Miranda, C. A. L. (2010). Aprendizaje ubicuo en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Estudios Culturales*, (5), 123-136.
- Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1999). *Raíces del álgebra/Rutas hacia el álgebra*. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria.
- Montoya, M. S. R. (2008). Dispositivos de mobile learning para ambientes virtuales: implicaciones en el diseño y la enseñanza. *Apertura*, 8(9), 82-96.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards* (Bright, George W., & Litwiller, Bonnie, eds.). Reston, VA.
- O'Malley, C., Vavoula, G., Glew, J. P., Taylor, J., & Sharples, M. (2005). *Guidelines for Learning/Teaching/Tutoring in a Mobile Environment*. Retrieved 7 July, 2009, en http://www.mobilelearn.org/download/results/public_deliverables/MOBILearn_D4.1_Final.pdf.
- Orellana, D. M. (2007). *Incorporación de las Tecnologías de la Información y Comunicación en la Formación Inicial del Profesorado. Estudio de Caso UPNFM, Honduras*. Universidad de Salamanca (Doctoral dissertation, Tesis doctoral inédita).
- Orton, A. (1996). *Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula* (Vol. 14). Ediciones Morata.
- Pereira, A. M. M. (2014). El proceso productivo del videojuego: fases de producción/The production process of the game: production phases. *Historia y Comunicación Social*, 19, 791.
- Pineda, L. A. S., & Reyes, J. E. Q. (2015). Evaluación formativa para entornos virtuales en áreas de bases de datos [Formative evaluation for virtual environments in the areas of databases]. *Ventana Informática*, (32).
- Pinkwart, N., Hoppe, H. U., Milrad, M., & Perez, J. (2003). Educational scenarios for cooperative use of Personal Digital Assistants. *Journal of computer assisted learning*, 19(3), 383-391.
- Pulgarín, J. A. *Generalización de patrones geométricos: proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9-12 años* (Doctoral dissertation, Universidad

Nacional de Colombia-Sede Medellín).

Reverón, A. M. F. (2010). La Red en el móvil. Edita: Fundación Telefónica Patronato de Fundación Telefónica, 83, 43.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. pna, 4(1), 1-14.

ROMÁN, D. M. C., & TORRES, J. M. S. (2012). La educación a distancia y el e-learning en la sociedad de la información: una revisión conceptual. Revista UIS Ingenierías, 10(1).

Rubio, M. J. (2003). Enfoques y modelos de evaluación del e-learning.

Rosas, P. (2005). La Gestión de Ambientes Virtuales de Aprendizaje en los Posgrados de la U de G. Tecnologías para Internacionalizar el Aprendizaje, 63-75.

Sandoval, M. S. Á., Ruvalcaba, C. L., & González, J. L. (2015). LA GENERALIZACIÓN DE PATRONES CUADRÁTICOS: UN ESTUDIO CON ALUMNOS DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS. CULCyT, (41).

Sharples, M. (2005). Learning as Conversation: Transforming Education in the Mobile Age. Proceedings of Seeing, Understanding, Learning in the Mobile Age, Budapest, April 28-30, 2005, 147-152.

Sigalés, C. (2004). Formación universitaria y TIC: nuevos usos y nuevos roles. RUSC. Universities and Knowledge Society Journal, 1(1).

Trujillo, P. A., Castro, E., & Molina, M. (2009). Un estudio de casos sobre el proceso de generalización.

Vosloo, S. (2013). Aprendizaje móvil y políticas-Cuestiones clave. Francia: UNESCO. Recuperado de <http://www.unesco.org/new/es/unesco/themes/icts/m4ed/publications>.

4. Contenidos

El trabajo de grado está compuesto por seis capítulos diseñados de la siguiente manera:

En el primero de ellos, se realiza una introducción donde se expone la importancia de los avances tecnológicos en la actualidad, la incursión de las Tecnologías de la Información y la Comunicación destacando los aportes de la misma a la educación, además de describir algunas de las potencialidades del dispositivo móvil con sistema operativo Android.

En el segundo capítulo, se realiza la argumentación del trabajo de grado, validando la importancia del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la educación, haciendo uso de una herramienta de gran trascendencia como lo es el Smartphone, permitiendo ser el medio para el desarrollo de la aplicación. Además de presentar el cómo iniciamos la búsqueda, selección y

clasificación de información, teniendo en cuenta diferentes temas que se querían abordar y eran necesarios para el diseño de la aplicación, lo cual permitió filtrar la información, revisarla y tomar lo más relevante para nuestro trabajo de grado.

En el tercer capítulo, se encuentra el marco teórico, donde se enfatiza en las TIC, haciendo un pequeño repaso sobre los fundamentos de la tecnología educativa, la evolución sufrida por esta disciplina en función de la evolución tecnológica y la aparición de nuevas herramientas y nuevos recursos; luego se hace referencia a educación virtual para que de esta manera ampliar de alguna forma el concepto y saber cómo ha sido la evolución de esta, las ventajas y desventajas que resultan a través de la implementación de estas nuevas metodologías, después trata de lo que es un videojuego, la historia e implementación en los contextos educativos y por último el reconocimiento de patrones, donde iniciamos un proceso de búsqueda y lectura de artículos, libros y tesis doctorales, con el fin de conocer algunas investigaciones realizadas sobre los temas de generalización, patrones, álgebra, y la transición de la aritmética al álgebra.

Para el capítulo cuarto, se da la explicación del proceso realizado para el diseño de la aplicación teniendo en cuenta las bases que nos arrojaron el marco teórico, además de profundizar en la estructura interna y las bases teóricas de la aplicación, detallando aquellos otros elementos que estarán presentes en el proyecto tales como: el acopio de los datos del estudiante que utilice la aplicación o del grupo participante y la estructura utilizada para la elaboración de la evaluación.

En el capítulo quinto, se presenta cómo fue el proceso para el diseño del software de la aplicación, cuyo objetivo es el acercamiento a la generalización por medio del reconocimiento de patrones. Utilizando el dispositivo móvil con sistema operativo Android por la cantidad de recursos que este nos brinda, permitiendo potencializar el tipo de juegos, tareas y actividades acerca de la generalización y el reconocimiento de patrones.

Finalmente en el último capítulo se dan a conocer las conclusiones derivadas del trabajo realizado y los objetivos propuestos.

5. Metodología

El primer paso fue indagar en tesis de pregrado y revistas científicas acerca de los conceptos teóricos sobre la generalización y el reconocimiento de patrones, luego se dio paso a las

elaboracion de la arquitectura del software teniendo en cuenta, los recursos brindados por el hardware utilizado y los constructos teoricos que habiamos recabado en la literatura encontrada, para asi elaborar tareas y ejercicios que alimentaran nuestra aplicacion , en seguida nos dimos a la labor de investigar y disenar el sistema de acopio teniendo en cuenta los recursos que nos brinda las TIC y por ultimo nos centramos en el sistema de evaluacion que permitiera de alguna forma ver el avance de el jugador acerca del reconocimiento de patrones y el acercamiento a el proceso de generalizacion teniendo en cuenta los datos que la aplicacion habia recolectado.

6. Conclusiones

Algunas de las conclusiones de este trabajo son:

- El proceso de diseño de una aplicación se enmarca un gran número de factores, los cuales deben considerarse al iniciar del proyecto, en esta medida, se determina que la elaboración debe corresponder con las capacidades y limitaciones del desarrollo del software, dado que se pueden plantear funcionalidades que sobre el papel son viables pero que dejan de serlo en la virtualización.
- Se evidencia que no existen referentes similares a la aplicación diseñada en cuanto a al objeto matemático trabajado (reconocimiento de patrones), en este sentido se puede pensar que los docentes no se han involucrado en gran medida al desarrollo de materiales digitales para dispositivos móviles que beneficien el acercamiento inicial al algebra.
- Al momento de realizar el proceso evaluativo, se presentaron muchos inconvenientes, ya que no existe literatura que especifique como es el proceso de evaluación en un ambiente virtual de un videojuego, encontrando que lo existente se basa en e-Learning y b-Learning, y por otro lado el proceso de evaluación de lo teórico nunca permite una virtualización total del proceso dado que se necesita involucrar el lenguaje verbal y gestual presente en el momento analizar la actividad

Elaborado por:	Cardona Hernández, Luis Carlos; Guevara Borrás, Carlos David
Revisado por:	Súa Flórez, Camilo

Fecha de elaboración del Resumen:	24	07	2017
--	----	----	------

Contenido

INTRODUCCIÓN	14
JUSTIFICACIÓN	18
Objetivo General:	20
Específicos:	20
2.1 Antecedentes	20
MARCO TEÓRICO	34
3.1.1 Cambios en la educación con el uso de las TIC.....	37
3.1.2 Cambio en el rol del profesor	38
3.1.3 Cambio en el rol del estudiante.....	39
3.1.4 Cambio en las metodologías	39
3.1.5 Ventajas y desventajas	39
3.1.5.1 Para el profesor	39
3.1.5.2 Para el estudiante.....	40
3.2 M-Learning	43
3.3 Los Videojuegos.....	51
3.4 Reconocimiento De Patrones	55
METODOLOGÍA	65
4.1 Revisión literaria	65
4.2 Diseño de la aplicación	67
4.3 Niveles de dificultad.....	69
4.4 Acopio de datos.....	70
4.5 Evaluación.....	70
DESARROLLO DEL SOFTWARE	74

5.1 Patrones	74
5.2 Nivel de complejidad de las representaciones.....	77
5.3 Tareas	80
5.4 Actividades.....	82
5.5 Evaluación.....	89
CONCLUSIONES	93
BIBLIOGRAFÍA.....	95

TABLA DE GRÁFICAS

Gráfica 1: Secuencia icónica	72
Gráfica 2: Secuencia geométrica.....	72
Gráfica 3: Secuencia icónica (nivel fácil)	78
Gráfica 4: Secuencia icónica (nivel medio)	78
Gráfica 5: Secuencia icónica (nivel difícil).....	78
Gráfica 6: Secuencias puntuales (nivel fácil).....	79
Gráfica 7: Secuencias puntuales (nivel medio)	79
Gráfica 8: Secuencias puntuales (nivel difícil).....	79
Gráfica 9: Secuencias geométricas (nivel fácil).....	80
Gráfica 10: Secuencias geométricas (nivel difícil).....	80
Gráfica 11: Resultados por mundos	91
Gráfica 12: Resultados individuales por tipo de ejercicio.....	92

TABLA DE DIAGRAMAS

Diagrama 1: Características del m-Learning.....	48
Diagrama 2: Niveles de generalización (Godino et. al., 2014)	61
Diagrama 3: Estructura del juego.....	89
Diagrama 4: Matriz de evaluación	91

TABLA DE TABLAS

Tabla 1: Relación Hardware y software de TE	37
Tabla 2: Ventajas y desventajas para el profesor.	39
Tabla 3: Ventajas y desventajas para el estudiante.	40
Tabla 4: Niveles de algebrización	61
Tabla 5: Tipo de patrones pictóricos	63
Tabla 6: Secuencia geométrica.....	63

Tabla 7: Tipo de patrones puntuales	64
Tabla 8. Código QR para descargar el juego.....	67
Tabla 9: Rasgos característicos de los niveles de razonamiento algebraico elemental	83
Tabla 10: Elementos del videojuego	83
Tabla 11: Tipo de tarea y recurso usado del Smartphone	85
Tabla 12: Tipos de juego.....	88

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, hemos sido beneficiados con los avances continuos en la tecnología, dando así nuevas formas de acceder, utilizar, trabajar y comunicar el conocimiento, de igual forma también se han diversificado las maneras en las que nos relacionamos e interactuamos ya sea para nuestras labores diarias o nuestros momentos de tiempo libre. Adicionalmente, los entornos multimedia se ajustan de manera versátil, dinámica e interactiva a las necesidades de la comunidad a favor de mediatizar el conocimiento en un escenario de globalización de la información (Builes, 2016). Colombia no es ajena a estos cambios de paradigmas sociales y eso sumado la diversificación de precios de los equipos electrónicos que nos permite acceder estos avances tecnológicos, ha hecho posible que estas tecnologías cada vez sean más accesibles a la población y en especial al conjunto de estudiantes, de esta manera se logran potencializar las prácticas educativas (Gerónimo y Rocha, 2007). Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), han logrado cambios educativos, es así como se vienen formulando nuevas alternativas de enseñanza y aprendizaje, orientadas a transmitir el conocimiento de manera dinámica (Saidu et al., 2014).

Es por ello, que la sociedad necesita y exige un cambio a nivel educativo tanto de cobertura como de calidad, dado que la enseñanza tradicional de la matemática en el tablero, cansó tanto a los estudiantes como a los maestros, estas nuevas prácticas tienen la obligación de ser más interesantes para las generaciones actuales, teniendo en cuenta que el periodo de permanencia en una institución educativa es relativamente corto frente a los largos periodos que duran conectados a las redes, debido al avance de las nuevas tecnologías, al respecto, Darnton (2010) señala a esta generación como la generación “nacida en la era digital” esta: “siempre está conectada”, hablando por el teléfono móvil, enviando mensajes o creando redes dentro de realidades auténticas o virtuales.

Los dispositivos móviles con tecnología Android son un tipo de tecnología de comunicación que está presente en nuestra sociedad actual y que cada vez se acercan más a pequeños ordenadores portátiles. Estos dispositivos dejaron hace tiempo de ser puros intermediarios comunicativos para convertirse en centros de información, comunicación, registro y edición de audio-video, depósito de recursos y contenidos (Cantillo, Rouda y Sánchez, 2012). La posibilidad de portabilidad, la conectividad en cualquier momento y lugar, la accesibilidad, la inmediatez de las comunicaciones y las posibilidades de participación colaborativa no sólo pueden mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, sino también la accesibilidad a recursos e información y otras de ámbitos no académicos (Herrera y Fennema, 2011).

Cabero (2006) plantea una serie de posibles potencialidades que surgen con la utilización educativa de dichas herramientas:

- Promueve la motivación. Son herramientas tecnológicas que promueven el trabajo de los estudiantes en sus momentos destinados al ocio y al tiempo libre.
- Responde a la demanda de los alumnos y la sociedad.
- Une términos de diversión y ocio con los de aprendizaje y conocimiento.

Por lo que hasta aquí se ha expuesto, a través de este proyecto buscamos promover la interacción y visualización del concepto de generalización (reconocimiento de patrones) diseñando una aplicación (videojuego) para dispositivos móviles, tratando de valernos de las características y recursos de estos y el razonamiento matemático.

El trabajo de grado está compuesto por seis capítulos diseñados de la siguiente manera:

Justificación, se realiza una introducción donde se expone la importancia de los avances tecnológicos en la actualidad, la irrupción de las Tecnologías de la Información y la Comunicación destacando los aportes de la misma a la educación, además de describir algunas de las potencialidades del Smartphone que permiten ser una herramienta generadora de conocimiento y potencialice el proceso de enseñanza-aprendizaje, se plantean los objetivos del trabajo que se piensa realizar y las preguntas que se pretenden contestar con la elaboración de este trabajo.

Además de presentar el cómo iniciamos la búsqueda, selección y clasificación de información, teniendo en cuenta diferentes temas que se querían abordar y eran necesarios para el diseño de la aplicación, lo cual permitió crear un filtro y así poder seleccionar la información más relevante, revisándolos, tomando lo que nos aportaba cada uno de los artículos al trabajo de grado.

El siguiente capítulo abordado es: *Marco Teórico*, donde se enfatiza en aquellos asuntos que sientan las bases fundamentales para diseño de nuestra aplicación. Dividido en cuatro grandes bloques, en el primero se hace referencia a las TIC, haciendo un repaso sobre los fundamentos de la tecnología educativa, la evolución sufrida por esta disciplina en función de la evolución tecnológica y la aparición de nuevas herramientas y nuevos recursos; el segundo bloque, hace referencia a educación virtual para que de esta manera ampliar de alguna forma el concepto y saber cómo ha sido la evolución de esta, las ventajas y desventajas que presentan los distintos actores del proceso de enseñanza-aprendizaje y el resultado de la implementación de estas nuevas metodologías; el tercero, trata de lo que es un videojuego, la historia, evolución y tipos de videojuegos, implementación en los contextos educativos teniendo en cuenta si son de tipo comercial o de carácter educativo y por último el bloque del reconocimiento de patrones, donde iniciamos un proceso de búsqueda y lectura de artículos, libros y tesis doctorales, con el fin de conocer algunas investigaciones realizadas sobre los temas de generalización, patrones, tipos de patrones y la transición de la aritmética al álgebra.

Para el siguiente capítulo: *Metodología*, se da la explicación del proceso realizado para el diseño de la aplicación teniendo en cuenta la fundamentación teórica que nos brinda el capítulo anterior, además de profundizar en la estructura interna, detallando aquellos otros elementos que estarán presentes en el proyecto tales como: el acopio de los datos y la estructura utilizada para la elaboración de la evaluación.

Capítulo: *Diseño de Software*, se presenta cómo fue el proceso para el diseño de la aplicación, desde el cómo se escogieron el tipo de patrones, el tipo de tareas y tipos de ejercicios que me permiten el acercamiento a la generalización por medio del reconocimiento de patrones. Se observó que características se pueden utilizar del

Smartphone y como ellas se pueden colocar a función de conseguir un juego llamativo y entretenido, gracias a la cantidad de recursos que este nos brinda, permitiendo potencializar el tipo de juegos, tareas y actividades, las cuales se encuentran enmarcadas en la revisión literaria que en capítulos anteriores han sido mencionadas acerca de la generalización y el reconocimiento de patrones.

Finalmente en el último capítulo: *Conclusiones*, se dan a conocer los resultados derivados del trabajo realizado y los objetivos propuestos.

JUSTIFICACIÓN

Los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) explicitan el pensamiento variacional como uno de los cinco pensamientos que en la escuela se deben desarrollar, junto con el espacial, métrico, aleatorio y numérico; siendo este último el que se hace más énfasis en los primeros años de educación. De la misma forma, es evidente que los estudiantes tienen su primer acercamiento al pensamiento variacional solo al llegar al grado octavo donde se enfrentan a sistemas algebraicos y analíticos sin que exista una verdadera transición entre la aritmética y el álgebra. Esta transición es un paso importante para llegar a ideas más complejas dentro de las matemáticas escolarizadas (Rojano, 2004) y así, preparar al estudiante para enfrentarse eficazmente a ellas. Adicional a esto, vivimos en un mundo donde “Se hace necesaria una formación que no se limite, sino una formación continuada a lo largo de la vida, por ello, en la actual sociedad del conocimiento” (Arancibia, 2001; p 76), considerada como una sociedad del aprendizaje “Learning” y de aprendizaje a lo largo de toda la vida “life-long Learning”, la educación y la formación se convierten en factores clave (Soete et al., 1996).

Cabe señalar también que los currículos de las instituciones educativas están orientados por contenidos y los logros a alcanzar también están formulados sobre los contenidos o los conceptos. Por lo anterior, este trabajo cobra gran importancia ya que está centrado en el desarrollo del pensamiento de forma activa e interactiva por parte del estudiante, ya que no es un secreto que la enseñanza tradicional de la matemática en el tablero, cansó tanto a los estudiantes como a los maestros (Rojano, 2004).

Por ello es importante encontrar herramientas tecnológicas que nos faciliten ese transitar de la aritmética al álgebra, como lo expone Marques (2007) existen tres grandes razones para

el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (en adelante TIC) en educación, las cuales son la innovación metodológica, la alfabetización digital y la productividad, es decir, el uso de metodologías novedosas que faciliten la adquisición de los aprendizajes, evitando caer en la monotonía y escapando de la concepción tradicional de la enseñanza, trabajar en pro de facilitar el manejo de las herramientas para la edición y creación de las mismas, usándolas para el desarrollo de actividades que permitan un cambio en la práctica educativa y así aportar a la formación de los estudiantes.

Haciendo uso de dichas herramientas tecnológicas es que basamos nuestro trabajo de grado, a través del cual se pretende diseñar una aplicación (videojuego) para dispositivos móviles, por medio del cual el estudiante pueda tener un acercamiento al concepto de reconocimiento de patrones y el razonamiento matemático. Con este se quiere permitir a los estudiantes el aprovechamiento de los recursos que posee el teléfono inteligente (micrófono, cámara, táctil...) por medio de las actividades inmersas en el videojuego, el cual nos permitirá involucrar al estudiante con las matemáticas, presentarles una ruta o camino de la aritmética hacia el álgebra. Esto se logrará introduciendo temáticas relacionadas que aporten a ese cambio, ayudando así a comprender mejor los conceptos o procesos, fortalecer los ya adquiridos y ayudarlos a adquirir altos niveles de destreza en el desarrollo del pensamiento matemático.

Como ya hemos comentado anteriormente nuestro propósito, al realizar este trabajo, se centra en el diseño de una aplicación para el acercamiento al reconocimiento de patrones. Consideramos que este campo es de gran interés para la educación matemática debido a la existencia de una literatura muy limitada sobre la creación de patrones y aún más utilizando herramientas tecnológicas. Es por ese motivo que se contemplan las siguientes preguntas de investigación ¿es imperativo el uso de la herramientas tecnológicas que nos brinda la sociedad?, ¿qué tan difícil es la virtualización de los distintos objetos matemático? ¿Todos los procesos matemáticos están sujetos a la virtualización?

2.1 Objetivos

Objetivo General:

- Diseñar una aplicación para teléfono móvil (videojuego) como herramienta para el acercamiento de la generalización en álgebra.

Específicos:

- Favorecer el uso de dispositivos móviles del estudiante para aprender a resolver problemas algebraicos.
- Diseñar una aplicación con actividades que permitan al estudiante desarrollar habilidades matemáticas asociadas al concepto de generalización a través del reconocimiento de patrones.
- Brindar un acercamiento a conceptos fundamentales del álgebra como expresiones algebraicas desde actividades de reconocimiento de patrones.

2.2 Antecedentes

En el diseño y desarrollo de la aplicación (videojuego) lo primero a tener en cuenta fue realizar una revisión literaria en revistas académicas, libros, tesis de posgrado (especialización, maestría y doctorado), sobre los siguientes temas: generalización en matemáticas, Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), m-Learning y videojuegos. Todo ello desde el punto de vista educativo, lo cual permitió encontrar diferentes autores e investigaciones que sirvieron de referente en el reconocimiento de los antecedentes investigativos asociados a nuestro tema de interés. Posterior a ello se hace una clasificación relacionando diferentes artículos con los temas especificados, para así realizar un análisis de cada uno de ellos y los aportes en la aplicación.

2.1.1 M-Learning, Álgebra, Geometría y Videojuegos

Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, (39), 19-33.

Presenta la importancia del uso del juego en la educación matemática, conectando la historia del juego a través del tiempo y presentando una experiencia basada en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas por medio del juego con alumnos (edad promedio 12 años) de primer curso de Educación Secundaria Obligatoria (en adelante ESO) en España, entre los años (2012-2013), presentando argumentos de las razones para utilizar los juegos como recursos didácticos en el aula, centrando las clases en actividades lúdicas por medio del diseño o adaptación de juegos para las unidades didácticas del currículo de matemáticas en ESO.

Se diseña una unidad didáctica, la cual se debe trabajar en dos fases, en la primera el profesor explica un el concepto respecto a la unidad que se esté trabajando, luego se plantea un juego en el cual los alumnos ponen en práctica dicho concepto, en la segunda fase se integra el juego o se toma como punto de partida para explicar el tema y el concepto, dichas actividades deben combinar juegos tanto individuales como grupales con el objetivo de aprender a ser autónomos además de ser capaces de integrarse y ser cooperativos. La unidad realizada es de Geometría, desarrollada en ocho sesiones (55 minutos c/u) siguiendo la metodología mencionada.

La evaluación es realizada tanto para el alumno como para el profesor, siguiendo unos parámetros expuestos por los investigadores, resaltando los siguientes aspectos: a los profesores les parecía que era una muy buena estrategia pero expresaban su preocupación respecto a una posible disminución en su rendimiento académico, pero los resultados fueron otros, se percibió un aumento de la motivación en los alumnos, despertando el interés por ganar, las clases de matemáticas incorporaron una vertiente lúdica, sin perder el objetivo de la clase.

El involucrar un juego en el aula, requiere de un estudio y análisis previo, no es solo buscar un juego, llevarlo y desarrollarlo. El juego es una herramienta de apoyo. Éste documento nos brinda muchas herramientas para nuestro trabajo, mostrando la importancia y los procesos de llevar un juego al aula, todo lo que se requiere a la hora de elaborarlo,

planificarlo, es toda una estructura, un estudio el cual debe se debe llevar con mucha responsabilidad, profundización e investigación.

Pérez, M. R. (2014). Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Conocimiento Libre y Educación (CLEDE), 2(1).

El artículo presenta la importancia de las TIC, no se puede afirmar que por el simple hecho de estar frente a un ordenador en la clase de matemáticas ya estamos utilizando las TIC, se deben plantear unos objetivos, plantear nuevas formas de enseñar los contenidos y de evaluarlos, es decir, una nueva metodología en la cual las TIC sean un medio. Respecto a la aplicación de las TIC en la educación se han generado muchas interrogantes, por ejemplo, ¿Cómo hacemos esto en el aula de matemáticas? ¿Qué recursos puedo aprovechar?, ¿Siempre debemos utilizarlas de la misma forma?, ¿Las mismas aplicaciones sirven para todo?, esos son algunas inquietudes que se plantean a la hora de llevarlas al aula, el artículo, intenta dar respuestas a esos interrogantes y muchos otros.

Las TIC no son la solución a todos los problemas que rodean las matemáticas, aunque pueden llegar a facilitar la enseñanza y el aprendizaje de determinados contenidos matemáticos, son solamente un recurso más, no son el objetivo sino un medio. En muchas ocasiones se puede llegar al error de acabar enseñándole a un estudiante el manejo de determinadas aplicaciones en lugar de él o los contenidos matemáticos que nos habíamos propuesto inicialmente, es decir, que el profesor se dedique a enseñarle cómo manejar el programa o la aplicación y deje a un lado su objetivo inicial, el cual era que el estudiante aprendiera sobre el contenido matemático. El objetivo es enseñarles y que ellos aprendan matemáticas y no pretender enseñarles a utilizar las TIC, sino utilizarlas como herramientas de cara al aprendizaje.

Da respuesta a cada uno de los interrogantes propuestos al inicio, llegando a unas reflexiones que son importantes como: las TIC facilitan el proceso de enseñanza, pero el uso en el aula requiere de una metodología adecuada, de no ser usada adecuadamente puede llegar a trazar un camino tortuoso pasando de ser una potente herramienta a una barrera que impida el proceso. El empleo de las TIC debe ir acompañadas de un cambio conceptual y

metodológico. Es un recurso al cual no se le debe temer ya que puede aportar e enriquecer el aprendizaje y nos facilita la tarea como docentes.

Para nuestro trabajo de grado es un aporte muy importante, ya que en la aplicación las TIC hacen parte activa del proceso, no es solo poner un videojuego en un teléfono inteligente y enseñar a manejarlo, es hacer que el estudiante por medio de actividades diseñadas con objetivos y contenidos claros se pueda acercar al reconocimiento de patrones, de regularidades, por medio de diferentes escenarios y haciendo uso de los recursos que posee el móvil.

2.1.2 *M-Learning, Álgebra y Videojuegos*

Zavala, J. C. C., Magaña, L. G., Ontiveros, C. M., & Ceras, L. P. (2014). Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): Aplicaciones Tecnológicas para el Aprendizaje de las Matemáticas. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, (39), 141-161.

Es un trabajo realizado sobre la línea de investigación relacionada con el uso de la tecnología computacional para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, haciendo uso de herramientas actuales como el uso de software, de diversas plataformas de internet, el diseño y desarrollo de un software educativo (en adelante SE) y la utilización de calculadoras y computadoras. El SE es diseñado y desarrollado desde la perspectiva de los profesores (didáctica y enseñanza) y desde un punto de vista del aprendizaje de las matemáticas, el cual está pensado para ser parte de un Ambiente Tecnológico Interactivo para el Aprendizaje de las Matemáticas (en adelante ATIAM).

Presenta las características fundamentales para el diseño de un SE y las etapas del diseño que se deben considerar, como seleccionar el tema a tratar, elaboración de una estrategia para abordar el tema, la programación, la prueba del programa, la documentación y las observaciones generales. Además, da unos ejemplos de SE, donde muestra el paso a paso de lo descrito anteriormente.

Resalta la importancia sobre las áreas del conocimiento en las cuales la representación gráfica y visualización son mecanismos fundamentales para la comprensión de conceptos, dentro de las cuales incluye matemáticas. La tecnología debe usarse como una herramienta

de apoyo en el aprendizaje, la cual permite que aporten al estudiante experiencias que lo lleven a proponer conjeturas. El uso de la tecnología en el aula, brinda oportunidades para un cambio de ambiente, de lo tradicional a uno en el que sea posible favorecer procesos de pensamiento y habilidades como la reflexión, la participación y el debate científico, siendo éstos los rasgos de un ATIAM. La tecnología ya hace parte de nuestra cultura, y más aún en la enseñanza, modificando la forma en cómo se enseña y se aprende.

Es un gran referente para el TG, nos brinda las herramientas que debemos tener en cuenta, además de ejemplos ya desarrollados y aplicados, con todas características y etapas del SE en el área de matemáticas. Por ejemplo, en la prueba del programa, luego de un primer prototipo, se debe realizar una prueba piloto para determinar su buen funcionamiento, para luego comprobar que el software cumple con los objetivos didácticos para lo que fue diseñado. Ver que no existan errores de programación, que la actividad propuesta sea entendida con claridad, que permita al usuario navegar en él sin dificultad, permitir la introducción sencilla de respuestas.

2.1.3 *M-Learning, Matemáticas y Videojuegos*

Manuel Gertrudix, B., & Gertrudix Barrio, F. (2007). Investigación en torno a las Tic en educación: una panorámica actualizada.

Este artículo nos presenta una revisión sobre el panorama de investigación tanto a nivel universitario e institucional sobre las TIC en educación, su impacto y grado de penetración en España y Europa. Resalta la importancia de integrarse al mundo de la tecnología, ya que nos encontramos en una Sociedad de la Información, donde cada día los jóvenes acceden a más educación fuera del contexto escolar a través de soportes multimedia, de software didáctico, de televisión digital, de redes informáticas y de programas audiovisuales para video (Área, 1998:1). En relación con las TIC desde una perspectiva educativa, las instituciones europeas, hacen énfasis en la necesidad, como uno de los elementos estratégicos de acción, de fomentar la creación, difusión y evaluación de materiales multimedia de calidad que potencien el desarrollo y utilización eficaz de estos recursos en el sector educativo.

La institución escolar está afrontando de diversas maneras la incorporación de las nuevas tecnologías en el campo de la enseñanza, desde esa perspectiva, surge una preocupación sobre si los agentes inmersos en la educación (profesores y equipos directivos) están llevando de forma correcta dicha implementación, pues por una parte está el empeño de las administraciones educativas de dotar a los centros de los medios tecnológicos y por otra el de los docentes dedicando su formación permanente a la implementación de dichos recursos, por ello es primordial el análisis de cuáles son los elementos, las acciones, los servicios y las relaciones que favorecen el uso activo y eficaz de las TIC en el entorno educativo.

En uno de sus últimos informes, el proyecto europeo M-LEARNING, que finalizó el 1 de octubre de 2004 y estaba dedicado a investigar el uso de tecnología móvil en el acceso a la cultura, concluía que los video juegos pueden servir como herramientas educativas que combatan la falta de interés y confianza en el estudio que tienen los jóvenes. Los videojuegos proporcionan una respuesta inmediata en un entorno seguro, permiten aprender a manipular objetos y ayudan a desarrollar habilidades relacionadas con la visualización, la experimentación, la creatividad, la destreza manual y la toma de decisiones tanto táctica como estratégica y eso es lo que pretendemos en nuestro TG, intentaremos realizar un aporte por medio de nuestra aplicación, a esa sociedad de la información, hacer que el estudiante explore, que se motive y ponga en práctica los conocimientos en la materia.

Fernández, M. D., & González, A. S. (2009). Estrategias didácticas creativas en entornos virtuales para el aprendizaje. Revista Electrónica publicada por el Instituto de Investigación en Educación.

El artículo presenta una recopilación de información sobre diferentes estrategias didácticas que pueden ser aplicadas en los cursos que se implementan en entornos virtuales de aprendizaje, la cual clasifica en tres categorías: centradas en la utilización de la enseñanza, para la enseñanza en grupo centrada en la presentación de la información y la colaboración y por último, centradas en el trabajo colaborativo.

Las TIC no son un medio de transmisión de conocimientos, son herramientas valiosas, que promueven ambientes de aprendizaje colaborativo, donde el docente deja de ser el centro del proceso y pasa a convertirse en un mediador de los temas que se traten en el curso. Aprendizaje colaborativo: es el intercambio y cooperación social entre grupos de estudiantes para el propósito de facilitar la toma de decisiones y/o la solución de problemas. La colaboración entre aprendices les permite compartir hipótesis, enmendar sus pensamientos, y trabajar mediante sus discrepancias cognitivas. (Ralph y Yang, 1993).

Dan varias definiciones de Entornos Virtuales de Aprendizaje y una muy interesante es la que da el Dr. Rafael Emilio Bello Díaz (2005) llama a los entornos virtuales para el aprendizaje “aulas sin paredes” y afirma que es un espacio social virtual, cuyo mejor exponente actual es la Internet, no es presencial, sino representacional, no es proximal, sino distal, no es sincrónico, sino multicrónico, y no se basa en recintos espaciales con interior, frontera y exterior, sino que depende de redes electrónicas cuyos nodos de interacción pueden estar diseminados por diversos países. Además de definir lo que es una estrategia y basándose en varios autores, entre los cuales están Pérez I Garcias A. (2001), Bustillos G. y Vargas L. (1988) y Mestre U, Fonseca J. y Valdés R. (2007), ellos clasifican las estrategias y expresan que cada grupo está conformado por diferentes técnicas de enseñanza, las cuales explican en detalle.

Nos permite conocer no solo la teoría respecto a los entornos virtuales de aprendizaje, sino también las estrategias y las técnicas que se derivan de las mismas, el ver la importancia de estas herramientas, abordadas tanto de forma individual como grupal y su aporte a la enseñanza.

Pichardo, I. M. C., & Puente, Á. P. (2012). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. EDMETIC, 1(2), 127-144.

Éste artículo nos presenta la importancia de las TIC en la enseñanza de las matemática básica en España, por medio de una experiencia sobre el uso de diferentes recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Parte de la presentación de varias actividades orientadas a la conexión, interacción, motivación de los estudiantes hacia el

mundo de la tecnología, cuyo objetivo era promover la participación y el aprendizaje en la clase. Las actividades se desarrollaron en diferentes momentos del proceso, una para permitirles construir conceptos nuevos, otras para fortalecer los ya adquiridos y las que le permitían al estudiante comprobar la comprensión del nuevo concepto, dándole al profesor un diagnóstico sobre la comprensión de dicho concepto.

Las actividades fueron desarrolladas en grupos cooperativos, teniendo en cuenta los factores que según Artzt y Newman (1997), se deben tener presentes al momento de crear ambientes cooperativos: los miembros del grupo deben sentirse parte de un equipo y tener una meta en común, entender que el problema/actividad a resolver es común para todos, que el fracaso o éxito es grupal, deben plantear soluciones y discutir el problema. Se utilizó la herramienta tecnológica Web 2.0, ya que es un escenario donde se puede interactuar con los contenidos. Cada una de las actividades se fundamentaba en una o más competencias dependiendo de la destreza que se debía desarrollar en cada caso.

Para la aplicación de la prueba se tomó una muestra del 13% de la población que estaba cursando la asignatura, evaluando su rendimiento académico y las destrezas adquiridas con el uso de las TIC. Obteniendo que el 91% de los estudiantes aprobaron la asignatura, de estos el 46% aprobó con altas calificaciones, solo el 8% de los estudiantes reprobó la asignatura, siendo esto el 6% del total de los estudiantes que la cursaban. El 95% de los estudiantes en el proyecto, estaban interesados en continuar usando las herramientas TIC en sus clases de matemática y el 5% restante entendía que era un poco complicado el uso de ellas. Se resalta el aporte de las TIC, ésta les permite tener las competencias necesarias para resolver situaciones matemáticas, reestructurar su forma de pensar, usar el lenguaje y herramientas matemáticas. Les permite dinamizar tanto el trabajo en grupo como el individual, haciéndolo participe, ya no como un observador, sino un agente activo en el proceso.

Para nuestro trabajo de grado es muy importante encontrar los aportes que realiza las TIC en la educación, al leer el artículo, encontramos como por medio de herramientas tecnológicas (Web 2.0), los estudiantes pueden tener otra visión de los temas y conceptos trabajados en el aula, ven de otra manera la asignatura. Con nuestra aplicación el estudiante

encontrará una forma diferente y más innovadora de percibir la matemáticas, interactuando con su móvil, haciendo uso de todos los recursos que este le brinda.

Soledad Ramírez Montoya, M. (2008). Dispositivos de mobile Learning para ambientes virtuales: implicaciones en el diseño y la enseñanza. Apertura: Revista de Innovación Educativa, 8(9).

La investigación tuvo como objetivo el análisis de las implicaciones en las prácticas de diseño y la enseñanza cuando se incorporan dispositivos móviles en los ambientes de aprendizaje virtuales, con el fin de detectar lo que se debe considerar en el diseño y la enseñanza, para que se logren aprendizajes significativos en los estudiantes. Fue desarrollada en México, en un programa de posgrado de una universidad que imparte programas a distancia en el año 2007, apoyada en dispositivos móviles inalámbricos (teléfonos celulares, teléfonos inteligentes, agendas digitales y reproductores portátiles digitales de audio y video).

Se inicia con dos proyectos pilotos, se incorporó el uso del podcast como un método o canal de entrega de contenidos educativos e instruccionales, en diversos cursos académicos de programas educativos a distancia; por el otro, se incorporó el manejo de mensajes de texto vía teléfonos celulares para establecer comunicación entre los alumnos y los contenidos del curso, se intentó avanzar un poco más, queriendo incorporar mensajes multimedia, pero por la tecnología de la época en el país no fue posible. Para la implementación de dicho proyecto, la institución crea convenios con las empresas de telefonía móvil con el fin de ofrecer a los estudiantes la posibilidad de manejar este tipo de medios de aprendizaje a un costo relativamente bajo y acorde a la capacidad de los estudiantes.

El método abordado para la investigación fue el exploratorio-descriptivo, el cual consiste en ubicar las unidades de análisis y conceptualizarlas teóricamente, para ubicar los constructos (es algo de lo que se sabe que existe, pero cuya definición es difícil o controvertida) que permiten explorar la situación, a partir de la aplicación de instrumentos de diversas fuentes, para obtener datos que permitieran describir la situación. La población

a la cual se dirigió el estudio, fueron los directivos del programa, directivos del área de innovación, docentes de las materias que llevaban a cabo la experiencia de incorporación del m-Learning y el equipo multidisciplinar de tecnología educativa, y la muestra fue dos profesores y de los demás uno de cada uno.

Se aclara en la investigación que la necesidad de incorporar dispositivos móviles en los programas de posgrado a distancia no surge de la institución, sino de los alumnos, quienes plantearon la necesidad de acceder a sus cursos cuando se encontraran fuera de la institución, ya que son profesionales en el área administrativa y tenían tiempos libre, los cuales deseaban aprovechar accediendo a los contenidos del curso.

Los dispositivos móviles son considerados un recurso adicional de apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje en el ambiente virtual, con nuestra aplicación se quiere que el alumno siga siendo el principal constructor de su conocimiento, con el videojuego puede tener una idea más clara y así llegar por si solo al reconocimiento de patrones. Además de permitirle visualizar la gran importancia que tiene el m-Learning en la educación, ya que se encuentra ubicado en ambientes y tiempos más independientes, es decir, puede seguir manipulándolo fuera del aula, en su casa, en cualquier lugar y ello lo hace enriquecedor desde el punto de vista educativo.

2.1.4 M-Learning, E-Learning, B-Learning y Videojuegos

Hernández, P. G., & López, C. M. (2016). La innovación educativa a través del teléfono móvil: el estado de la cuestión. TEXTOS. Revista Internacional de Aprendizaje y Cibersociedad, 17(2).

Es un artículo donde se analiza la importancia del teléfono móvil en la actualidad y las repercusiones que tiene dentro del ámbito educativo, resaltando los aportes a la educación de la metodología del m-Learning, la cual surge de la combinación del e-Learning y herramientas móviles, y entre ellas el teléfono móvil. Presentando las ventajas y desventajas del uso de esta herramienta dentro del aula, analizando los aportes de diversos autores, además de la posible potencialidad de su uso en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Presenta información importante sobre aspectos positivos de la utilización del teléfono móvil como recurso pedagógico, autores como Coll (2004) da algunas potencialidades de este recurso (dinamismo, multimedia, formalismo, interactividad, hipermedia, conectividad), para Woodill (2011) quien destaca este recurso por su eficiencia, por la actualización permanente de la información, el aumento de la colaboración y muchos más. Dan a conocer tres aspectos importantes para la introducción de las TIC en el aula, argumentando cada uno de ellos, primero la innovación educativa, segundo el uso del teléfono móvil para la mejora de los procesos educativos y por último presenta una propuesta de m-Learning para la educación infantil, utilizando el teléfono móvil como facilitador del aprendizaje.

Por medio del m-Learning en la educación infantil, el juego “Aplasta-hormigas”, se pudo evidenciar el contacto de los niños con el teléfono móvil, inicio de movimiento, en especial a nivel de motricidad fina, analizando los movimientos y hábitos de control corporal, así como el descubrimiento de las características sociales (uso de las TIC) y la autonomía (manejo de la tecnología por sí solos). Se observa como el teléfono móvil puede llegar a ser un recurso psicopedagógico muy importante y con grandes potencialidades para mejorar y fortalecer la educación en todos los niveles educativos, haciendo claridad que se debe utilizar de forma planificada.

Nos presenta ya con mayor claridad y soporte, la importancia del uso del teléfono móvil en la educación, resaltando las potencialidades del mismo, el cómo podemos aprovechar todos los recursos del móvil, para así poder planificar, diseñar y crear actividades para la explotación de dichos recursos, dándonos una mayor claridad e información vital y actualizada en esa área.

Ballén-Duarte, A. D., Rojas-Bonilla, J. A., & Forero-Rodríguez, J. A. (2016). Prototipo de un Sistema de Aprendizaje Matemático mediante Estrategias de Gamificación y M-Learning. Ventana Informática, (34).

En este artículo se expone la implementación de un prototipo de software en dispositivos móviles con el objetivo de fomentar el aprendizaje de áreas de conocimiento básicas y

fundamentales para el desarrollo académico y profesional, específicamente en el área de la lógica y la matemáticas, a través de la herramienta Phonegap y el uso de técnicas de gamificación y m-Learning, realizado en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (facultad de Ingeniería de Sistemas), mostrando el desarrollo de una prueba diagnóstica tomando como tema las tablas de verdad (lógica matemática), basándose en la evaluación de un juego, el cual permitirá evaluar y clasificar a los estudiantes según sus capacidades en el tema bajo un entorno interactivo.

Se abordan los fundamentos teóricos acerca de la gamificación y el m-Learning, además da una descripción de la metodología de investigación, la cual es de carácter descriptivo, realizada a estudiantes de primer semestre de ingeniería de sistemas (una muestra de 267 estudiantes), cuyas edades oscilan entre 16 y 20 años, se estableció el uso de la encuesta como técnica de recolección de datos, el estudio es realizado durante 26 semanas desarrollado en cinco fases procedimentales.

Del total de estudiantes, se obtuvo que un 42% que encontraron satisfactorio el funcionamiento del sistema y el 32% piensan que el prototipo presenta deficiencias que no permiten un correcto funcionamiento del mismo. La gran mayoría de los encuestados tienen conocimientos sobre el m-Learning debido a que el desarrollo del software en móviles permite implementar nuevas tecnologías haciendo uso de dispositivos móviles que tengan conectividad inalámbrica.

Respecto a nuestro TG, se puede observar que el M-Learning y la gamificación son herramientas fuertes que se pueden usar como estrategias académicas y pedagógicas para innovar en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El uso de nuestra aplicación permitirá aumentar la motivación y percepción que se tiene de las matemáticas, será una herramienta tanto para el profesor como para el estudiante, permitiéndole al primero hacer uso del videojuego para incorporar algunos temas, hacer una conexión entre el currículo, las TIC y las matemáticas además de ser un jugador más para poderlo entender antes de aplicarlo en el aula, para el segundo, conectarlo con el mundo de las matemáticas por medio de un videojuego bien diseñado.

Albarracín, L., Hernández-Sabaté, A., & Gorgorió, N. (2017). Los videojuegos como objeto de investigación incipiente en Educación Matemática. Modelling in Science Education and Learning, 10(1), 53-72.

En el artículo los autores presentan una revisión de las investigaciones realizadas en Educación Matemática sobre el uso de los videojuegos como herramienta de aprendizaje en el aula, desde dos perspectivas diferentes, en primer lugar realizan una exploración en los estudios centrados en las posibilidades de diferentes tipos de videojuegos usados o diseñados con el objetivo de trabajar procesos relacionados con las matemáticas y en segundo lugar, detallan el potencial didáctico de los videojuegos comerciales para incentivar o promover la resolución de problemas y la modelación en el aula. El objetivo principal es identificar los avances en las investigaciones sobre el uso de videojuegos en el campo de la Educación Matemática, para así determinar posibles direccionamientos a seguir en futuros estudios.

Presentan diversas investigaciones sobre los dos temas principales, videojuegos y Educación Matemática, para luego mostrarnos la incursión de los videojuegos en la Educación Matemática, evidenciando por medio de diferentes aplicaciones el éxito que ha tenido en el aula, como en el caso del uso del software de geometría dinámica, con Geogebra o Cabri, o los entornos de programación, los cuales han evolucionado desde LOGO hasta Scratch. A medida que las tecnologías han ido evolucionando se han desarrollado nuevas herramientas en el campo de la educación, como lo son los entornos virtuales de aprendizaje Ozyurt (2014), los sistemas de tutorización Arevalillo (2013) o el software de representación gráfica de funciones Radford (2009).

Los autores al realizar un estudio riguroso de las investigaciones sobre el uso del videojuego en la Educación Matemática, han identificado cuatro aspectos: i) el impacto sobre el rendimiento académico en matemáticas, ii) el aprendizaje de contenidos matemáticos concretos, iii) los elementos de diseño de videojuegos para el aprendizaje de las matemáticas y iv) la relación entre los videojuegos y la resolución de problemas. En cada uno de estos aspectos, se presentan las principales y actuales investigaciones, además de mostrar los diseños de videojuegos aplicados en cada uno de ellos y los aportes de estos

a la educación. Como reflexiones de este estudio realizado, los investigadores se dan cuenta que el videojuego es un recurso el cual debe tener una mayor exploración desde lo didáctico, por ejemplo no se encontraron investigaciones centradas sobre el papel del profesor como guía en las actividades, ni sobre las formas de complementar el trabajo con el videojuego a partir de usar otros materiales didácticos.

A modo de cierre

En relación a nuestro TG, nos damos cuenta de la importancia que tienen los videojuegos en un área tan importante y actual como lo es la Educación Matemática, los avances y aportes, además de encontrarnos con investigaciones actualizadas sobre videojuegos en educación. Nuestro videojuego puede ser una fuente de información y ayuda para futuras investigaciones en el reconocimiento de patrones.

Pero es importante reconocer el poco trabajo realizado en este campo en relación a el M-Learning y el álgebra, adicionalmente en pensar que actividades, tareas y objetos matemáticos están susceptibles a la virtualización; por otro lado es la falta de documentación acerca de cómo se debe realizar una buena evaluación de la educación virtual.

MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo, nos centramos en realizar una descripción detallada de aquellos asuntos involucrados para desarrollar nuestra investigación, primero se hace referencia a la Tecnología Educativa y en esta se hace un pequeño repaso sobre los fundamentos de la tecnología educativa, la evolución sufrida por esta disciplina en función de la evolución tecnológica y la aparición de nuevas herramientas y nuevos recursos; luego se hace referencia a educación virtual para que de esta manera ampliar de alguna forma el concepto y saber cómo ha sido la evolución de esta, las ventajas y desventajas que resultan a través de la implementación estas nuevas metodologías; seguimos con lo que es un videojuego, historia e implementación en los contextos educativos y por último el reconocimiento de patrones, para la elaboración de este, iniciamos un proceso de búsqueda y lectura de artículos, libros y tesis doctorales, con el fin de conocer algunas investigaciones realizadas sobre los temas de generalización, patrones, álgebra, y la transición de la aritmética al álgebra.

3.1 Las Tecnologías de la Información y la Comunicación

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (en adelante TIC), están inmersas en nuestra cotidianidad; los avances ofrecidos por estas son idóneos en el proceso educativo, por lo que ya distintos países del mundo las han incorporado en este campo. Para algunos autores como Cabero (2001, 2007), Martínez (2006) y Sanmamed (2007) las TIC pueden aportar a la formación y a la educación, señalando algunos aspectos positivos, como lo son: i) creación de entornos más flexibles para el aprendizaje, ii) eliminación de las barreras espacio-temporales entre profesor y los

alumnos, iii) ofrecimiento de nuevas posibilidades para la orientación y tutoría de los estudiantes, iv) facilidad de una formación permanente y v) rompimiento los clásicos escenarios formativos, limitados a las instituciones escolares.

Cuando las TIC son integradas a las instituciones educativas, según Barroso (2003), se permiten nuevas formas de acceso, generación y transmisión de información y conocimiento, lo cual abre caminos para flexibilizar, transformar, cambiar o extender una serie de variables y dimensiones del acto educativo, por ejemplo i) el acceso a la información y a diferentes fuentes de la misma, ii) el rol del profesor y su figura, iii) las estrategias y técnicas para la formación y iv) el uso de diferentes herramientas de comunicación.

Para Martín-Serrano. (2016) un ejemplo de ello es lo que sucede en Finlandia, donde la conexión a internet en los centros educativos es del 100%, según la Encuesta Europea a Centros Escolares: Las TIC en educación por lo que todos los centros del país nórdico tienen disponible conexión a red de navegación en todas las aulas. Para Gabarda (2015) el equipamiento es un punto de partida necesario para la integración de las TIC en los sistemas educativos.

Colombia no es ajena a esto, por lo cual ha declarado en el Art. 6 Ley 1341 de 2009 que las TIC “son el conjunto de recursos, herramientas, equipos, programas informáticos, aplicaciones, redes y medios; que permiten la compilación, procesamiento, almacenamiento, transmisión de información como: voz, datos, texto, video e imágenes”. A través del Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicación (MinTIC), Colombia ha puesto a disposición de los colombianos una serie de programas, proyectos e iniciativas enmarcados en el componente “Educación” del “Plan Vive Digital para la gente” del año 2016, cuyo objetivo es fortalecer la apropiación tecnológica de los ciudadanos. (<http://www.mintic.gov.co/portal/vivedigital/612/w3-channel.html>)

Por eso es importante resaltar el uso de la tecnología en la educación en nuestro país, en nuestro caso la educación matemática. Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional (MEN), en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, señala que “las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras

cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar” (MEN, 1998, p. 18), por otra parte, en un ámbito internacional, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en el documento Principios y Estándares (NCTM, 2000, p 6), relacionan como uno de sus principios la tecnología y al respecto manifiestan que “La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y estimula el aprendizaje de los estudiantes”.

Las TIC reclaman la existencia de una nueva configuración del proceso didáctico y metodológico tradicionalmente usado en las aulas de clase, donde el saber no tiene que recaer en el docente a la vez que la función del alumno no se limita a ser solo receptor de información. Las TIC aportan a la educación una nueva dimensión, la posibilidad de compartir, de transferir información y conocimientos básicos, facilitan el acceso a nuevas fuentes de saber, aumentando así la capacidad de aprender. Estas pueden constituirse en una herramienta valiosa para los estudiantes, al concederles mayor protagonismo y hacerles asumir un papel activo en el proceso de adquisición de conocimientos. Es así como dichas tecnologías se configuran en una herramienta de enseñanza, donde los niños y adolescentes son receptores y generadores de saber, ideas expuestas por Cabero y Llorente (2006).

Según Cabero (2007) las TIC pertenecen a la Tecnología Educativa (TE), definiendo esta última como el medio que establece un camino entre las ciencias educativas (psicología, pedagogía, filosofía, y otras) y sus aplicaciones para resolver problemas de aprendizaje. Estas no se deben concebir exclusivamente como instrumentos transmisores de información, sino más bien como instrumentos de pensamiento y cultura, los cuales, bajo interacción, expanden nuestras habilidades intelectuales y nos sirven para representar los conocimientos. Desde esa perspectiva se justifican las TIC como elementos didácticos, educativos y herramientas intelectuales.

Las TE utilizan la aplicación de medios audiovisuales en el ámbito educativo. De acuerdo a Cabero (2007) estos “medios son la unión de dos elementos: *hardware*, referido a los componentes físicos y soporte técnico de los medios, y *software* a los

sistemas simbólicos, códigos, contenidos transmitidos y al conjunto de programas y procedimientos que controlan cualquier medio” (p. 4):

Tabla 1: Relación Hardware y software de TE

Hardware	Software
Componentes físicos y Soporte técnico	Sistemas simbólicos Códigos Contenidos transmitidos Procedimientos

De tal forma, para Haag, Cummings y McCubbrey (2004), las TIC están compuestas de cualquier herramienta basada en los ordenadores y que la gente utiliza para trabajar, apoyar y procesar las necesidades de la información. Las TIC, en consonancia con Cabrera (2006), posibilitan cubrir los conocimientos que las tecnologías tradicionales no pueden alcanzar y diversifican el conocimiento con el uso de herramientas telemáticas y de teleformación, lo cual propicia una mayor calidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje facilitando la tarea de difundir y crear conocimiento.

Un intento por caracterizar las TIC, llevó a Cabero (2007) a señalar sobre estas que:

- Son polisémicas, por los diferentes significados que han tenido a lo largo de su historia, significados que varían también en función del contexto cultural, social y científico donde se utilicen,
- Son contradictorias, porque nos encontramos propuestas en líneas de acción completamente diferentes.
- Son significativas, por la importancia que han exhibido en diferentes congresos, revistas, publicaciones y asociaciones.

3.1.1 Cambios en la educación con el uso de las TIC

Dado que vivimos en un mundo que cambia constantemente y el uso de la información es primordial para el diario vivir, se hace necesario un cambio en el concepto de las dinámicas de clase y los roles de los distintos actores involucrados, pues de nada sirve introducir nuevas tecnologías si no se producen otros cambios en el sistema de enseñanza. Para Ibáñez (2004) cualquier proceso de incorporación en este ámbito debe

ser analizado y estudiado como una innovación, ya que presenta cambios y transformaciones en todos los elementos del proceso didáctico. Cabero (2007) hace una reflexión sobre la importancia de la tecnología en la educación, expresa que ya se cuenta con tecnología sostenible y con estándares aceptados, en consecuencia el problema ahora se encuentra en lo pedagógico, el saber qué hacer, cómo, para quién y por qué hacerlo, es decir, se debe pensar en soluciones pedagógicas y didácticas.

3.1.2 Cambio en el rol del profesor

La principal característica del nuevo rol que tiene el profesor, según Salinas (1998), es que ya no es el transmisor del conocimiento sino el mediador entre el propio conocimiento y el estudiante, facilita el aprendizaje antes que la transmisión de la información, por lo cual el rol principal de la clase recae en el estudiante, el profesor deja de ser fuente de todo conocimiento y pasa a facilitar el uso de los recursos y las herramientas que los estudiantes necesitan para elaborar nuevos conocimientos y destrezas. El profesor tendrá nuevos roles y funciones como lo expresan Cabero (2005), Cabero y Castaño (2007) y Gallego y Alonso (2007); algunos de estos son:

- Orientador, guía de aprendizajes y del desarrollo de las capacidades de los alumnos (debe enseñar a aprender)
- Facilitador, tutor, mediador, consejero y proveedor de información y recursos para los estudiantes.
- Creador de hábitos y destrezas para la búsqueda, selección y tratamiento de la información.
- Promotor del uso de las TIC en diversos ambientes -biblioteca, aula, casa-.
- Comunicador de experiencias.
- Evaluador de recursos y proveedor de los mismos a los estudiantes.
- Actualizador de los contenidos de la asignatura, revisión de los planes de estudios y la bibliografía.

Orellana (2007), explica que el profesor deberá ser un motivador del aprendizaje, su interacción con el estudiante no será para transmitirle o entregarle un conocimiento que

posee, sino para compartir sus experiencias, apoyarlo y asesorarlo en su proceso de aprender y especialmente para estimularle su capacidad de aprendizaje.

3.1.3 Cambio en el rol del estudiante

No hay discusión sobre los beneficios que conlleva que los estudiantes hagan uso de las TIC en la educación ya que vivimos en la sociedad de la información, donde se requiere que él sea perspicaz en el uso, selección, utilización y organización de esta. El apoyo y orientación que recibirá en los distintos tipos de tecnologías son esenciales en el aprovechamiento de las TIC, de tal forma se requieren estudiantes comprometidos, flexibles, responsables y autónomos.

3.1.4 Cambio en las metodologías

Para Mason (1998) no se inventan nuevas metodologías, sino que la utilización de las TIC en la educación abre nuevas perspectivas respecto a una enseñanza mejor, donde la tecnología en la educación se reconoce a pesar de que aquella ha entrado poco aún en el mundo educativo y sólo tímidamente ha alterado los procesos tradicionales. Autores como Salinas (1999), Martínez (2004), Cabreiro (2007) y Cabero (2007) proponen que el estudiante deberá aprender a modificar su actitud y el rol que ha venido desarrollando, tener un papel más activo, ya que será el protagonista de su proceso de aprendizaje, mientras el profesor cambiará su función, pasando a ser el guía, el dinamizador y el encargado de facilitar el proceso de aprendizaje.

3.1.5 Ventajas y desventajas

Cuando hablamos de ventajas y desventajas de las TIC en la educación, debemos tener en cuenta tanto al educador como al estudiante, desde esa perspectiva daremos algunas de ellas:

3.1.5.1 Para el profesor

Tabla 2: Ventajas y desventajas para el profesor.

Ventajas	Desventajas
Alto grado de interdisciplinariedad. Actualmente los profesores deben saber de todo un poco, desde el punto de vista instrumental y operacional (conexión de	Es necesaria la capacitación continua de los docentes, por lo que se tiene que invertir recursos (tiempo y dinero) en ello.

equipos de audio, video, etc.) manejo y actualización de software, diseño de páginas web, blog y muchas cosas más. El docente podrá interactuar con otros profesionales para refinar detalles.	
Iniciativa y creatividad. Dado que el docente viene trascendiendo del ejercicio clásico de la enseñanza al modernismo, ese esfuerzo demanda mucha iniciativa y creatividad.	Frecuentemente el profesor se siente agobiado por su trabajo por lo que muchas veces prefiere el método clásico evitando de esta manera compromisos que demanden tiempo y esfuerzo.
Aprovechamiento de recursos. Hay fenómenos que pueden ser estudiados sin necesidad de ser reproducidos en el aula. Muchas veces con la proyección de un video o el uso de una buena simulación, pueden ser suficientes para el aprendizaje. Por otro lado, el uso del papel se puede reducir a su mínima expresión reemplazándolo por el formato digital. En estos momentos, una enciclopedia, libros e informes entre otros, pueden ser almacenados en un CD o pen drive y pueden ser transferidos vía web a cualquier lugar donde la tecnología lo permita.	Hay situaciones muy particulares donde una animación, video o presentación nunca pueden superar al mundo real por lo que es necesaria la experimentación que solo se logra en un laboratorio o aula de clases bien equipada.
Aprendizaje cooperativo. El profesor aprende con sus estudiantes, profesores con profesores, gracias a la cooperación y trabajo en equipo.	

3.1.5.2 Para el estudiante

Tabla 3: Ventajas y desventajas para el estudiante.

VENTAJAS	DESVENTAJAS
Aprendizaje cooperativo. El profesor aprende con sus estudiantes, profesores con profesores, gracias a la cooperación y trabajo en equipo	Si los compañeros son apáticos o poco participativos, puede que el aprendizaje cooperativo no se consolide.
Aprovechamiento del tiempo. El estudiante puede acceder a la información de manera casi instantánea, puede enviar sus tareas y asignaciones con solo un “clic”. Puede interactuar con sus compañeros y profesor desde la comodidad de su casa o haciendo uso de salas de chat y foros de discusión. El profesor puede publicar notas, anotaciones, asignaciones y cualquier información que considere relevante, desde la comodidad de su casa u oficina y de manera casi instantánea	El interés al estudio pueda que sea sustituido por la curiosidad y exploración en la web en actividades no académicas tales como diversión, música, videos, etc.

<p>por medio de su blog o página web. En caso de no disponer de tiempo o equipo instrumental adecuado, el profesor puede mostrar el fenómeno en estudio empleando alguna simulación disponible.</p>	
<p>Aprendizaje cooperativo. El profesor aprende con sus estudiantes, profesores con profesores, gracias a la cooperación y trabajo en equipo.</p>	<p>El interés al estudio pueda que sea sustituido por la curiosidad y exploración en la web en actividades no académicas tales como diversión, música, videos, etc.</p>
<p>Motivación e interés. Los chicos hoy día poseen destrezas innatas asociadas con las nuevas tecnologías por lo que de forma muy natural, aceptan y adoptan el uso del computador en sus actividades de aprendizaje; prefieren la proyección de un video ante la lectura de un libro. Los chicos confiesan estar muy motivados porque tienen acceso a un gran volumen de información actualizada.</p> <p>Por otro lado, el profesor se siente comprometido con su actividad docente por lo que se hace imperativo la actualización de su conocimiento, sobre todo cuando se contagia del entusiasmo de sus estudiantes.</p>	
<p>Desarrollo de habilidades en la búsqueda de la información. Hasta hacen apenas unas décadas, toda una tarde de consulta en la biblioteca, no era suficiente para encontrar la información buscada. Hoy día basta con pocos minutos para saturarnos de información muchas de ellas inútiles o repetidas. Es necesario desarrollar habilidades para seleccionar adecuadamente la información útil y filtrar lo inútil para quedarnos con una cantidad de información que podamos procesar.</p>	<p>Acceso a contenidos inapropiados. Violencia, pornografía, incitación a la anorexia, al suicidio, entre otros, pueden ser vistas sin ningún tipo de restricción.</p>

Cacheiro (2014), basándose en algunos autores como Piegue y Crespo (2012), Palomo, Ruíz y Sánchez (2006), presenta una clasificación propia de las ventajas y desventajas de las TIC en educación, entre ellas:

Ventajas:

- Posee un alto poder de motivación, aumentando el interés y la atención por las tareas, siempre y cuando se utilicen adecuadamente.

- Elimina la barrera espacio-temporal para la formación del individuo, ya que se puede aprender en cualquier lugar y momento, siempre que se tenga a disposición un dispositivo móvil con acceso al internet.
- Aumentan la implicación del alumno en la tarea, ya que cuenta con toda la información que requiere en la red, a través de una búsqueda más rápida y sencilla que la realizada exclusivamente en libros de texto.
- Accesibilidad a recursos de diversas modalidades (textual, video, audio,...), aprovechando lo que la red nos brinda.
- Aumenta la implicación del alumno en la tarea, teniendo más autonomía, lo cual propicia la creatividad, ya que deben tomar decisiones por si solos, ya sea en la búsqueda de una información determinada, la elección del buscador, el análisis de las fuentes.
- Favorece el trabajo colaborativo y cooperativo con personas de distintos lugares con un fin común.
- Permite la comunicación de muchos a muchos, profesor-alumno, alumno-alumno, alumno-profesor, diversas combinaciones según el interés y las necesidades de cada momento del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Respecto a las desventajas no hay un consenso por parte de diversos autores, pero algunos como Cabero y Romero (2007), Coll y Monereo (2008), Rodríguez (2009) y Gómez (2011) presentan algunos aspectos mejorables como:

Desventajas:

- Pueden suponer distracción, siempre y cuando no se tenga correctamente planificado el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- La gran cantidad de información que se encuentra en la red puede provocar pérdida de tiempo en la búsqueda de información.
- No toda la información existente en internet es adecuada y para ello debemos saber reconocer su tipo de procedencia y alcance.

- Las TIC no enseñan ni preparan las clases por sí solas, por lo que se requiere de una formación por parte del estudiante y del profesor, para así aprovechar el potencial de las mismas.

Como se aprecia, existen tanto ventajas como desventajas al momento de hacer uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje las cuales se deben tener muy presentes para una adecuada integración en la tarea educativa.

3.2 M-Learning

En los últimos años las TIC han permeado de una forma dinámica la educación, dando pie a nuevas formas de enseñanza y aprendizaje basadas en las tecnologías virtuales, cambiando el concepto de educación tradicional y a distancia, que hasta hace algunos años teníamos. De esta forma la educación a distancia que anteriormente se realizaba por medio de correspondencia, radio y algunas veces por televisión, mutó a una educación virtual apoyada en el uso de medios multimedia, comenzando así una etapa de educación denominada *Electronic Learning* (e-Learning en adelante) lo cual se traduce como aprendizaje electrónico. Algunos autores como Martínez-Caro (2005) lo definen como una enseñanza la cual se encuentra apoyada en las TIC, no siendo necesario el encuentro físico entre profesor-estudiante y cuyo objetivo es posibilitar un aprendizaje flexible (a cualquier hora y en cualquier lugar) e interactivo (herramientas síncronas y asíncronas) centradas en el estudiante. Román (2012) también resalta la importancia del estudiante, donde este tiene una continua asimilación de conocimientos, habilidades y competencias, de la mano del aprendizaje colaborativo y contenidos de actualización instantánea diseñados de acuerdo al usuario u organización, con ayuda de tutores y flexibilidad a la hora de ingresar o acceder en espacio y tiempo, lo cual le permite un adecuado y mejor aprendizaje. Sin embargo, Ruipérez (2003) y otros autores como Morrison (2003), y Pardo (2005) ven al e-Learning como una evolución de la educación a distancia, que junto con las TIC, configuran un aprendizaje planificado que normalmente ocurre en un lugar diferente al de la enseñanza, esto último es, el momento en que el profesor diseña algún material o recurso de apoyo.

En un ambiente e-Learning, Khan (2001) expresa la importancia de considerar aspectos como los son el diseño institucional, pedagógico, tecnológico, de interfaz, evaluación, gerencia, soporte y ética de uso. Desde esta perspectiva el e-Learning es tomado como una combinación de recursos, apoyado y fortalecido en actividades de aprendizaje estructuradas y no solo como una amalgama de información y materiales de apoyo colocados en un ordenador.

Una de las características principales del e-Learning para Ruipérez (2003), es la separación física entre profesorado y alumnado, predominando una comunicación de doble vía asíncrona, donde la internet es usada como medio de comunicación y distribución del conocimiento, haciendo que el estudiante sea el eje de una formación flexible e independiente al asumir su propio aprendizaje, generalmente con el apoyo de tutores externos. Pardo (2005) nos expresa que por medio de las TIC, los estudiantes tienen la posibilidad de acceder a los contenidos, actividades, recursos y tutores a través de las plataformas tecnológicas que permiten interactuar con todos los participantes del proceso sin compartir el mismo espacio.

Consideramos entonces que el e-Learning brinda una nueva manera de entender la formación mediada por las TIC. Para Rosenberg (2001) el uso de tecnologías y la internet contribuye a un amplio rango de soluciones que mejoran el rendimiento y fortalecen el conocimiento, basándose en tres aspectos: (i) el e-Learning trabaja en red, por lo cual puede acceder a actualizaciones de forma instantánea, ser almacenado, recuperado, distribuido, además de poder compartir instrucción o formación; (ii) es entregado al usuario final a través del uso de ordenadores, utilizando tecnología estándar de internet, es decir, que se puede acceder en cualquier momento y desde cualquier lugar; (iii) se enfoca en la visión más amplia del aprendizaje, alejándose de lo tradicional. La idea de usar sistemas educativos en la web para el aprendizaje no significa trasladar el aula de clases a la red, Rosenberg dice al respecto que el e-Learning apoya la creación y el intercambio de información valiosa, experiencias a través de comunidades de personas y organizaciones con intereses y necesidades similares.

El e-Learning también tuvo sus inconvenientes, para Bartolomé (2004) los desarrollos del e-Learning se han enfocado en las necesidades de las instituciones educativas más que en la de los usuarios (profesores y alumnos). Pascual (2003), resalta que la ausencia de contacto humano dificulta sentirse parte de una comunidad educativa, los diseños del e-Learning han tendido a olvidar los aspectos emocionales que actúan sobre los procesos de aprendizaje, pasándolos solo a una interacción profesor-alumno y alumno-alumno. Debido a esos obstáculos y como una recuperación de los aspectos perdidos y una racionalización del uso de los recursos, se da paso a una nueva forma de educación llamada Blended Learning (b-Learning en adelante).

El b-Learning es la convergencia de las características de la formación presencial (caracterizada por la sincronía y la interacción humana) con las características de E-Learning que son asíncronas e implican la participación individual y autónoma de profesores y estudiantes desde la distancia (Graham, 2006). A través del b-Learning no solo se trata de incorporar tecnología a la clase, sino de reemplazar algunas actividades de aprendizaje por otras apoyadas y fortalecidas por tecnología como lo expresa Rosas (2005). La definición más acertada y precisa del B-Learning para Bartolomé (2004), es la de Coaten (2003) quien la describe como aquel modo de aprender, el cual combina la enseñanza por medio de actividades presenciales tradicionales con la tecnología no presencial.

Por lo tanto, el b-Learning es en sí mismo una mezcla de enfoques pedagógicos que combinan la eficacia y las oportunidades de socialización de la clase con las mejoras tecnológicas de aprendizaje en línea (Dziuban, Hartman, Juge, Moskal y Sorg, 2006). Algunas de las ventajas del uso de esta metodología combinada son, según Poon (2013):

- El aprendizaje combinado beneficia a los estudiantes y las instituciones.
- Facilita la mejora de los resultados de aprendizaje.
- Aumenta la flexibilidad de acceso.
- Permite el uso eficaz de los recursos y los contenidos didácticos.
- Fomenta el sentido de comunidad.
- Aumenta la satisfacción de los estudiantes.

Con los grandes avances en la tecnología y con la llegada de la internet móvil a nuestra sociedad, que se manifiesta en lo que se refiere a la portabilidad de la información, el acceso permanente a internet y la convergencia de medios electrónicos, se da paso a un nuevo modelo de aprendizaje (Wexler, Brown, Metcalf, Rogers y Wagner, 2008) que se ha denominado Ubiquitous Learning (U-Learning). El u-Learning es la educación ubicua, es la capacidad de aprender desde diversos contextos y situaciones, momentos temporales y por medio de diversos dispositivos o varios medios. Es decir, la educación disponible en distintos canales al mismo tiempo (Jones, 2004). El u-Learning es el agregado de actividades formativas, que apoyadas en la tecnología nos permiten recibir y asimilar información, disponible desde cualquier lugar para incorporarla a nuestro saber personal y esto a su vez, gracias a la democratización de las nuevas tecnologías y en especial las portátiles como el Smartphone, tal como lo menciona Peters (2007). Esto nos sitúa en un escenario en el que estamos viviendo la primera generación de TIC verdaderamente portables, gracias al surgimiento de dispositivos móviles que proveen servicios de telefonía, acceso a internet, bancos de datos, memorias extraíbles, y aplicaciones para procesar textos, hojas de cálculo y medios y procedimientos muy diversos para transferir información. Esto nos catapulta a un nuevo modelo de educación, la educación *Mobile Learning* (M-Learning).

Según Brazuelo y Gallego (2011), el M-Learning se define como la modalidad educativa que facilita la construcción del conocimiento, la resolución de problemas de aprendizaje y el desarrollo de destrezas o habilidades diversas de forma autónoma y ubicua gracias a la mediación de dispositivos móviles portables. Otras definiciones encontradas respecto a este término se presentan a continuación:

Según Montoya (2008), M-Learning, traducido por él como aprendizaje en movimiento, posee varias definiciones, desde el enfoque en los ambientes de aprendizaje:

- El m-Learning es el descendiente directo del e-Learning para varios investigadores (Pinkwart, Hoppe, Milrad y Pérez, 2003, y Quinn, 2000), dado que el e-Learning es el aprendizaje apoyado por recursos y herramientas

electrónicas digitales y m-Learning es el e-Learning que se apoya de dispositivos móviles y transmisión de Wireless; o simplemente, es cuando el aprendizaje toma lugar con dispositivos móviles.

Otros investigadores (grupo de e-Learning 360, citado por Quinn, 2007) definen el m-Learning como un proceso que engloba cualquier actividad que permite a los individuos ser más productivos cuando consumen, interactúan con o crean información, mediada a través de un dispositivo digital compacto, que el individuo lleva consigo de manera constante, que posee una conectividad confiable y le cabe en el bolsillo.

Harris (2001) define el m-Learning como el punto en que la computación móvil y el aprendizaje electrónico se interceptan para producir una experiencia de aprendizaje en cualquier momento y en cualquier lugar. Según este autor el m-Learning incluye el uso del teléfono celular, una PDA o similares, para que el usuario tenga al alcance de su mano los recursos del curso disponibles dondequiera que se encuentre.

Se puede decir, en síntesis, que el m-Learning se constituye en la utilización de las tecnologías móviles al servicio de los procesos asociados con la enseñanza y el aprendizaje. El m-Learning ha sido una forma de enseñanza y aprendizaje que en términos literales está a la mano de cualquiera, ya que en un dispositivo móvil puede contar con una aplicación en la cual el usuario fortalece sus estudios sobre algún tema.

3.2.1 Características del m-Learning

El m-Learning tiene características asociadas a su uso y versatilidad en los diferentes ambientes en donde es posible darle un buen uso. Según Brazuelo y Gallego (2011) la siguiente gráfica intenta ilustrar estas características:

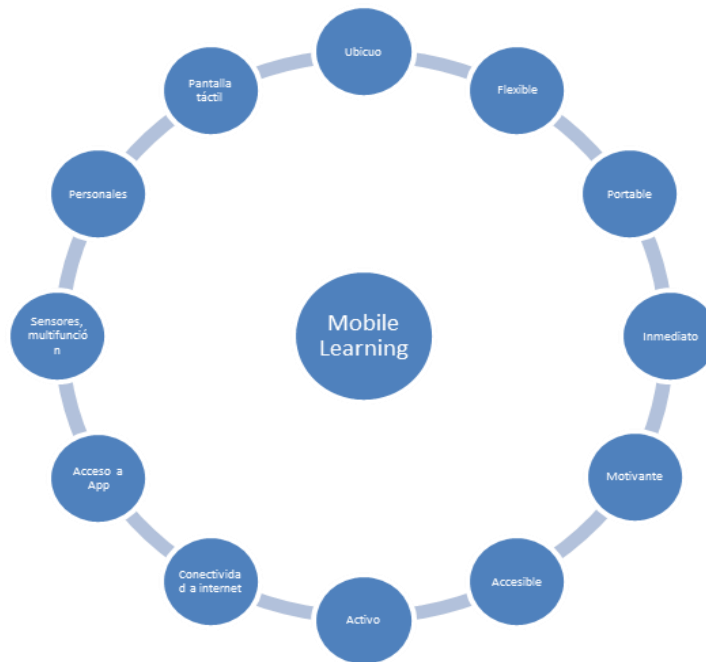


Diagrama 1: Características del m-Learning

Ubicuo: posibilidad de acceso desde cualquier lugar y momento.

Flexible: se adapta a las necesidades de cada uno.

Portable: su tamaño permite la movilidad con el usuario.

Inmediato: posibilidad de acceso a la información en cualquier momento.

Motivante: su uso potencia la motivación en el usuario.

Accesible: en comparación con otras herramientas su costo es más bajo.

Activo: potencia un papel más activo en el alumno.

Conectividad a internet: permite el acceso a la información en la red.

Acceso a App: permite la utilización de diversas Apps, para el aprendizaje, producción de contenido, etc.

Sensores multifunción: dispone de sensores tipo acelerómetro, GPS, cámara, etc., que pueden enriquecer los procesos de aprendizaje.

Personales: son propios de cada usuario, existe una relación personal hacia el mismo.

Pantalla táctil: permite otra serie de utilidades.

3.2.2 Ventajas del m-Learning

El uso del m-Learning en los procesos de enseñanza y aprendizaje presenta una serie de ventajas pedagógicas a las que hay que sumarle otras operativas, ya que es una herramienta de la cual disponen una gran mayoría de estudiantes, y esta les brinda una mayor posibilidad de interacción en los ambientes de aprendizaje; es de tamaño pequeño, flexible, fácil de usar y su costo puede ser relativamente bajo. Todo recurso o modelo presenta aspectos positivos o ventajas como también aspectos negativos o desventajas. Por medio de la revisión de literatura encontrada en Muñoz (2004), Cabero (2005) y Cebrián (2004) se pudieron encontrar los siguientes puntos de interés en ambos aspectos:

3.2.2.1 Funcional

- **Aprendizaje anytime & anywhere:** No es necesario estar en un lugar específico, ni a una hora dada para aprender. El dispositivo móvil puede ser usado en cualquier parte y en cualquier momento (casa, medios de transporte, hoteles), por lo que el proceso de aprendizaje se personaliza y adapta a los requerimientos y disponibilidades individuales de cada educando.
- **Los dispositivos móviles posibilitan la Interacción instantánea entre alumno-profesor,** facilitando de una forma “anónima” y automática la retroalimentación por parte del profesor, la correcta comprensión de determinadas lecciones y temas.
- **Mayor Penetración:** La telefonía móvil está al alcance de casi todos, en la actualidad hay una gran mayoría de estudiantes con acceso a un celular.

- Tecnología más barata: El costo de adquisición de un dispositivo móvil es notablemente inferior al de un PC, lo cual puede contribuir también a reducir la brecha digital.
- Mayor accesibilidad. Todos estos dispositivos móviles podrían estar conectados a redes y servicios, de acceso a internet.
- Mayor portabilidad y funcionalidad: Se puede tomar notas directamente en el dispositivo durante lecciones outdoor.
- Aprendizaje colaborativo. La tecnología móvil favorece que los alumnos puedan compartir el desarrollo de determinadas actividades con distintos compañeros, creando grupos, compartiendo respuestas, etc.
- Los dispositivos móviles facilitan el aprendizaje exploratorio, el aprender sobre el terreno, explorando, experimentando y aplicando a la vez que se aprende la lección.

3.2.2.2 Pedagógico

- Ayuda a los estudiantes a mejorar sus capacidades para leer, escribir y calcular y a reconocer sus capacidades existentes.
- Puede ser utilizado para incentivar experiencias de aprendizaje independientes o grupales.
- Ayuda a los estudiantes a identificar las áreas donde necesitan ayuda y respaldo.
- Permite a los docentes que envíen recordatorios a sus estudiantes sobre plazos de actividades o tareas a los alumnos, así como mensajes de apoyo y estímulo.
- Ayuda a combatir la resistencia al uso de las TIC y pueden ayudar a tender un puente sobre la brecha entre la alfabetización a través del teléfono móvil y la realizada a través de las TIC.
- Ayuda a eliminar en parte la formalidad de la experiencia de aprendizaje e involucra a estudiantes renuentes quienes están familiarizados desde la niñez con máquinas de juegos como consolas de videojuego, por lo tanto, esta familiaridad con la tecnología mantiene sus niveles de interés.

- Ayuda a los estudiantes para que permanezcan enfocados durante las sesiones de clases por períodos más largos.
- Proporciona a menudo actividades intercurriculares, aspecto clave para involucrar a los docentes a que introduzcan actividades m-Learning dentro del salón de clase.
- Enriquece, anima y brinda variedad a las lecciones o cursos convencionales.
- Se pueden habilitar escenarios para que compartan información y trabajen en equipo: Evernote, Facebook, Dropbox, google drive, etc.
- Fomenta la comunicación síncrona (intercambio de información por Internet en tiempo real) y asíncrona (comunicación desarrollada mediante ordenadores o computadores).

3.2.3 Desventajas

- Pantallas pequeñas, en algunos teléfonos es difícil leer un texto mediano, pues la cantidad de información visible es limitada y hace que el lector tenga que estar desplazándose a través del texto para poder leerlo.
- Es una fuente de distracción.
- Dependencia de la batería.
- Los costos de acceso a la red son altos.

3.3 Los Videojuegos

Los videojuegos han ido adquiriendo mayor presencia en la sociedad en las últimas décadas; han trascendido desde su papel inicial de fuente de entretenimiento para los más pequeños y se han convertido en un producto cultural (Prensky, M., 2001). Su público objetivo ha ampliado su rango de edad al aumentar el número y tipo de dispositivos en los que es posible jugar, desde los ordenadores, pasando por consolas y llegando a los dispositivos móviles. La utilización de los videojuegos como potenciadores de aprendizaje en la escuela también se ha expandido en los últimos años (Ke, 2009), impulsando una nueva tendencia donde los usuarios se convierten en

diseñadores de sus propios entornos de aprendizaje basado en Juegos, Game-Based Learning [GBL] (Squire, Giovanetto, Devane & Durga, 2005).

3.3.1 Una breve historia

Los primeros pasos de los actuales videojuegos [VJ] se detectan en los años 40, cuando los técnicos americanos desarrollaron el primer simulador de vuelo, destinado al entrenamiento de pilotos. En 1962 apareció la tercera generación de ordenadores, reduciendo su tamaño y coste de manera drástica y a partir de ahí el proceso ha sido continuado.

En 1969 nació el microprocesador, que en un reducido espacio producía mayor potencial de información que los grandes ordenadores de los años 50. Es lo que constituye el corazón de nuestros ordenadores, videojuegos y calculadoras. En 1970 aparece el disco flexible y en 1972 se desarrolla el primer juego, llamado PONG, que consistía en una rudimentaria partida de ping-pong. En 1977, la firma Atari lanzó al mercado el primer sistema de videojuegos en cartucho, que alcanzó un gran éxito en Estados Unidos y provocó, al mismo tiempo, una primera preocupación sobre los posibles efectos de los videojuegos en la conducta de los niños. Tras una rápida evolución, en la que el constante aumento de la potencia de los microprocesadores y de la memoria permitió nuevas mejoras, en 1986, la casa Nintendo lanzó su primer sistema de videojuegos que permitió la presentación de unos juegos impensables nueve años atrás. La calidad del movimiento, el color y el sonido, así como la imaginación de los creadores de juegos fueron tales que, unidos al considerable abaratamiento relativo de dichos VJ, a comienzos de los 90, en nuestro país se extendieron de manera masiva los juegos creados por las dos principales compañías, Sega y Nintendo, pasando en poco tiempo a constituirse en uno de los juguetes preferidos de los niños.

En paralelo, los videojuegos han experimentado una evolución enorme en cuanto a la calidad de los gráficos implementados y a la variedad de mecánicas de juego. Esta evolución se ha visto acompañada por la creación de múltiples géneros de videojuegos

así como por diseños que mejoran la jugabilidad e incrementan las posibilidades de crear desafíos para los jugadores. En este sentido, el diseño de determinados videojuegos -entendido como el conjunto de reglas, objetivos y retos que definen el juego, que producen la interacción con el usuario (el jugador) y promueven su toma de decisiones, la inmediatez de las respuestas en pantalla y el hecho que la actividad tenga su foco en las acciones de los propios jugadores - alumnos hacen de los videojuegos una herramienta con un gran potencial didáctico y educativo (Prensky, 2001).

La extensión masiva de los VJ en los años 90 ha provocado una segunda oleada de investigaciones, desde la medicina, la sociología, la psicología y la educación, además de la preocupación y las valoraciones que dichos juegos han recibido por parte de padres, educadores y principalmente los medios de comunicación, para quienes generalmente estos son vistos como algo negativo y perjudicial. Algunas universidades (Universidad De Salamanca, Universidad Autónoma De Madrid, Universidad Complutense De Madrid, Etc.), revistas (Revista Electrónica Teoría De La Educación, Revista Educación A Distancia, Revista De Estudios De Juventud, Revista Suma, Revista Iberoamericana De Educación Matemática, Etc.) y publicaciones están reconociendo una preocupación por uno de los temas preferidos a la hora de elegir los juegos, no solo de los niños y adolescentes, sino también de jóvenes y adultos.

3.3.2 El uso educativo de los videojuegos.

Si nos centramos en los videojuegos, estos pueden considerarse, por ellos mismos, herramientas para el aprendizaje (Albarracín, 2017). En concreto, los videojuegos poseen características que los hacen atractivos para los jugadores y que los dotan de una gran potencialidad como instrumentos para aprender o desarrollar estrategias específicas y para la adquisición de conocimientos (Gros, 2007). Charsky (2010) considera que las características esenciales de los videojuegos que los habilitan como herramientas en entornos educativos son la competición, la presencia de objetivos, la existencia de reglas bien definidas y la necesidad de tomar decisiones.

Martínez (2013) aclara que hay dos vertientes en el uso de videojuegos en el aula; una es utilizar títulos comerciales, pues se aprovechan los existentes ahorrando tiempo de desarrollo (Más Allá de Mortal Kombat: Diseño y Evaluación de Videojuegos Educativos para Lenguaje y Matemáticas del Nivel Básico 1, Visualización en geometría: la rotación y la traslación en el videojuego, como práctica socialmente compartida); sin embargo, requiere de docentes capacitados y de planificaciones curriculares precisas, que permitan no perder el foco pedagógico; la otra vertiente corresponde a utilizar juegos especialmente desarrollados para la educación y que vengan acompañados de orientaciones curriculares y didácticas (v.g. Videojuego para el repaso de fracciones “Tséem Took y la princesa de Uxmal Versión 1.1”, Videojuego Yupi 10: recurso educativo para la comprensión lectora y el razonamiento matemático).

La experiencia con videojuegos guarda una interesante relación con el trabajo de metacognición y razonamiento espacial; en ambos casos el factor lúdico ha hecho parte de la estrategia de trabajo y en ambos se reportan incrementos notables de la atención (Maldonado, 1999). Se presentan mejoras en las habilidades espaciales y facilidad de concentración, además, se han evidenciado logros escolares como mejoras en la comprensión de conceptos matemáticos o incrementos en la comprensión lectora (McFarlane et al, 2002). Rosas et al. (2003) han corroborado que la introducción de videojuegos educativos en las aulas produce mejoras en la motivación de los alumnos por el aprendizaje, al mismo tiempo que potencia la adquisición de conocimientos de tipo tecnológico.

Así entonces, el uso de los recursos de Videojuegos se ve muy interesante como apoyo al aprendizaje de los estudiantes, pues pueden ayudar a transformar la sala de clases donde el niño(a) debe ser un sujeto activo y el docente, sólo un facilitador y guía del aprendizaje, y donde el conocimiento no estará tan dividido, sino más bien integrado (García, 2014). Los videojuegos permiten aumentar la motivación para el aprendizaje de diversas materias como las matemáticas y las ciencias.

3.3.3 Desventajas de los videojuegos

Es curioso que en el campo de los videojuegos existiera un imaginario que se convirtió en una especie de representación social; estos fueron señalados como elementos que entorpecían la interacción social de sus usuarios, estableciendo una especie de perfil que los asumía como sujetos introvertidos y en general con pocas habilidades sociales.

Es claro que hasta hace poco tiempo los juegos no favorecían una mayor interacción social; pero esto no se correlaciona con inhabilidades sociales en sus usuarios (Pérez, 2007). Al respecto, Pérez (2009) realiza una consideración, al señalar el trabajo en equipo, la capacidad de superación y la destreza visual como habilidades sociales presentadas en usuarios de videojuegos. Por lo general, las críticas ante los videojuegos se inclinan en señalar sus contenidos “inconvenientes” para los niños. Llama la atención que los estudios más recientes señalan la edad promedio de los usuarios por encima de los 33 años, si bien por supuesto los juegos infantiles no han desaparecido; aunque en estos los sistemas de clasificación dejan en claro que su contenido no resulte violento de cara a los menores.

3.4 Reconocimiento De Patrones

Para Aké, Godino, y Gonzato (2014) y Castro (2013) el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. A esto ellos lo han denominado RAE (Razonamiento Algebraico Elemental).

Así como ellos, otros investigadores (Cañadas, 2008; Castro. E, 2008; Mason, 1999; Trujillo, 2009; Molina, 2009) también han coincidido en que uno de los mayores problemas que se ha hecho evidente desde hace muchos años en las matemáticas escolares, en distintas latitudes, es la generalización, lo que ha provocado algunos replanteamientos sobre la forma de ver la enseñanza del algebra, teniendo en cuenta algunos aspectos como los sugeridos por Lins y Kaput (2004; p 48):

- Reportar cambios en la concepción de la educación algebraica y del pensamiento algebraico.
- Sugerir que los alumnos jóvenes puedan hacer más matemáticas de las que se pensaba en un principio, en especial cuando se les provee de experiencias y enseñanza adecuada.
- Incorporar las nuevas tecnologías a la enseñanza y aprendizaje del álgebra.

Otros investigadores (v.g. Cañadas, 2008; Castro. E, 2008; Mason, 1999; Trujillo, 2009; Molina, 2009) proponen que se promueva la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas y, de este modo, se cultiven hábitos de pensamiento que atiendan a la estructura que subyace a las matemáticas. Para ello, se recomienda un ambiente educativo en el que se valore que los estudiantes exploren, modelicen, hagan predicciones, discutan, argumenten, comprueben ideas y también practiquen habilidades de cálculo (Molina, 2009).

Sin embargo, plantear en la clase de matemáticas tareas sobre patrones matemáticos, a diferencia de la resolución de ecuaciones o la manipulación de números, no es un asunto que siempre esté como una temática o actividad curricular; esto a su vez es visto por algunos maestros como una actividad lúdica o recreacional y no lo consideran como una tarea basada en el álgebra y con la matemática en general.

De todas formas, algunos investigadores (v.g. Sandoval, 2015; González, 2015; Ruvalcaba, 2015; Castro, 2013; Molina, 2009; Rico, 2009) defienden la postura de que el trabajo con patrones proporciona a los estudiantes la oportunidad de observar y verbalizar sus generalizaciones, llevándolos a registrar simbólicamente sus ideas, conformando así una útil y concreta base para la manipulación de símbolos, del lenguaje matemático, y de esta forma ir llevándolos al concepto de variable y variación.

Para Mason (1999) toda situación se puede considerar de generalización si se promueve el reconocimiento de patrones a través de estas, de forma que los estudiantes den sentido al mundo que los rodea, dado que esta capacidad está presente en el niño desde su nacimiento y ciertamente desde el ingreso a la escuela. Habiendo analizado el proceso de

generalización en las matemáticas escolares, Mason identifica las siguientes actividades que conforman el ciclo de generalización:

- Ver un patrón: hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común.
- Decir un patrón: un intento por articular en palabras el algo en común que se ha percibido.
- Registrar un patrón: lo más importante de esto, es que las ideas son fugaces, y al ser escritas estas ya quedan ahí y están listas para ser estudiadas, discutidas y modificadas. Un aspecto del registro más formal es la necesidad de una forma de palabras que sirva para describir sucintamente las variables claves. Existen etapas en la manera o forma de registrar un patrón, de las cuales se puede ver el progreso en la búsqueda de la generalización, el nivel más simple es en palabras y dibujos, la segunda etapa es la utilización de solo palabras de tal manera que alguien que no esté ahí pueda entender y una tercera etapa, que posiblemente surge de la necesidad de ser más explícitos, es el empleo de la combinación de palabras y símbolos, el uso completo de símbolos debe surgir posteriormente.
- Reordenamiento y manipulación: el propósito esencial de la manipulación algebraica es adquirir la capacidad de simplificar expresiones para finalmente solucionar ecuaciones.

Mason (1996) formula que la diferencia entre aritmética y álgebra es que *“la aritmética procede directamente de lo conocido a lo desconocido utilizando cálculos conocidos; el álgebra procede indirectamente de lo desconocido vía lo conocido a ecuaciones y desigualdades que pueden ser resueltas utilizando técnicas establecidas”* (p. 23). El éxito de la transición está en desarrollar una conciencia global de la forma como los números funcionan como sistema. Esta resalta las oportunidades para iniciar discusiones acerca de las propiedades de los números y para tomar más conciencia de que hay reglas en la aritmética para, Mason (1999) afirma:

“la aritmética generalizada trata de capturar un conocimiento profundo y sutil de la estructura de la aritmética, haciéndose explícito lo que está detrás del conocimiento que la mayoría de los alumnos tienen sobre estas estructuras. Las reglas generales de la aritmética, una vez registradas, constituyen también las reglas del álgebra” (p. 99).

Conscientes de que la separación del álgebra y la aritmética acentúa y prolonga las dificultades de los alumnos en sus trabajos algebraicos, otros autores (v.g. Amerom, 2003; Fujii, 2003; Blanton, 2005; Socas, 1989; Hewit, 1998) proponen trabajar con tareas que faciliten la transición entre ambas disciplinas y centran su atención en la estructura de la aritmética, convencidos de que la experiencia previa de los alumnos con la estructura de las matemáticas, y especialmente con la estructura de expresiones aritméticas, debe tener un efecto importante en la capacidad de los alumnos en dar sentido al álgebra y que el conocimiento de la estructura aritmética o algebraica comprende el conocimiento de conjuntos de objetos matemáticos, de las operaciones, de las propiedades y relaciones de y entre estos objetos y operaciones, y de las propiedades de relaciones cuantitativas (Trujillo, 2008).

Trujillo (2009), citando a Molina (2008), sugiere: describir y hacer uso de los procesos y propiedades estructurales generalizables de tal forma que se pueda trascender a soluciones de problemas aritméticos para facilitar el desarrollo por los alumnos y proveerles oportunidades para discutir sus estrategias de resolución a estos problemas, con la intención de resaltar los procesos e ideas matemáticas fundamentales, lo cual lleva a los estudiantes a la generalización de una forma más natural (Mason, 1999) y ello se puede gracias a actividades puntuales que conlleven a:

1. Usar el símbolo para expresar de forma eficiente las generalizaciones de patrones y relaciones.
2. Identificar las variables, como símbolos, y sus significados, de tal manera que se usen como representaciones de cantidades que varían, como representaciones de valores específicos desconocidos, o formando parte de una fórmula, que se ponen en lugar de los números o de un cierto rango de números.

3. Definir las funciones como relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo conjunto.

Los patrones o regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas. Estos pueden ser reconocidos, ampliados o generalizados. El mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes, ya sea física, geométrica o numérica. (Godino, Castro, Aké, & Wilhelmi 2012).

Para Godino una tarea del RAE está estructurada según dos tipos de variables: contenido algebraico y contenido didáctico. Para la variable contenido algebraico se consideran tres valores o categorías, en las cuales a su vez se pueden distinguir diversas subcategorías:

- Estructuras: relación de equivalencia, propiedades de las operaciones, ecuaciones.
- Funciones: patrones aritméticos, patrones geométricos; función lineal, afín, cuadrática.
- Modelización: problemas de contexto resueltos mediante el planteamiento de ecuaciones o relaciones funcionales.

Las tareas que proponga el profesor involucran contenido algebraico propio de educación primaria (conocimiento común del contenido) o propio de niveles superiores (conocimiento avanzado, p. e., educación secundaria). En un nivel avanzado, como el cálculo analítico, este puede tener lugar ligado a las estructuras, funciones y modelización, y ser realizado con lenguaje simbólico – literal o de otro tipo. Para la variable contenido didáctico, la cual refiere a un contenido algebraico, sea común o avanzado, se consideran las categorías siguientes:

- Faceta epistémica: reconocimiento de objetos y procesos algebraicos (representaciones, conceptos, procedimientos, propiedades, generalización, modelización), reconocimiento de niveles de algebrización.
- Faceta cognitiva: significados personales de los alumnos (conocimiento, comprensión y competencia sobre contenidos algebraicos elementales), conflictos de aprendizaje sobre objetos y procesos algebraicos.
- Faceta instruccional: recursos para la enseñanza del álgebra en primaria (situaciones – problema, medios técnicos).

- Faceta ecológica: directrices curriculares, uso de RAE en distintos bloques de contenido matemático, conexiones inter-disciplinares.

De allí se desprende que algunas características del razonamiento algebraico que son obligatorias de adquirir por los estudiantes y que, por tanto, deben tener en cuenta los profesores son (Godino et al, 2014):

1. Usar de manera sistemática símbolos para expresar cantidades indeterminadas y generalizaciones, especialmente mediante notaciones simbólico-literales.
2. Reconocer y aplicar propiedades estructurales de los sistemas matemáticos, particularmente propiedades de las operaciones y relaciones.
3. Reconocer patrones, regularidades y funciones.
4. Modelizar situaciones matemáticas o del mundo real con expresiones simbólico-literales y operar de manera sintáctica (siguiendo reglas) con ellas, para obtener una respuesta interpretable en la situación dada.

Por ello, Godino et al. (2014) proponen un modelo para caracterizar el RAE (Racionamiento Algebraico Elemental) en el que distinguen cuatro niveles de algebrización, teniendo en cuenta los objetos y procesos que intervienen en la actividad matemática. En el nivel 0 la actividad matemática no incorpora ningún rasgo algebraico, mientras que el nivel 3 es claramente algebraico, los niveles 1 y 2, o niveles incipientes de algebrización, ponen en juego algunos objetos y procesos de índole algebraica.

En las prácticas matemáticas, para Godino et al. (2014), intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (conceptos, proposiciones, etc., que evocamos al hacer matemáticas) que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. Otra dualidad del lenguaje está en lo extensivo-intensivo que se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática es el uso de elementos genéricos (Contreras y Cols; 2005), lo cual permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular (extensivo) y lo general (intensivo), que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático.

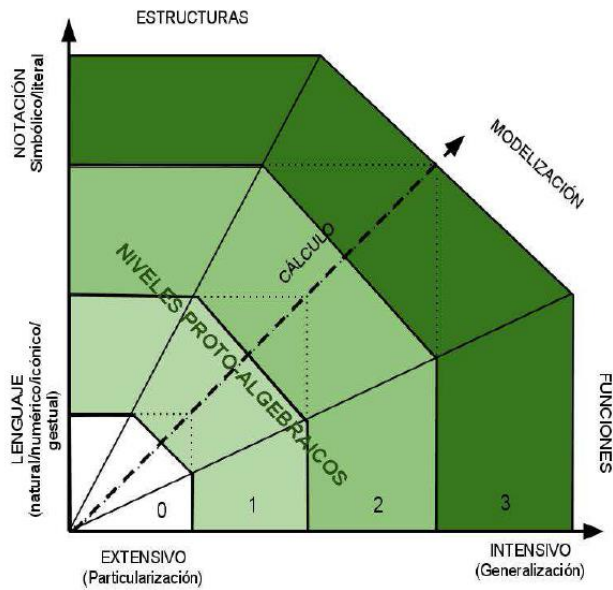


Diagrama 2: Niveles de generalización (Godino et. al., 2014)

Para entender de mejor manera el anterior diagrama tenemos la siguiente tabla .

Tabla 4: Niveles de algebrización

NIVEL	TIPOS DE OBJETOS	TRANSFORMACIONES	LENGUAJES
0	No intervienen objetos intensivos. En tareas estructurales pueden intervenir datos desconocidos.	Se opera con objetos extensivos	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a objetos extensivos o datos desconocidos
1	En tareas estructurales pueden intervenir datos desconocidos. En tareas funcionales se reconocen los intensivos	En tareas estructurales se aplican relaciones y propiedades de las operaciones. En tareas funcionales se calcula con objetos extensivos.	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos
2	Intervienen indeterminadas o variables	En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma $Ax \pm B = C$. En tareas funcionales se reconoce la generalidad pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión.	Simbólico – literal, usado para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial y temporal
3	Intervienen indeterminadas o variables	En tareas estructurales las ecuación es son de la forma $Ax \pm B = Cx \pm D$ Se opera con las indeterminadas o variables.	Simbólico – literal ; los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información del contexto

Por lo cual podríamos decir que la observación de una generalidad se trata de distinguir lo que es propio de cada caso específico y lo que es común a todos ellos, lo que no varía, para luego construir una regla que permita “percibir lo general” sin hacer referencia a los casos concretos. Un aspecto de relevancia en esta etapa es el contexto en el cual se presenta la situación. Para ello se han utilizado contextos geométricos y aritméticos; los primeros, ya que facilitan la manipulación de la información tanto como la percepción de las características de la situación; por su parte, las series numéricas tienen la ventaja de permitir aprovechar la mayor experiencia de los estudiantes en el trabajo con los números y sus propiedades.

Para nuestro trabajo de grado nos basaremos en el reconocimiento de patrones dado que el este juega un papel importante en la generalización. La idea básica implicada en esta noción es que toda situación repetida con regularidad da lugar a un patrón, que por lo general suele formarse a partir de un núcleo generador que se repite o bien crece de forma regular (Castro, 1994). Muchos investigadores han hecho algunos intentos de analizar las etapas o niveles en el desarrollo de la capacidad para la identificación de los patrones, principalmente centrados en la capacidad de los estudiantes a generalizar. Los patrones son reconocidos en la investigación por su importancia en la introducción al álgebra, distinguen entre diferentes tipos de patrones: numéricos, pictóricos y geométricos. Por su parte, Zaskis y Liljedahl (2002) mencionan que los tipos de patrones pueden ser: procedimientos de cálculo, modelos lineales y cuadráticos, etc.











3.4.1 Tipos de Patrones

A lo que nosotros denominamos “tipos de patrones” no es más que distintos tipos de representaciones del mismo objeto matemático entendiendo a la representación como cualquier modo de hacer presente un objeto, concepto o idea (Rico, 2007), de tal forma encontramos los siguientes tipos de patrones:

3.4.1.1 Pictóricos de visualización: Son aquellos que están enfocados hacia el reconocimiento visual de patrones involucrados con ilustraciones y diseños artísticos. Un buen modelo pictórico es necesariamente generativo, ha de ser capaz de generar un ilimitado número de sentencias partiendo de un número limitado de reglas (Castro, 1994).




Apoyados en las ideas de Rucker (1987), los patrones suelen formarse a partir de un núcleo generador; en algunos casos el núcleo se repite (patrones de repetición), en otros el núcleo crece de forma regular (patrones de recurrencia).

Tabla 5: Tipo de patrones pictóricos

Patrones de repetición	Patrones de recurrencia								
<p>Son aquellos en los que los distintos elementos son presentados en forma periódica (Pulgarín, 2016, p.31).</p> 	<p>Son aquellos en los que el núcleo cambia con regularidad y cada término de la sucesión puede ser expresado en función de los anteriores generando una ley o regla de formación (Pulgarín, 2016, p.31).</p> <table border="1" data-bbox="828 661 1344 814"> <thead> <tr> <th>POSICION</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>FIGURA</th> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	POSICION	1	2	3	FIGURA			
POSICION	1	2	3						
FIGURA									

3.4.1.2 Geométricos: Entendidos como las regularidades útiles que siguen las figuras geométricas, círculos, triángulos, cuadrados, etc. ya que permiten observar el núcleo de la secuencia de figuras, posibilitando la observación de lo que cambia y lo que no cambia -lo variable y lo invariante- (Pulgarín, 2016). La identificación de patrones requiere del reconocimiento de semejanzas y diferencias y la detección de los rasgos fundamentales que conforman una estructura de aquellos no esenciales a la misma.

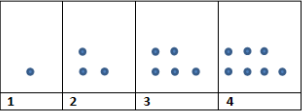
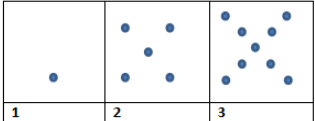

Tabla 6: Secuencia geométrica

POSICION	1	2	3
FIGURA			

3.4.1.3 Configuraciones puntuales: Son aquellos en los que *“las representaciones mediante puntos según ciertas configuraciones geométricas representan un enlace entre la geometría y la aritmética”* (Crossley citado por Castro, 1994 p.54). Las configuraciones puntuales son un modo de organización de la cantidad de puntos que satisface criterios de

simetría o regularidad convenientes y que se pueden explicitar de manera sencilla. Se reconocen tres clasificaciones en esta representación:

Tabla 7: Tipo de patrones puntuales

Número figurado	Patrón de puntos	Número Poligonal
<p>Es una configuración puntual, que representa un cardinal mediante un modelo o figura reconocible; se consideran prioritariamente figuras geométricas en el plano o en el espacio (Freudenthal, 1991).</p> 	<p>Cuando una configuración puntual se considera como ejemplo o caso particular de una forma o estructura, con la que se pueden visualizar distintos números variando el tamaño pero no la forma, (Pitts, 1979).</p> <p>Cada configuración puntual puede considerarse, alternativamente, ejemplo de diferentes patrones; por ello la noción de patrón es general y distinta de la noción de configuración puntual (Castro, 1994).</p> 	<p>Se designa así un tipo de patrón que representa números con base en un modelo geométrico cuya forma es un polígono y cuya generación se hace por ampliación (Wells, 1987).</p> <p>Cada tipo de polígono da lugar, al menos, a un patrón; así, hay números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc.</p> 

3.4.1.4 Sucesiones numéricas: El concepto de sucesión de números naturales es un concepto complejo, en cuya base se encuentran las nociones de conjunto totalmente ordenado con primer elemento y de proceso infinito: para todo término de la sucesión hay un siguiente. Reconocer las relaciones que se dan entre los términos conocidos de una secuencia permiten, en ocasiones, obtener nuevos términos, es decir, continuar la secuencia. Sin embargo, la caracterización de una sucesión la da su término general (Castro, Rico & Romero, 1997, p.366). Para este tipo de patrón existen dos tipos de representaciones: la decimal (2, 6, 12, 20,...) y la de análisis aritmético de los números, considerando cada número como suma o como producto de números más sencillos (2, 3+3, 4+4+4, 5+5+5+5,...; 2*1, 3*2, 4*3, 5*4,...).

METODOLOGÍA

En este capítulo explicaremos brevemente el proceso realizado para el desarrollo de nuestro proyecto además, profundizaremos en la estructura interna y las bases teóricas de nuestro programa, detallando aquellos elementos que estarán presentes en el proyecto como la revisión literaria que sirven como marco teórico de nuestro proyecto, el diseño de la aplicación, el acopio de los datos y la estructura utilizada para la elaboración de la evaluación. A continuación detallaremos las fases principales por las que ha pasado el desarrollo de nuestro videojuego.

4.1 Revisión literaria

El diseño y desarrollo de la aplicación involucró en un primer momento una revisión literaria en tesis de posgrado y revistas académicas en relación a los siguientes asuntos: generalización, TIC, m-Learning y videojuegos en educación. Esta revisión permitió encontrar varios autores que sirvieron de referente para la elaboración del marco teórico, dar un tratamiento al objeto de estudio al incorporarlo en el diseño de la aplicación y reconocer antecedentes investigativos asociados a nuestro tema de interés.

Bajo esta panorámica, se reconocieron algunos referentes teóricos y autores en cada uno de los asuntos de estudio. Particularmente, en el caso de la generalización se reconoce el trabajo de Godino et al (2014), Castro (2013) y Mason (1999), de quienes tomamos sus ideas sobre los niveles de algebrización, los tipos de ejercicios propuestos para el acercamiento a la generalización, la dificultad del paso de la aritmética al álgebra y las distintas representaciones semióticas del objeto matemático; en el caso de las TIC, se reconoce el trabajo de Cabero (2007) y Cabrera (2006), quienes resaltan la importancia de las TIC respecto a cómo se debe enseñar introduciendo las nuevas tecnologías al aula, qué

hace que cambien los roles y las metodologías tradicionales, dado que estas nuevas tecnologías cubren lo que las tecnologías tradicionales no pueden; en lo concerniente al m-Learning se puede mencionar el trabajo de Khan (2001), Pardo (2005) y Quinn (2007) de los cuales se destacan sus ideas con respecto a los nuevos ambientes virtuales de aprendizaje, su evolución y las características que los hacen únicos e importantes; finalmente, respecto a los videojuegos, se identificó el trabajo realizado por Prensky (2001) y Albarracín (2017), quienes miran cómo en los últimos años se han incorporado los videojuegos al aula de clase y una importante diferenciación entre utilizar un videojuego comercial y un videojuego académico.

Posterior a ello, se realizó una búsqueda de literatura que complementara los asuntos sobre los cuales habíamos realizado la revisión inicial. En particular, se buscó literatura que permitiera conocer investigaciones realizadas en las cuales se involucrara el uso de videojuegos en la enseñanza de la generalización, con lo que se podría tener un acercamiento a otros estudios en los que, a través de las TIC, particularmente el M-Learning, se daba tratamiento a este proceso matemático.

Debido a que este ejercicio de rastreo no tuvo resultado alguno, es decir, no se han reportado aun investigaciones en esta línea, ampliamos nuestra búsqueda a estudios en los que a través del M-Learning y los videojuegos se abordara algún asunto relacionado con el álgebra, lo cual tampoco arrojó resultados afortunados. Este panorama nos llevó a indagar por la existencia de estudios que involucraran no solamente algún tema específico de álgebra, sino alguno asociado a matemáticas escolares en general, lo cual permitió tener un primer acercamiento a estudios en esta línea.

Sin embargo, debido a la escasa cantidad de resultados obtenidos, optamos por no revisar únicamente propuestas basadas en M-Learning, sino en escenarios más amplios como lo son el b-Learning y e-Learning. Esta búsqueda amplia nos llevó a decantar investigaciones realizadas que en nuestro trabajo se adoptaron como antecedentes investigativos. Adicionalmente se pudo evidenciar, del ejercicio de revisión realizado, que el hecho de no encontrar antecedentes dentro de la misma línea de investigación que adoptamos en este

trabajo, da relevancia al estudio mismo, en cuanto se sitúa en un campo investigativo aun no explorado, sobre el cual podrían tejerse distintos resultados.

Para descargar el juego en el dispositivo móvil debe utilizarse la cámara integrada del mismo y escanear el siguiente código QR:



Tabla 8. Código QR para descargar el juego

4.2 Diseño de la aplicación

Para el diseño de la aplicación se tuvieron en cuenta las ideas de Pereira (2014) acerca de los elementos que componen un videojuego. De estas se resaltan algunos elementos que presentamos a continuación:

- 4.2.1 La jugabilidad.* Para González y Zea (2010) es el conjunto de propiedades que describen la experiencia del jugador ante un sistema de juego determinado. El juego debe ser interactivo y desafiante para el jugador, así como

interesante. Para ello, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos (González, 2015; citado por Armas, 2015):

- Satisfacción: Agrado o complacencia del jugador ante el videojuego completo o en algunos aspectos concretos de este. Se puede medir mediante el porcentaje de juego descubierto o desbloqueado y mediante el número de retos (principales y secundarios) resueltos.
- Aprendizaje: Facilidad para comprender y dominar el sistema, la mecánica del videojuego y la forma de interactuar con él. Se puede medir mediante el número de intentos por reto y según el tiempo invertido por objetivo.
- Efectividad: Tiempo y forma de usar los recursos necesarios para ofrecer diversión al jugador mientras este logra los objetivos propuestos. Se puede medir mediante el número de acciones no realizadas y según el tiempo entre objetivos, metas y retos.
- Inmersión: Capacidad para creerse lo que se juega e integrarse en el mundo virtual mostrado en el juego. Se puede medir mediante el tiempo e intentos por reto (Endsley, 1988).
- Motivación: Característica del videojuego que mueve a la persona a realizar determinadas acciones y persistir en ellas para su culminación. Se puede medir mediante el porcentaje de juego desbloqueado y el número de ítems conseguidos y objetivos secundarios.
- Emoción: Impulso involuntario originado como respuesta a los estímulos del videojuego que induce sentimientos y que desencadena conductas de reacción automática. Se puede medir mediante el Test de rejilla emocional (Mehrabian, 1994) y mediante la observación biométrica y pensamiento en voz alta.
- Socialización: Medida de los elementos que fomentan el factor social o la experiencia en grupo, gracias a las reacciones que se entablan con otros

jugadores o con otros personajes del juego. Se puede medir mediante el número y tipo de mensajes entre miembros del grupo y el número de recursos compartidos y utilizados.

4.2.1.2 *La mecánica.* Las reglas deben ser claras y sin ambigüedades para que los jugadores sepan qué deben hacer. En la aplicación que se desarrolla en este estudio, nuestro principal objetivo era conseguir un conjunto de reglas que nos permitieran ver el avance de cada uno de los jugadores, estas son:

- Poder avanzar por cada nivel de acuerdo a los subniveles que están dados por la dificultad de estos
- Los problemas están en un banco de ejercicios extenso, donde estos se seleccionan de forma aleatoria cada vez que se juegue, de esta manera se reduce la posibilidad de memorizar los ejercicios propuestos y sus respuestas.
- Poder tener a mano siempre un tutorial para poder comprender el tipo de juego y ejercicio propuesto.

4.2.1.3 *Los recursos.* Se denomina recursos a todos aquellos elementos que pueden utilizarse para realizar el videojuego de tal forma, por ejemplo, es posible hablar de recursos musicales, recursos interfaz, recursos multimedia, etc. Desde esta perspectiva, todo recurso es un elemento o conjunto de elementos cuya utilidad se fundamenta en servir de mediación entre el diseñador y el jugador (Pereira, 2014). En nuestro caso es el Smartphone, y en consecuencia todos los recursos que este nos brinda tales como: el micrófono, la cámara, el giroscopio, el sensor de movimiento, la pantalla táctil, entre otros, los cuales serán esenciales para el tipo de problemas propuestos.

4.3 Niveles de dificultad

Estos llevan de la mano al jugador, permitiéndoles alcanzar los objetivos de cada tipo de problema, ofreciendo diversidad en el tipo de situaciones abordadas y reduciendo con ello la monotonía del juego. Se ha demostrado que la motivación puede cambiar la actitud de una persona ante una tarea que, a priori, podría resultar tediosa (Padilla-Zea et al., 2015). Por tanto, si se actúa sobre la motivación de tal forma que esta aumente, podemos conseguir que una persona realice dicha tarea de forma más eficiente (Padilla-Zea et al., 2015). En nuestro caso, los niveles están dados tanto por el tipo de problemas (puntuales, geométricos, numéricos o icónicos) y niveles de complejidad (bajo, medio o alto), llevando e involucrando a los jugadores a explorar los distintos tipos de soluciones y transitar entre los distintos niveles, así como también añadir dificultad de manera progresiva al juego.

4.4 Acopio de datos

Para determinar el avance o progreso de los jugadores se consideró involucrar una base de datos que recopila la información (datos del jugador, tiempo empleado y puntajes obtenidos) en formato de tabla, teniendo en cuenta cada uno de los juegos, los distintos niveles y escenarios. Estos resultados, representados en un formato de matriz, podrán ser analizados bajo los niveles de algebrización de Godino (2014), cuyo objetivo es ver el progreso de cada uno de ellos y en general de un grupo de participantes, así como la incidencia y pertinencia de la aplicación.

4.5 Evaluación

De acuerdo a nuestra revisión en la literatura, analizar los resultados acopiados de forma virtual es un proceso complejo ya que se tendrían que tener diversos aspectos en cuenta tal como lo verbal, lo gestual, las preguntas recurrentes y otros factores (Godino 2014, Radford 2006, Castro 2013), lo que para Godino et al. (2014) se ha denominado como objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (conceptos, proposiciones, etc., que

evocamos al hacer matemáticas), que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. Sin embargo, al hacer una revisión en la investigación que se ha realizado acerca de evaluación en ambientes virtuales, encontramos que autores como Pineda (2015), Brito (2014) y Rubio (2003) han señalado que, para efecto de realizar evaluaciones del desempeño y progreso de los aprendizajes de los estudiantes en ambientes virtuales, es pertinente y recomendable utilizar diversos modelos de evaluación. Uno de ellos es el Modelo de Kirkpatrick (1994) del cual se desprenden cuatro métodos, donde uno de ellos es el de Transferencia, el cual consiste en detectar si las competencias adquiridas con la formación se aplican en el entorno social y si se mantienen a lo largo del tiempo (mejor desempeño de la tarea, más rapidez, menos errores, cambio de actitud, etc.). Evaluar la transferencia permite demostrar la contribución de la formación a la mejora de las personas y los beneficios que aporta, para determinar más tarde su impacto.

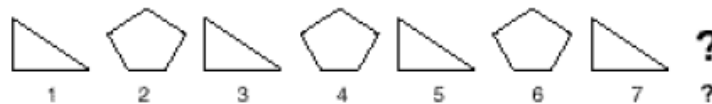
Para Orton (1996) el análisis del desempeño no se puede basar ni dar a partir de un solo juego o una sola situación y tampoco en una sola de las representaciones semióticas (Rico, 1995), es por ello, que nuestra aplicación contiene una gran cantidad de juegos distribuidos en representaciones (pictórico, numérico, geométrico, puntual), nivel de pregunta (alto, medio, bajo) y adicionalmente en las distintas formas de preguntar de acuerdo a los recursos que nos plantea el dispositivo móvil (dibujar, clicar, halar, soplar, etc.), basados en los niveles de algebrización de Godino. A partir de ello es que proponemos utilizar tres criterios para distinguir los niveles de razonamiento algebraico elemental:

1. La presencia de “objetos algebraicos” - que tienen un carácter de generalidad, o de indeterminación.
2. Tipo de lenguajes o representaciones usadas.
3. El tratamiento que se aplica a dichos objetos (operaciones, transformaciones basadas en la aplicación de propiedades estructurales).

A continuación, daremos unos ejemplos de cómo se podrían aplicar los niveles propuestos en alguna tarea matemática de acuerdo a la actividad realizada por los estudiantes.

Ejemplo 1 de nivel de algebrización

Continúa la siguiente secuencia; describir la regla que se sigue y determina, ¿qué figura (triángulo o pentágono) corresponde a la posición 89 y 100 de la secuencia?

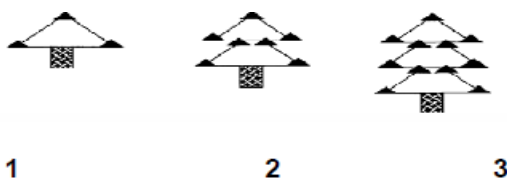


Gráfica 1: Secuencia icónica

Si se enuncia la regla general de tal manera que el alumno reconoce que a todos los números pares le corresponde siempre un pentágono y a todos los números impares le corresponde siempre un triángulo, entonces estamos en un nivel 1 de algebrización. Si el alumno se limita a escribir los términos que siguen en algunos casos, sin expresar alguna regla general la actividad sería de nivel 0. Entendamos que por la naturaleza del ejercicio propuesto no se puede alcanzar un nivel mayor de algebrización, ya que el uso del lenguaje simbólico en esta tarea es nulo por lo cual tampoco se puede llegar a la manipulación de una ecuación para conseguir una ecuación canónica

Ejemplo 2 de nivel de algebrización

Completa la secuencia de árboles, hasta la décima posición, indicando el número de triángulos negros que hay en cada árbol. ¿Cuántos triángulos tendrá la figura de la posición 100?



Gráfica 2: Secuencia geométrica

Si el alumno se limita a escribir los términos que siguen en algunos casos, sin expresar alguna regla general la actividad sería de nivel 0 de algebrización. Ahora, supongamos que un estudiante realiza el siguiente planteamiento: Se observa que a excepción de la punta y la base del árbol hay siempre 4 triángulos colocados de modo horizontal en las posiciones centrales; para conocer el número de triángulos en un árbol cualquiera, a la posición le resto una unidad, la multiplico por 4 (número de triángulos en las posiciones centrales) y le sumo

3 (número de triángulos de los extremos, en la base y la cúspide). A esta actividad matemática en la cual se logra expresar una regla general en un lenguaje natural le asignamos un nivel 1 de algebrización.

Si el alumno es capaz de expresar que la relación entre la posición del árbol y el número de triángulos está definida como $4(n-1)+3$, la actividad matemática realizada pone de manifiesto un nivel intermedio de algebrización (nivel 2), dado que se logra establecer una regla general expresada en un lenguaje simbólico-literal.

En el ejemplo el tratamiento analítico de la expresión $f(n)=4(n-1)+3$, para obtener la expresión canónica equivalente $f(n)=4n-1$, indica un mayor dominio del cálculo algebraico, por lo que asignamos a esta actividad un nivel 3 de algebrización.

A partir de esto podríamos decir que en la observación de una generalidad se trata de distinguir lo que es propio de cada caso específico y lo que es común a todos ellos, lo que no varía, para luego construir una regla que permita “percibir lo general” sin hacer referencia a los casos concretos. Un aspecto de relevancia en esta etapa es el contexto en el cual se presenta la situación

DISEÑO DEL SOFTWARE

En este capítulo esbozaremos como fue el proceso para el desarrollo del software de la aplicación móvil, la cual tendrá como objetivo el acercamiento a la generalización a través del reconocimiento de patrones. Se utilizó el Smartphone dada la cantidad de recursos que este nos brindaba, con lo cual potencializar el tipo de juegos, tareas y actividades. Estos juegos, tareas y actividades se encuentran enmarcados en la revisión literaria que en capítulos anteriores hemos mencionado acerca de la generalización y el reconocimiento de patrones.

5.1 Patrones

Encontramos que la mayoría de las investigaciones dentro del algebra están conscientes que gran parte del problema del poco entendimiento del algebra está en la falta del concepto y el proceso de generalización donde muchos autores han sido recurrentes en lo dicho tema, encontrando así que:

- Para Godino y Font (2003), El Razonamiento Algebraico está asociado a la representación, la generalización y la formalización de patrones y regularidades en cualquier ámbito de las matemáticas.
- Los patrones o regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas. Pueden ser reconocidos, ampliados o generalizados. El mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes. Los patrones se encuentran en situaciones físicas, geométricas y numéricas (Godino et al, 2014)
- Para Radford (1997) generalizar significa observar algo que va más allá de lo que realmente se ve y la generalización de patrones es considerada como una de las

- formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela (Radford, 2010), ya que posibilita a los estudiantes acercarse a situaciones de variación que se erigen como importantes para el desarrollo del pensamiento algebraico.
- Castro, Cañadas y Molina (2010) destacan la importancia de la generalización para generar conocimiento matemático y señalan que es posible llegar a la generalización a través de la abstracción de lo que es regular y común, a partir del descubrimiento de patrones.
- Para Castro (2005) la Matemática es la ciencia de los patrones. “Lo que la matemática hace es examinar patrones abstractos, patrones numéricos, patrones de figuras, patrones de movimiento etc. Estos patrones pueden ser reales o imaginados, visuales o mentales, estáticos o dinámicos, cualitativos a cuantitativos, con interés utilitario, o puramente recreativos” (Castro; 2005, p. 9)

Teniendo en cuenta que el reconocimiento de patrones es esencial en la habilidad para generalizar (Pólya, 1966), de tal forma que la relación entre patrones y generalización ha sido reconocida por diversos autores, los objetos matemáticos que consideramos en esta investigación y que se amplían a continuación son los patrones que se definen como:

- “el núcleo o unidad de un patrón de repetición que forma la cadena más corta de elementos que se repiten” (Godino y Font, 2003, p.817) y puede entenderse como la unidad que se repite con regularidad.
- Castro, Cañadas y Molina (2010) definen el patrón como: “lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse” (p. 57).

- Cañadas y Castro (2007) apuntan que los patrones matemáticos están relacionados con una regla general, no solo con casos particulares.
- La idea básica de patrón es que surgen a partir de la repetición de una situación con regularidad (Stacey, 1989).

Stacey (1989) distingue entre dos tipos de reconocimiento de patrones cercanos y lejanos, lo cercano que implica encontrar un patrón próximo o elementos que pueden ser hallados por conteo, dibujando o haciendo una tabla; y lo lejano en la que encontrar un patrón requiere entender la regla general adicionalmente para Castro (2005) también para el reconocimiento de patrones es importante tener en cuenta los diversas formas de representación que existen y como se pueden relacionar de tal forma encontramos de esta manera encontramos que:

5.1.1 Tipos de patrones

Independiente que estemos hablando del mismo objeto matemático este tiene distintos tipos de representación, este tipo de representaciones es lo que nosotros hemos denominado tipo de patrones de tal forma tenemos:

5.1.1.1 **Pictóricos:** Son aquellos que están enfocados hacia el reconocimiento visual de patrones involucrados con ilustraciones y diseños artísticos. Un buen modelo pictórico es necesariamente generativo, ha de ser capaz de generar un ilimitado número de sentencias partiendo de un número limitado de reglas (Castro, 1994)

5.1.1.2 **Numéricos:** El concepto de sucesión de números naturales, se encuentran las nociones de conjunto totalmente ordenado con primer elemento y de proceso infinito: para todo término de la sucesión hay un siguiente. Reconocer las relaciones que se dan entre los términos conocidos de una secuencia permiten, en ocasiones, obtener nuevos términos, es

decir, continuar la secuencia. Sin embargo, la caracterización de una sucesión la da su término general (Castro, Rico & Romero, 1997, p.366).

5.1.1.3 **Geométricos:** Entendidos como las regularidades útiles que siguen las figuras geométricas, círculos, triángulos, cuadrados, etc. ya que permiten observar el núcleo de la secuencia de figuras, posibilitando la observación de lo que cambia y lo que no cambia -lo variable y lo invariante- (Pulgarín, 2016). La identificación de patrones requiere del reconocimiento de semejanzas y diferencias y la detección de los rasgos fundamentales que conforman una estructura de aquellos no esenciales a la misma.

5.1.1.4 **Puntuales:** Son aquellos en los que *“las representaciones mediante puntos según ciertas configuraciones geométricas representan un enlace entre la geometría y la aritmética”* (Crossley citado por Castro, 1994 p.54).

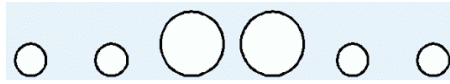
5.2 Nivel de complejidad de las representaciones

Para cada representación involucrada se tendremos distintos niveles o grados de dificultad de acuerdo al tipo de problema propuesto. Presentamos a continuación ejemplos de niveles para cada una de las representaciones abordadas

5.2.1 Pictórico

El nivel de dificultad va dados gracias al número de variables (figura, color, tamaño, posición) que se involucren en cada ejercicio propuesto (Pulgarín, 2016), de tal forma que:

- Nivel Fácil: es aquel que solo tiene una variable



Gráfica 3: Secuencia icónica (nivel fácil)

- Nivel Medio: son aquellos ejercicios que poseen dos variables



Gráfica 4: Secuencia icónica (nivel medio)

- Nivel Difícil: son aquellos ejercicios propuestos donde se pueden trabajar tres o más variables

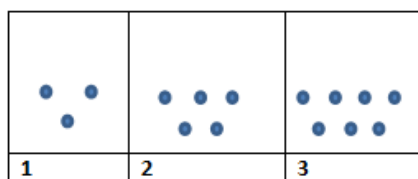


Gráfica 5: Secuencia icónica (nivel difícil)

5.2.2 Configuraciones puntuales

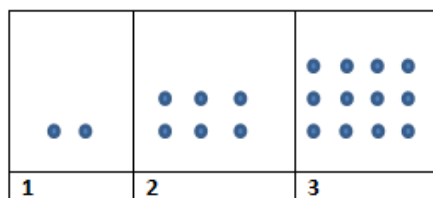
El grado de dificultad va dado gracias al número de variables (dimensiones del arreglo puntual utilizado). Tenemos arreglos puntuales en el plano y en el espacio: en el plano una dimensión es constante y la otra es variable, o las dos pueden ser variables; por su parte, cuando trabajamos en el espacio, podemos tener tres dimensiones, de tal forma que estos arreglos poseen tres variables (Castro, 2005). Hay que tener en cuenta que no hay una correspondencia unívoca entre el diagrama y la estructura del problema. En efecto, en ocasiones un problema puede ser resuelto mediante varias expresiones aritméticas distintas, pero equivalentes (Rico, 1997).

- Nivel Fácil: plano y una variable



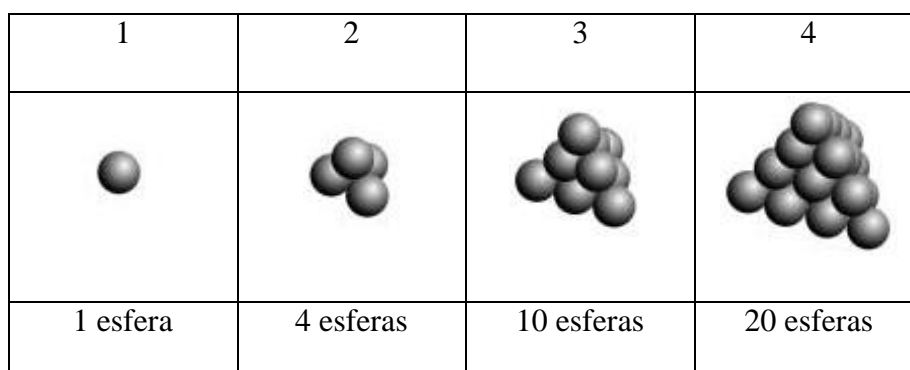
Gráfica 6: Secuencias puntuales (nivel fácil)

- Nivel Medio: plano con dos variables



Gráfica 7: Secuencias puntuales (nivel medio)

- Nivel Difícil: espacio y tres variables



Gráfica 8: Secuencias puntuales (nivel difícil)

5.2.3 Sucesiones numéricas

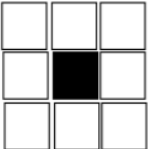
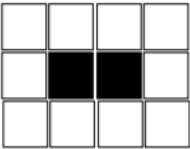
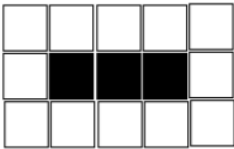
Los niveles van dados gracias al hecho de involucrar una sucesión o un arreglo numérico (Rico, 1997). De esta forma se reconocen dos niveles:

- Nivel bajo: arreglo numérico (2,3+3,4+4+4,5+5+5+5,...; 2*1, 3*2, 4*3, 5*4,...).
- Nivel alto: sucesión (2, 6,12, 20, ...)

5.2.4 Geométrico

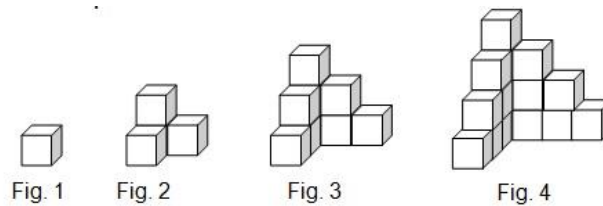
Los niveles van dados gracias al número de variables (dimensiones) que se utilicen en cada ejercicio propuesto, de tal forma que:

- Nivel Fácil: figuras planas y una o dos variables

Una baldosa negra	Dos baldosas negras	Tres baldosas negras
		
8 baldosas blancas	10 baldosas blancas	12 baldosas blancas

Gráfica 9: Secuencias geométricas (nivel fácil)

- Nivel Difícil: figuras tridimensionales, dos o tres variables



Gráfica 10: Secuencias geométricas (nivel difícil)

5.3 Tareas

Vergel (2014) citando a Goldin (1998, p. 57) señala que “la estructura de las tareas es un componente esencial para entender y hacer inferencias del comportamiento observado en la resolución de problemas”. Las tareas preparadas y en las que los alumnos han de trabajar giran en torno a los diferentes procedimientos tales como: continuar una sucesión, interpolar términos en una sucesión, buscar el patrón que siguen los términos de una sucesión, realizar cambios de representación y expresión del término general de una sucesión y hallar primeros términos a partir del término general (Castro, 2005).

5.3.1 Posibles tareas de acuerdo al tipo de representación usada

5.3.1.1 Pictóricos de visualización

- Hallar el próximo cercano o el lejano.
- Expresar la regularidad en lenguaje natural.
- Extrapolar la secuencia (completar las partes vacías de la secuencia).
- De traslación (utilización del mismo patrón sobre propiedades diferentes, Por ejemplo: cambiar formas por colores; cambiar una representación visual, tamaño, etc. (Rivera y Sánchez, 2012)).

5.3.1.2 Geométricos

- Seleccionar o hallar el próximo, cercano o el lejano.
- Dibujar el próximo término.
- Expresar la regularidad en lenguaje natural.
- Extrapolar la secuencia (completar las partes vacías de la secuencia).
- Hallar el área sombreada.

- Expresar la regularidad en lenguaje simbólico (Realizar cambios de representación).

5.3.1.3 Configuraciones puntuales

- Seleccionar o hallar el próximo, cercano o el lejano.
- Dibujar el próximo término.
- Expresar la regularidad en lenguaje natural.
- Extrapolar la secuencia (completar las partes vacías de la secuencia).
- Expresar la regularidad en lenguaje simbólico. (Realizar cambios de representación).

5.3.1.4 Sucesiones numéricas

- Seleccionar o hallar el próximo, cercano o el lejano.
- Expresar la regularidad en lenguaje natural.
- Extrapolar la secuencia (completar las partes vacías de la secuencia).
- Expresar la regularidad en lenguaje simbólico.

5.4 Actividades

Para Godino et al. (2014) Resolver tareas matemáticas permite definir distintos niveles o grados de algebrización. Estos niveles están enmarcados entre un nivel 0 (ausencia de razonamiento algebraico) y un tercer nivel en el que la actividad matemática se puede considerar como propiamente algebraica. Es importante aclarar que el nivel se asigna no a la tarea en sí misma, sino a la actividad matemática que se realiza, por lo que dependiendo de la manera en la que se resuelve una tarea, la actividad matemática puede ser clasificada

en un nivel específico, los niveles vienen dados a las transformaciones, al tipo de lenguaje usado y el tipo de objeto con el cual se trabaja.

Tabla 9: Rasgos característicos de los niveles de razonamiento algebraico elemental

<i>Niveles</i>	<i>Tipos de objetos</i>	<i>Transformaciones</i>	<i>Lenguajes</i>
0	No intervienen objetos intensivos	En tareas estructurales, pueden intervenir datos desconocidos. Se opera con objetos extensivos.	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a objetos extensivos o datos desconocidos.
1	En tareas estructurales, pueden intervenir datos desconocidos	En tareas funcionales, se reconocen los intensivos. En tareas estructurales, se aplican relaciones y propiedades de las operaciones. En tareas funcionales, se calcula con objetos extensivos	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos
2	Intervienen indeterminadas o variables	En tareas estructurales, las ecuaciones son de la forma $Ax \pm B = C$. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión	Simbólico -literal, usado para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial y temporal
3	Intervienen indeterminadas o variables	En tareas estructurales, las ecuaciones son de la forma $Ax \pm B = Cx \pm D$. Se opera con las indeterminadas o variables	Simbólico -literal; los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información del contexto

De esta manera, para organizar nuestro video juego estableceremos de la siguiente manera nuestra relación de contenidos teórico y la estructura del videojuego, teniendo en cuenta las características de un video juego y las características que se tienen en el reconocimiento de patrones

Tabla 10: Elementos del videojuego

<i>Estructura de la teoría</i>	<i>Características de la teoría</i>	<i>Estructura del video juego</i>
<i>Tipos de patrones</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Numérico • Pictórico • Geométrico 	Los mundos del juego

	<ul style="list-style-type: none"> • Puntual 		
<i>Tipos de tareas</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Continuar una sucesión • Interpolar términos en una sucesión • Buscar el patrón que siguen los términos de una sucesión • Realizar cambios de representación • Expresión del término general de una sucesión 	<ul style="list-style-type: none"> • Cercanos • Lejanos 	El tipo de juego propuesto
<i>Niveles de las tareas</i>	Numérico		2 niveles
	Pictórico		3 niveles
	Geométrico		2 niveles
	Puntual		3 niveles
<i>Niveles de la actividad</i>	Nivel 0	Extensivos, ningún objeto intensivo	Natural, numérico, icónico
	Nivel 1	Extensivos, pueden intervenir datos desconocidos	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos
	Nivel 2	Intervienen indeterminadas o variables	Simbólico -literal, usado para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial y temporal
	Nivel 3	Extensivos	Simbólico -literal; los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información del contexto
			La clasificación de juego (resultados y estadísticas)

Para que el juego deje de ser monótono y se torne mucho más entretenido propusimos varios tipos de juegos donde se privilegien los elementos del hardware escogido que es un Smartphone dado a la gran cantidad de posibilidades de recursos que nos proporciona tales como la pantalla táctil que permite halar y pinchar, el micrófono, la cámara, giroscopio,




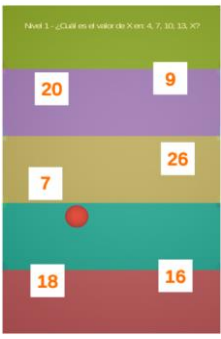
acelerómetro, teclado alfanumérico, etc. De tal manera se crearon juegos pensando en utilizar estos recursos y posibilitar el tipo de tareas propuestas así:


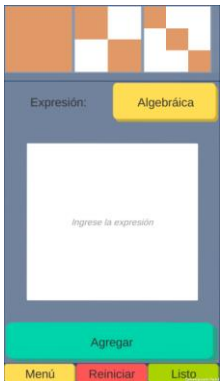
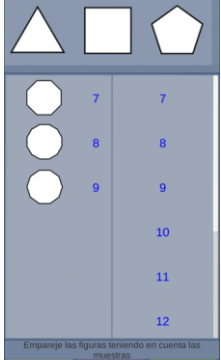
Para poder analizar que recurso usar de acuerdo a las tareas propuestas y el tipo de pregunta que se le podían asignar para poder implementar con los recursos del Smartphone se realizó la siguiente tabla:

Tabla 11: Tipo de tarea y recurso usado del Smartphone

<i>Tipo de tarea</i>	<i>Recurso de Smartphone</i>	
<ul style="list-style-type: none"> Continuar una sucesión 	Dibuje	<ul style="list-style-type: none"> Cámara Táctil
	Seleccione	<ul style="list-style-type: none"> Micrófono Acelerómetro Táctil
	Empareje	<ul style="list-style-type: none"> Táctil
	Escriba	<ul style="list-style-type: none"> Teclado numérico
<ul style="list-style-type: none"> Interpolar términos en una sucesión 	Dibuje	<ul style="list-style-type: none"> Cámara Táctil
	Seleccione	<ul style="list-style-type: none"> Micrófono Acelerómetro Táctil Pinche
	Complete	<ul style="list-style-type: none"> Teclado Acelerómetro Táctil
<ul style="list-style-type: none"> Realizar cambios de representación 	Escriba la expresión	<ul style="list-style-type: none"> Teclado Táctil
	Construya la frase que explique la situación representada	<ul style="list-style-type: none"> Táctil

La siguiente tabla muestra los pantallazos del ingreso al juego y los distintos tipos de juegos que se realizaron pensando en el tipo de tareas y los ejercicios propuestos

Pantallazos	Descripción
	<p>Pantalla Inicial Esta es la pantalla principal del videojuego, en donde encontraran tres botones, a continuación se explicará cada uno de ellos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Jugar: El cual permitirá ingresar al juego 2. Salir: El cual permitirá salir del juego <p>Estadística: El cual permitirá ingresar a las estadísticas del juego, al oprimir, podrán ingresar a estadística grupal o individual</p>
	<p>En este pantallazo, el cual aparecerá cuando ingresen a alguno de los cuatro MUNDOS, encontrando desde la PRUEBA 1 hasta la PRUEBA 7, dándole clic en uno podrán ingresar a una de las PRUEBAS y aparecerá un ejercicio de ese MUNDO que escogió. Cada PRUEBA es un ejercicio diferente. Al final aparecerá una flecha donde el jugador podrá devolverse al MENÚ PRINCIPAL.</p> 
	<p>EJEMPLO #1 En este ejemplo ingresamos al MUNDO NUMÉRICO (2,4,6,8...), le dimos clic en PRUEBA 1, y aparece un ejercicio Nivel 1: ¿Cuál es el valor de X en: 4, 7, 10, 13, X? Para solucionarlo usaremos uno de los recursos del móvil (giroscopio). El jugador debe observar la secuencia de números y encontrar el número que reemplazará la X, debe mover el celular para dirigir la bolita a un número el cual representara la X en el problema, al llevar la bolita hacia uno de los recuadros numerados, si es el acertado puede pasar a otra prueba, de lo contrario le mostrara un aviso de error o respuesta incorrecta. En este caso la respuesta correcta es 16, que es el número que cumple con la secuencia.</p>

	<p>EJEMPLO #2</p> <p>En este ejemplo ingresamos al MUNDO GEOMÉTRICO, le dimos clic en PRUEBA 1, y aparece un ejercicio Nivel 1: ¿Qué figura continúa en la serie?</p> <p>Para solucionarlo usaremos uno de los recursos del móvil (micrófono), para soplar. El jugador debe observar las figuras y encontrar la figura que reemplazará el recuadrado blanco punteado, debe soplar por el micrófono del celular llevando la figura que corresponda hacia el recuadro blanco punteado. Si es el acertado puede pasar a otra prueba, de lo contrario le mostrara un aviso de error o respuesta incorrecta.</p>
	<p>EJEMPLO #3</p> <p>En este ejemplo ingresamos al MUNDO NUMÉRICO (2,4,6,8...), le dimos clic en PRUEBA 1, y aparece un ejercicio Nivel 1: ¿Cuál es el valor de X en: 4, 7, 10, 13, X?</p> <p>Para solucionarlo usaremos uno de los recursos del móvil (táctil: pinchar). El jugador debe observar la secuencia de números y encontrar el número que reemplazará la X, debe mover el celular para dirigir la bolita a un número el cual representara la X en el problema, al llevar la bolita hacia uno de los recuadros numerados, si es el acertado puede pasar a otra prueba, de lo contrario le mostrara un aviso de error o respuesta incorrecta. Se utiliza uno de los recursos (táctil: pinchar) del móvil, para solucionar el ejercicio</p>
	<p>EJEMPLO #4</p> <p>En este ejemplo ingresamos al MUNDO GEOMÉTRICO, le dimos clic en PRUEBA 2, y aparece un ejercicio Nivel 2: Empareje las figuras teniendo en cuenta las muestras</p> <p>Para solucionarlo usaremos uno de los recursos del móvil (táctil: halar). El jugador debe observar las figuras y encontrar el número de lados que tiene la figura que aparece en la columna de la izquierda y HALAR un número de la derecha y colocarlo al lado de la figura. Si es el acertado puede pasar a otra prueba, de lo contrario le mostrara un aviso de error o respuesta incorrecta.</p>


	<p>EJEMPLO #5</p> <p>En este ejemplo ingresamos al MUNDO PICTÓRICO, le dimos clic en PRUEBA 1, y aparece un ejercicio Nivel 1: ¿Cuál sería la figura que corresponde a la posición 15? Para solucionarlo usaremos uno de los recursos del móvil (cámara). El jugador debe observar la secuencia de figuras y color, al encontrar la figura la pone donde dice figura y para el color debe buscar un objeto que cumpla con el color de la figura 15 con el celular tomar una foto a ese objeto y si es el acertado puede pasar a otra prueba, de lo contrario le mostrara un aviso de error o respuesta incorrecta. En este caso el jugador podrá tomar una foto a un objeto que tenga el color solicitado en dicho ejercicio, en este caso el azul.</p>																				
 <table border="1" data-bbox="349 1087 570 1213"> <tr> <td>5</td> <td>3</td> <td>mas</td> <td>la</td> <td>dado</td> </tr> <tr> <td>menos</td> <td>por</td> <td>el</td> <td>número</td> <td>lados</td> </tr> <tr> <td>puntas</td> <td>cuando</td> <td>giro</td> <td>2</td> <td>de</td> </tr> <tr> <td>siempre</td> <td>posición</td> <td>está</td> <td>vértice</td> <td>4</td> </tr> </table>	5	3	mas	la	dado	menos	por	el	número	lados	puntas	cuando	giro	2	de	siempre	posición	está	vértice	4	<p>EJEMPLO #6</p> <p>En este ejemplo ingresamos al MUNDO NUMÉRICO (2,4,6,8...), le dimos clic en PRUEBA 1, y aparece un ejercicio Nivel 1: Forme la frase teniendo en cuenta las muestras Para solucionarlo usaremos uno de los recursos del móvil (táctil). El jugador debe observar las figuras y encontrar el patrón, en este caso inicia con una figura de tres lados, sigue una figura de cuatro lados y luego una figura de cinco lados, debo dar clic en cada una de las opciones que crea para formar las frases acertadas Si es la frase acertada le da clic en Listo y puede pasar a otra prueba, de lo contrario le mostrara un aviso de error o respuesta incorrecta.</p>
5	3	mas	la	dado																	
menos	por	el	número	lados																	
puntas	cuando	giro	2	de																	
siempre	posición	está	vértice	4																	

Tabla 12: Tipos de juego

A continuación se muestra el diagrama que ilustra el proceso por el que para el jugador inicia el programa hasta que lo finaliza, para ello tiene un recorriendo a través de las distintas representaciones, las tareas y ejercicios propuestos.

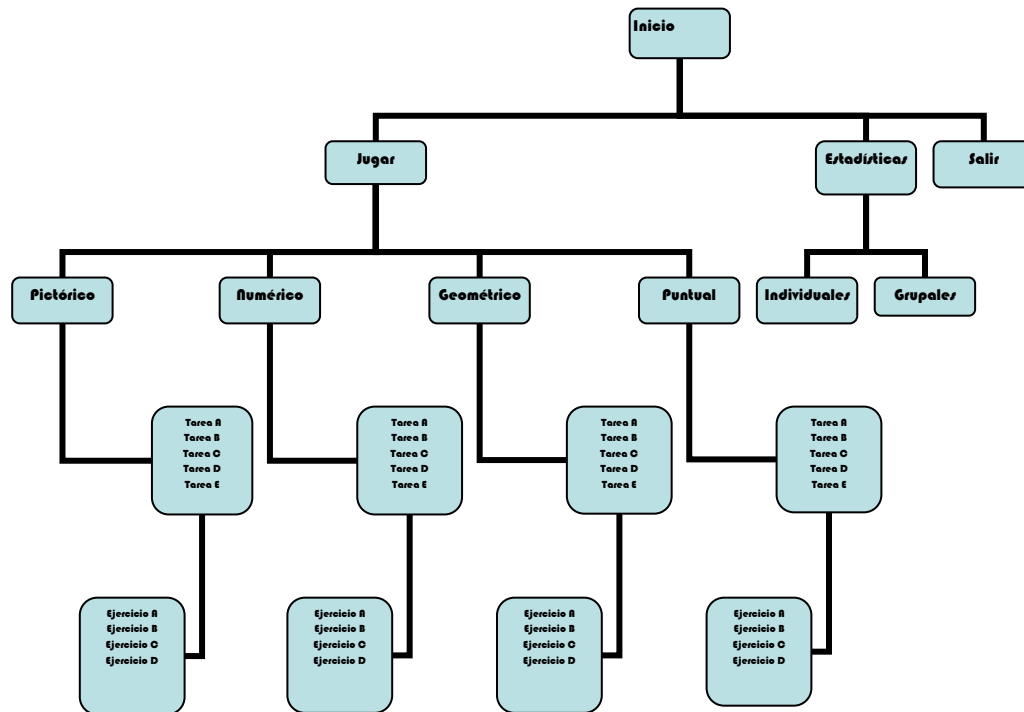


Diagrama 3: Estructura del juego

5.5 Evaluación

De acuerdo a nuestra revisión en la literatura, para poder analizar los resultados es complejo de forma virtual ya que se tendrían que tener diversos aspectos en cuenta tal como lo verbal, lo gestual, las preguntas recurrentes y otros factores (Godino, Radford, Castro). Sin embargo, al hacer una revisión en la investigación que se ha realizado acerca de evaluación en ambientes virtuales, encontramos que autores como Pineda (2015), Brito (2014) y Rubio (2003), han señalado que para efecto de realizar evaluaciones del desempeño y progreso de los aprendizajes de los estudiantes en ambientes virtuales, es pertinente y recomendable utilizar diversos modelos de evaluación en ambientes virtuales, uno de ellos es el de Modelo de Kirkpatrick (1994) del cual se desprenden cuatro métodos y

uno de ellos es el de Transferencia el cual consiste en detectar si las competencias adquiridas con la formación se aplican en el entorno social y si se mantienen a lo largo del tiempo (mejor desempeño de la tarea, más rapidez, menos errores, cambio de actitud, etc.) mediante la repetición de la tarea. Evaluar la transferencia permite demostrar la contribución de la formación a la mejora de las personas y los beneficios que aporta, para determinar más tarde su impacto.

Para Orton (1996) el análisis del desempeño no se puede basar ni dar a partir de un solo juego o una sola situación y para Rico (1995) tampoco en una sola de las representaciones semióticas, es por ello, que nuestra aplicación contiene una gran cantidad de juegos distribuidos en representaciones (pictórico, numérico, geométrico, puntual), nivel de pregunta (alto, medio, bajo) y adicionalmente en las distintas formas de preguntar de acuerdo a los recursos que nos plantea el dispositivo móvil (dibujar, clicar, halar, soplar, etc.), basados en los niveles de algebrización de Godino (2014),

De esta manera proponemos una matriz de tres entradas, generando así una cantidad de situaciones para el juego teniendo en cuenta todos los aspectos antes mencionados de tal forma que el juego quede equilibrado es decir que tengamos una buena cantidad de situaciones de todo tipo y con todas las relaciones existentes.

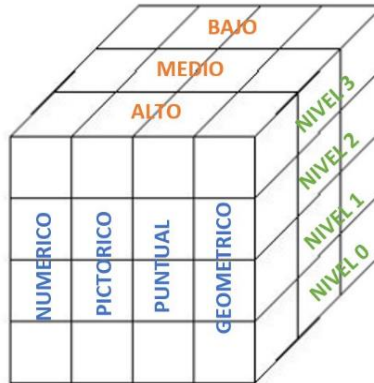


Diagrama 4: Matriz de evaluación

La matriz del diagrama 2 nos permite, a partir del acopio de los datos, mirar cómo se puede clasificar el usuario en qué nivel de algebrización se encuentra, en cuál de representación de patrones y a qué nivel de dificultad ha llegado. Esto se podrá ver a partir de lo que nosotros hemos denominado estadísticas grupales e individuales



Gráfica 11: Resultados por mundos



Gráfica 12: Resultados individuales por tipo de ejercicio¹

¹ Enlace a resultados de evaluación en: <http://ihoncardenas.com/mathgame>

CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta los objetivos trazados y la labor realizada a lo largo de la elaboración de este trabajo de grado, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- El proceso de diseño de una aplicación se enmarca un gran número de factores, los cuales deben considerarse al iniciar del proyecto, en esta medida se determina que la elaboración debe corresponder con las capacidades y limitaciones del desarrollo del software, dado que se pueden plantear funcionalidades que sobre el papel son viables pero que dejan de serlo en la virtualización.
- Se evidencia que no existen referentes similares a la aplicación diseñada en cuanto a al objeto matemático trabajado (reconocimiento de patrones), en este sentido se puede pensar que los docentes no se han involucrado en gran medida al desarrollo de materiales digitales para dispositivos móviles que beneficien el acercamiento inicial al álgebra.
- Tuvimos muchos inconvenientes con el proceso evaluativo ya que no existe literatura que especifique como es el proceso de evaluación en un ambiente virtual del videojuego, ya que lo existente está basado es en e-Learning y b-Learning y por otro lado el proceso de evaluación de lo teórico nunca permite una virtualización total del proceso dado que se necesita involucrar el lenguaje verbal y gestual presente en el momento analizar la actividad.
- Se obtuvo una aplicación con funcionalidades ajustadas al hardware del Smartphone intentando utilizar todas las funciones, que de alguna manera nos permitió el desarrollo de la aplicación, pero se dejaron a un lado funcionalidades como la del giroscopio,

- reconocimiento facial y reconocimiento de voz, que tal vez en otra versión se puedan utilizar y así mejorar la aplicación.
- En términos generales se alcanzaron los objetivos, sin embargo se visualiza el proyecto como una primera etapa que ha dejado sentadas las bases para un proceso de mejoramiento que haga un mejor uso de las capacidades del sistema operativo Android y los dispositivos móviles actuales.

BIBLIOGRAFÍA

- Almenara, J. C. (2007). Las necesidades de las TIC en el ámbito educativo: oportunidades, riesgos y necesidades. *Tecnología y comunicación educativas*, 21(45), 5-19.
- Baelo Álvarez, R., & Cantón Mayo, I. (2009). Las tecnologías de la información y la comunicación en la educación superior. Estudio descriptivo y de revisión. *Revista Iberoamericana de Educación*, 50(7), 3-0.
- Brito, J. G., & Rivero, M. E. (2014). El proceso de producción en la construcción de ambientes virtuales de enseñanza, aprendizaje y comunicación: indicadores para evaluar su calidad. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 5(8), 18-28.
- Burgos, J. V. (2010). Aprendizaje móvil: El potencial educativo en la palma de la mano. *JV Burgos y A. Lozano (Coords), Tecnología educativa y redes de aprendizaje de colaboración retos y realidades de innovación en el ambiente educativo. Distrito Federal, México: Trillas.*
- Cabero Almenara, J. (2007). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación* (No. C10-40). McGraw-Hill.
- Cabrera, A. M. C. (2006). Impacto de las TIC en la educación: un acercamiento desde el punto de vista de las funciones de la educación.
- Cañadas, M. C., Castro, E., & Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 2(3), 137-151.

- Castro, E. (2013). Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales: estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años).
- Martínez, E. C., Romero, L. R., & Albaladejo, I. R. (1997). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 15(3), 361-371.
- Conde González, M. Á. (2007). mLearning, de camino hacia el uLearning.
- Espinosa, L. P., & Pérez, F. C. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis.
- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 32(1), 199-219.
- FONT, J. M. M., MENESES, E. L., & REGAÑA, C. B. EL PROFESOR UNIVERSITARIO EN LA SOCIEDAD DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN.
- Graells, P. M. (2000). *Las TIC y sus aportaciones a la sociedad*. Departamento de pedagogía aplicada, facultad.
- Haag, S., Cummings, M., & Dawkins, J. (1998). *Management information systems for the information age*. McGraw-Hill.
- Humanante Ramos, P. R., García-Peñalvo, F. J., & Conde-González, M. Á. (2016). PLEs en contextos móviles: Nuevas formas para personalizar el aprendizaje.
- Ibáñez, J. S. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria.
- Learning, M. (2009). Análisis Prospectivo de las Potencialidades Asociadas al Móvil Learning, ISEA S. Coop.

- Ley 1341, 2009. Ministerio de Tecnologías de la Información y la Comunicación. Colombia.
- Lins, R., & Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: The current state of the field. In *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12 th ICMI Study* (pp. 45-70). Springer Netherlands.
- Luz, C. G. M. (2014). *Educación y tecnología: estrategias didácticas para la integración de las TIC*. Editorial UNED.
- Martínez Caro, E. (2008). E-learning: un análisis desde el punto de vista del alumno.
- Martínez, H. A. V., Moreno, F. J. T., & Miranda, C. A. L. (2010). Aprendizaje ubicuo en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Estudios Culturales*, (5), 123-136.
- Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1999). Raíces del álgebra/Rutas hacia el álgebra. *Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia*.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria.
- Montoya, M. S. R. (2008). Dispositivos de mobile learning para ambientes virtuales: implicaciones en el diseño y la enseñanza. *Apertura*, 8(9), 82-96.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards* (Bright, George W., & Litwiller, Bonnie, eds.). Reston, VA.
- O'Malley, C., Vavoula, G., Glew, J. P., Taylor, J., & Sharples, M. (2005). *Guidelines for Learning/Teaching/Tutoring in a Mobile Environment*. Retrieved 7 July, 2009, en http://www.mobilearn.org/download/results/public_deliverables/MOBILearn_D4.1_Final.pdf.
- Orellana, D. M. (2007). *Incorporación de las Tecnologías de la Información y Comunicación en la Formación Inicial del Profesorado. Estudio de Caso UPNFM, Honduras. Universidad de Salamanca* (Doctoral dissertation, Tesis doctoral inédita).

- Orton, A. (1996). Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula (Vol. 14). Ediciones Morata.
- Pereira, A. M. M. (2014). El proceso productivo del videojuego: fases de producción/The production process of the game: production phases. *Historia y Comunicación Social, 19*, 791.
- Pineda, L. A. S., & Reyes, J. E. Q. (2015). Evaluación formativa para entornos virtuales en áreas de bases de datos [Formative evaluation for virtual environments in the areas of databases]. *Ventana Informática, (32)*.
- Pinkwart, N., Hoppe, H. U., Milrad, M., & Perez, J. (2003). Educational scenarios for cooperative use of Personal Digital Assistants. *Journal of computer assisted learning, 19(3)*, 383-391.
- Pulgarín, J. A. *Generalización de patrones geométricos: proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9-12 años* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín).
- Reverón, A. M. F. (2010). La Red en el móvil. *Edita: Fundación Telefónica Patronato de Fundación Telefónica, 83*, 43.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *pna, 4(1)*, 1-14.
- ROMÁN, D. M. C., & TORRES, J. M. S. (2012). La educación a distancia y el e-learning en la sociedad de la información: una revisión conceptual. *Revista UIS Ingenierías, 10(1)*.
- Rubio, M. J. (2003). Enfoques y modelos de evaluación del e-learning.
- Rosas, P. (2005). La Gestión de Ambientes Virtuales de Aprendizaje en los Posgrados de la U de G. *Tecnologías para Internacionalizar el Aprendizaje, 63-75*.

- Sandoval, M. S. Á., Ruvalcaba, C. L., & González, J. L. (2015). LA GENERALIZACIÓN DE PATRONES CUADRÁTICOS: UN ESTUDIO CON ALUMNOS DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS. *CULCyT*, (41).
- Sharples, M. (2005). *Learning as Conversation: Transforming Education in the Mobile Age*. Proceedings of Seeing, Understanding, Learning in the Mobile Age, Budapest, April 28-30, 2005, 147-152.
- Sigalés, C. (2004). Formación universitaria y TIC: nuevos usos y nuevos roles. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 1(1).
- Trujillo, P. A., Castro, E., & Molina, M. (2009). Un estudio de casos sobre el proceso de generalización.
- Vosloo, S. (2013). Aprendizaje móvil y políticas-Cuestiones clave. *Francia: UNESCO*. Recuperado de <http://www.unesco.org/new/es/unesco/themes/icts/m4ed/publications>.